



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
Kraftfahrzeugtechnik

# Formeln

# Kraftfahrzeugtechnik

Bearbeitet von Gewerbelehrern und Ingenieuren

8. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Grutten

**Europa-Nr.: 20612**

**Autoren:**

Fischer, Richard	Studiendirektor	Polling – München
Gscheidle, Rolf	Studiendirektor	Winnenden
Gscheidle, Tobias	Studiendirektor	Sindelfingen – Stuttgart
Heider, Uwe	Kfz-Elektriker-Meister, Trainer Audi AG	Neckarsulm – Ellhofen
Hohmann, Berthold	Studiendirektor	Eversberg
van Huet, Achim	Oberstudienrat	Oberhausen – Essen
Keil, Wolfgang	Oberstudiendirektor	München
Lohuis, Rainer	Oberstudienrat	Hückelhoven
Mann, Jochen	Studiendirektor	Schorndorf
Schlögl, Bernd	Studiendirektor	Rastatt – Gaggenau
Wimmer, Alois	Oberstudienrat	Berghülen

**Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:**

Rolf Gscheidle, Studiendirektor, Winnenden-Stuttgart

**Bildbearbeitung:**

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Den „Formeln Kraftfahrzeugtechnik“ wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

8. Auflage 2017, korrigierter Nachdruck 2018

Druck 6 5 4 3 (keine Änderungen seit der 2. Druckquote)

Alle Drucke dieser Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-2098-7

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz und Layout: rkt, 51379 Leverkusen, [www.rktypo.com](http://www.rktypo.com)

Umschlag: braunwerbeagentur, 43477 Radevormwald

Umschlagfotos: Daimler AG, Stuttgart und © Anna Om – Fotolia.com

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

<b>Grundlagen</b>	<b>4 – 28</b>
Mathematische Zeichen, Prozent-, Zins-, Mischungstabellen	4
Winkelfunktionen	5
Längen, Flächen	6 – 9
Volumen, Mantelfläche, Oberfläche	10 – 11
Dichte, Masse, Kraft, Kräftezusammensetzung, -zerlegung	12
Fliehkraft	13
Geschwindigkeit	14
Beschleunigung, Verzögerung, Überholen	15 – 16
Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	17 – 18
Drehmoment, Hebelgesetz, Flaschenzug	19
Festigkeit, Reibung, Druck	20 – 21
Hydraulik, Pneumatik	22 – 24
Wärmetechnik	25 – 26
Riementrieb, Zahnradtrieb	27 – 28
<b>Motor</b>	<b>29 – 40</b>
Hubraum, Verdichtung, Hubverhältnis, Pleuelstangenverhältnis, Kolbenweg, Kolbengeschwindigkeit	29 – 30
Gasdruck, Kolbenkraft, Kräfte am Kurbeltrieb, Kolbeneinbauspiel	31
Steuerwinkel, Steuerzeiten, Ventilöffnungszeit, Gasgeschwindigkeit	32
Luftverhältnis, Liefergrad, Luftverbrauch, Luftbedarf, CO <sub>2</sub> -Emission	33
Kraftstoffverbrauch	34 – 35
Kraftstoff-Einspritzmenge, Mischungsverhältnis 2-Takt-Motoren, Gefrierschutzmischung, Motorkühlung	35
Motorleistung, innere Motorarbeit, Leistungsmessung am Motorprüfstand, Motorwirkungsgrade	36 – 39
Kenngößen von Verbrennungsmotoren (Hubraumleistung, Leistungsgewicht, Gewichtsleistung, Hubraumgewicht)	40
<b>Antriebsstrang – Kraftübertragung</b>	<b>41 – 48</b>
Kupplung, Kupplungsbetätigung	41 – 42
Wechselgetriebe	43 – 44
Achsgetriebe	45
Ausgleichsgetriebe	46
Antriebsstrang, Antriebskraft, Antriebsleistung, Fahrwiderstände	47 – 48
<b>Fahrwerk</b>	<b>49 – 50</b>
Achskräfte, Auflagerkräfte	49
Übersetzung Lenkgetriebe, Lenkung	50
<b>Bremsen</b>	<b>51 – 56</b>
Übersetzungen, Leitungsdruck, pneumatische Verstärkung, hydraulische Übersetzung	51 – 53
Bremsmoment, Bremskraft, Bremsarbeit, Bremsleistung, Bremsenprüfung	54 – 55
Flussdiagramm zur Berechnung von hydraulischen Bremsen	56
<b>Elektrotechnik</b>	<b>57 – 62</b>
Ohmsches Gesetz, Spannung, Strom, Widerstand, Widerstandsschaltungen	57 – 58
Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad, Spannungsteiler	59
Batterie, Transformator	60
Wechselstrom, Drehstrom	61
Elektronische Bauelemente, Winkel und Zeiten beim Zündvorgang	62
Pulsweitenmodulation, Datenübertragung	62
<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>63 – 64</b>

