

## Test 1 (zu den Kapiteln 1 bis 6)

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

### Aufgabe T1.1:

**Bekanntmachung**  
 EUR 1.000.000.000,-  
 Anleihe mit variablem Zinssatz  
 der Fix AG von 2003/2013, Serie 111

Zinsperiode: 12.10.2006 bis 12.1.2007  
 Zinssatz: 3,7% (actual/360)  
 Zinstage: xx Tage  
 Zinsbetrag: EUR xx,xx je nominal EUR 5.000,-  
 Zinstermin: 12.1.2007

Frankfurt am Main A-Bank

- a) In der oben stehenden Abbildung finden Sie Angaben für eine Floating-Rate-Note, bei der alle drei Monate (jeweils am 12.1., 12.4., 12.7. und 12.10.) die Zinsen gezahlt werden. Ermitteln Sie die in der Abbildung fehlende

Zahl der Zinstage: \_\_\_\_ .

Sie besitzen diesen Floater im Nennwert von 5.000 Euro. Wie hoch ist der Zinsbetrag, der am 12.1.2007 an Sie gezahlt wird? Der Zinsbetrag ist

\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ .

- b) Studentin Andrea A. zahlte Ende April 2006 500 € auf ein Sparkonto ein. Ende Oktober 2006 hob sie 200 € ab. Wie hoch ist das Endkapital einschl. Zinsen am Jahresende 2008, wenn das Sparkonto kalenderjährlich mit 3% verzinst wird (Zinstage-Methode 30E/360)?

$K_{2008} = \text{_____} = \text{_____}$  .

- c) Stellen Sie bei Aufgabe 1b) (Auszahlung des Endkapitals einschl. Zinsen Ende 2008) die Gleichung für den effektiven Zinssatz nach Preisangabenverordnung (PAngV) auf.

\_\_\_\_\_

- d) Sie haben eine Nullkupon-Anleihe (= Zerobond) im Nennwert von 1.000 € für 821,93 € gekauft. Die Restlaufzeit der Anleihe beträgt 5 Jahre. Die Rückzahlung erfolgt zum Nennwert. Berechnen Sie den Effektivzinssatz (Rendite), wenn Sie die Anleihe bis zum Laufzeitende behalten.

Gleichung: \_\_\_\_\_

$i_{\text{eff}} = \text{_____} = \text{_____}$ .

### Aufgabe T1.2:

Die MATHE AG kaufte zu Beginn des Jahres 2005 eine Maschine für 150.000 € mit einer Nutzungsdauer von 25 Jahren. Der Restwert nach 25 Jahren ist null. Die Maschine soll erst geometrisch-degressiv und dann linear so "hoch" wie möglich abgeschrieben werden.

Verwenden Sie: Der maximale geometrisch-degressive Abschreibungssatz ist das Zweifache der linearen, aber maximal 20%. Ein Wechsel von geometrisch-degressiver auf lineare Abschreibung sei erlaubt.

- Wie hoch ist der Satz  $i$ , mit dem zunächst geometrisch-degressiv abgeschrieben wird?
- Wie viele Jahre werden zunächst geometrisch-degressiv abgeschrieben?
- Berechnen Sie den Abschreibungsbetrag ( $AfA_3$ ) im 3. Jahr.
- Berechnen Sie die letzte Abschreibung  $AfA_{25}$ .
- Berechnen Sie den Barwert der Steuerersparnis bei einem Kalkulationszinssatz von 5%, d.h., berechnen Sie den Wert der Steuerersparnis zum Zeitpunkt des Kaufes der Maschine. Der Steuersatz der MATHE AG beträgt 10%. Die Steuerersparnis durch die jeweilige Abschreibung wird am jeweiligen Jahresende wirksam.

