



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Roland Gomeringer, Meßstetten
Volker Menges, Lichtenstein
Stefan Oesterle, Amtzell

Claudius Scholer, Pliezhausen
Andreas Stephan, Marktoberdorf
Falko Wieneke, Essen

Formelsammlung Metall **PLUS+**

1. Auflage

Lektorat:

Roland Gomeringer, Meßstetten

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Druck 5 4 3

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern unverändert sind.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2016 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Ertstadt

Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Umschlagfotos: Gühring KG, Albstadt, und Titelbild Tabellenbuch Metall

Druck: Lensing Druck GmbH & Co. KG, 44149 Dortmund

Europa-Nr.: 11947

ISBN 978-3-8085-1194-7

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Vorwort

Eigenverantwortliche Durchführung von Aufträgen und Projekten ist heute in Betrieben gängige Praxis. Dies gilt für die berufliche Grundbildung im Rahmen des Lernfeldunterrichts ebenso, wie für die berufliche Weiterbildung in Fachschulen oder Hochschulen. In den technischen Anwendungen wird dazu eine Vielzahl von Daten benötigt, die dann mit den Normen der Technik in anerkannten Regeln und Formeln genutzt werden.

Das vorliegende Buch **Formelsammlung Metall PLUS⁺** enthält insbesondere Formeln für die Metalltechnik, ist aber auch übergreifend einsetzbar.

- So sind in den ersten beiden Kapiteln die **Grundlagen der Mathematik und Physik** dargestellt.
- Die Formeln der **Mechanik und Festigkeitslehre** werden ergänzt durch zeichnerische Lösungsverfahren.
- Die **Arbeitsplanung** enthält zusätzlich das **Qualitätsmanagement** und die **Kalkulation**.
- Die **Fertigungstechnik** ist mit allen gängigen Verfahren vertreten.
- Bei der **CNC-Technik** wird die unabhängige PAL-Befehlskodierung verwendet.
- Die Formelsammlung wird mit einem umfangreichen **Sachwortregister** abgeschlossen.

Diese Formelsammlung ist als Nachschlagewerk für Prüfungen und als Hilfe bei der Arbeit mit Fachbüchern und Tabellenbüchern gedacht. Sie beschränkt sich nicht nur auf die einfachen Grundlagen, sondern hilft auch bei schwierigeren Themen.

Viele Inhalte sind für die metalltechnische Berufsausbildung wichtig, weitergehende Inhalte, wie z.B. die Mechanik und Festigkeitslehre, werden entweder in der technischen Weiterbildung (Meister und Techniker) oder im Technischen Gymnasium und der Fachoberschule zusätzlich genutzt. Auch für Praktiker aus Handwerk und Industrie sowie für Studenten des Maschinenbaues ist diese Formelsammlung wertvoll.

Autoren und Verlag sind allen Nutzern dieser Formelsammlung für Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

Technische Mathematik

Grundlagen

Mathematische Zeichen	4
Besondere Zahlen und Funktionswerte	5
Griechisches Alphabet	6
Grundrechenarten und Rechenregeln	7
Lineare Funktion – Gerade	11
Quadratische Funktion – Parabel	12
Binome, Quadratische Gleichung	13
Gleichungssysteme, Lösungsverfahren	14

Anwendungen

Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Formeln	21
Rechnen mit Verhältnissen	23
Prozent-, Zinsrechnung	24
Satz des Pythagoras	26
Winkelfunktionen	27

Längen, Flächen, Volumen

Teilung von Längen	28
Gestreckte Längen	29
Flächen	30
Volumen, Oberfläche	36
Volumen zusammengesetzter Körper	41

Technische Physik

Bewegung

Geradlinige Bewegung	42
Kreisförmige Bewegung	44
Geschwindigkeiten an Maschinen	46

Wärmelehre und Fluidmechanik

Längen-, Volumenänderung	48
Zustandsänderung von Gasen	49
Wärmemenge bei Temperaturänderung	50
Druck, Überdruck, Luftdruck, absoluter Druck	52
Auftriebskraft, Druckübersetzung	53
Kolbenkräfte, Kolbengeschwindigkeit	54
Luftverbrauch, Hydraulische Presse	55
Massenerhaltungssatz	56
Energiehaltungssatz, Satz von Bernoulli	57

Elektrotechnik

Ohmsches Gesetz und Leiterwiderstand	58
Reihen- und Parallelschaltung	59
Gemischte Schaltungen	60
Elektrische Leistung	61
Elektrische Arbeit, Transformator	62
Kondensator	63
Gleichstrom- und Wechselstrommotor	64
Synchron- und Asynchronmotor	65

Mechanik und Festigkeitslehre

Mechanik

Darstellung von Kräften	66
3-Kräfte- und Schlusslinienverfahren	68
Gleichgewicht in der Ebene	69
Drehmoment	71
Kräfte und Momente bei Beschleunigung	73
Trägheitsmomente	74
Federkraft, Fliehkraft, Zentripetalkraft	75
Reibung	76

