



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Elektrotechnik

# Formeln für Elektrotechniker

**18., überarbeitete Auflage**

Bearbeitet von Ingenieuren und Lehrern  
an beruflichen Schulen (siehe Rückseite)

Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL • Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 • 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 30105**

<b>Autoren:</b> Isele, Dieter	Lauterach
Klee, Werner	Mehlingen
Tkotz, Klaus	Kronach
Winter, Ulrich	Kaiserslautern

**Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:** Klaus Tkotz

**Bildbearbeitung:** Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpfing

**Betreuung der Bildbearbeitung:** Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

18. Auflage 2018

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-3709-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2018 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpfing

Druck: M. P. Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

# Wegweiser Formeln für Elektrotechniker

## Inhaltsverzeichnis Kurzform

1	Mathematische Grundlagen . . . . .	6
2	Längen- und Flächenberechnungen . . . . .	9
3	Körper-, Volumen- und Masseberechnungen . . . . .	11
4	Mechanik . . . . .	12
5	Wärmelehre . . . . .	13
6	Elektrotechnische Grundlagen . . . . .	14
7	Elektrisches Feld, Kondensator . . . . .	19
8	Magnetisches Feld . . . . .	20
9	Wechselstrom und Drehstrom . . . . .	22
10	Elektrische Maschinen . . . . .	29
11	Elektrische Anlagen . . . . .	35
12	Digitaltechnik . . . . .	48
13	Elektronik . . . . .	50
14	Regelungstechnik . . . . .	58
15	Messtechnik . . . . .	59
16	Tabellen . . . . .	60

## Nützliches

	Griechisches Alphabet (Tabelle 6) . . . . .	.60
	Mathematische Zeichen (Tabelle 4) . . . . .	.60
	Wichtige Formelzeichen . . . . .	Innenumschlagseiten
	Arbeiten mit Formeln . . . . .	hintere Innenumschlagseite

1  
Mathematische  
Grundlagen

2  
Längen- und  
Flächenbe-  
rechnungen

3  
Körper-, Volumen-  
und Masse-  
berechnungen

4  
Mechanik

5  
Wärme-  
lehre

6  
Elektrotechnische  
Grundlagen

7  
Elektrisches Feld,  
Kondensator

8  
Magnetisches  
Feld

9  
Wechselstrom und  
Drehstrom

10  
Elektrische  
Maschinen

11  
Elektrische  
Anlagen

12  
Digital-  
technik

13  
Elektronik

14  
Regelungs-  
technik

15  
Mess-  
technik

16  
Tabellen

**Arbeiten mit Formeln** hintere Innenumschlagseite

<b>1</b>	<b>Mathematische Grundlagen</b>	<b>6</b>
1.1	Summieren, Multiplizieren	6
1.2	Rechnen mit Brüchen	6
1.3	Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	7
1.4	Winkel, Winkeleinheiten	7
1.5	Rechnen am Dreieck	8
1.6	Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln	8

**2 Längen- und Flächenberechnungen** 9

2.1	Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen	9
2.2	Flächen	9

**3 Körper-, Volumen- und Masseberechnungen** 11

3.1	Volumen und Oberflächen	11
3.2	Masse und Gewichtskraft	11

**4 Mechanik** 12

4.1	Kräfte	12
4.2	Wirkungsgrad, Arbeitsgrad	13

**5 Wärmelehre** 13

5.1	Temperatur	13
5.2	Wärmedehnung	13
5.3	Wärmemenge	13

**6 Elektrotechnische Grundlagen** 14

6.1	Grundgesetze	14
6.2	Anpassung	14
6.3	Schaltungen von Widerständen	15
6.4	Spannungsteiler	16
6.5	Widerstandsbestimmung	16
6.6	Unabgegichene Brückenschaltung	16
6.7	Elektrische Arbeit und elektrische Leistung	17
6.8	Kosten der elektrischen Arbeit (Arbeitspreis)	17
6.9	Elektrowärme	17
6.10	Elektrochemie	18
6.11	Schaltung von gleichartigen Spannungserzeugern	18

**7 Elektrisches Feld, Kondensator** 19

7.1	Elektrische Feldstärke	19
7.2	Kondensator	19
7.3	Zeitkonstante bei RC-Schaltung, Ladezeit und Entladezeit	19

**8 Magnetisches Feld** 20

8.1	Magnetische Größen	20
8.2	Haltekraft von Elektromagneten	20
8.3	Magnetische Feldkräfte	21
8.4	Induktion	21

**9 Wechselstrom und Drehstrom** 22

9.1	Grundgrößen des Wechselstroms	22
9.2	Wechselstromwiderstände	22
9.3	Ohmsches Gesetz für den Wechselstromkreis	24
9.4	Resonanz (Parallel- und Reihenschwingkreis)	25
9.5	Leistung bei Wechselstrom	25
9.6	Kompensation der Blindleistung	25
9.7	Sinus- und nichtsinusförmige Spannungen	26
9.8	Hoch- und Tiefpässe	27
9.9	Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)	28

**10 Elektrische Maschinen** 29

10.1	Transformator	29
10.2	Antriebstechnik	30
10.2.1	Bewegungen	30
10.2.2	Mechanische Arbeit, mechanische Energie	31
10.2.3	Riementrieb, Zahnradtrieb, Schneckenrieb	32
10.2.4	Rollen und Flaschenzug	32
10.2.5	Drehmomente	32
10.2.6	Mechanische Leistung	33
10.3	Umlaufende elektrische Maschinen	33
10.3.1	Wechselstrommotor und Drehstrommotor	33
10.3.2	Schrittmotor	33
10.3.3	Gleichstrommaschinen	34

**11 Elektrische Anlagen** 35

11.1	Schutzmaßnahmen	35
11.1.1	Fehlerstromkreis	35
11.1.2	Schutzmaßnahmen im TN-System	35
11.1.3	Schutzmaßnahmen im TT-System	35
11.1.4	Max. Abschaltzeiten im TN- und TT-System	35

11.1.5	Schutzmaßnahmen im IT-System	36
11.1.6	Messen des Isolationswiderstandes	36
11.1.7	Messen der Isolationsimpedanz	36
11.1.8	Fehlerstrom-Schutzeinrichtung (RCD)	36
11.1.9	Auslösekennlinien von Überstrom-Schutzeinrichtungen	37
11.2	Leitungsberechnungen	38
11.2.1	Unverzweigte Leitungen	38
11.2.2	Verzweigte Leitungen	39
11.2.3	Ringleitung	40
11.2.4	Bestimmung des Leiterquerschnittes A	41
11.2.5	Bestimmung des Leiterquerschnittes A bei Oberschwingungen	42
11.3	Licht und Beleuchtung	43
11.3.1	Lichttechnische Größen	43
11.3.2	Berechnung von Beleuchtungsanlagen	43
11.4	Antennen	44
11.4.1	Frequenzbereiche	44
11.4.2	Wellenlänge, Empfangsspannung, Wellenwiderstand	44
11.4.3	Verstärkungen, Dämpfungen, Pegel	45
11.4.4	Mechanische Sicherheit von Antennenanlagen	47
<b>12</b>	<b>Digitaltechnik</b>	<b>48</b>
12.1	Grundfunktionen	48
12.2	Zusammengesetzte Funktionen	48
12.3	Spezielle zusammengesetzte Funktionen	48
12.4	Rechengesetze der Schaltalgebra	49
<b>13</b>	<b>Elektronik</b>	<b>50</b>
13.1	Halbleiterdioden	50
13.2	Bipolarer Transistor	50
13.3	Feldeffekttransistor in Sourceschaltung	51
13.4	Transistor als Schalter	52
13.5	Kippschaltungen	52
13.6	Gleichrichterschaltungen	53
13.7	Glättung und Siebung	54
13.8	Spannungsstabilisierung	55
13.9	Kühlung elektronischer Halbleiterbauelemente	55
13.10	Leistungselektronik	56
13.11	Operationsverstärker	57
<b>14</b>	<b>Regelungstechnik</b>	<b>58</b>
14.1	Regelstrecken	58
14.2	Unstetiges Regeln	58
14.3	Stetiges Regeln	58

