



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Holztechnik

Peschel · Hornhardt · Nennewitz · Nutsch · Schulzig · Seifert · Strechel

# Tabellenbuch Holztechnik

Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen

Bearbeitet von Lehrern an berufsbildenden Schulen  
und von Ingenieuren

Lektorat: Peter Peschel

10. Auflage 2017

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 41814

Grundlagen

Holz und  
Holzwerkstoffe

Werkstoffe

Technisches  
Zeichnen

Konstruktionen

Bauphysik

Fertigungs-  
mittel

Betriebs-  
organisation

## Autoren des Tabellenbuches Holztechnik

Peschel, Peter	Oberstudiendirektor a.D.	Göttingen
Hornhardt, Eva	Dipl.-Ing., Freie Architektin	Wuppertal
Nennewitz, Ingo	Tischlermeister, Lehrmeister	Bremerhaven
Nutsch, Wolfgang	Dipl.-Ing (FH), Studiendirektor a.D.	Stuttgart
Schulzig, Sven	Oberstudienrat	Kassel
Seifert, Gerhard	Dipl.-Ing (FH), Studiendirektor a.D.	Ehingen
Strechel, Tim	Studienrat	Bremerhaven

## Lektorat

Peter Peschel

## Bildbearbeitung

Verlag Europa-Lehrmittel, Bildbearbeitung, 73760 Ostfildern

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter sowie anderer Bestimmungen und Richtlinien zugrunde gelegt (Redaktionsschluss 31.12.2016). Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafestraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

10. Auflage 2017

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-4190-6

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: rkt, 42799 Leichlingen, [www.rktypo.com](http://www.rktypo.com)

Umschlag: Blick Kick Kreativ KG, 42653 Solingen

Druck: M.P. Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

## Vorwort

Das „Tabellenbuch Holztechnik“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Holzberufe. Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl alleine als auch in Verbindung mit anderen Lehrbüchern in der Aus- und Weiterbildung wie in der beruflichen Praxis verwendet werden. Es enthält sowohl Tabellen, Formeln, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen als auch viele Stoffwerte und Konstruktionsgrößen. Die Auswahl der technologischen, mathematischen, zeichnerischen und arbeitsplanerischen Inhalte dieser Sammlung erfolgte unter weitgehender Berücksichtigung der Rahmenlehrpläne der Bundesländer für die Berufe im Berufsfeld Holztechnik und der Inhalte der bewährten Lehrbücher. Gleichfalls wurde an die Erfordernisse der Praxis und Weiterbildung gedacht. Das Tabellenbuch eignet sich als Nachschlagewerk für Auszubildende, Schülerinnen und Schüler der Berufsschule, der Berufsfachschule, der Fachoberschule und der Berufsoberschule. Es ist darüber hinaus auch als Informationsquelle bei praktischen Ausbildungsmaßnahmen, bei der Fortbildung in Meister- und Technikerschulen und der Berufspraxis geeignet.

Das Tabellenbuch ist eingeteilt in die Abschnitte

<b>Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen</b>	<b>1</b>
<b>Holz und Holzwerkstoffe</b>	<b>2</b>
<b>Werkstoffe</b>	<b>3</b>
<b>Technisches Zeichnen</b>	<b>4</b>
<b>Konstruktionen</b>	<b>5</b>
<b>Bauphysik</b>	<b>6</b>
<b>Fertigungsmittel</b>	<b>7</b>
<b>Betriebsorganisation</b>	<b>8</b>

Ein schneller Zugriff wurde durch das Daumen-Griffregister ermöglicht. Großer Wert wurde auf die Übersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Das Inhaltsverzeichnis am Anfang des Tabellenbuches wird durch Teilinhaltsverzeichnisse vor dem jeweiligen Hauptkapitel ergänzt. Die wichtigsten Normen und Regelwerke sowie eine Auswahl der einschlägigen Literatur sind jeweils vor den Hauptkapiteln benannt. Das Sachwortverzeichnis am Schluss ist besonders ausführlich gehalten und enthält neben den deutschen auch die wichtigsten englischen Bezeichnungen.

Die jetzige 10. überarbeitete Auflage entspricht in der Abfolge der Themen der vorherigen. Die neusten Normen auf europäischer Ebene (DIN EN, DIN EN ISO), die dazugehörigen Nationalen Anhänge (NA), aber auch die nationalen Normen (DIN), sowie die Vorschriften der aktuellen Energie-Einspar-Verordnung (EnEV) wurden berücksichtigt.