**Mathematische Zeichen (Auswahl)**

Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung	Zeichen	Erklärung
...	bis, und so weiter	$\sqrt{a}$	Quadratwurzel aus a	$\equiv$	kongruent
=	gleich	$\cdot \times$	mal (der Punkt steht auf halber Zeilenhöhe)	$\sim$	ähnlich
$\neq$	nicht gleich, ungleich	$: / -$	durch, geteilt durch, dividiert durch	$\sphericalangle$	Winkel
$\sim$	proportional	%	Prozent, von Hundert	$\overline{AB}$	Strecke AB
$\approx$	annähernd, nahezu gleich, rund, etwa	‰	Promille, von Tausend	$\widehat{AB}$	Bogen AB
$\cong$	entspricht	{ } [ ] { }	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu	$\Sigma$	Summe
<	kleiner als		parallel	e	Eulersche Zahl e = 2,718281828...
>	größer als	$\neq$	nicht parallel	$\pi$	Pi = 3,14159...
$\geq$	größer oder gleich, mindestens gleich	$\perp$	rechtwinklig zu, normal auf, senkrecht auf	$\infty$	unendlich
$\leq$	kleiner oder gleich, höchstens gleich	$\Delta$	Delta, Zeichen für Differenz	log	Logarithmus (allgemein)
+	plus, mehr, und			lg	Zehnerlogarithmus
-	minus, weniger			ln	natürlicher Logarithmus

**Umrechnung von früheren Einheiten und SI-Einheiten**

Druck	Energie, Arbeit	Leistung
1 at = 1 kp/cm <sup>2</sup> = 981 mbar 1 mm WS = 1 kp/m <sup>2</sup> = 0,098 mbar 1 mm Hg = 1 Torr = 1,333 mbar	1 kcal = 4186,8 J $\approx$ 4,2 kJ = = 1,16 · 10 <sup>-3</sup> kWh 1 kpm = 9,81 J = 9,81 Nm	1 PS = 735 W = 0,735 kW = = 735 Nm/s 1 kW = 1,36 PS

**Prozentrechnen**

<b>P</b> Prozentsatz in % Er gibt an, wie viel Hundertstel vom Grundwert zu nehmen sind.	$E_{\max} = G + P$	$p = \frac{100 \cdot P}{G}$
<b>G</b> Grundwert Er ist der Wert auf den man sich beim Prozentrechnen bezieht.	$E_{\min} = G - P$	
<b>P</b> Prozentwert Er ist der Teil des Grundwertes, der dem Prozentsatz entspricht. Er hat dieselbe Einheit wie der Grundwert.	$G = \frac{100 \cdot P}{p}$	$G = \frac{100 \cdot E_{\max}}{100 + p}$
$E_{\max}$ Endwert (vermehrter Wert) (Grundwert + Prozentwert)	$P = \frac{G \cdot p}{100}$	
$E_{\min}$ Endwert (verminderter Wert) (Grundwert - Prozentwert)		$G = \frac{100 \cdot E_{\min}}{100 - p}$

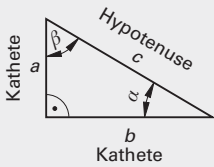
**Zinsrechnen**

<b>z</b> Zinsen in €	$k = \frac{100 \cdot z}{p \cdot t}$	<b>Jahreszins</b> $z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100}$
<b>p</b> Zinssatz in %	$p = \frac{100 \cdot z}{k \cdot t}$	
<b>k</b> Kapital in €	$t = \frac{100 \cdot z}{k \cdot p}$	<b>Tageszins</b> $z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \cdot 360}$
<b>t</b> Zeit in Jahren oder Zeit in Tagen		
1 Zinsjahr $\cong$ 360 Tage 1 Zinsmonat $\cong$ 30 Tage		