### Aufgabe T1.3:

- Frau Maier zahlt zehn Jahre lang dreimal im Jahr, nämlich immer Ende Januar, Ende März und Ende Juni, jeweils 200 € auf ein Sparkonto ( $i = 6\%$  p.a.) ein. Wie groß ist ihr Guthaben einschl. Zinsen nach 10 Jahren? Der Zinszuschlag erfolgt am Jahresende, innerhalb des Jahres gilt die lineare Verzinsung.
- Eine Bank bietet einen Ratenkredit an, der in 36 Monatsraten nachschüssig zurückzuzahlen ist, und zwar 35 Raten zu 400 € und eine letzte Rate zu 300 € (also 36 Monate nach Kreditauszahlung). Der effektive Zinssatz für diesen Kredit beträgt nach der PAngV 15%. Geben Sie die Summenformel für den Auszahlungsbetrag des Ratenkredits an! Berechnen Sie die Summe nicht. Verwenden Sie auch keine fertigen Formeln.
- Welche Beziehung (größer, kleiner oder gleich) gilt bei einem üblichen Ratenkredit?

Der effektive Zinssatz nach der PAngV ist \_\_\_\_\_ als das Zwölfwache des Pro-Monats-Zinssatzes, da

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Aufgabe T1.4:**

Eine Bank bietet Ihnen ein festverzinsliches Wertpapier zum Kurs von 80 mit einer Nominalverzinsung von 2% und einer Laufzeit von 10 Jahren an, bei dem die Zinsen jährlich nachträglich gezahlt werden. Die Rückzahlung erfolgt mit 100% des Nennwertes.

- a) Berechnen Sie die Rendite(schätzung) nach dem Bankenverfahren.
- b) Sie kaufen das Wertpapier und planen, es bis zum Ende der Laufzeit zu behalten. Stellen Sie die Gleichung für die Rendite auf.
- c) Berechnen Sie mit dem Sekantenverfahren die Rendite, d.h., berechnen Sie die dritte Schätzung  $i_3$ . Wählen Sie für  $i_1$  die Nominalverzinsung und für  $i_2$  die Rendite nach dem Bankenverfahren.
- d) Sie kaufen das obige Wertpapier im Nennwert von 1.000 € zu einem Kurs von 80 ( $i_0 = 2\%$ , Laufzeit 10 Jahre).
  - d1) Nach 3 Monaten verkaufen Sie das Wertpapier zu einem Kurs von 83. Berechnen Sie die Rendite nach der PAngV, die Sie in diesem Fall erzielt haben.
  - d2) Stellen Sie für Aufgabe d1) die Gleichung für die Rendite nach Braess/Fangmeyer auf.
  - d3) Sie verkaufen das Wertpapier nicht nach 3 Monaten, sondern erst nach zwei Jahren (gleich nach Auszahlung der Zinsen) zum Kurs von 90. Stellen Sie die Gleichung für die Rendite nach der PAngV auf. Gleichung nicht lösen!
  - d4) Stellen Sie im Fall d3) die Gleichung nach Braess/Fangmeyer auf. Gleichung nicht lösen!

**Aufgabe T1.5:**

Herr Maier benötigt genau 28.500 € für einen Wohnungskauf.

Die Darmstädter GUT-Bank gibt ihm ein Annuitätendarlehen mit folgenden Konditionen: Nominalzinssatz: 6%; anfänglicher Tilgungssatz: 2%; Disagiosatz: 5% (d.h. Auszahlung 95%); Zinsfestschreibung: 15 Jahre.

Um das Annuitätendarlehen zurückzuzahlen, leistet Herr Maier monatliche, nachschüssige Zahlungen.

- a) Berechnen Sie die Höhe der monatlichen Zahlung.
- b) Wie hoch ist die Restschuld am Ende der Zinsbindung bei monatlicher Zins- und Tilgungsverrechnung?
- c) Wie hoch wäre die Restschuld am Ende der Zinsbindung bei monatlicher Zinsberechnung und vierteljährlicher Tilgungsverrechnung?
- d) Bei monatlicher Zins- und Tilgungsverrechnung zahlt Herr Maier nach drei Jahren eine Sondertilgung von 3.033,19 € zusätzlich zu den turnusmäßigen Raten. Wie hoch ist die Restschuld am Ende der Zinsbindung?