<b>15</b>	<b>Messtechnik</b>	<b>59</b>
15.1	Messfehler von Zeigermessgeräten	59
15.2	Messfehler von digitalen Messgeräten	59
15.3	Messwertbestimmung sinusförmiger Größen mit dem Oszilloskop	59
<b>i</b>	<b>Info und Tabellenteil</b>	<b>60</b>
Tab. 1	Wichtige Formelzeichen Größen und Einheiten*	
Tab. 2	SI-Basisgrößen und SI-Basiseinheiten	60
Tab. 3	Vielfache und Teile von Einheiten	60
Tab. 4	Mathematische Zeichen	60
Tab. 5	Wichtige physikalische Konstanten	60
Tab. 6	Griechisches Alphabet	60
Tab. 7	Werkstoffwerte von Metallen (und Kohle)	61
Tab. 8	Werkstoffwerte von Legierungen	61
Tab. 9	Elektrochemische Äquivalente und Wertigkeit	61
Tab. 10	Verlegearten von Kabeln und isolierten Leitungen	62
Tab. 11	Bemessungswerte der Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen für feste Verlegung	62
Tab. 12	Zuordnung von Leitungsschutzsicherungen gG und LS-Schaltern B, C und D	63
Tab. 13	Umrechnungsfaktoren $f_1$ für abweichende Umgebungstemperaturen	63
Tab. 14	Umrechnungsfaktoren $f_2$ für Häufung von Kabeln oder Leitungen	63
Tab. 15	Umrechnungsfaktoren $f_3$ für die Anzahl der belasteten Adern bei Verlegung in Luft	63
Tab. 16	Typische Verzerrungsströme elektronischer Verbraucher	64
Tab. 17	Belastbarkeit von Kabeln und Leitungen für Verlegearten mit Berücksichtigung der Oberschwingungen	64
Tab. 18	Umrechnungsfaktor $f_4$ für Verbraucher die Oberschwingungen erzeugen	64
Tab. 19	Leiternennquerschnitte in mm <sup>2</sup>	65
Tab. 20	Bemessungsströme von Leitungsschutzschaltern	65
Tab. 21	Fertigungswerte für Widerstände und Kondensatoren (E-Reihen)	65
Tab. 22	Bemessungsleistungen von Widerständen	65
Tab. 23	Farbkennzeichnung von Widerständen	65
Tab. 24	Wertkennzeichnung von Widerständen durch Buchstaben	66
Tab. 25	Schutzarten elektrischer Betriebsmittel	66
	Sachwortverzeichnis	67
	*siehe vordere bzw. hintere Umschlag-Innenseite	

## 1 Mathematische Grundlagen

### 1.1 Summieren, Multiplizieren

Kommutativgesetz		Assoziativgesetz		
$a + b + c$	$a \cdot b \cdot c$	$a + b + c + d$	$a - b + c - d$	$a \cdot b \cdot c \cdot d$
$= a + c + b$	$= a \cdot c \cdot b$	$= a + (b + c + d)$	$= a - (b - c + d)$	$= a \cdot (b \cdot c \cdot d)$
$= b + c + a$	$= b \cdot c \cdot a$	$= (a + c) + (b + d)$	$= (a + c) - (b + d)$	$= (a \cdot c) \cdot (b \cdot d)$

#### Regeln für das Rechnen mit Vorzeichen

$(+ a) + (+ b) = a + b$	$(+ a) - (- b) = a + b$	$(+ a) - (+ b) = a - b$	$(+ a) + (- b) = a - b$
$(+ a) \cdot (+ b) = + a \cdot b = ab$		$(+ a) \cdot (- b) = - a \cdot b = - ab$	
$(- a) \cdot (- b) = + a \cdot b = ab$		$(- a) \cdot (+ b) = - a \cdot b = - ab$	

#### Distributivgesetz

$a \cdot (c + d) = ac + ad$	$a \cdot (c - d) = ac - ad$	$a - bc - bd + be = a - b \cdot (c + d - e)$
$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$		$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$		$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$		$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

### 1.2 Rechnen mit Brüchen

#### Vorzeichenregeln

$\frac{+a}{+b} = + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$	$\frac{-a}{-b} = + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$	$\frac{-a}{+b} = - \frac{a}{b}$	$\frac{+a}{-b} = - \frac{a}{b}$
---	---	---------------------------------	---------------------------------

#### Rechenregeln

Kürzen mit $k$ : $\frac{ak}{bk} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a}{b}$	Erweitern mit $n$ : $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{an}{bn}$	Summieren: $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$	$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$ $\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$
Multiplizieren: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$	Dividieren: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{bc}$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$

#### Wichtige Anwendungen:

$$\frac{ak + bk}{ck} = \frac{k(a+b)}{ck} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{b+c} + \frac{d}{e} = \frac{ae + (b+c) \cdot d}{(b+c) \cdot e}, \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{b+c}{b \cdot c} \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{b+c}$$

### 1.3 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

#### Potenzen mit ganzen Zahlen als Exponenten

- a Grundzahl (Basis)
- n Hochzahl (Exponent)
- c Potenzwert

$$c = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ Faktoren}} \Rightarrow a^n = c$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a^0 = 1 \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad \frac{a^m}{b^m} = a^m \cdot b^{-m} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

#### Potenzen mit Brüchen als Exponenten (Wurzeln)

- a Wurzel
- n Wurzelexponent
- c Radikand

$$c = \overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ Faktoren}} \Rightarrow \sqrt[n]{c} = a \quad \sqrt[n]{c} = c^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{c \cdot d} = \sqrt[n]{c} \cdot \sqrt[n]{d} \quad \sqrt[n]{\frac{c}{d}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}} = \left(\frac{c}{d}\right)^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[n]{c^m} = c^{\frac{m}{n}} \quad a^2 = c \Rightarrow a = \pm \sqrt{c}$$

#### Logarithmen

- n Logarithmus
- a Basis
- c Numerus

$$c = a^n \Rightarrow \log_a c = n$$

- Zehnerlogarithmus (dekadischer Logarithmus):  $\log_{10} c = \lg c$
- Natürlicher Logarithmus ( $e = 2,718\dots$ ):  $\log_e c = \ln c$
- Zweierlogarithmus (binärer Logarithmus):  $\log_2 c = \lg c$

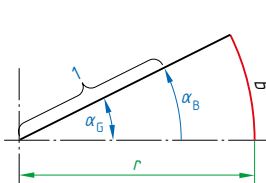
Eingabemodus:  
Taste log



$$\log_a c + \log_a d = \log_a(c \cdot d) \quad \log_a c - \log_a d = \log_a\left(\frac{c}{d}\right) \quad -\log_a d = \log_a\left(\frac{1}{d}\right)$$

$$k \cdot \log_a c = \log_a(c^k) \quad \frac{1}{n} \cdot \log_a c = \log_a(\sqrt[n]{c}) \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b} = \log_a c \cdot \log_b a$$

### 1.4 Winkel, Winkeleinheiten



- $\alpha_B$  Winkel im Bogenmaß, Einheit Radiant (rad)
- $\alpha_G$  Winkel im Gradmaß, Einheit Grad ( $^\circ$ )
- b Bogenlänge
- r Radius

$$\alpha_B = \frac{b}{r} \quad \text{rad} = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$$

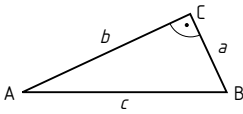
$$\alpha_B = \frac{\alpha_G}{360^\circ} \cdot 2\pi$$

$$\alpha_G = \frac{\alpha_B}{2\pi} \cdot 360^\circ$$

Winkel $\alpha_G$ im Gradmaß	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel $\alpha_B$ im Bogenmaß	0	1/6 · $\pi$	1/4 · $\pi$	1/3 · $\pi$	1/2 · $\pi$	$\pi$	3/2 · $\pi$	2 · $\pi$

## 1.5 Rechnen am Dreieck

### Satz des Pythagoras



$c$  Hypotenuse

$a$  Kathete

$b$  Kathete

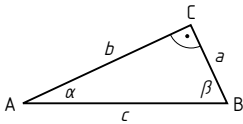
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

### Winkelfunktionen (Trigonometrische Funktionen)



$c$  Hypotenuse

$a$  Gegenkathete von  $\alpha$ ,  
Ankathete von  $\beta$

$b$  Gegenkathete von  $\beta$ ,  
Ankathete von  $\alpha$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c}$$

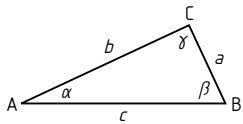
$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cot \beta = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

$$\tan \beta = \frac{b}{a}$$

### Sinussatz, Kosinussatz



#### Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{a}{\sin \alpha}$$

#### Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

### Wichtige Winkelfunktionswerte

Funktion	Winkel $\alpha$						
	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$
Sinus $\alpha$	0	0,259	0,500	0,707	0,866	0,966	1,000
Cosinus $\alpha$	1,000	0,966	0,866	0,707	0,500	0,259	0
Tangens $\alpha$	0	0,268	0,577	1,000	1,732	3,732	$\infty$

## 1.6 Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln

### Zahlensysteme:

Dezimalzahl	Dualzahl	Sedezimalzahl***
0	0	0
$1 = 2^0$	1	1
$2 = 2^1$	10	2
3	11	3
$4 = 2^2$	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
$8 = 2^3$	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
$16 = 2^4$	10000	10

\* Pseudotetrade, bewirkt Rückstellung und Übertrag auf die nächste Dekade.