**Mischungsrechnen**

<b>m</b> Gesamtmenge	$m_1 = \frac{m \cdot x_1}{x}$	$x_1 = \frac{m_1 \cdot x}{m}$	$m = m_1 + m_2 + \dots$
<b>m<sub>1</sub></b> Teilmenge 1			$x = x_1 + x_2 + \dots$
<b>m<sub>2</sub></b> Teilmenge 2			
<b>x</b> Summe der Anteile	$m = \frac{m_1 \cdot x}{x_1}$	$x = \frac{m \cdot x_1}{m_1}$	
<b>x<sub>1</sub></b> Anteil der Teilmenge 1			$\frac{m}{m_1} = \frac{x}{x_1}$
<b>x<sub>2</sub></b> Anteil der Teilmenge 2			

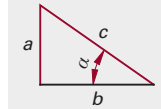
Winkelfunktionen



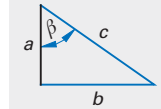
- Die den rechten Winkel bildenden Seiten  $a$  und  $b$  heißen Katheten.
- Die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite  $c$  heißt Hypotenuse.
- Die dem spitzen Winkel  $\alpha$  bzw.  $\beta$  anliegende Seite  $b$  bzw.  $a$  heißt Ankathete.
- Die dem spitzen Winkel  $\alpha$  bzw.  $\beta$  gegenüberliegende Seite  $a$  bzw.  $b$  heißt Gegenkathete.

Die Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck werden Winkelfunktionen bzw. trigonometrische Funktionen genannt.

Sinus =  $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

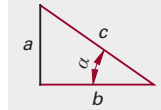


$\sin \alpha = \frac{a}{c}$   
 $a = c \cdot \sin \alpha$   
 $c = \frac{a}{\sin \alpha}$

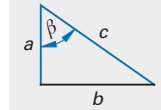


$\sin \beta = \frac{b}{c}$   
 $b = c \cdot \sin \beta$   
 $c = \frac{b}{\sin \beta}$

Cosinus =  $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

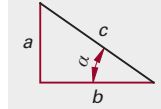


$\cos \alpha = \frac{b}{c}$   
 $b = c \cdot \cos \alpha$   
 $c = \frac{b}{\cos \alpha}$

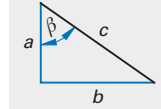


$\cos \beta = \frac{a}{c}$   
 $a = c \cdot \cos \beta$   
 $c = \frac{a}{\cos \beta}$

Tangens =  $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

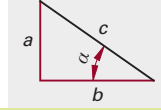


$\tan \alpha = \frac{a}{b}$   
 $a = b \cdot \tan \alpha$   
 $b = \frac{a}{\tan \alpha}$

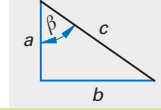


$\tan \beta = \frac{b}{a}$   
 $b = a \cdot \tan \beta$   
 $a = \frac{b}{\tan \beta}$

Cotangens =  $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$



$\cot \alpha = \frac{b}{a}$   
 $b = a \cdot \cot \alpha$   
 $a = \frac{b}{\cot \alpha}$

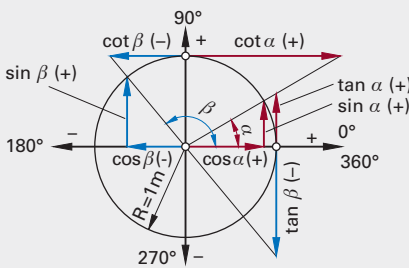


$\cot \beta = \frac{a}{b}$   
 $a = b \cdot \cot \beta$   
 $b = \frac{a}{\cot \beta}$

Berechnung von Winkelfunktionen mit dem Taschenrechner (Beispiele)