Das vorliegende Werk wurde mit der gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Lektor und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie evtl. Druck- und Satzfehlern keine Haftung.

Allen, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des Tabellenbuches beigetragen haben – insbesondere den im Quellenverzeichnis genannten Firmen, Institutionen und Verlagen – sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Für Anregungen zur Weiterentwicklung, Verbesserungsvorschläge und Fehlerhinweise sind wir jederzeit dankbar. Sie können dafür unsere Adresse [lektorat@europa-lehmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehmittel.de) nutzen.

Göttingen, im Herbst 2017

Autoren und Verlag

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen</b> . . . . .	<b>7</b>
1.1	Größen und Einheiten	8
1.2	Mathematische Grundlagen	11
1.3	Gleichungen	13
1.4	Dreisatzrechnen und Mischungsrechnen	15
1.5	Prozentrechnen und Zinsrechnen	16
1.6	Längen	17
1.7	Flächen	18
1.8	Dreiecksberechnung und Winkelfunktionen	23
1.9	Körper	26
1.10	Funktionen und grafische Darstellungen	28
1.11	Kohäsion und Adhäsion	32
1.12	Masse, Dichte, Kräfte	33
1.13	Gleichförmige und beschleunigte Bewegung	36
1.14	Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	37
1.15	Einfache Maschinen und Antriebe	38
1.16	Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre	41
1.17	Flüssigkeiten und Gase	47
1.18	Elektrotechnik	48
1.19	Wärmetechnik	54
1.20	Grundlagen der Akustik	55
1.21	Chemische Grundlagen	56
<b>2</b>	<b>Holz und Holzwerkstoffe</b> . . . . .	<b>61</b>
2.1	Aufbau und Schnitte	63
2.2	Holzarten	65
2.2.1	Nadelholz	65
2.2.2	Laubholz	66
2.2.3	Kennwerte	70
2.3	Holzfehler	76
2.4	Holzschutz	78
2.4.1	Schutz vor Insekten und Pilzen	78
2.4.2	Brandschutz für Holzbauteile	80
2.5	Holzfeuchte	81
2.6	Holz als Handelsware	86
2.7	Furniere	111
2.8	Parkett	113
2.9	Holzwerkstoffe	115
2.9.1	Sperrholz	116
2.9.2	Holzspanwerkstoffe	119
2.9.3	Holzfaserverwerkstoffe	122
2.9.4	Melaminbeschichtete Platten	124
2.9.5	Leichtbau-Verbundwerkstoffe	125
<b>3</b>	<b>Werkstoffe</b> . . . . .	<b>127</b>
3.1	Mineralische Plattenwerkstoffe	129
3.1.1	Gipskartonplatten und Gipsplatten	129
3.1.2	Faserzementplatten	130
3.1.3	Gipsfaserplatten	130
3.1.4	Holzwoleplatten	130
3.2	Glas	131
3.2.1	Glasarten und Glaserzeugnisse	131
3.2.2	Flachglas	132
3.2.3	Mehrscheiben-Isolierglas	133
3.3	Metalle	135
3.3.1	Bezeichnungssysteme für Stähle durch Werkstoffnummern	135
3.3.2	Bezeichnungssysteme für Stähle durch Kurznamen	135
3.3.3	Einteilung der Stähle	136
3.3.4	Eisen-Gusswerkstoffe	137
3.3.5	Stahl-Fertigerzeugnisse	138
3.3.6	Nichteisenmetalle	139
3.3.7	Hartmetalle	140
3.3.8	Korrosion und Korrosionsschutz	141
3.4	Verbindungsmittel	142
3.4.1	Drahtstifte und Klammern	142
3.4.2	Holzschrauben	143
3.4.3	Gewindeschrauben	146
3.4.4	Muttern und Unterlegscheiben	147
3.4.5	Gewinde, Bohrung, Senkung	148
3.4.6	Blechschraben, Bohrschrauben und Blindniete	149
3.4.7	Holzdübel, Federn und Einschraubmuttern	150
3.4.8	Befestigungsmittel Dübel	151
3.5	Kunststoffe	156
3.6	Klebstoffe	164
3.7	Oberflächenmittel	167
3.7.1	Mittel zur Vorbehandlung	167
3.7.2	Beizmittel und Färbemittel	168
3.7.3	Beschichtungsstoffe	169
3.7.4	Auftragstechnik	174
3.7.5	Haftungsprüfung und Beanspruchungsgruppen	175
3.8	Schleifmittel	177
3.9	Umwelt- und Arbeitsschutz	181
3.9.1	Vorschriften und Begriffe	181
3.9.2	Gefahrstoffe in der Holztechnik	182
3.9.3	Löse- und Verdünnungsmittel	184
3.9.4	Holzstaub	185