\*\* Korrektursummand beim Übertrag.

\*\*\* auch Hexadezimalzahl genannt.

### BCD-(8-4-2-1-) Code:

Dezimalzahl	Stellenwert	8421
0	0000	0000
1	0000	0001
2	0000	0010
3	0000	0011
4	0000	0100
5	0000	0101
6	0000	0110
7	0000	0111
8	0000	1000
9	0000	1001
*	0000	1010
**		+0110
10	0001	0000
11	0001	0001
12	0001	0010
13	0001	0011
14	0001	0100
15	0001	0101
16	0001	0110
17	0001	0111
18	0001	1000
19	0001	1001
*	0001	1010
**		+0110
20	0010	0000

### Rechenregeln:

00	00
+ 0	- 0
00	00
01	01
+ 0	- 0
01	01
00	00
+ 1	- 1
01	- 01
01	01
+ 1	- 1
10	00
011	011
+ 10	- 10
101	001
011	011
+ 11	- 100
110	- 001

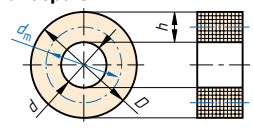
$1 \cdot 1 = 1$
$0 \cdot 0 = 0$
$1 \cdot 0 = 0$
$0 \cdot 1 = 0$
$0 : 1 = 0$
$1 : 1 = 1$



**2 Längen- und Flächenberechnungen**

**2.1 Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen**

**Rundspulen**



$l$	Drahtlänge	$h = \frac{D-d}{2}$	$l = \pi \cdot d_m \cdot N$
$D, d$	Durchmesser		
$d_m$	mittlerer Durchmesser	$d_m = d + h$	$d_m = \frac{D+d}{2}$
$h$	Höhe (Wickelhöhe)		
$N$	Windungszahl	$d_m = D - h$	

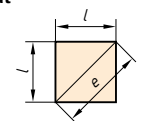
**Rechteckspulen**



$l$	Drahtlänge		$l = (2a + 2b + \pi \cdot h) \cdot N$
$l_m$	mittlere Windungslänge		
$a$	Länge		
$b$	Breite		
$h$	Wickelhöhe		
$N$	Windungszahl	$l = l_m \cdot N$	

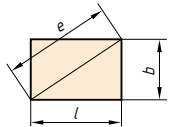
**2.2 Flächen**

**Quadrat**



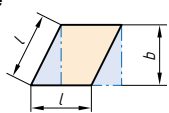
$A$	Fläche	$l = \sqrt{A}$	$A = l^2$
$l$	Seitenlänge		
$U$	Umfang	$e = \sqrt{2} \cdot l$	$u = 4 \cdot l$
$e$	Eckenmaß, Diagonale		

**Rechteck**



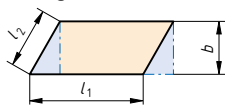
$A$	Fläche		$A = l \cdot b$
$l$	Länge		
$b$	Breite	$e = \sqrt{l^2 + b^2}$	
$u$	Umfang		$u = 2(l + b)$
$e$	Eckenmaß, Diagonale		

**Raute**



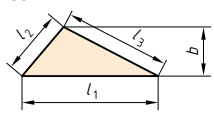
$A$	Fläche		$A = l \cdot b$
$l$	Länge		
$b$	Breite		
$u$	Umfang		$u = 4 \cdot l$

**Parallelogramm**



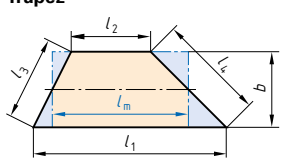
$A$	Fläche		$A = l_1 \cdot b$
$l_1, l_2$	Längen der Seiten		
$b$	Breite		
$u$	Umfang		$u = 2(l_1 + l_2)$

**Dreieck**



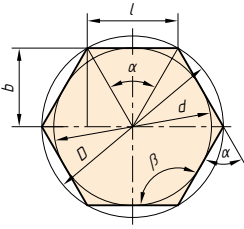
$A$	Fläche		$A = \frac{l_1 \cdot b}{2}$
$l_1, l_2, l_3$	Längen der Seiten		
$b$	Breite		
$u$	Umfang		$u = l_1 + l_2 + l_3$

**Trapez**



$A$	Fläche		$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$
$b$	Breite		
$l_1$	große Länge	$A = l_m \cdot b$	
$l_2$	kleine Länge	$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$	$u = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$
$l_m$	mittlere Länge		
$l_3, l_4$	Länge der Schrägseiten		$u = 2 \cdot l_m + l_3 + l_4$

## Regelmäßiges Vieleck



- A** Fläche  
**l** Seitenlänge  
**b** Breite eines Teildreiecks  
**n** Eckenzahl  
**u** Umfang  
**D** Umkreisdurchmesser  
**d** Inkreisdurchmesser  
 **$\alpha$**  Mittelpunktswinkel  
 **$\beta$**  Eckenwinkel

$$b = \frac{1}{2} \cdot d$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

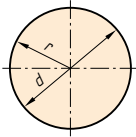
$$A = \frac{l \cdot b}{2} \cdot n$$

$$u = l \cdot n$$

$$l = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

## Kreis

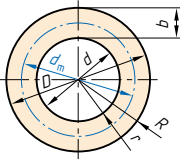


- A** Kreisfläche  
**d** Durchmesser  
**r** Radius, Halbmesser  
**u** Umfang  
 **$\pi$**  Kreiszahl ( $\pi = 3,1415\dots$ )

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}; \quad A = \pi \cdot r^2$$

$$u = \pi \cdot d; \quad u = 2\pi \cdot r$$

## Kreisring



- A** Kreisringfläche  
**D** Außendurchmesser  
**d** Innendurchmesser  
 **$d_m$**  mittlerer Durchmesser  
**R, r** Radien  
**b** Breite (Dicke)  
 **$u_m$**  mittlerer Kreisumfang (gestreckte Länge)

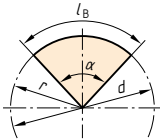
$$b = \frac{D-d}{2}$$

$$d_m = \frac{D+d}{2}$$

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

$$u_m = \pi \cdot d_m$$

## Kreisausschnitt

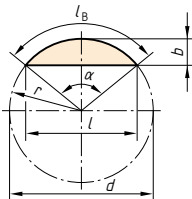


- A** Fläche des Kreisausschnitts  
**d** Durchmesser  
**r** Radius  
 **$l_B$**  Bogenlänge  
 **$\alpha$**  Innenwinkel

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}; \quad A = \frac{r \cdot l_B}{2}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

## Kreisabschnitt



- A** Fläche  
**r** Radius  
**d** Durchmesser  
 **$l_B$**  Bogenlänge  
**l** Sehnenlänge  
**b** Breite  
 **$\alpha$**  Innenwinkel

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

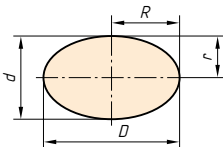
$$A = \frac{l_B \cdot r \cdot l (r-b)}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{l (r-b)}{2}$$

Näherungsformel:

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot b$$

## Ellipse



- A** Fläche  
**d** kleine Achse  
**D** große Achse  
**r** kleine Halbachse  
**R** große Halbachse  
**u** Umfang

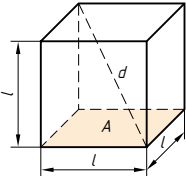
$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}; \quad A = \pi \cdot R \cdot r$$

$$u \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2}; \quad u \approx \pi \cdot (R+r)$$

**3 Körper-, Volumen- und Masseberechnungen**

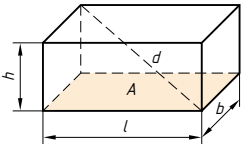
**3.1 Volumen und Oberflächen**

**Würfel**



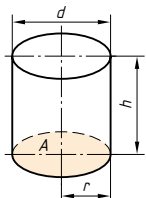
	<p><math>V</math> Volumen  <math>A</math> Grundfläche  <math>l</math> Kantenlänge  <math>A_0</math> Oberfläche  <math>d</math> Raumdiagonale</p>	$A = l^2$	$V = A \cdot l; \quad V = l^3$
			$A_0 = 6 \cdot l^2$
			$d = l \cdot \sqrt{3}$