Beispiel 1:  $a = 10 \text{ cm}$ ;  $c = 50 \text{ cm}$ ;  $\alpha = ?$  Lösung:  $\sin \alpha = a : c = 10 \text{ cm} : 50 \text{ cm} = 0,2$   
 $10 \div 50 = 0,2$  (SHIFT ; 2ND ; INV) SIN  $\Rightarrow 11,53696^\circ$  (SHIFT ; 2ND ; INV)  $^\circ \prime \prime \Rightarrow 11^\circ 32' 13''$

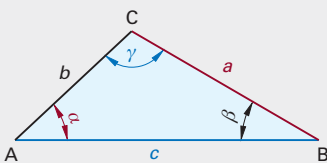
Winkelfunktionen am Einheitskreis



Besondere Winkelfunktionswerte

Winkel $\alpha$	0°	30°	45°	60°	90°
Sinus $\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cosinus $\alpha$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tangens $\alpha$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$
Cotangens $\alpha$	$\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck



$a, b, c$  Seitenlängen (mm)  
 $\alpha, \beta, \gamma$  Winkel, die jeweils den Seiten  $a, b, c$  gegenüber liegen (°)

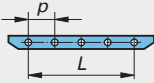
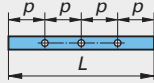
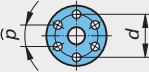
Sinussatz

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

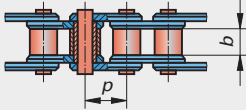
Kosinussatz

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$   
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$   
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$


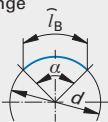
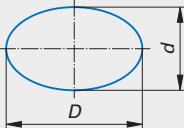
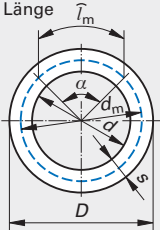
Längenteilungen

	Teilung $p$ Lochabstand	Teilungszahl $n$ Lochzahl	Teilungslänge $l$
	$p = \frac{L}{n-1}$	$n = \frac{L}{p} + 1$	$L = p \cdot (n-1)$
	$p = \frac{L}{n+1}$	$n = \frac{L}{p} - 1$	$L = p \cdot (n+1)$
	$p = \frac{\pi \cdot d}{n}$	$n = \frac{\pi \cdot d}{p}$	$L = U = n \cdot p$ $L = U = \pi \cdot d$

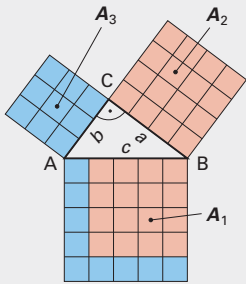
Kettenlänge

	<p><math>L</math> Kettenlänge</p> <p><math>p</math> Teilung</p> <p><math>b</math> Gliederbreite (Innenglied)</p> <p><math>X</math> Gliederzahl</p>	$L = p \cdot X$ $p = \frac{L}{X} \quad X = \frac{L}{p}$
---	--	---

Gebogene Längen

<p>Kreisumfang</p> 	<p><math>U</math> Umfang</p> <p><math>d</math> Durchmesser</p>	$U = \pi \cdot d$ $d = \frac{U}{\pi}$
<p>Kreisbogenlänge</p> 	<p><math>l_B</math> Bogenlänge</p> <p><math>d</math> Durchmesser</p> <p><math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel in °</p>	$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$ $\alpha = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot d} \quad d = \frac{360^\circ \cdot l_B}{\pi \cdot \alpha}$
<p>Ellipsenumfang</p> 	<p><math>U</math> Umfang</p> <p><math>D</math> Durchmesser</p> <p><math>d</math> Durchmesser</p> <p><math>R</math> Radius</p> <p><math>r</math> Radius</p>	$U \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2}$ $D \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - d \quad d \approx \frac{2 \cdot U}{\pi} - D$ <p>genauer:</p> $U \approx \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$
<p>Gestreckte Länge</p> 	<p><math>l_m</math> gestreckte Länge, Länge der neutralen Faser</p> <p><math>d_m</math> mittlerer Durchmesser</p> <p><math>D</math> Außendurchmesser</p> <p><math>d</math> Innendurchmesser</p> <p><math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel in °</p> <p><math>s</math> Werkstoffdicke</p> <p><math>U_m</math> mittlerer Umfang</p>	$l_m = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$ $U_m = \pi \cdot d_m$ $d_m = \frac{D+d}{2}$ $d_m = D - s$ $d_m = d + s$

**Lehrsatz des Pythagoras**



Beim rechtwinkligen Dreieck ist die Fläche des Hypotenusenquadrates gleich der Summe der Flächen der beiden Kathetenquadrare.