# Inhaltsverzeichnis

3.9.5 Arbeitsplatzgrenzwerte, TRGS 900 . . . 187	<b>5.3 Fenster . . . . . 261</b>
3.9.6 Betriebsanweisung . . . . . 188	5.3.1 Öffnungsarten, Konstruktionen und Fensterprofile . . . . . 261
3.9.7 Sicherheitsdatenblätter, H-Sätze und P-Sätze . . . . . 189	Fenstersysteme . . . . . 263
3.9.8 Werte von ausgewählten Stoffen . . . 191	Profilquerschnitte . . . . . 264
3.9.9 Kennzeichnung von Gefahrstoffen . 192	5.3.2 Beanspruchung . . . . . 266
3.9.10 Sicherheitskennzeichnung . . . . . 193	5.3.3 Bemessung von Rahmen- querschnitten . . . . . 268
<b>4 Technisches Zeichnen . . . . . 195</b>	5.3.4 Befestigungen . . . . . 271
<b>4.1 Zeichengeräte und Materialien . . . 196</b>	5.3.5 Maße am Fenster . . . . . 272
<b>4.2 Normschrift . . . . . 198</b>	5.3.6 Anschlussbildung Fenster – Baukörper . . . . . 273
<b>4.3 Maßstäbe . . . . . 198</b>	5.3.7 Windlasten . . . . . 276
<b>4.4 Grundkonstruktionen . . . . . 199</b>	5.3.8 Wärmedämmung, Schallschutz, Einbruchschutz . . . . . 281
4.4.1 Geometrische Grundkonstruktionen . . . . . 199	5.3.9 Beschlag . . . . . 281
4.4.2 Rechtwinklige Parallelprojektion . . 207	5.3.10 Oberflächenbeschichtung . . . . . 282
4.4.3 Austragungen und wahre Größen . 209	5.3.11 Verglasung . . . . . 284
4.4.4 Parallelprojektionen . . . . . 212	5.3.12 Gebrauchsklassen für Holzfenster . 289
<b>4.5 Perspektive . . . . . 213</b>	<b>5.4 Innenausbau . . . . . 290</b>
4.5.1 Übereck-Perspektive . . . . . 214	5.4.1 Einbauschränke . . . . . 290
4.5.2 Zentralperspektive . . . . . 215	5.4.2 Wände – Nichttragende Trennwände . . . . . 292
<b>4.6 Grundlagen der Gestaltung . . . . . 216</b>	5.4.3 Wandverkleidungen . . . . . 295
<b>4.7 Linienarten . . . . . 219</b>	5.4.4 Deckenverkleidungen . . . . . 296
<b>4.8 Bemaßung . . . . . 222</b>	5.4.5 Holzfußböden . . . . . 297
<b>4.9 Toleranzen und Passungen . . . . . 226</b>	<b>5.5 Treppen . . . . . 298</b>
4.9.1 Holz-Toleranzreihen (HT) . . . . . 227	5.5.1 Treppenarten . . . . . 298
4.9.2 Eintragen von Toleranzen . . . . . 227	5.5.2 Maßbegriffe und Bezeichnungen . . 299
4.9.3 Maßänderungen durch Quellen und Schwinden . . . . . 228	5.5.3 Maßliche Anforderungen . . . . . 300
4.9.4 Passungen . . . . . 230	5.5.4 Verziehen von gewendelten Treppen . . . . . 306
4.9.5 Passsysteme . . . . . 231	<b>5.6 Küchen . . . . . 307</b>
<b>4.10 Darstellung von Werkstoffen und Beschlägen . . . . . 232</b>	
<b>4.11 Oberflächenzeichen . . . . . 235</b>	
<b>4.12 Schraffuren von Baustoffen und Bauteilen . . . . . 235</b>	
<b>4.13 Maßordnung im Hochbau . . . . . 236</b>	
<b>4.14 Symbole in Ausführungs- zeichnungen . . . . . 238</b>	
<b>5 Konstruktionen . . . . . 239</b>	<b>6 Bauphysik . . . . . 311</b>
<b>5.1 Möbel . . . . . 241</b>	<b>6.1 Dämm-, Dichtungs- und Sperrstoffe 312</b>
5.1.1 Möbelarten und Gestaltung . . . . . 241	Bemessungswerte . . . . . 313
5.1.2 Möbelteile und Möbelbeschläge . . 243	<b>6.2 Wärmeschutz . . . . . 316</b>
<b>5.2 Türen . . . . . 252</b>	6.2.1 Physikalische Grundlagen . . . . . 316
5.2.1 Innentüren . . . . . 252	6.2.2 Wärmetechnische Mindestanforderungen . . . . . 317
5.2.2 Außentüren . . . . . 258	6.2.3 Wärmebrücken . . . . . 322
	6.2.4 Anforderungen an den Wärmeschutz im Sommer . . . . . 323
	6.2.5 Energieeinsparverordnung . . . . . 324