**Test 2 (zu den Kapiteln 7 bis 9)**

Bearbeitungszeit: 75 Minuten

**Aufgabe T2.1:**

- a) Sie kauften vor zehn Jahren für 1.000 € Anteile an einem Investmentfonds. Vor fünf Jahren kauften Sie nochmals für 1.000 € Anteile dazu. Der Investmentfonds hat in den ersten 5 Jahren eine Wertsteigerung von jeweils 10% pro Jahr erzielt. In den letzten 5 Jahren war die Wertsteigerung nur noch 5% jährlich.
- Berechnen Sie die zeitgewichtete Rendite und stellen Sie die Gleichung für die wertgewichtete Rendite auf.
  - Ist die wertgewichtete Rendite größer als die zeitgewichtete Rendite? (Begründung!)
- b) Sie besitzen ein Portfolio im Wert von 10.000 € aus festverzinslichen Wertpapieren mit einer modifizierten Duration von 5 Jahren. Wenn der Marktzinssatz um 1 Prozentpunkt steigt, wie groß ist dann der Wertverlust des Portfolios näherungsweise?
- c) Berechnen Sie die Konvexität einer Nullkupon-Anleihe mit einer Laufzeit von 5 Jahren. Der Marktzinssatz sei 6%.

**Aufgabe T2.2:**

Gegeben sind (nur) folgende zwei Finanzprodukte:

	Kurs (zum Zeitpunkt 0)	Ertrag nach einem Jahr	Ertrag nach zwei Jahren
Nullkupon-Anleihe	96,15385	100	
festverzinsliche Anleihe Kupon 6%, jährl. Zinszahlung, Laufzeit 2 Jahre	101,8594	6	106

- Berechnen Sie die Spot-Rates  $i_{0,1}$  und  $i_{0,2}$ .
- Berechnen Sie für beide Anlagen jeweils die Rendite.
- Berechnen Sie den impliziten Forward-Zinssatz  $i_{1,2|0}$ .
- Wie sind die beiden Finanzprodukte zu kombinieren, um eine (synthetische) Nullkupon-Anleihe (im Nennwert von 100) mit einer Laufzeit von zwei Jahren zu erhalten?
- Wie hoch ist jeweils die Duration der beiden Anlagen?
- In drei Monaten sei die Zinskurve flach bei 4% für alle Laufzeiten.  
Welche Kurse haben die beiden Anlagen dann?  
Welche Renditen hätten die beiden Anlagen jeweils gebracht, wenn sie zu diesem Zeitpunkt verkauft würden?  
Weshalb sind diese Renditen so unterschiedlich? (Kurze Begründung!)

Wichtige Hinweise:

Verwenden Sie außer bei der Stückzinsberechnung immer die exponentielle Verzinsung.  
Die Renditeangaben beziehen sich auf exponentielle Verzinsung.

**Aufgabe T2.3:**

Die nachfolgende Tabelle gibt in Spalte 2 die wöchentlichen Kurse  $S_t$ ,  $t = 1, \dots, 6$ , einer Aktie an. Berechnen Sie die auf das Jahr bezogene Volatilität und gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

- Vervollständigen Sie die fehlenden Spaltenüberschriften.
- Berechnen Sie die fehlenden zwei Zahlenwerte (Stellen mit ? gekennzeichnet).
- Berechnen Sie die jährliche Volatilität. Welche Hauptannahme muss in der Regel erfüllt sein, damit die Volatilität sinnvoll angewandt werden kann?
- Sie besitzen ein Portfolio von 100 dieser Aktien mit einem Kurs von 28. Wie groß ist der Portfoliowert? Geben Sie eine Schätzung für die Standardabweichung pro Woche der absoluten Wertänderung des Portfolios an.