Reibung an der Schiefen Ebene	77
Mechanische Arbeit, Feste Rolle	78
Flaschenzug, Keil	79
Schraube, Räderwinde	80
Zahnradmaße	81
Übersetzungen	82
Potenzielle und kinetische Energie	84
Leistung, Wirkungsgrad	85

Festigkeitslehre

Begriffe, Sicherheiten	87
Zug- und Druckbeanspruchung	89
Flächenpressung, Abscherung	90
Torsionsbeanspruchung	91
Biegebeanspruchung	92
Biegemomente und Durchbiegung	93
Knickung	94
Widerstandsmomente	95

Arbeitsplanung und Kalkulation

Toleranzen und Passungen	98
Qualitätsmanagement	100
Durchlaufzeit	103
Auftragszeit	104
Belegungszeit	105
Kalkulation	106
Maschinenstundensatzberechnung	111
Teilkostenrechnung, Gewinnschwelle	112
Deckungsbeitrag	113
Kostenvergleichsrechnung	113

Fertigungstechnik

Drehzahldiagramm	114
Drehen, Hauptnutzungszeiten	115
Kegeldrehen, Rautiefe	119
Drehen, Kräfte und Leistungen	120
Fräsen, Hauptnutzungszeiten	121
Teilen mit Teilkopf	124
Fräsen, Kräfte und Leistungen	125
Bohren und Reiben, Hauptnutzungszeiten	126
Bohren, Kräfte und Leistungen	128
Schleifen, Hauptnutzungszeiten	129
Abtragen	131
Scherschneiden	132
Biegen	134
Tiefziehen	135
Schweißen	138

CNC-Technik

PAL-Drehen: Befehlscodierung	140
PAL-Drehen: G1	141
PAL-Drehen: G2	142
PAL-Drehen: G3	143
PAL-Drehen: Zyklen	144
PAL-Fräsen: Befehlscodierung	147
PAL-Fräsen: G1	148
PAL-Fräsen: G2	149
PAL-Fräsen: G3	150
PAL-Fräsen: Zyklen	151

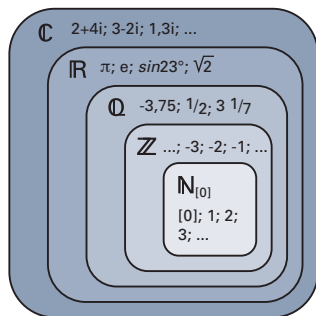
Sachwortverzeichnis	156
----------------------------	-----

Grundlagen

Mathematische Zeichen

Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
\approx \doteq \dots ∞	ungefähr gleich, rund, etwa entspricht und so weiter unendlich	\sim a^x $\sqrt{\quad}$ $\sqrt[n]{\quad}$	proportional a hoch x, x-te Potenz von a Quadratwurzel aus n-te Wurzel aus
$=$ \neq $\stackrel{\text{def}}{=}$ $<$	gleich ungleich ist definitionsgemäß gleich kleiner als	$ x $ \perp \parallel $\uparrow\uparrow$	Betrag von x senkrecht zu ist parallel zu gleichsinnig parallel
\leq $>$ \geq $+$	kleiner oder gleich größer als größer oder gleich plus	$\uparrow\downarrow$ \sphericalangle \triangle \cong	gegensinnig parallel Winkel Dreieck kongruent zu
$-$ \cdot $\div, /, :$ Σ	minus mal, multipliziert mit durch, geteilt durch, zu, pro Summe	Δx $\%$ ‰	Delta x (Differenz zweier Werte) Prozent, vom Hundert Promille, vom Tausend
log lg ln e	Logarithmus (allgemein) dekadischer Logarithmus natürlicher Logarithmus Eulersche Zahl ($e = 2,718281\dots$)	$(, [, \{$ π	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
sin cos tan cot	Sinus Kosinus Tangens Kotangens	\overline{AB} \widehat{AB} a', a'' a_1, a_2	Strecke AB Bogen AB a Strich, a zwei Strich a eins, a zwei

Zahlenmengen



Bezeichnungen

- \mathbb{N} Natürliche Zahlen, positive ganze Zahlen [mit Null]
- \mathbb{Z} Ganze Zahlen, \mathbb{N} plus negative ganze Zahlen
- \mathbb{Q} Rationale Zahlen (Quotienten), \mathbb{Z} plus Bruch- und Dezimalzahlen
- \mathbb{R} Reelle Zahlen, \mathbb{Q} plus nicht durch Brüche darstellbare Zahlen
- \mathbb{C} Komplexe Zahlen (Complex) aus Realteil u. Imaginärteil; mit $i^2 = -1$
- \mathbb{C} ist Teilmenge von