# Inhaltsverzeichnis

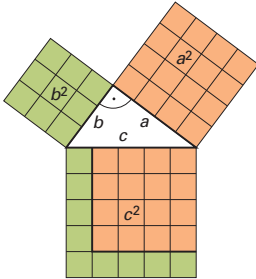
<b>6.3 Feuchteschutz und Tauwasserschutz</b> .....	<b>333</b>	<b>8.3 Kalkulation</b> .....	<b>408</b>
6.3.1 Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz .....	333	Lohnarten .....	410
6.3.2 Schutzmaßnahmen gegen Tauwasserbildung .....	335	Lohn- und Materialkosten .....	411
6.3.3 Feuchteschutztechnische Berechnungen .....	336	<b>8.4 Vergabe- und Vertragsordnung für Bauleistungen (VOB)</b> .....	<b>414</b>
<b>6.4 Schallschutz</b> .....	<b>343</b>	<b>8.5 Bauregelliste</b> .....	<b>417</b>
<b>6.5 Brandschutz</b> .....	<b>348</b>	<b>8.6 Präsentationstechniken</b> .....	<b>420</b>
<b>6.6 Bauen im Bestand</b> .....	<b>355</b>	Internetverzeichnis .....	423
		Sachwortverzeichnis .....	425 ... 440
<b>7 Fertigungsmittel</b> .....	<b>359</b>		
<b>7.1 Hobelbank und Bankwerkzeuge</b> ...	<b>361</b>	<b>In den Umschlaginnenseiten</b>	
<b>7.2 Maschinen</b> .....	<b>366</b>	<b>vorne:</b>	
7.2.1 Standmaschinen einschl. Musterbetriebsanweisung	366	SI-Basiseinheiten	
7.2.2 CNC-Bearbeitungszentren .....	369	Abgeleitete physikalische Größen	
7.2.3 Handmaschinen .....	370	SI-Vorsätze	
7.2.4 Elektromotoren .....	371	Griechisches Alphabet	
<b>7.3 Maschinenwerkzeuge</b> .....	<b>372</b>	<b>hinten:</b>	
7.3.1 Schneidstoffe .....	372	Physikalische Größen, Formelzeichen,	
7.3.2 Schnittrichtungen .....	372	SI-Einheiten, besondere Einheiten und Namen	
7.3.3 Werkzeugbegriffe und Schneiden- geometrie, Berechnungen .....	373		
7.3.4 Kreissägeblätter .....	376		
7.3.5 Fräswerkzeuge .....	378		
7.3.6 Maschinenbohrer .....	379		
7.3.7 Bandsägen, Streifenhobelmesser und Fräsketten .....	379		
<b>7.4 Pneumatik und Hydraulik</b> .....	<b>380</b>		
<b>7.5 Grafset (Funktionspläne)</b> .....	<b>384</b>		
<b>7.6 CNC-Technik</b> .....	<b>386</b>		
Programmaufbau .....	387		
Programmschlüssel .....	388		
Werkstatorientierte Programmierung (WOP) .....	392		
<b>7.7 Informationstechnik</b> .....	<b>394</b>		
Struktur des Mikrocomputers .....	395		
Schnittstellen, Steckverbinder .....	396		
Vernetzung, Internet .....	397		
Software, Betriebssysteme .....	398		
<b>8 Betriebsorganisation</b> .....	<b>399</b>		
<b>8.1 Tischlerei-Betrieb als Dienstleister</b> .	<b>400</b>		
Aufgaben und Ausführung .....	400		
Qualitätssicherung .....	402		
Ablauf- und Terminplanung .....	403		
<b>8.2 Begriffe der Auftrags- und Belegungszeiten</b> .....	<b>406</b>		