**Prisma**



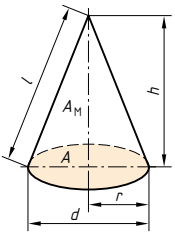
	<p><math>V</math> Volumen  <math>A</math> Grundfläche  <math>h</math> Höhe  <math>l</math> Länge  <math>b</math> Breite  <math>A_0</math> Oberfläche  <math>d</math> Raumdiagonale</p>	$A = l \cdot b$	$V = A \cdot h$ $V = l \cdot b \cdot h$
			$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$
			$d = \sqrt{l^2 + h^2 + b^2}$

**Zylinder**



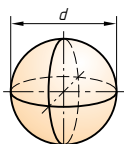
	<p><math>V</math> Volumen  <math>A</math> Grundfläche  <math>h</math> Höhe  <math>d</math> Durchmesser  <math>r</math> Radius  <math>A_0</math> Oberfläche</p>	<p><math>A = \pi r^2</math>  <math>A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}</math>  <math>\pi = 3,1415 \dots</math>  <math>\frac{\pi}{4} = 0,785 \dots</math></p>	$V = A \cdot h$ $V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$
			$A_0 = \pi \cdot d \cdot h + \frac{\pi \cdot d^2}{2}$

**Kegel**



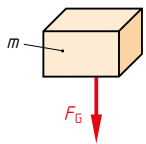
	<p><math>V</math> Volumen  <math>A</math> Grundfläche  <math>h</math> Höhe  <math>d</math> Durchmesser  <math>r</math> Radius  <math>l</math> Länge der Mantellinie  <math>A_M</math> Mantelfläche  <math>A_0</math> Oberfläche</p>	<p><math>A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}</math>  <math>l = \sqrt{h^2 + r^2}</math>  <math>A_0 = A_M + A</math></p>	$V = \frac{A \cdot h}{3}$ $V = \frac{\pi}{12} \cdot d^2 \cdot h$
			$A_M = \pi \cdot r \cdot l$
			$A_0 = \pi \cdot r \cdot (l + r)$

**Kugel**



	<p><math>V</math> Volumen  <math>d</math> Durchmesser  <math>A_0</math> Oberfläche</p>	$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$ $A_0 = \pi \cdot d^2$
--	--	--

**3.2 Masse und Gewichtskraft**

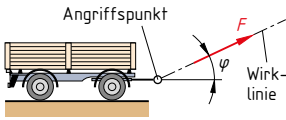


	<p><math>V</math> Volumen  <math>m</math> Masse  <math>\rho</math> Dichte  <math>F_G</math> Gewichtskraft  <math>g</math> Fallbeschleunigung (9,81 m/s<sup>2</sup>)</p>	<p><math>[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}; [m] = \text{kg}</math>  <math>1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}</math>  <math>[F_G] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}</math></p>	<p><math>m = \rho \cdot V</math>  <math>F_G = m \cdot g</math>  <math>F_G = \rho \cdot V \cdot g</math></p>
--	---	---	---

4 Mechanik

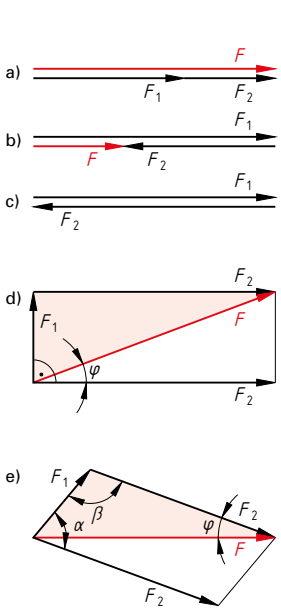
4.1 Kräfte

Einheit, Darstellung



Formelzeichen:  $F$       Einheit:  $[F] = \text{N}$       Einheitenname: Newton  
 Kräftemaßstab: z. B.  $200 \text{ N} \cong 10 \text{ mm}$   
 Kraftbetrag  $\cong$  Länge des Pfeils  
 Krafrichtung = Richtung des Pfeils

Zusammensetzen von zwei Kräften



$F_1, F_2, \dots$  Teilkräfte, Komponenten  
 $F$  Gesamtkraft, Resultierende, Ersatzkraft  
 $\varphi$  Winkel zwischen Teilkraft und Ersatzkraft  
 $\alpha$  Winkel zwischen den Teilkräften  
 $\beta$  Winkel im Kräfteck  
 $\beta = 180^\circ - \alpha$

Für  $F_1, F_2$  und  $F$  sind hier die Beträge einzusetzen.

a) Teilkräfte gleichgerichtet:  

$$F = F_1 + F_2$$

b) Teilkräfte entgegengerichtet:  

$$F = F_1 - F_2$$

c) Gleichgewichtsbedingung:  

$$F_1 - F_2 = 0$$

d) Teilkräfte senkrecht aufeinander:  

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$
  

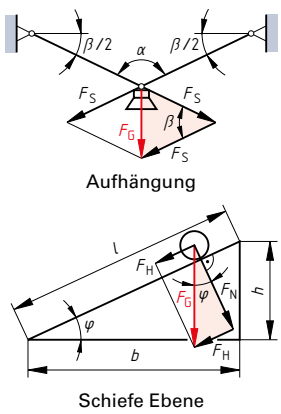
$$\frac{F_1}{F_2} = \tan \varphi; \quad F = \frac{F_1}{\sin \varphi}; \quad F = \frac{F_2}{\cos \varphi}$$

e) Teilkräfte nicht senkrecht aufeinander:  

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta}$$
  

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = \frac{F_1}{F}$$

Zerlegen einer Kraft in zwei Teilkräfte (Komponenten)



$F_G$  Gewichtskraft  
 $F_S$  Seilkräfte  
 $\alpha$  Winkel zwischen den Seilkräften  
 $\beta$  Winkel im Kräfteck  
 $F_H$  Hangabtriebskraft  
 $F_N$  Normalkraft  
 $l$  Länge der schiefen Ebene  
 $b$  Basislänge der schiefen Ebene  
 $h$  Höhenunterschied  
 $\varphi$  Neigungswinkel der schiefen Ebene

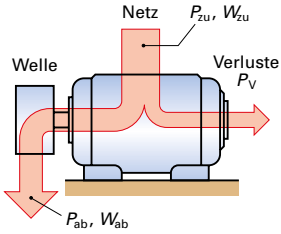
$\beta = 180^\circ - \alpha$       
$$F_S = \frac{F_G}{\sqrt{2(1 - \cos \beta)}}$$

$\sin \varphi = \frac{h}{l}$       
$$F_H = F_G \cdot \sin \varphi$$

$\cos \varphi = \frac{b}{l}$       
$$F_N = F_G \cdot \cos \varphi$$

$\tan \varphi = \frac{h}{b}$       
$$F_H = F_N \cdot \tan \varphi$$

### 4.2 Wirkungsgrad, Arbeitsgrad



\*  $\eta$  griech. Kleinbuchstabe eta;  
 \*\*  $\zeta$  griech. Kleinbuchstabe zeta

$\eta^*$  Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)  
 abgegebene, genutzte Leistung  
 zugeführte Leistung,  
 aufgewendete Leistung  
 $P_{ab}$   
 $P_{zu}$   
 $P_v$  Verlustleistung  
 $\zeta^{**}$  Arbeitsgrad, Nutzungsgrad (Arbeits-, Energieverhältnis)  
 $W_{ab}$  abgegebene, genutzte Energie  
 $W_{zu}$  zugeführte Energie,  
 aufgewendete Energie  
 $\eta$  Gesamtwirkungsgrad  
 $\eta_1, \eta_2, \dots$  Einzelwirkungsgrade

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

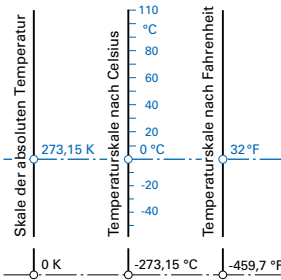
$$P_v = P_{zu} - P_{ab}$$

$$\zeta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots$$

## 5 Wärmelehre

### 5.1 Temperatur



$\vartheta$  Temperatur in Grad Celsius  
 $[\vartheta] = ^\circ\text{C}$   
 $T$  Temperatur in Kelvin  
 $[T] = \text{K}$   
 $\Delta\vartheta, \Delta T$  Temperaturdifferenz in Kelvin  
 $[\Delta\vartheta] = [\Delta T] = ^\circ\text{C} = \text{K}$   
 $\vartheta_F$  Temperatur in Grad Fahrenheit  
**Absoluter Nullpunkt:**  
 $T_0 = 0 \text{ K} \hat{=} \vartheta_0 = -273,15 \text{ } ^\circ\text{C} \approx -273 \text{ } ^\circ\text{C}$   
**Eispunkt des Wassers:**  
 $T_1 = 273,15 \text{ K} \approx 273 \text{ K} \hat{=} \vartheta_1 = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$