Zusammenhang der Zahlenmengen

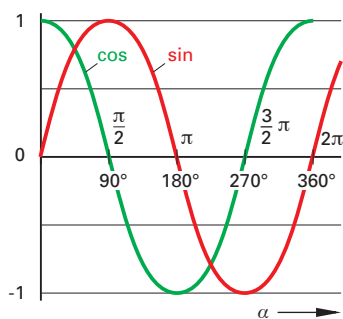
 $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Grundlagen

Besondere Zahlen (Auswahl)

Kreiszahl	$\pi = 3,141592 \dots$	Goldener Schnitt	$\Phi = 1,618033 \dots$
Eulersche Zahl	$e = 2,71828 \dots$	Wurzel aus 2	$\sqrt{2} = 1,4142135 \dots$
Absoluter Nullpunkt	$T = -273,15^\circ\text{C}$	Wurzel aus 3	$\sqrt{3} = 1,7320508 \dots$
Erdbeschleunigung	$g = 9,80665 \text{ m/s}^2$	Primzahlen	2; 3; 5; 7; 11; 13 ...
Lichtgeschwindigkeit	$c = 299792458 \text{ m/s}$	Avogadrozahl N_A	$6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$
Fluchtgeschwindigkeit	$v = 11,2 \text{ km/s}$	molare Gaskonstante	$R = 8,31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$

Sinus-, Kosinus- und Tangensfunktion (Auswahl)



Bezeichnungen

- sin α Sinusfunktion
- cos α Kosinusfunktion
- α Winkel ($^\circ$)
- α_r Winkel (rad)
- rad Radiant, Winkel im Bogenmaß

Umrechnung: Grad und Radiant

$$\alpha = \frac{\alpha_r \cdot 180^\circ}{\pi}$$

$$\alpha_r = \frac{\alpha \cdot \pi}{180^\circ}$$

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
α_r	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm \infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

sin, cos, tan für $180^\circ < \alpha \leq 360^\circ$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha - 180^\circ) &= -\sin \alpha \\ \cos(\alpha - 180^\circ) &= -\cos \alpha \\ \tan(\alpha - 180^\circ) &= \tan \alpha \end{aligned}$$

sin, cos, tan für $\pi < \alpha_r \leq 2\pi$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_r - \pi) &= -\sin \alpha_r \\ \cos(\alpha_r - \pi) &= -\cos \alpha_r \\ \tan(\alpha_r - \pi) &= \alpha_r \end{aligned}$$

Grundlagen

Griechisches Alphabet mit Anwendungsbeispielen

Griechischer Buchstabe		Gesprochen	z. B. verwendet für ...
A	α	Alpha	Freiwinkel, Winkel, Längenausdehnungskoeffizient
B	β	Beta	Keilwinkel, Winkel
Γ	γ	Gamma	Spanwinkel, Winkel, spezifischer Widerstand
Δ	δ	Delta	Differenz, Winkel
E	ε	Epsilon	Dehnung, Eckenwinkel (Wendeschneidplatte)
Z	ζ	Zeta	Verlustbeiwert von Armaturen
H	η	Eta	Wirkungsgrad
Θ	θ	Theta	Thermodynamische Temperatur ($^{\circ}\text{K}$), Temperatur ($^{\circ}\text{C}$)
I	ι	Iota	höhere Mathematik
K	κ	Kappa	Einstellwinkel (Drehen), elektrische Leitfähigkeit
Λ	λ	Lambda	Wellenlänge, Wärmeleitfähigkeit, Neigungswinkel (Wendeschneidplatte)
M	μ	My	Reibungskoeffizient, Prozessmittelwert
N	ν	Ny	Sicherheitszahl
Ξ	ξ	Xi	höhere Mathematik
O	\omicron	Omikron	höhere Mathematik
Π	π	Pi	Produkt-Symbol, Kreiszahl 3,1415 ...
P	ϱ, ρ	Rho	Dichte, Winkel, Leiterwiderstand
Σ	σ	Sigma	Summe-Symbol, Normalspannung, Prozessstandardabweichung
T	τ	Tau	Schubspannung, Torsionsspannung
Υ	υ	Ypsilon	Achsenbezeichnung
Φ	φ	Phi	Wärmestrom (Q), Goldener Schnitt, Winkel, Phasenverschiebung, Stoßfaktor
X	χ	Chi	Statistisches Merkmal
Ψ	ψ	Psi	Wärmedurchgangskoeffizient
Ω	ω	Omega	Zeichen für Ohm, Winkelgeschwindigkeit

Grundlagen

Grundrechenarten

Addition	<i>a</i> Summand <i>b</i> Summand <i>c</i> Summe	$a + b = c$
Subtraktion	<i>a</i> Minuend <i>b</i> Subtrahend <i>c</i> Differenz	$a - b = c$
Multiplikation	<i>a</i> Multiplikator <i>b</i> Multiplikator <i>c</i> Produkt	$a \cdot b = c$
Division	<i>a</i> Dividend, <i>Zähler</i> <i>b</i> Divisor, <i>Nenner, $b \neq 0$</i> <i>c</i> Quotient, <i>Wert des Bruches</i>	$a \div b = c$ <i>Bruchschreibweise:</i> $\frac{a}{b} = c$