# 1 Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen

## Inhaltsverzeichnis

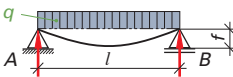
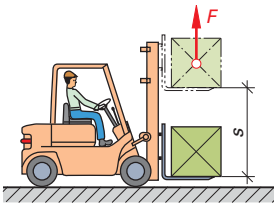
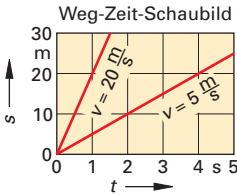
### Mathematik

Grad	0° ... 45°		↑
	sin	tan	
0	0,0000	0,0000	90
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
...	...	...	...



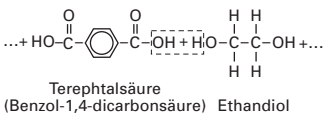
- 1.1 Größen und Einheiten ..... 8
- 1.2 Mathematische Grundlagen ..... 11
  - Rechenarten, Bruchrechnung, Klammerrechnung ..... 11
  - Potenzen, Wurzeln, Binomische Formeln ..... 12
- 1.3 Gleichungen ..... 13
- 1.4 Dreisatz und Mischungsrechnen ..... 15
- 1.5 Prozentrechnen und Zinsrechnen ..... 16
- 1.6 Längen ..... 17
- 1.7 Flächen ..... 18
  - Flächeninhalt, Umfang, Schwerpunkte ..... 21
- 1.8 Dreiecksberechnungen und Winkelfunktionen ..... 23
  - Lehrsatz des Pythagoras ..... 23
  - Lehrsatz des Euklid, Winkelfunktionen ..... 23
  - Trigonometrische Funktionen ..... 24
  - Schiefwinklige Dreiecke ..... 25
- 1.9 Körper ..... 26
- 1.10 Funktionen und grafische Darstellungen ..... 28
  - Diagramme ..... 29
  - Nomogramme ..... 30
  - Taschenrechner ..... 31

### Technische Physik



- 1.11 Kohäsion und Adhäsion ..... 32
- 1.12 Masse, Dichte, Kräfte ..... 33
- 1.13 Gleichförmige und beschleunigte Bewegung ..... 36
- 1.14 Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad ..... 37
- 1.15 Einfache Maschinen und Antriebe ..... 38
  - Drehmoment und Hebel ..... 38
  - Riementriebe, Zahnradtriebe, Kettentriebe ..... 39
- 1.16 Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre ..... 41
  - Statische Systeme ..... 41
  - Gleichgewichtsbedingungen ..... 41
  - Aktionskräfte und Reaktionskräfte ..... 41
  - Belastungsfälle ..... 42
  - Beanspruchungsarten ..... 43
  - Knickung von Stäben ..... 43
  - Einwirkungen auf Tragwerke ..... 45
  - Tragwerksplanung ..... 45
  - Statische Festigkeit ..... 46
  - Sicherheitskonzept ..... 46
- 1.17 Flüssigkeiten und Gase ..... 47
- 1.18 Elektrotechnik ..... 48
  - Ohmsches Gesetz ..... 48
  - Elektrische Leistung und Arbeit ..... 49
  - Schutzmaßnahmen ..... 51
  - Hausanschlussraum ..... 53
- 1.19 Wärmetechnik ..... 54
- 1.20 Grundlagen der Akustik ..... 55

### Chemie



- 1.21 Chemische Grundlagen ..... 56
  - Periodensystem ..... 56
  - Atomaufbau, Elemente, Chemische Bindungen ..... 57
  - Organische und makromolekulare Verbindungen ..... 58
  - Oxide, Chemie des Wassers ..... 59
  - Säuren, Laugen, Salze ..... 60

## 1.1 Größen und Einheiten

Im Internationalen Einheitensystem (SI) sind die Einheiten im Messwesen festgelegt. Von den sieben Grundeinheiten (Basiseinheiten) sind weitere Einheiten abgeleitet.