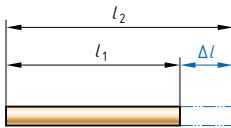
$$T = \left( 273 + \frac{\vartheta}{^\circ\text{C}} \right) \text{K}$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

$$\vartheta_F = \frac{9}{5} \vartheta + 32 \text{ } ^\circ\text{F}$$

### 5.2 Wärmedehnung



$\Delta l, \Delta V$  Längen- bzw. Volumenänderung  
 $l_1, V_1$  Länge bzw. Volumen in kaltem Zustand  
 $l_2, V_2$  Länge bzw. Volumen in erwärmtem Zustand  
 $\Delta\vartheta$  Temperaturdifferenz  
 $\alpha_l$  Längenausdehnungskoeffizient  
 $\gamma$  Volumenausdehnungskoeffizient

$$\Delta l = \alpha_l \cdot l_1 \cdot \Delta\vartheta$$

$$\Delta V = \gamma \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta$$

$$l_2 = l_1 (1 + \alpha_l \cdot \Delta\vartheta)$$

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta)$$

$$\gamma \approx 3 \cdot \alpha_l$$

$$[\alpha_l] = [\gamma] = \frac{1}{^\circ\text{C}} = \frac{1}{\text{K}}$$

### 5.3 Wärmemenge

#### Wärmeaufnahme und Wärmeabgabe bei Temperaturänderung

Spezifische Wärmekapazität $c$	
Wasser	4,187 kJ/(kg · K)
Kupfer	0,39 kJ/(kg · K)
Aluminium	0,92 kJ/(kg · K)
Eisen	0,46 kJ/(kg · K)
Öl	1,67 kJ/(kg · K)

$Q$  Wärme, Wärmemenge  
 $m$  Masse  
 $\Delta\vartheta$  Temperaturdifferenz  
 $\vartheta_1$  Anfangstemperatur  
 $\vartheta_2$  Endtemperatur  
 $c$  spezifische Wärmekapazität  
 $C_{th}$  Wärmekapazität

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$$

$$C_{th} = c \cdot m$$

$$Q = C_{th} \cdot \Delta\vartheta$$

$$[c] = \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}; \quad [C_{th}] = \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

**i** Weitere Werte für  $c$ : Seite 61

## 6 Elektrotechnische Grundlagen

### 6.1 Grundgesetze

#### Ohmsches Gesetz

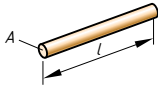


$U$  Spannung  
 $I$  Stromstärke  
 $R$  Widerstand

$[U] = V$   
 $[I] = A$       $1 A = 1 \frac{V}{\Omega}$   
 $[R] = \Omega$

$I = \frac{U}{R}$

#### Leiterwiderstand



\* Nach DIN 1304:  
 für Querschnitt auch  $S$  oder  $q$ , für elektr. Leitfähigkeit auch  $\sigma$  oder  $\chi$ .

$R$  Leiterwiderstand  
 $A^*$  Leiterquerschnitt  
 $l$  Leiterlänge  
 $\gamma^*$  elektr. Leitfähigkeit  
 $\varrho$  spezifischer Widerstand  
 $1 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} = 10^{-6} \Omega \text{m}$   
 $= 10^{-4} \Omega \text{cm}$   
 Bei Nichtleitern und Halbleitern:  $[\varrho] = \Omega \cdot \text{m}$

$[\gamma] = \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$   
 $\gamma_{\text{Cu}} = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$   
 $\gamma_{\text{Al}} = 36 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$   
 $[\varrho] = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$   
 $\varrho_{\text{Cu}} = 0,0178 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$   
 $\varrho_{\text{Al}} = 0,0278 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

$R = \frac{l}{\gamma \cdot A^*}; R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$

$\gamma = \frac{1}{\varrho}$

#### Widerstand und Leitwert

$R$  Widerstand (Widerstandswert)  
 $G$  Leitwert

$[G] = \frac{1}{\Omega} = S$

$G = \frac{1}{R}$

#### Widerstand und Temperatur

Metall	$\alpha$ in $1/K$
Kupfer	0,0039
Aluminium	0,004
Nickelin	0,00015
Konstantan	0,00004

$\Delta R$  Widerstandsänderung  
 $R_{\vartheta}$  Widerstand bei der Temperatur  $\vartheta$   
 $R_{20}$  Widerstand bei der Temperatur  $20^\circ\text{C}$   
 $\vartheta$  Temperatur  
 $\vartheta_1$  Anfangstemperatur  
 $\vartheta_2$  Endtemperatur  
 $\Delta\vartheta$  Temperaturdifferenz  
 $\alpha$  Temperaturkoeffizient (Temperaturbeiwert)

$[\Delta R] = \Omega$   
 $[\Delta\vartheta] = K = ^\circ\text{C}$   
 $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$   
 $\Delta R = R_{\vartheta} - R_{20}$   
 $[\alpha] = \frac{1}{K} = \frac{1}{^\circ\text{C}}$

$\Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot \Delta\vartheta$

$R_{\vartheta} = R_{20} + \Delta R$

$R_{\vartheta} = R_{20} (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$

$\Delta\vartheta = \frac{R_{\vartheta} - R_{20}}{\alpha \cdot R_{20}}$

**i** Weitere Werte für  $\alpha$ ,  $\gamma$  und  $\varrho$ : Seite 61.

#### Stromdichte

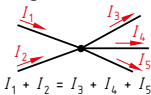
Strombelastbarkeit von isolierten Leitungen: Seite 62.  
 \*Nach DIN 1304: statt  $J$  auch  $S$ .

$J^*$  Stromdichte  
 $I$  Stromstärke  
 $A$  Leiterquerschnitt

$[J] = \frac{A}{\text{mm}^2}$

$J = \frac{I}{A}$

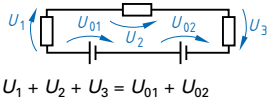
#### Knotenregel (1. Kirchhoffsche Regel)



$\sum I_{\text{zu}}$  Summe der zufließenden Ströme  
 $\sum I_{\text{ab}}$  Summe der abfließenden Ströme  
 $I_1, I_2$  zufließende Ströme  
 $I_3, I_4, I_5$  zufließende Ströme

$\sum I_{\text{zu}} = \sum I_{\text{ab}}$

#### Maschenregel (2. Kirchhoffsche Regel)

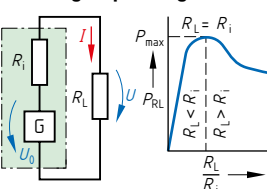


$\sum U_{\text{erz}}$  Summe der Erzeugerspannungen  
 $\sum U_{\text{verbr}}$  Summe der Verbraucherspannungen  
 $U_{01}, U_{02}$  Erzeugerspannungen ( $U_{\text{erz}}$ )  
 $U_1, U_2, U_3$  Verbraucherspannungen ( $U_{\text{verbr}}$ )

$\sum U_{\text{erz}} = \sum U_{\text{verbr}}$

### 6.2 Anpassung

#### Leistungsanpassung



$R_L$  Lastwiderstand  
 $R_i$  Innenwiderstand  
 $U$  Lastspannung  
 $U_0$  Leerlaufspannung, Quellenspannung  
 $I$  Laststrom  
 $I_k$  Kurzschlussstrom  
 $P_{\text{max}}$  größte Leistung an  $R_L$

Leistungsanpassung:

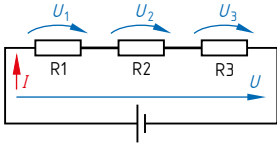
$R_L = R_i$       $U = \frac{U_0}{2}$       $I = \frac{I_k}{2}$

$P_{\text{max}} = \frac{U_0 \cdot I_k}{2 \cdot 2}$       $P_{\text{max}} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i}$

Stromanpassung:  $R_L \ll R_i$   
 Spannungsanpassung:  $R_L \gg R_i$

### 6.3 Schaltungen von Widerständen

#### Reihenschaltung von Widerständen



Durch in Reihe geschaltete Verbraucher fließt derselbe Strom.