Vorzeichenregeln

Vorzeichenregeln	Addition $+(+a) = +a$ $+(-a) = -a$	Subtraktion $-(+a) = -a$ $-(-a) = +a$
	Multiplikation $+\cdot+ = +$ $+\cdot- = -$ $- \cdot + = -$ $- \cdot - = +$	Division $+:+ = +$ $+: - = -$ $-: + = -$ $-: - = +$

Rechengesetze

„Punkt vor Strich“	$a + b \cdot c = a + (b \cdot c)$
Kommutativgesetz der Addition: $a + b = b + a$... der Multiplikation: $a \cdot b = b \cdot a$
Assoziativgesetz der Addition: $(a + b) + c = a + (b + c)$... der Multiplikation: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Distributivgesetz ...	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Klammern

Klammern auflösen	$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$ $a + (b + c) = a + b + c$ $a - (b + c) = a - b - c$
Ausklammern	$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

Grundlagen

Grundoperationen mit Brüchen

Multiplikation mit ganzer Zahl	a Zähler b Nenner k ganze Zahl	$\frac{a}{b} \cdot k = \frac{a \cdot k}{b}$
Multiplikation von Brüchen	a, c Zähler b, d Nenner	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
Erweitern	a Zähler b Nenner k Zahl, mit der erweitert wird	$\frac{a}{b} \cdot \frac{k}{k} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$ Der Wert des Bruches bleibt gleich.
Division durch ganze Zahl	a Zähler b Nenner k ganze Zahl	$\frac{a}{b} \div k = \frac{a}{b \cdot k}$
Division	a, c Zähler b, d Nenner	$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> Multiplikation mit Kehrwert: $\frac{c}{d} \xrightarrow{\text{Kehrwert}} \frac{d}{c}$ </div>
Kürzen	a Zähler b Nenner k Zahl, durch die gekürzt wird	$\frac{a \div k}{b \div k}$ Der Wert des Bruches bleibt gleich.
Addition und Subtraktion	a, c Zähler b, d Nenner	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} + \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$ $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} - \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{b} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{b \cdot d}$

Grundlagen

Potenzterm

$$a^n = x$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$$

n Faktoren

Bezeichnungen

a	Basis (Grundzahl)
n oder m	Exponent (Hochzahl)
a^n	Potenz
x	Potenzwert

Rechenoperationen mit Potenzen

Addition und Subtraktion

... bei gleicher Potenz in allen Termen

$$g \cdot a^n - j \cdot a^n + h \cdot a^n = a^n (g - j + h)$$

Multiplikation

bei gleicher Basis

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

bei gleichem Exponenten

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Division

bei gleicher Basis

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

bei gleichem Exponenten

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Potenzieren

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Sonderformen von a^n

$n = 1$

$$a^1 = a$$

$n = 0$

$$a^0 = 1$$

$n = -1$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$n < 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Umwandeln von Potenzen in Wurzeln

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$$

Grundlagen

Wurzelterm

$$\sqrt[n]{a} = x$$

$$a = \underbrace{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \dots \cdot \sqrt[n]{a}}_{n \text{ Wurzeln}}$$

Bezeichnungen

n, m	Wurzelexponent
a	Radikant
x	Wurzelwert

Rechenoperationen mit Wurzeln

Addition und Subtraktion

... bei gleichem Wurzelexponenten in allen Termen

$$g \cdot \sqrt[n]{a} - j \cdot \sqrt[n]{a} + h \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a} (g - j + h)$$

Multiplikation

bei gleichem Radikant

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[m \cdot n]{a^{m+n}}$$

bei gleichem Wurzelexponent

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Division

bei gleichem Radikant

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a^{m-n}}$$

bei gleichem Wurzelexponent

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Potenzieren

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Radizieren (Wurzelziehen)

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$$

Hinweise zur Quadratwurzel

Der Wurzelexponent entfällt:

$$x = \pm \sqrt[2]{a} \rightarrow x = \pm \sqrt{a}$$

Es gibt zwei Werte für x :

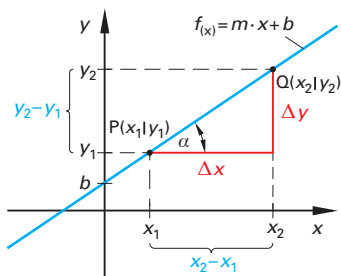
$$x_1 = +\sqrt{a}; x_2 = -\sqrt{a}$$

Umwandeln von Wurzeln in Potenzen

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

Grundlagen

Lineare Funktion – Gerade



Bezeichnungen

- $y, f_{(x)}$ Funktion von x
- P, Q Punkte auf der Geraden
- x_1, x_2 x -Koordinaten der Punkte
- y_1, y_2 y -Koordinaten der Punkte
- Δx Differenz von P nach Q in x -Richtung
- Δy Differenz von P nach Q in y -Richtung
- m Steigung, Differenzenquotient
- b Schnittpunkt mit y -Achse
- α Steigungswinkel