### Basisgrößen und Basiseinheiten

Größe	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Zeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd
Abgeleitete Einheiten	Einheiten, die aus den Grundeinheiten mit dem Faktor 1 oder mit Potenzen abgeleitet werden, z.B. $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$						
Nicht abgeleitete Einheiten	Einheiten, die durch einen anderen Faktor umgerechnet wurden, z.B. $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$						

### Vorsätze

Faktor	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	
Vorsatz	Tera	Giga	Mega	Kilo	Hekto	Deka	Dezi	Zenti	Milli	Mikro	Nano	Piko	
Zeichen	T	G	M	k	h	da	d	c	m	$\mu$	n	p	
vergrößern	←						→						verkleinern

### Zehnerpotenzen

Werte über 1 mit **positiven** Exponenten, Werte unter 1 mit **negativen** Exponenten

Wert	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Potenz	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$

### Aufrunden und Abrunden

	Vorgang	Beispiel
Aufrunden	wenn die nächste Stelle eine 5 oder größer ist	3,1415 → 3,142
Abrunden	wenn die nächste Stelle eine 4 oder kleiner ist	3,1415 → 3,14 (auf Hundertstel)

### Länge, Fläche, Volumen, Winkel

Größe	Formelzeichen DIN 1304	Einheit		Beziehungen zwischen den Einheiten
		Zeichen	Bedeutung	
Länge	$l$	m	Meter	$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$ $1 \text{ mm} = 1000 \mu\text{m}$ $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ $1 \text{ inch} = 1 \text{ Zoll} = 25,4 \text{ mm}$
Fläche	$A, S$	$\text{m}^2$ a ha	Quadratmeter Ar Hektar	$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10000 \text{ cm}^2 = 1000000 \text{ mm}^2$ $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ (für Grundstücksflächen) $1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10000 \text{ m}^2$ $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}$
Volumen	$V$	$\text{m}^3$ l	Kubikmeter Liter	$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$ $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$
Winkel, eben	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	$^\circ$ ' " rad	Grad Minute Sekunde Radiant	$1^\circ = 60'$ $1' = 60''$ $1''$ $1 \text{ rad} = 1 \text{ m/m} = (180/\pi)^\circ = 57,2957^\circ$ $1^\circ = \pi/180 \text{ rad} = 60'$

### Zeiteinheiten

(Jahr)	$1 \text{ a} = 365 \text{ d}$	(Monat)	$1 \text{ m} = (1/12) \text{ a}$	(Tag)	$1 \text{ d} = 24 \text{ h}$
(Stunde)	$1 \text{ h} = 60'$	(Minute)	$1' = 60''$	(Sekunde)	$1'' = (1/60)'$