- $R$  Ersatzwiderstand (Gesamtwiderstand)
- $R_1, R_2, R_3$  Einzelwiderstände
- $U$  Gesamtspannung
- $U_1, U_2, U_3$  Teilspannungen, Verbraucherspannungen
- $I$  Stromstärke
- $n$  Anzahl gleicher Widerstände

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

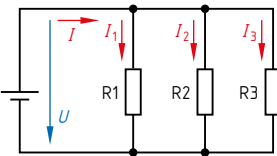
$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R}$$

Für  $n$ -gleiche Widerstände:

$$R = n \cdot R_1$$

#### Parallelschaltung von Widerständen



An parallelgeschalteten Verbrauchern liegt dieselbe Spannung.

- $R$  Ersatzwiderstand
- $R_1, R_2, R_3$  Einzelwiderstände
- $I$  Gesamtstrom
- $I_1, I_2, I_3$  Teilströme
- $G$  Ersatzleitwert
- $G_1, G_2, G_3$  Einzelleitwerte
- $n$  Anzahl gleicher Widerstände

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$$

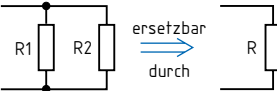
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_1}$$

Für  $n$  gleiche Widerstände:

$$R = \frac{R_1}{n}$$

#### Parallelschaltung von zwei Widerständen

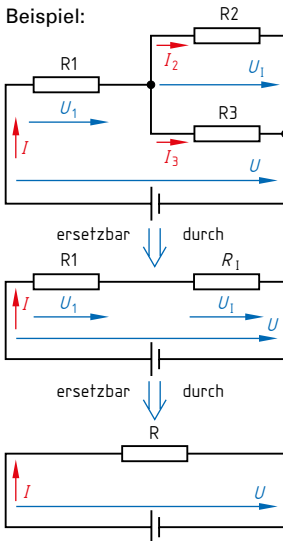


- $R$  Ersatzwiderstand
- $R_1, R_2$  Einzelwiderstände parallel

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

#### Gemischte Schaltungen (Gruppenschaltungen)

Beispiel:



Gemischte Schaltungen sind Kombinationen aus Reihen- und Parallelschaltungen. Ermitteln der Ersatzwiderstände:

- Die Schaltung wird von innen nach außen aufgelöst.
- Reihen- und Parallelschaltungen werden den Schritt für Schritt zu Ersatzwiderständen zusammengefasst.
- Die Schritte des Zusammenfassens werden wiederholt, bis nur noch ein Ersatzwiderstand vorliegt.

- $R_1, R_2, R_3$  Einzelwiderstände
- $R_1, R$  Ersatzwiderstände
- $U$  Gesamtspannung
- $U_1, U_1$  Teilspannungen
- $I$  Gesamtstrom
- $I_2, I_3$  Teilströme

#### Berechnen des Ersatzwiderstandes vom Beispiel:

Schritt 1: Parallelschaltung  $R_1$  aus  $R_2$  und  $R_3$ :

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

Schritt 2: Reihenschaltung  $R$  aus  $R_1$  und  $R_1$ :

$$R = R_1 + R_1$$

#### Berechnen von Spannungen und Strömen:

$$U = R \cdot I$$

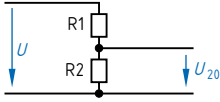
$$U_1 = R_1 \cdot I \quad U_1 = R_1 \cdot I$$

$$I_2 = \frac{U_1}{R_2} \quad I_3 = \frac{U_1}{R_3}$$

$$I = I_2 + I_3$$

### 6.4 Spannungsteiler

#### Unbelasteter Spannungsteiler

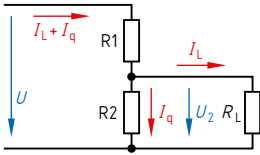


$R_1, R_2$  Teilwiderstände  
 $U$  Gesamtspannung  
 $U_{20}$  Teilspannung bei Leerlauf

$$U_{20} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

$$R_1 = R_2 \left( \frac{U}{U_{20}} - 1 \right)$$

#### Belasteter Spannungsteiler



$R_L$  Lastwiderstand  
 $R_1, R_2$  Teilwiderstände  
 $R_{2L}$  Ersatzwiderstand aus  $R_2$  u.  $R_L$   
 $U$  Gesamtspannung  
 $U_2$  Teilspannung bei Belastung  
 $I_L$  Laststrom  
 $U_{20}$  Teilspannung bei Leerlauf  
 $I_q$  Querstrom  
 $I_q$  Querstromverhältnis

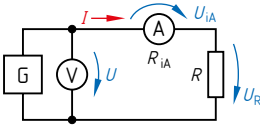
$$U_2 = U \cdot \frac{R_{2L}}{R_1 + R_{2L}}$$

$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L} \quad q = \frac{I_q}{I_L} = \frac{R_L}{R_2}$$

$$R_2 = R_L \cdot \frac{U}{U_2} \cdot \frac{U_{20} - U_2}{U - U_{20}}$$

### 6.5 Widerstandsbestimmung

#### Spannungsfehlerschaltung (für große Widerstände)

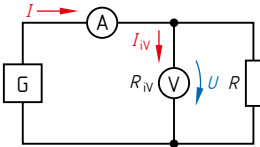


$U$  angezeigte Spannung  
 $I$  angezeigte Stromstärke  
 $R_{iA}$  Innenwiderstand des Strommessers  
 $R$  zu bestimmender Widerstand  
 $U_{iA}$  Spannung am Strommesser

$$R = \frac{U}{I} - R_{iA}$$

$$R = \frac{U - U_{iA}}{I}$$

#### Stromfehlerschaltung (für kleine Widerstände)

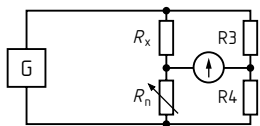


$U$  angezeigte Spannung  
 $I$  angezeigte Stromstärke  
 $I_{iV}$  Strom durch den Spannungsmesser  
 $R$  zu bestimmender Widerstand  
 $R_{iV}$  Innenwiderstand des Spannungsmessers

$$R = \frac{U}{I - I_{iV}}$$

$$R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_{iV}}}$$

#### Widerstandsmessbrücke



$R_x$  unbekannter Widerstand  
 $R_n$  Vergleichswiderstand  
 $R_3, R_4$  Brückenwiderstände

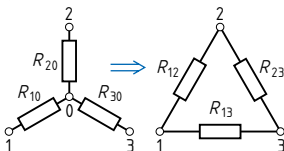
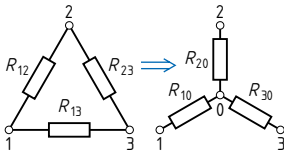
Abgleichbedingung:

$$\frac{R_x}{R_n} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_x = R_n \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

### 6.6 Unabgeglichene Brückenschaltung (Dreieck-Stern-Umwandlung)

#### Dreieck-Stern-Umwandlung



Dreieck in Stern:

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_{30} = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$R_{10}, R_{20}, R_{30}$  Widerstände der Sternschaltung

Stern in Dreieck:

$$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{30}} + R_{10} + R_{20}$$


$$R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{30}}{R_{20}} + R_{10} + R_{30}$$

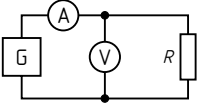
$$R_{23} = \frac{R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}} + R_{20} + R_{30}$$

$R_{12}, R_{13}, R_{23}$  Widerstände der Dreieckschaltung




**6.7 Elektrische Arbeit und elektrische Leistung**

	<p><b>Elektrische Arbeit</b></p> <p><math>W</math> elektrische Arbeit  <math>U</math> Spannung  <math>I</math> Stromstärke  <math>t</math> Zeit  <math>Q</math> elektrische Ladung  <math>P</math> elektrische Leistung</p>	<p><math>[W] = V \cdot A \cdot s = Ws = J</math>  <math>1 J = 1 Ws = 1 Nm</math>  <math>1 kWh = 3,6 \cdot 10^6 Ws</math></p>	<p><math>W = U \cdot I \cdot t</math>  <math>W = P \cdot t</math>  <math>W = U \cdot Q</math></p>
---	---	--	---

<p><b>Elektrische Leistung</b> (Gleichstromleistung)</p> 	<p><math>U</math> Spannung  <math>I</math> Stromstärke  <math>R</math> Widerstand  <math>P</math> elektrische Leistung  <math>W</math> elektrische Arbeit</p>	<p><math>[P] = V \cdot A = VA = W = \frac{J}{s}</math>  <math>1 W = 1 \frac{Nm}{s} = 1 \frac{J}{s}</math></p>	<p><math>P = U \cdot I</math>  <math>P = \frac{W}{t}</math>  <math>P = \frac{U^2}{R}</math>  <math>P = I^2 \cdot R</math></p>
--	---	---	---