t	Kurs $S_t$		
1	25	----	----
2	26	0,0392207	0,0002741
3	27	0,0377403	0,0002272
4	25	-0,0769610	0,0099255
5	26	?	?
6	28	0,0741080	0,0026463
Summe	---	0,1133287	0,0133472

**Aufgabe T2.4:**

Es stehen die drei in der nachfolgenden Tabelle abgebildeten Anlagen zur Verfügung:

Anlage	Erwartete Rendite	Standardabweichung	Korrelationskoeffizienten		
			A	B	C
A	20%	30%	1	0,4	0,25
B	15%	35%	0,4	1	-0,1
C	30%	50%	0,25	-0,1	1

- Aufgrund der negativen Korrelation zwischen den Anlagen B und C entscheiden Sie sich, ein Portfolio zu bilden, das sich zu 40% aus Anlage B und zu 60% aus Anlage C zusammensetzt. Berechnen Sie die erwartete Rendite und die Standardabweichung dieses Portfolios.
- Handelt es sich bei dem unter a) berechneten Portfolio um eine effiziente Kombination? Untersuchen Sie dazu rechnerisch, ob es möglich ist, aus den Anlagen A und C ein Portfolio zu bilden, welches bei der gleichen erwarteten Rendite eine geringere Standardabweichung als das unter a) berechnete Portfolio aufweist.
- Bei welcher Mischung der Anlagen A und C wird die minimale Varianz erreicht? Wie groß ist die minimale Standardabweichung?

**Test 3 (zu den Kapiteln 10 bis 11)**

Bearbeitungszeit: 90 Minuten.

**Aufgabe T3.1:**

Der Kurs einer Aktie entwickelt sich gemäß  $dS = 0,1 S dt + 0,3 S dW$ , wobei  $W$  ein Standard-Wiener-Prozess ist. Der aktuelle Aktienkurs ist 15 €. Der risikolose Zinssatz beträgt 3%.

- a) Welche Verteilung hat der Aktienkurs in 9 Monaten? Geben Sie auch die Parameter an.  
 b) Zwischen welchen Werten liegt der Aktienkurs in 9 Monaten mit einer Wahrscheinlichkeit von 99%?

x	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995	0,9999
N(x)	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,290	3,719

- c) Die A-Bank möchte einen europäischen Call und einen europäischen Put auf die obige Aktie jeweils mit einer Laufzeit von 9 Monaten und dem gleichen Ausübungskurs  $X$  herausbringen. Welchen Wert  $X$  muss die Bank festlegen, damit bei Fälligkeit in 9 Monaten der Call und der Put mit der gleichen Wahrscheinlichkeit ausgeübt werden?

**Aufgabe T3.2:**

Sei  $F$  der faire Forward-Preis einer dividendenlosen Aktie und  $S$  der Aktienpreis.

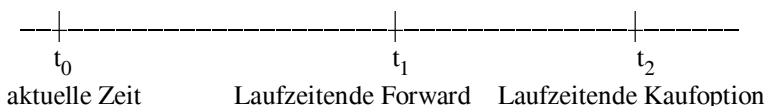
Beweisen Sie unter Verwendung stetiger Verzinsung (Zinssatz  $i$ ):

- a) Der faire Forward-Preis  $F$  zur Zeit  $t$  beträgt  $S \cdot e^{i \cdot (T-t)}$ , wobei  $T$  das Laufzeitende des Forwards ist.  
 b) Wenn der Aktienkurs die Modellannahme nach Black-Scholes  $dS = \mu S dt + \sigma S dW$  erfüllt, gilt für den fairen Forward-Preis die Differenzialgleichung:  
 $dF = (\mu - i) F dt + \sigma F dW$ . (Benutzen Sie zum Beweis das Lemma von Itô.)  
 c) Sie haben vor einiger Zeit einen Forward mit Lieferpreis 18 € gekauft. Berechnen Sie den heutigen Wert des Forwards, wenn der aktuelle stetige Zinssatz 3%, der aktuelle Kurs der Aktie 19 € und die Restlaufzeit noch ein Jahr ist.