Geradengleichung

$$y = f_{(x)} = m \cdot x + b$$

Bestimmung von m und b

gegeben:
 • 2 Punkte
 $P(x_1; y_1)$
 $Q(x_2; y_2)$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$b = y_1 - m \cdot x_1$$

$$b = y_2 - m \cdot x_2$$

gegeben:
 • 1 Punkt
 $P(x_p; y_p)$
 • m oder α

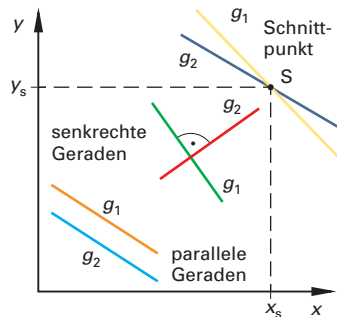
m ist gegeben

oder

$$m = \tan \alpha$$

$$b = y_p - m \cdot x_p$$

Zwei Geraden: $g_1 = m_1 \cdot x + b_1$ und $g_2 = m_2 \cdot x + b_2$



Parallele Geraden

$$m_1 = m_2 \quad b_1 \neq b_2$$

Senkrechte Geraden

$$m_1 = -\frac{1}{m_2} \quad b_1, b_2 \text{ beliebig}$$

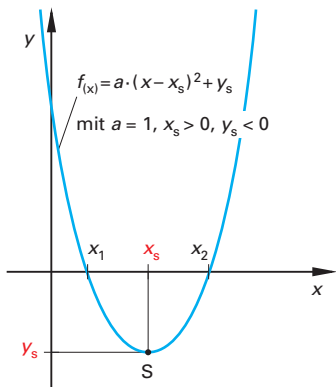
Schnittpunkt $S(x_s; y_s)$

$$x_s = \frac{b_1 - b_2}{m_2 - m_1} \quad m_1 \neq m_2$$

$$y_s = m_1 \cdot x_s + b_1$$

Grundlagen

Quadratische Funktion – Parabel



Bezeichnungen

$y, f(x)$	Funktion von x
S	Scheitelpunkt
x_s, y_s	Koordinaten des Scheitelpunktes
a	Faktor
	$a > 0$: Parabel oben offen
	Streckung: $a > 1$
	Normalparabel: $a = 1$
	Stauchung: $a < 1$
	$a < 0$: Parabel unten offen
	Streckung: $a < -1$
	neg. Normalparabel: $a = -1$
	Stauchung: $-1 < a < 0$
x_1, x_2	Nullstellen ($y = 0$)
A, B, C	Koeffizienten des Polynoms

Parabelgleichung – Scheitelform

$$y = f(x) = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$$

Nullstellen

$$x_{1/2} = x_s \pm \frac{\sqrt{-4 \cdot a \cdot y_s}}{2 \cdot a}$$

keine reellen Nullstellen wenn
 $-4 \cdot a \cdot y_s < 0$

Scheitelform aus Polynom

$$a = A$$

$$x_s = \frac{B}{2 \cdot A}$$

$$y_s = C - \frac{B^2}{4 \cdot A}$$

Parabelgleichung – Polynom

$$y = f(x) = A \cdot x^2 + B \cdot x + C$$

Nullstellen

$$x_{1/2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot AC}}{2 \cdot A}$$

keine reellen Nullstellen wenn
 $B^2 - 4 \cdot AC < 0$

Polynom aus Scheitelform

$$A = a$$

$$B = -2 \cdot a \cdot x_s$$

$$C = a \cdot x_s^2 + y_s$$

Grundlagen

Binomische Formeln

1. binomische Formel	a	1. Glied	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
	b	2. Glied	
2. binomische Formel			
3. binomische Formel			$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Quadratische Gleichung (Normalform) lösen

pq-Formel	x	Variable	Normalform $x^2 + p \cdot x + q = 0$
	p	Faktor beim x	
	q	konstantes Glied	Diskriminante $D = p^2 - 4 \cdot q$
	$x_{1/2}$	Lösungen der Normalform (Nullstellen)	
	D	Diskriminante (Wert unter Wurzel)	
	Fälle:		Lösungen $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
	$D > 0$	es gibt 2 reelle Lösungen	
	$D = 0$	es gibt eine doppelte reelle Lösung	
	$D < 0$	keine reelle Lösung	

Quadratische Gleichung (allgemeine Form) lösen

abc-Formel („Mitternachtsformel“)	x	Variable	Allgemeine Form $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$
	a	Faktor beim x^2	
	b	Faktor beim x	Diskriminante $D = b^2 - 4 \cdot ac$
	c	konstantes Glied	
	$x_{1/2}$	Lösungen der Normalform	
	D	Diskriminante (Wert unter Wurzel)	
	Fälle:		Lösungen $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot ac}}{2 \cdot a}$
	$D > 0$	es gibt 2 reelle Lösungen	
	$D = 0$	es gibt eine doppelte reelle Lösung	
	$D < 0$	keine reelle Lösung	