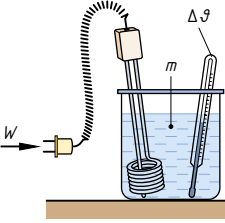
<p><b>Leistungsbestimmung mit dem Zähler</b></p>	<p><math>P</math> elektrische Leistung  <math>C_z</math> Zählerkonstante  <math>n</math> Umdrehungen der Zählerscheibe je Stunde</p>	<p><math>[P] = \frac{1}{\frac{1}{kWh}} = kW</math></p>	<p><math>P = \frac{n}{C_z}</math></p>
--	--	--	---------------------------------------

**6.8 Kosten der elektrischen Arbeit (Arbeitspreis)**

	<p><math>K_A</math> Arbeitspreis  <math>W</math> elektrische Arbeit (Verbrauch elektr. Energie)  <math>T</math> tariflicher Preis  <math>P</math> elektrische Leistung  <math>t</math> Zeit</p>	<p><math>[K_A] = \text{€}</math>  <math>[W] = kWh</math>  <math>[T] = \frac{\text{€}}{kWh}</math></p>	<p><math>K_A = W \cdot T</math>  <math>K_A = P \cdot t \cdot T</math></p>
---	---	---	---

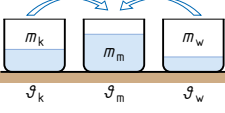
Arbeitspreis (Verbrauchsentgelt) = elektrische Arbeit x tariflicher Preis je KWH

**6.9 Elektrowärme**

<p><b>Elektrische Arbeit und Wärme</b></p> 	<p><math>Q_N</math> Nutzwärme  <math>W</math> elektr. Arbeit  <math>m</math> Masse  <math>c</math> spezifische Wärmekapazität (für Wasser: <math>c = 4,187 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})</math>)  <math>\Delta\vartheta</math> Temperaturdifferenz  <math>\vartheta</math> Temperatur  <math>\vartheta_1</math> Anfangstemperatur  <math>\vartheta_2</math> Endtemperatur  <math>t</math> Zeit  <math>P</math> elektr. Leistung  <math>C_{th}</math> Wärmekapazität  <math>\zeta</math> Wärmenutzungsgrad* (Energieverhältnis)  <math>Q_S</math> Stromwärme</p>	<p><math>[Q] = \text{kg} \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \text{K} = \text{kJ}</math>  <math>[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}</math>  <math>[C] = \frac{Ws}{K} = \frac{J}{K}</math>  <math>[P] = \frac{\text{kJ}}{s} = \text{kW}</math></p>	<p><math>Q_N = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta</math>  <math>C_{th} = \frac{Q_N}{\Delta\vartheta}</math>  <math>C_{th} = c \cdot m</math>  <math>\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1</math>  <math>W = \frac{Q_N}{\zeta}; W = Q_S = P \cdot t</math>  <math>P = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\vartheta}{t \cdot \zeta}</math>  <math>\zeta = \frac{Q_N}{Q_S} = \frac{Q_N}{W}</math></p>
---	---	--	--

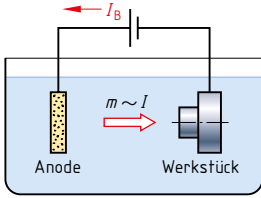
**Wärmenutzungsgrad**  
 \* nach DIN 1304  $\zeta$  (zeta)  
 (früher: Wärmewirkungsgrad  $\eta$ )  
 $\zeta$  griech. Kleinbuchstabe zeta

**Wassermischung**

	<p><math>m_k</math> Kaltwassermenge  <math>m_w</math> Warmwassermenge  <math>m_m</math> Mischwassermenge  <math>\vartheta_k</math> Kaltwassertemperatur  <math>\vartheta_w</math> Warmwassertemperatur  <math>\vartheta_m</math> Mischwassertemperatur</p>	<p><math>m_m \cdot \vartheta_m = m_k \cdot \vartheta_k + m_w \cdot \vartheta_w</math>  <math>m_m = m_k + m_w</math>  <math>\vartheta_m = \frac{m_k \cdot \vartheta_k + m_w \cdot \vartheta_w}{m_k + m_w}</math></p>
---	--	---

### 6.10 Elektrochemie

#### Elektrolyse



- $m$  abgeschiedene Stoffmasse
- $c$  elektrochemisches Äquivalent\*
- $I$  Nutzstrom
- $t$  Zeit, Dauer
- $\zeta_i$  Stromausbeute\*\*
- $I_B$  Gesamtstrom (Badstrom)

$$[c] = \frac{\text{mg}}{\text{As}}$$

$$[c] = \frac{\text{g}}{\text{Ah}}$$

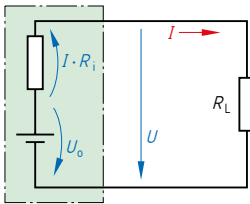
$$1 = \frac{\text{mg}}{\text{As}} = 3,6 \frac{\text{g}}{\text{Ah}}$$

$$m = c \cdot I \cdot t$$

$$I = \zeta_i \cdot I_B$$

\* Elektrochemische Äquivalente c: Seite 61  
 \*\*  $\zeta$  griech. Kleinbuchstabe zeta

#### Galvanisches Element



- $U$  Klemmenspannung, Arbeitsspannung
- $U_0$  Leerlaufspannung (Urspannung)
- $I$  Laststrom
- $R_i$  Innenwiderstand
- $R_L$  Lastwiderstand
- $I_K$  Kurzschlussstrom

Leerlauf:  $I = 0$

$$U = U_0$$

Belastung:  $R_L > 0$

$$U = U_0 - I \cdot R_i$$

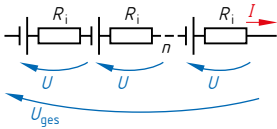
$$I = \frac{U_0}{R_L + R_i}$$

Kurzschluss:  $R_L \approx 0$

$$I_k \approx \frac{U_0}{R_i}$$

### 6.11 Schaltung von gleichartigen Spannungserzeugern

#### Reihenschaltung



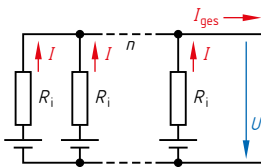
- $U_{\text{ges}}$  gesamte Klemmenspannung
- $U$  Klemmenspannung eines Elements
- $n$  Zahl gleicher Elemente
- $R_{i\text{ges}}$  gesamter Innenwiderstand
- $R_i$  Innenwiderstand eines Elements
- $K_{\text{ges}}$  gesamte Kapazität
- $K$  Kapazität eines Elements

$$U_{\text{ges}} = n \cdot U$$

$$R_{i\text{ges}} = n \cdot R_i$$

$$K_{\text{ges}} = K$$

#### Parallelschaltung



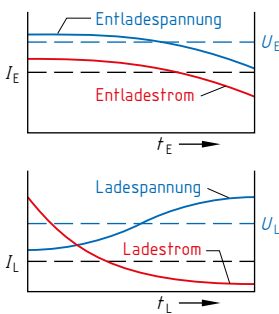
- $I_{\text{ges}}$  gesamter Laststrom
- $I$  Strom eines Elements
- $n$  Zahl gleicher Elemente
- $R_{i\text{ges}}$  gesamter Innenwiderstand
- $R_i$  Innenwiderstand eines Elements
- $K_{\text{ges}}$  gesamte Kapazität
- $K$  Kapazität eines Elements

$$I_{\text{ges}} = n \cdot I$$

$$R_{i\text{ges}} = \frac{R_i}{n}$$

$$K_{\text{ges}} = n \cdot K$$

#### Akkumulatoren



- $K_E$  Entladekapazität
- $I_E$  mittl. Entladestrom
- $t_E$  Entladezeit
- $U_E$  mittl. Entladespannung
- $\zeta_{\text{Ah}}$  Ladungs-Nutzungsgrad\*, Ladungsverhältnis (Ah-Wirkungsgrad)
- $\zeta_{\text{Wh}}$  Energie-Nutzungsgrad\*, Energieverhältnis (Wh-Wirkungsgrad)
- $K_L$  Ladekapazität
- $I_L$  mittl. Ladestrom
- $t_L$  Ladezeit
- $U_L$  mittl. Ladespannung
- $a$  Ladefaktor

$$[K] = [I] \cdot [t]$$

$$[K] = \text{As}$$

$$[K] = \text{Ah}$$

$$1 \text{ Ah} = 3600 \text{ As}$$

$$K_E = I_E \cdot t_E$$

$$K_L = I_L \cdot t_L$$

$$a = \frac{K_L}{K_E}$$

$$\zeta_{\text{Ah}} = \frac{K_E}{K_L}$$

$$k_{10} \Rightarrow K_E \text{ bei } t_E = 10 \text{ h}$$

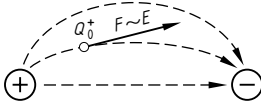
$$k_{20} \Rightarrow K_E \text{ bei } t_E = 20 \text{ h}$$