1.1 Größen und Einheiten				
Größe	Formelzeichen DIN 1304	Einheit		Beziehungen zwischen den Einheiten
		Zeichen	Bedeutung	
<b>Zeitgrößen</b>				
Zeit	$t$	min h d	s Minute Stunde Tag	Sekunde 1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3600 s 1 d = 24 h
Geschwindigkeit	$v$	m/s	Meter/Sekunde	1 m/s = 60 m/min = 3,6 km/h
Winkelgeschwindigkeit	$\omega$	1/s	1/Sekunde	
Beschleunigung $g$	$a$	m/s <sup>2</sup>	Meter/Sekunde <sup>2</sup>	Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
Frequenz	$f$	Hz	Hertz	1 Hz = 1/s 1 Hz = 1 Schwingung/s
Drehzahl	$n$	1/min 1/s	1/Minute 1/Sekunde	1/min = 1 min <sup>-1</sup> 1/s = 60/min = 60 min <sup>-1</sup>
<b>Mechanische Größen</b>				
Masse	$m$	kg g t	Kilogramm Gramm Tonne	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg
Dichte	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Kilogramm/ Meter <sup>3</sup>	1000 kg/m <sup>3</sup> = 1 kg/dm <sup>3</sup> = 1 t/m <sup>3</sup>
Kraft Gewichtskraft	$F$ $G, F_g$	N	Newton	1 N = 1 kg m/s <sup>2</sup> = 1 J/m
Drehmoment	$M$	Nm	Newtonmeter	1 kNm = 100 daNm = 1000 Nm
Druck	$p$	Pa	Pascal	1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup> 1 bar = 100000 Pa = 10 <sup>5</sup> bar = 10 N/cm <sup>2</sup> 1 mbar = 1 hPa
Mechanische Spannung	$\sigma$ $\tau$	N/m <sup>2</sup>	Newton/Meter <sup>2</sup>	1 MN/m <sup>2</sup> = 1 N/mm <sup>2</sup> = 1 MPa
Trägheitsmoment	$I$	cm <sup>4</sup>	Zentimeter <sup>4</sup>	Flächenmoment 2. Grades
<b>Temperatur und Wärme</b>				
Temperatur thermodynamisch	$T$ $t, \vartheta$	K °C	Kelvin Grad Celsius	0 K = -273 °C 0 °C = 273 K Temperaturdifferenz 1 K = 1 °C
Wärmemenge	$Q$	J	Joule	1 J = 1 Nm = 1 Ws 3600 kJ = 1 kWh
Spezifischer Heizwert	$H$	J/kg	Joule/ Kilogramm	
<b>Elektrische Größen</b>				
Stromstärke Spannung Widerstand	$I$ $U$ $R$	A V $\Omega$	Ampere Volt Ohm	1 $\Omega$ = 1 V/A
Spezifischer Widerstand Leitfähigkeit	$\rho$ $\kappa$	$\Omega$ m S/m	Ohmmeter Siemens/Meter	$\rho = 1/\kappa$
Arbeit	$W$	Ws	Wattsekunde	1 Ws = 1 J, 1 kWh = 3,6 · 10 <sup>6</sup> Ws
Leistung	$P$	W	Watt	1 W = 1 Nm/s = 1 J/s = 1 VA

1.1 Größen und Einheiten					
Mathematische Symbole				Griechische Buchstaben	
Zeichen	Bedeutung	Zeichen	Bedeutung	groß/klein	Name
=	gleich	$\overline{AB}$	Strecke AB	$A, a$	Alpha
$\neq$	ungleich	( ), [ ]	Klammern	$B, \beta$	Beta
$\cong$	entspricht			$\Gamma, \gamma$	Gamma
$\approx$	ungefähr, etwa	{ }		$\Delta, \delta$	Delta
<	kleiner als		parallel	$E, \epsilon$	Epsilon
>	größer als	↑↑	gleichsinnig parallel	$Z, \zeta$	Zeta
$\leq$	kleiner oder gleich	↓↓	gegensinnig parallel	$H, \eta$	Eta
$\geq$	größer oder gleich	⊥	senkrecht auf	$\Theta, \theta$	Theta
...	und so weiter bis	⊥	rechter Winkel	$I, \iota$	Jota
+	plus	∠	Winkel	$K, \kappa$	Kappa
-	minus	△	Dreieck	$\Lambda, \lambda$	Lambda
±	plus-minus	⊙	Kreis	$M, \mu$	My
×, ÷	multipliziert, mal dividiert, Bruchstrich	≅	kongruent zu	$N, \nu$	Ny
Σ	Summe von ...	Δx	Delta x (Differenz)	$\Xi, \xi$	Xi
π	pi = 3,141...	ln	natürlicher Logarithmus	$O, o$	Omikron
~	proportional	log	Logarithmus	$\Pi, \pi$	Pi
a <sup>n</sup>	potenziert	lg	dekadischer Logarithmus	$P, \rho$	Rho
√	Quadratwurzel	%	Prozent, von Hundert	Σ, σ	Sigma
∛	n-te Wurzel	‰	Promille, von Tausend	$T, \tau$	Tau
l	Länge	sin	Sinus	$Y, \upsilon$	Ypsilon
A	Fläche	cos	Kosinus	$\Phi, \varphi$	Phi
V	Volumen	tan	Tangens	$X, \chi$	Chi
		cot	Kotangens	$\Psi, \psi$	Psi
				$\Omega, \omega$	Omega