Grundlagen

Gleichungssystem mit 2 Unbekannten

2x2-Gleichungssystem:

$$a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = L_1 \quad (1)$$

$$a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = L_2 \quad (2)$$

Bezeichnungen

x, y	Unbekannte
a_1, a_2	Koeffizienten von x
b_1, b_2	Koeffizienten von y
L_1, L_2	Lösungen der Gleichungen

Einsetzungsverfahren

- (1) z. B. nach y auflösen: $a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = L_1$

$$b_1 \cdot y = L_1 - a_1 \cdot x$$

$$y = \frac{L_1 - a_1}{b_1} \cdot x \quad (3)$$

- (3) in (2) einsetzen: $a_2 \cdot x + b_2 \cdot \left(\frac{L_1 - a_1}{b_1} \cdot x \right) = L_2 \quad (4)$

- (4) ausmultiplizieren, nach x auflösen und x berechnen.
- Das berechnete x in die Gleichung (1) oder (2) einsetzen und y berechnen.

Gleichsetzungsverfahren

- (1) und (2) nach y auflösen:

$$a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = L_1$$

$$a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = L_2$$

$$b_1 \cdot y = L_1 - a_1 \cdot x$$

$$b_2 \cdot y = L_2 - a_2 \cdot x$$

$$y = \frac{L_1 - a_1}{b_1} \cdot x \quad (3)$$

$$y = \frac{L_2 - a_2}{b_2} \cdot x \quad (4)$$

- Die beiden y aus (3) und (4) gleichsetzen, nach x auflösen und x berechnen.
- Das berechnete x in die Gleichung (1) oder (2) einsetzen und y berechnen.

Additionsverfahren

- (1) mit b_2 und (2) mit $-b_1$ multiplizieren, die beiden Gleichungen untereinander schreiben und addieren:

$$a_1 \cdot b_2 \cdot x + b_1 \cdot b_2 \cdot y = L_1 \cdot b_2$$

$$+ -a_2 \cdot b_1 \cdot x - b_1 \cdot b_2 \cdot y = -L_2 \cdot b_1$$

$$(a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1) \cdot x = L_1 \cdot b_2 - L_2 \cdot b_1$$

- Das Ergebnis nach x auflösen und x berechnen.
- Das berechnete x in die Gleichung für y einsetzen und y berechnen.

Grundlagen

Gleichungssystem mit 2 Unbekannten

2x2-Gleichungssystem:

$$a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = L_1 \quad (1)$$

$$a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = L_2 \quad (2)$$

Bezeichnungen

x, y	Unbekannte
a_1, a_2	Koeffizienten von x
b_1, b_2	Koeffizienten von y
L_1, L_2	Lösungen der Gleichungen
D, D_x, D_y	Determinanten

Determinantenverfahren

Determinante berechnen

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot a_2$$

y-Determinante berechnen

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & L_1 \\ a_2 & L_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot L_2 - L_1 \cdot a_2$$

x-Determinante berechnen

$$D_x = \begin{vmatrix} L_1 & b_1 \\ L_2 & b_2 \end{vmatrix} = L_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot L_2$$

x und y berechnen

$$x = \frac{D_x}{D} \quad y = \frac{D_y}{D} \quad \text{für } D \neq 0$$

Gleichungssystem mit 3 Unbekannten

3x3-Gleichungssystem:

$$a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1 \cdot z = L_1$$

$$a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2 \cdot z = L_2$$

$$a_3 \cdot x + b_3 \cdot y + c_3 \cdot z = L_3$$

Bezeichnungen

x, y, z	Unbekannte
a_1, a_2, a_3	Koeffizienten von x
b_1, b_2, b_3	Koeffizienten von y
c_1, c_2, c_3	Koeffizienten von z
L_1, L_2, L_3	Lösungen der Gleichungen

Determinante berechnen

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$D = a_1 \cdot b_2 \cdot c_3 + b_1 \cdot c_2 \cdot a_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot b_3 - (c_1 \cdot b_2 \cdot a_3 + a_1 \cdot c_2 \cdot b_3 + b_1 \cdot a_2 \cdot c_3)$$

x-Determinante berechnen

$$D_x = \begin{vmatrix} L_1 & b_1 & c_1 \\ L_2 & b_2 & c_2 \\ L_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$D_x = L_1 \cdot b_2 \cdot c_3 + b_1 \cdot c_2 \cdot L_3 + c_1 \cdot L_2 \cdot b_3 - (c_1 \cdot b_2 \cdot L_3 + b_1 \cdot L_2 \cdot c_3 + L_1 \cdot c_2 \cdot b_3)$$