- $c$  Hypotenuse  
– die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite
- $a, b$  Katheten  
– die den rechten Winkel bildenden Seiten
- $A_1, A_2, A_3$  Flächen

$$A_1 = A_2 + A_3$$

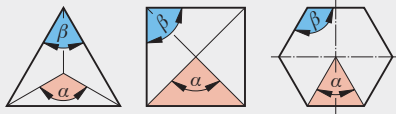
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

**Regelmäßige Vielecke**



Für regelmäßige Vielecke gilt:

Innenwinkel  $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

Außenwinkel  $\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

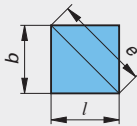
$n$  Anzahl der Ecken

Regelmäßiges Vieleck $n$ Anzahl der Ecken	Umkreis- $\varnothing$ $D$ Eckenmaß $e$	Innenkreis- $\varnothing$ $d$ Schlüsselweite $SW$	Seitenlänge $l$ Umfang $U$	Gesamtfläche $A$
<b>Dreieck</b> $n = 3$ 	$D = 1,154 \cdot l$ $D = 2 \cdot d$	$d = 0,578 \cdot l$ $d = 0,5 \cdot D$	$l = 0,866 \cdot D$ $l = 1,730 \cdot d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,325 \cdot D^2$  $A = 1,299 \cdot d^2$ $A = 0,433 \cdot l^2$
<b>Quadrat</b> $n = 4$ 	$D = 1,414 \cdot l$ $D = 1,414 \cdot d$  $D = e$	$d = l$ $d = 0,707 \cdot D$  $d = SW$	$l = 0,707 \cdot D$ $l = d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,5 \cdot D^2$  $A = d^2$ $A = l^2$
<b>Sechseck</b> $n = 6$ 	$D = 2 \cdot l$ $D = 1,155 \cdot d$  $D = e$	$d = 1,732 \cdot l$ $d = 0,866 \cdot D$  $d = SW$	$l = 0,5 \cdot D$ $l = 0,577 \cdot d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,649 \cdot D^2$  $A = 0,866 \cdot d^2$ $A = 2,598 \cdot l^2$
<b>Achteck</b> $n = 8$ 	$D = 2,614 \cdot l$ $D = 1,082 \cdot d$  $D = e$	$d = 2,414 \cdot l$ $d = 0,924 \cdot D$  $d = SW$	$l = 0,383 \cdot D$ $l = 0,414 \cdot d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,707 \cdot D^2$  $A = 0,829 \cdot d^2$ $A = 4,828 \cdot l^2$
<b>Zwölfeck</b> $n = 12$ 	$D = 3,864 \cdot l$ $D = 1,035 \cdot d$  $D = e$	$d = 3,732 \cdot l$ $d = 0,966 \cdot D$  $d = SW$	$l = 0,259 \cdot D$ $l = 0,268 \cdot d$  $U = l \cdot n$	$A = 0,750 \cdot D^2$  $A = 0,804 \cdot d^2$ $A = 11,196 \cdot l^2$

Geradlinig begrenzte Flächen

**Quadrat**

$b = l$



$$l = \sqrt{A}$$

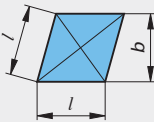
$$b = l$$

$$A = l^2$$

$$e = \sqrt{2 \cdot l^2} = 1,414 \cdot l$$

$$l = \frac{e}{1,414} = 0,707 \cdot e \quad U = 4 \cdot l$$

**Rhombus  
(Raute)**



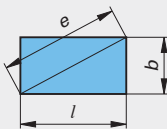
$$l = \frac{A}{b}$$

$$A = l \cdot b$$

$$b = \frac{A}{l}$$

$$U = 4 \cdot l$$

**Rechteck**



$$b = \frac{A}{l} \quad l = \frac{A}{b}$$

$$l = \frac{U - 2 \cdot b}{2}$$

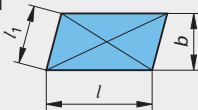
$$A = l \cdot b$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