$$\zeta_{\text{Wh}} = \frac{U_E \cdot I_E \cdot t_E}{U_L \cdot I_L \cdot t_L}$$

\*  $\zeta$  griech. Kleinbuchstabe zeta

**7 Elektrisches Feld, Kondensator**

**7.1 Elektrische Feldstärke**



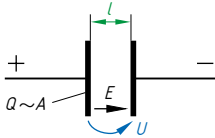
$E$  elektrische Feldstärke  
 $Q_0$  elektrische Ladung im Feld  
 $F$  Kraft auf die Ladung  $Q_0$

$$[E] = \frac{N}{C} = \frac{N}{As} = \frac{V}{m}$$

$$E = \frac{F}{Q_0}$$

**7.2 Kondensator**

**Kapazität**



**Plattenkondensator**

(homogenes Feld)  
 Luft im Kondensator:

$$\epsilon_r \approx 1$$

$$\epsilon \approx \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

Dielektrikum im Kondensator:

$$\epsilon_r > 1$$

**Schaltung von Kondensatoren:** Seite 23

$C$  Kapazität  
 $Q$  gespeicherte Ladung  
 $U$  Spannung am Kondensator  
 $W$  gespeicherte Energie  
 $E$  Feldstärke zwischen den Platten  
 $U$  Spannung zwischen den Platten  
 $C$  Kapazität  
 $l$  Plattenabstand  
 $A$  wirksame Plattenfläche (Feldquerschnitt)  
 $\epsilon$  Permittivität\*  
 $\epsilon_0$  elektr. Feldkonstante  
 $\epsilon_r$  Permittivitätszahl, relat. Permittivität  
 $\sigma$  Flächenladungsdichte, Ladungsbedeckung\*\*  
 $Q$  Ladung auf den Platten  
 $F$  Kraft zwischen geladenen Kondensatorplatten

\* griech. Kleinbuchstabe Epsilon  
 \*\* griech. Kleinbuchstabe Sigma

$$[C] = \frac{As}{V} = F$$

$$[W] = VA s = J$$

$$[E] = \frac{V}{m} = \frac{N}{As}$$

$$[C] = \frac{As \cdot m^2}{Vm \cdot m} = F$$

$$[\epsilon] = [\epsilon_0] = \frac{As}{Vm} = \frac{F}{m}$$

$$[\sigma] = \frac{As}{m^2}$$

$$[E] = \frac{As \cdot Vm}{m^2 \cdot As} = \frac{V}{m}$$

$$[F] = \frac{As \cdot V^2}{Vm} = N$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

$$E = \frac{U}{l}$$

$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{l}$$

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$$

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

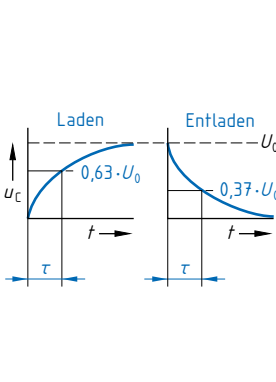
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$F = \frac{1}{2} \cdot \epsilon \cdot \frac{U^2}{l^2} \cdot A$$

**Tabelle: Permittivitätszahlen (früher Dielektrizitätszahlen)**

Dielektrikum	$\epsilon_r$	Dielektrikum	$\epsilon_r$	Dielektrikum	$\epsilon_r$	Dielektrikum	$\epsilon_r$
Luft	1	Polystyrol	2,5	Glimmer	6 bis 8	Wasser	80
Acrylglas	3,5	Hartpapier	4	Glas	4 bis 8	Isolieröl	1 bis 2,4
Polyethylen	2,3	Keramik	10 bis 10000	Porzellan	5 bis 6	Phenolharz	5

**7.3 Zeitkonstante bei RC-Schaltung, Ladezeit und Entladezeit**



$U_0$  Ladespannung, Spannung des geladenen Kondensators  
 $u_C$  Momentanwert der Spannung am Kondensator  
 $i_C$  Momentanwerte der Lade- bzw. Entladestromstärke  
 $I_0$  Anfangsstromstärke  
 $\tau$  Zeitkonstante  
 $C$  Kapazität  
 $R$  Widerstand im Stromkreis  
 $t_C$  Ladezeit, Entladezeit  
 $t$  Zeit, Dauer  
 $e$  Eulersche Zahl ( $e = 2,718\dots$ )

$$[\tau] = \frac{V}{A} \cdot \frac{As}{V} = s$$

**Eingabemodus e-Funktion:**

Taste  $e^x$



$$\tau = R \cdot C$$

$$t_C \approx 5 \cdot \tau$$

Laden:

$$u_C = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$i_C = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

Entladen:

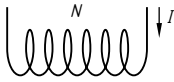
$$u_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_C = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

## 8 Magnetisches Feld

## 8.1 Magnetische Größen

## Durchflutung

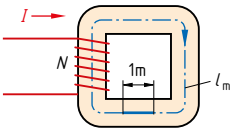


$\Theta$  Durchflutung  
 $I$  Stromstärke  
 $N$  Windungszahl

$$[\Theta] = A$$

$$\Theta = I \cdot N$$

## Feldstärke



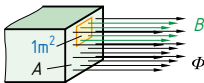
$H$  magnetische Feldstärke  
 $\Theta$  Durchflutung  
 $I$  Stromstärke  
 $N$  Windungszahl  
 $l_m$  mittlere Feldlinienlänge

$$[H] = \frac{A}{m}$$

$$H = \frac{\Theta}{l_m}$$

$$H = \frac{I \cdot N}{l_m}$$

## Flussdichte



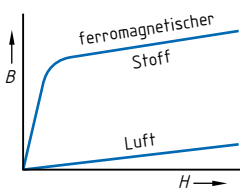
$B$  magnetische Flussdichte  
 $\Phi$  magnetischer Fluss  
 $A$  Querschnittsfläche

$$[\Phi] = Vs = Wb$$

$$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T$$

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

## Flussdichte und Feldstärke



$B$  magnetische Flussdichte  
 $H$  magnetische Feldstärke  
 $\mu$  Permeabilität  
 $\mu_0$  magnet. Feldkonstante  
 $\left(\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}\right)$   
 $\mu_r$  Permeabilitätszahl  
 (relative Permeabilität)

$$[\mu] = \frac{Vs}{Am} = \frac{H}{m}$$

$$[\mu_0] = [\mu]$$

$$[H] = \frac{A}{m}$$

$$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T$$

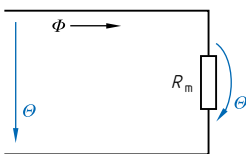
$$B = \mu \cdot H$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

Feld in Luft und in nichtferromagnetischen Stoffen:  $\mu_r \approx 1$

Feld in ferromagnetischem Stoff:  
 $\mu_r \gg 1$

## Magnetischer Widerstand



$R_m$  magnetischer Widerstand  
 $\Theta$  Durchflutung  
 $\Phi$  magnetischer Fluss  
 $l_m$  mittlere Feldlinienlänge  
 $\mu_0$  magnet. Feldkonstante  
 $\mu_r$  Permeabilitätszahl  
 (relative Permeabilität)  
 $A$  Kernquerschnitt

$$[R_m] = \frac{A}{Vs} = \frac{1}{H}$$

$$= \frac{1}{\Omega s}$$

$$R_m = \frac{\Theta}{\Phi}$$

$$R_m = \frac{l_m}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}$$

## Magnetischer Leitwert

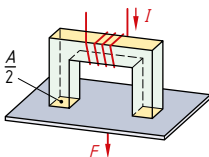
$\Lambda$  magnetischer Leitwert  
 $R_m$  magnetischer Widerstand

$$[\Lambda] = \frac{Vs}{A} = H$$

$$= \Omega s$$

$$\Lambda = \frac{1}{R_m}$$

## 8.2 Haltekraft von Elektromagneten



$F$  Haltekraft, Tragkraft  
 $B$  magnetische Flussdichte  
 $A$  Gesamte Polfläche  
 (wirksame Fläche)  
 $\mu_0$  magnet. Feldkonstante

$$[F] = \frac{T^2 \cdot m^2}{\frac{Vs}{Am}}$$

$$= \frac{VA}{m} = \frac{Nm}{m}$$

$$= N$$

$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0}$$