y-Determinante berechnen

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & L_1 & c_1 \\ a_2 & L_2 & c_2 \\ a_3 & L_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$D_y = a_1 \cdot L_2 \cdot c_3 + L_1 \cdot c_2 \cdot a_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot L_3 - (c_1 \cdot L_2 \cdot a_3 + L_1 \cdot a_2 \cdot c_3 + a_1 \cdot c_2 \cdot L_3)$$

z-Determinante berechnen

$$D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & L_1 \\ a_2 & b_2 & L_2 \\ a_3 & b_3 & L_3 \end{vmatrix}$$

$$D_z = a_1 \cdot b_2 \cdot L_3 + b_1 \cdot L_2 \cdot a_3 + L_1 \cdot a_2 \cdot b_3 - (L_1 \cdot b_2 \cdot a_3 + b_1 \cdot a_2 \cdot L_3 + a_1 \cdot L_2 \cdot b_3)$$

x, y und z berechnen:

$$x = \frac{D_x}{D} \quad y = \frac{D_y}{D} \quad z = \frac{D_z}{D} \quad \text{für } D \neq 0$$

Rechenweg: Haupt- minus Nebendiagonalen

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_2 \cdot c_3 + b_1 \cdot c_2 \cdot a_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot b_3 - (c_1 \cdot b_2 \cdot a_3 + a_1 \cdot c_2 \cdot b_3 + b_1 \cdot a_2 \cdot c_3)$$

Rechenweg: Haupt- minus Nebendiagonalen

$$\begin{vmatrix} L_1 & b_1 & c_1 \\ L_2 & b_2 & c_2 \\ L_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = L_1 \cdot b_2 \cdot c_3 + b_1 \cdot c_2 \cdot L_3 + c_1 \cdot L_2 \cdot b_3 - (c_1 \cdot b_2 \cdot L_3 + b_1 \cdot L_2 \cdot c_3 + L_1 \cdot c_2 \cdot b_3)$$

Rechenweg: Haupt- minus Nebendiagonalen

$$\begin{vmatrix} a_1 & L_1 & c_1 \\ a_2 & L_2 & c_2 \\ a_3 & L_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \cdot L_2 \cdot c_3 + L_1 \cdot c_2 \cdot a_3 + c_1 \cdot a_2 \cdot L_3 - (c_1 \cdot L_2 \cdot a_3 + L_1 \cdot a_2 \cdot c_3 + a_1 \cdot c_2 \cdot L_3)$$

Rechenweg: Haupt- minus Nebendiagonalen

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & L_1 \\ a_2 & b_2 & L_2 \\ a_3 & b_3 & L_3 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_2 \cdot L_3 + b_1 \cdot L_2 \cdot a_3 + L_1 \cdot a_2 \cdot b_3 - (L_1 \cdot b_2 \cdot a_3 + b_1 \cdot a_2 \cdot L_3 + a_1 \cdot L_2 \cdot b_3)$$

Anwendungen

Größen und Einheiten

SI-Basisgrößen und Basiseinheiten

Basisgröße	Basiseinheit	Einheitenzeichen
Länge	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg
Zeit	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	Kelvin	K
Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candela	cd

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

Vorsatz		Zehnerpotenz	Vorsatz		Zehnerpotenz
Zeichen	Name		Zeichen	Name	
T	Terra	10^{12}	d	Dezi	$10^{-1} = 0,1$
G	Giga	10^9	c	Zenti	$10^{-2} = 0,01$
M	Mega	$10^6 = 1000\,000$	m	Milli	$10^{-3} = 0,001$
k	Kilo	$10^3 = 1000$	μ	Mikro	$10^{-6} = 0,000001$
h	Hekto	$10^2 = 100$	n	Nano	10^{-9}
da	Deka	$10^1 = 10$	p	Piko	10^{-12}

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} = \frac{1 \text{ cm}^2}{100 \text{ mm}^2} = \frac{1 \text{ dm}^2}{100 \text{ cm}^2}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} = \frac{1 \text{ cm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \text{ cm}^3}$
Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$
Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60 \text{ s}}$
Zoll	$1 \text{ inch} = 25,4 \text{ mm}; 1 \text{ mm} = \frac{1}{25,4} \text{ inch}$

Anwendungen

Größen und Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheitenname	Einheitenzeichen			
Länge						
Länge	l	Meter	m			
Beziehung	m	μm	mm	cm	dm	km
1 m =	1	10^6 1000000	10^3 1000	10^2 100	10^1 10	10^{-3} 0,001
1 μm =	10^{-6} 0,000001	1	10^{-3} 0,001	10^{-4} 0,0001	10^{-5} 0,00001	10^{-9}
1 mm =	10^{-3} 0,001	10^3 1000	1	10^{-1} 0,1	10^{-2} 0,01	10^{-6} 0,000001
1 cm =	10^{-2} 0,01	10^4 10000	10^1 10	1	10^{-1} 0,1	10^{-5} 0,00001
1 dm =	10^{-1} 0,1	10^5 100000	10^2 100	10^1 10	1	10^{-4} 0,0001
1 km =	10^3 1000	10^9	10^6 1000000	10^5 100000	10^4 10000	1