$$b = \frac{U - 2 \cdot l}{2}$$

$$U = 2 \cdot l + 2 \cdot b$$

**Rhomboid  
(Parallelogramm)**



$$l = \frac{A}{b}$$

$$l = \frac{U - 2 \cdot l_1}{2}$$

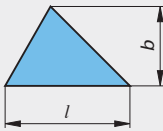
$$A = l \cdot b$$

$$b = \frac{A}{l}$$

$$l_1 = \frac{U - 2 \cdot l}{2}$$

$$U = 2 \cdot l + 2 \cdot l_1$$

**Dreieck**



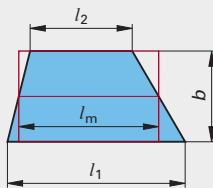
$$l = \frac{2 \cdot A}{b}$$

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{l}$$

$$U = \text{Summe aller Seiten}$$

**Trapez**



$$l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{l_1 + l_2}$$

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

$$l_2 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_1$$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

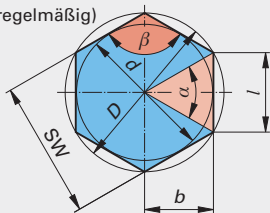
$$A = l_m \cdot b$$

$$l_1 = 2 \cdot l_m - l_2$$

$$l_2 = 2 \cdot l_m - l_1$$

$$U = \text{Summe aller Seiten}$$

**Vieleck  
(regelmäßig)**



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

$$A = \frac{l \cdot b}{2} \cdot n$$

$$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$l = D \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

$$b = \frac{SW}{2} = \frac{d}{2}$$

$$U = l \cdot n$$

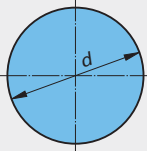
A Gesamtfläche  
d Inkreisdurchmesser  
n Anzahl der Ecken  
l Seitenlänge  
b Breite

A Fläche    l Länge     $l_m$  mittlere Länge    b Breite    U Umfang    e Eckmaß



**Kreisförmig oder bogenförmig begrenzte Flächen**

**Kreis**



$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{A}{0,785}}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

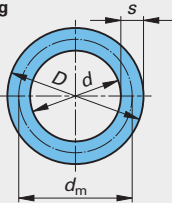
$$U = \pi \cdot d$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A = 0,785 \cdot d^2$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

**Kreisring**



$$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

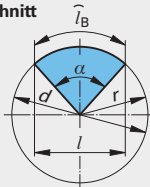
$$A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$A = \pi \cdot d_m \cdot s$$

$$A = A_2 - A_1$$

**Kreisausschnitt (Sektor)**



$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$l_B$  Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

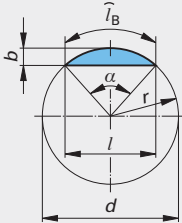
$\alpha$  Mittelpunktswinkel

$$U = l_B + 2 \cdot r$$

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

**Kreisabschnitt (Segment)**



$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$l$  Länge (Sehne)

$$b = r - \sqrt{r^2 - l^2/4}$$

$b$  Breite (Bogenhöhe)

$$b = \frac{l}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{4}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot b \cdot r - b^2}$$

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$$

$$r = \frac{2 \cdot A - b \cdot l}{l_B - l}$$

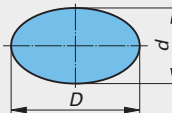
$$U = l + l_B$$

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$$

$$A = \frac{2 \cdot l \cdot b}{3}$$

**Ellipse**



$$D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d}$$

$$d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$

$$U \approx \pi \cdot \frac{D + d}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$$

$D$  große Achse  
 $d$  kleine Achse

genauer:

$$U \approx \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (R^2 + r^2)}$$

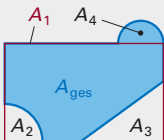
Allgemein gilt:

$$A_{ges} = A_1 - A_2 - A_3 + A_4$$

Zusammengesetzte Flächen werden zur Berechnung ihrer Gesamtfläche in Teilflächen zerlegt.