**Aufgabe T3.3:**

- a) Geben Sie eine Formel für den fairen Terminpreis (zur Zeit  $t_0$ ) einer europäischen Kaufoption auf eine Aktie an. Der aktuelle Optionspreis ist  $C(t_0)$ .  
 b) Geben Sie eine Formel für den Wert (zur Zeit  $t_0$ ) eines Forwards mit Terminpreis  $TP$  auf eine Kaufoption an.

Verwenden Sie die folgenden Hinweise: Die Kaufoption verursacht während der Laufzeit keine Kosten. Es gelten folgende Zeitangaben:



- c) Zeigen Sie, dass das geometrische Mittel  $X_g$  von  $n$  unabhängig identisch lognormalverteilten Zufallsvariablen  $X_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) wieder lognormalverteilt ist. (D. h., jedes  $X_i$  ist lognormalverteilt mit den Parametern  $\mu$  und  $\sigma^2$ ).  
 Berechnen Sie auch die Parameter  $\mu_g$  und  $\sigma_g^2$  der Verteilung von  $X_g$ .

**Aufgabe T3.4:**

- (i) Sie haben am 15.6. eine Floating-Rate-Note mit halbjährlicher Zinszahlung nach dem 6-Monats-EURIBOR (= Spot-Rate) im Nennwert von 100.000 € mit einer Laufzeit von fünf Jahren gekauft.
- (ii) Ferner haben Sie am 15.7. ein 2x6-FRA im Nennwert von 200.000 € mit fairem FRA-Satz 5% gekauft.
- (iii) Am 15. 8. haben Sie einen Swap im Nennwert von 300.000 € mit einer Laufzeit von drei Jahren zum fairen Swapsatz neu abgeschlossen.

Folgende Daten lagen bzw. liegen vor:

Laufzeit in Monaten	1	2	3	4	5	6	12
Spot-Rates am 15.6.	2,1%	2,6%	3,1%	3,6%	3,8%	4,0%	5,1%
Spot-Rates am 15.8.	2,0%	2,5%	2,7%	3,0%	3,5%	3,8%	5,0%

Achtung: Verwenden Sie bis zu einem Jahr die lineare Verzinsung, über einem Jahr die exponentielle Verzinsung jeweils mit der Zinstage-Methode 30/360. Ferner nehmen Sie an, dass beim Kauf jeden Finanzproduktes ein fairer Preis gezahlt wurde.

- a) Was hat die Floating-Rate-Note am 15.6. gekostet? Berechnen Sie außerdem den Barwert der Floating-Rate-Note am 15.8. (Zinstage-Methode 30/360).
- b) Was hat das FRA am 15.7. gekostet? Berechnen Sie den Barwert des FRA am 15.8. (Zinstage-Methode 30/360).
- c) Was hat der Swap am 15.8. gekostet?

**Aufgabe T3.5:**

In einem Portfolio gibt es zwei Anlagen:

- 1. Einen Zerobond im Nennwert von 1.000 Euro und einer Laufzeit von 2 Jahren. (Rückzahlung der Anleihe zu 100%.)
- 2. 100 Darbau-Aktien im aktuellen Gesamtwert von 1.000 Euro.

Die aktuellen Spot-Rates über alle Laufzeiten sind 4%. Rechnen Sie mit exponentieller Verzinsung. Die jährliche Aktienkursvolatilität beträgt 40%. Die tägliche Zinsvolatilität für alle Spot-Rates bis zu 2 Jahren ist 6%. Die Korrelation zwischen Aktienkurs und Zins beträgt 0,4.

- a) Berechnen Sie den (Bar-)Wert des Portfolios.
- b) Berechnen Sie den Value-at-Risk bei einer Haltedauer von 10 Tagen und einem Konfidenzniveau von 95%. (Das Jahr hat 250 Börsentage.)
  - b1) nur für die Aktien
  - b2) nur für den Zerobond
  - b3) für das Portfolio.