1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm

Fläche

Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m^2 a ha	
Beziehung	m^2	mm^2	cm^2	dm^2
1 m^2 =	1	10^6 1000000	10^4 10000	10^2 100
1 mm^2 =	10^{-6} 0,000001	1	10^{-2} 0,01	10^{-4} 0,0001
1 cm^2 =	10^{-4} 0,0001	10^2 100	1	10^{-2} 0,01
1 dm^2 =	10^{-2} 0,01	10^4 10000	10^2 100	1

1 a = 100 m^2 ; 1 ha = 100 a = 10000 m^2 ; 100 ha = 1 km^2

Volumen

Volumen	V	Kubikmeter Liter	m^3 l, L	
Beziehung	m^3	mm^3	$\text{cm}^3 = \text{ml}$	$\text{dm}^3 = \text{l}$
1 m^3 =	1	10^9	10^6 1000000	10^3 1000
1 mm^3 =	10^{-9}	1	10^{-3} 0,001	10^{-6} 0,000001
1 $\text{cm}^3 = 1 \text{ ml} =$	10^{-6} 0,000001	10^3 1000	1	10^{-3} 0,001
1 $\text{dm}^3 = 1 \text{ l} =$	10^{-3} 0,001	10^6 1000000	10^3 1000	1

Anwendungen

Größen und Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung
		Name	Zeichen	
Mechanik				
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne Karat	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt
längen- bezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm
flächen- bezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²
Dichte	ϱ, ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³
Kraft Gewichtskraft	F F_G, G	Newton	N	1 N = 1 $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ = 1 $\frac{\text{J}}{\text{m}}$ 1 MN = 10 ³ kN = 1 000 000 N
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M M_b M_T, T	Newton mal Meter	N · m	1 N · m = 1 $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm ²	1 Pa = 1 N/m ² = 0,01 mbar 1 bar = 100 000 N/m ² = 10 N/cm ² = 10 ⁵ Pa 1 mbar = 1 hPa 1 N/mm ² = 10 bar = 1 MN/m ² = 1 MPa 1 daN/cm ² = 0,1 N/mm ²
Flächen- moment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m ⁴ cm ⁴	1 m ⁴ = 100 000 000 cm ⁴
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W Q	Joule	J	1 J = 1 N · m = 1 W · s = 1 kg · m ² /s ²
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	1 W = 1 J/s = 1 N · m/s = 1 V · A = 1 m ² · kg/s ³ 1 PS = 0,7355 kW

Anwendungen

Größen und Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung
		Name	Zeichen	
Zeit				
Zeit , Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3600 s 1 d = 24 h = 86 400 s
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	1 Hz = 1/s
Drehzahl, Umdrehungs- frequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	1/s = 60/min = 60 min ⁻¹ 1/min = 1 min ⁻¹ = $\frac{1}{60}$ s
Geschwindig- keit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	1 m/s = 60 m/min = 3,6 km/h 1 m/min = $\frac{1}{60}$ m/s 1 km/h = $\frac{1}{3,6}$ m/s
Winkel- geschwindig- keit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$
Beschleuni- gung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s ²	1 m/s ² = $\frac{1}{1}$ m/s
Thermodynamik und Wärmeübertragung				
Thermo- dynamische Temperatur Celsius- Temperatur	T, θ t, ϑ	Kelvin Grad Celsius	K °C	0 K = -273,15 °C 0 °C = 273,15 K 0 °C = 32 °F 0 °F = -17,77 °C
Wärme- menge	Q	Joule	J	1 J = 1 W · s = 1 N · m 1 kW · h = 3 600 000 J = 3,6 MJ 1 kcal = 4,1868 kJ 1 kcal = 4186,8 Ws 1 kcal = 1,166 Wh
Spezifischer Heizwert	H_u H_i	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	1 MJ/kg = 1 000 000 J/kg 1 MJ/m ³ = 1 000 000 J/m ³

Anwendungen

Größen und Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung
		Name	Zeichen	
Elektrizität und Magnetismus				
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A	
Elektr. Spannung	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$
Elektr. Widerstand	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$
Elektr. Leitwert	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$
Spezifischer Widerstand	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
Leitfähigkeit	γ, κ	Siemens pro Meter	S/m	
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$
Elektr. Feldstärke	E	Volt pro Meter	V/m	
Elektr. Ladung	Q	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$
Elektr. Kapazität	C	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$
Induktivität	L	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$
Leistung Wirkleistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A}$
Winkel				
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radiant	rad	$1 \text{ rad} = 1 \text{ m}/\text{m} = 57,2957 \dots^\circ$ $= 180^\circ/\pi$
		Grad	°	$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} = 60'$
		Minute	'	$1' = 1^\circ/60 = 60''$
		Sekunde	''	$1'' = 1'/60 = 1^\circ/3600$