Durch Addition und Subtraktion der Teilflächen erhält man die Gesamtfläche.

$$A_{ges} = A_1 \pm A_2 \pm A_3 \pm \dots$$



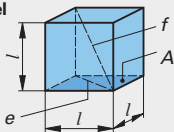
$A$  Fläche;  $D, d$  Durchmesser;  $l_B$  Bogenlänge;  $b$  Breite (Bogenhöhe);  $\alpha$  Mittelpunktswinkel  
 $U$  Umfang;  $R, r$  Radius;  $l$  Länge (Sehne);  $b$  Breite;  $d_m$  mittlerer Durchmesser

**Volumen**

**Gleichdicke Körper**

$V = A \cdot h$

**Würfel**



$l = \sqrt[3]{V}$

$e = 1,414 \cdot l$

$f = 1,732 \cdot l$

$l_{\text{ges}} = 12 \cdot l$

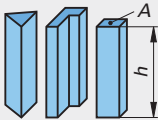
$A_M = 4 \cdot A = 4 \cdot l^2$

$A_O = 6 \cdot A = 6 \cdot l^2$

$V = l \cdot l \cdot l$

$V = l^3$

**Prisma**

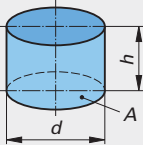


$A = \frac{V}{h}$

$h = \frac{V}{A}$

$V = A \cdot h$

**Zylinder**



$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$

$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$

$A = \frac{V}{h}$

$h = \frac{V}{A}$

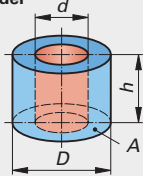
$A_M = \pi \cdot d \cdot h$

$A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$

$V = A \cdot h$

**Hohlzylinder**



$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot (D^2 - d^2)}$

$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$

$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$

$A_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

$A_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

$A_O = \pi \cdot h \cdot (D + d) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$

$V = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot h$

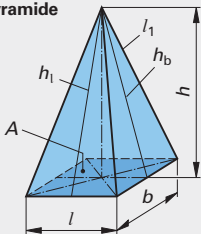
$V = (A_2 - A_1) \cdot h$

$V = V_2 - V_1$

**Spitze Körper**

$V = A \cdot b/3$

**Pyramide**



$h = \frac{3 \cdot V}{l \cdot b}$

$b = \frac{3 \cdot V}{l \cdot h}$

$l = \frac{3 \cdot V}{b \cdot h}$

$A = \frac{3 \cdot V}{h}$

$h = \frac{3 \cdot V}{A}$

$h_1 = \sqrt{h^2 + b^2/4}$

$h_b = \sqrt{h^2 + l^2/4}$

$l_1 = \sqrt{h_b^2 + b^2/4}$

$l_1 = \sqrt{h_l^2 + l^2/4}$

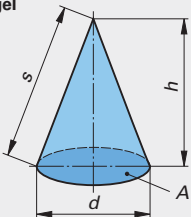
$A_M = h_1 \cdot l + h_b \cdot b$

$A_O = A_M + A$

$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$

$V = \frac{A \cdot h}{3}$

**Kegel**



$d = \sqrt{\frac{12 \cdot V}{\pi \cdot h}}$

$h = \frac{12 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$

$A = \frac{3 \cdot V}{h}$

$h = \frac{3 \cdot V}{A}$

$A_M = \pi \cdot r \cdot \sqrt{h^2 + r^2}$

$A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot s}{2}$

$A_M = \pi \cdot r \cdot s$

$s = \sqrt{h^2 + r^2}$

$A_O = A_M + A$

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$

$V = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{12}$

$V = \frac{A \cdot h}{3}$

V	Volumen	l	Länge	h <sub>1</sub>	Mantelhöhe über l	r	Radius	e	Eckenmaß
A	Fläche	b	Breite	h <sub>b</sub>	Mantelhöhe über b	A <sub>M</sub>	Mantelfläche		(Flächendiagonale)
h	Höhe	D, d	Durchmesser	s	Mantelhöhe	A <sub>O</sub>	Oberfläche	f	Raumdiagonale