Zahlensysteme		
Art	Basis	Zeichenvorrat
Dualzahlen	2	0 1
Dezimalzahlen	10	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
Hexadezimalzahlen (Sedezimalzahlen)	16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Darstellung und Umwandlung der Zahlensysteme									
Dezimalsystem					Dualsystem				
Dezimalzahl z <sub>10</sub> 350					Dualzahl z <sub>2</sub> 1101				
Stelle	10 <sup>2</sup> = 100	10 <sup>1</sup> = 10	10 <sup>0</sup> = 1		Stelle	2 <sup>3</sup> = 8	2 <sup>2</sup> = 4	2 <sup>1</sup> = 2	2 <sup>0</sup> = 1
Wert	3 · 100	5 · 10	0 · 1		Wert	1 · 8 = 8	1 · 4 = 4	0 · 2 = 0	1 · 1 = 1
Gesamt- wert, dezimal	300 + 50 + 0 = 350				Gesamt- wert, dezimal	8 + 4 + 0 + 1 = 13			

Hexadezimalsystem									
Dezimalzahl					Dualzahl				
Umwandlung in					Umwandlung in				
Dezimalzahl B3E					Dualzahl B3E				
Stelle	16 <sup>2</sup> = 256	16 <sup>1</sup> = 16	16 <sup>0</sup> = 1		Ziffernwert	11	3	14	
Wert	11 · 256	3 · 16	14 · 1		Gruppe von 4 Bit	1011	0011	1110	
Gesamt- wert:	2816 + 48 + 14 = 2878				Dualzahl:	1011 0011 1110			

## 1.2 Mathematische Grundlagen

### Rechenarten

Art	Bezeichnung	Art	Bezeichnung
<b>Addition</b> $a + b = c$	a, b Summand c Summenwert	<b>Potenzierung</b> $a^b = c$	a Basis b Exponent c Potenzwert
<b>Subtraktion</b> $a - b = c$	a Minuend, b Subtrahend c Differenzwert	<b>Radizierung</b> $\sqrt[b]{a} = c$	a Radikand b Wurzelexponent c Wurzelwert
<b>Multiplikation</b> $a \cdot b = c$	a, b Faktor c Produktwert		
<b>Division</b> $a : b = c$	a Dividend, b Divisor c Quotientwert	<b>Logarithmierung</b> $\log_b a = c$	a Logarithmand, b Basis c Logarithmuswert

### Bruchrechnung

Begriffe	Bruchart	Kennzeichen	Beispiel
Brüche sind Teile eines Ganzen	Positive Brüche	$> 0$	$3/4$
	Negative Brüche	$< 0$	$-2/5$
	Echte Brüche	$< 1$ , Zähler $<$ Nenner	$4/15$
	Unechte Brüche	$> 1$ , Zähler $>$ Nenner	$7/3$
	Gleichnamige Brüche	gleiche Nenner	$3/8, 5/8, 7/8$
	Ungleichnamige Brüche	ungleiche Nenner	$3/12, 4/5, 2/9$
Scheinbruch	Nenner = 1	$6/1$	
Rechenoperation	Regel	Beispiel	
<b>Erweitern</b>	Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl multipliziert	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$	$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{xz}{yz}$
<b>Kürzen</b>	Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl dividiert	$\frac{24}{42} = \frac{12}{21}$	
<b>Addieren, Subtrahieren</b>	Brüche müssen gleichnamig sein	$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10} = 1 \frac{1}{10}$	
<b>Multiplizieren</b>	Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizieren	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$	
<b>Dividieren</b>	Bruch mit Kehrwert des anderen Bruches multiplizieren	$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$	

### Vorzeichenregel

Regel	Beispiel	Regel	Beispiel
Zwei Faktoren mit gleichen Vorzeichen ergeben ein positives Ergebnis	$3 \cdot 6 = 18$ $(-x) \cdot (-y) = xy$	Dividend und Divisor mit gleichen Vorzeichen ergeben einen positiven Quotienten	$10/2 = 5$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Zwei Faktoren mit ungleichen Vorzeichen ergeben ein negatives Ergebnis	$(-4) \cdot 7 = -28$ $x \cdot (-y) = -xy$	Dividend und Divisor mit ungleichen Vorzeichen ergeben einen negativen Quotienten	$16/-4 = -4$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

Punktrechnungen müssen vor Strichrechnungen erfolgen

### Klammerrechnung

Regel	Beispiel
Auflösen einer Klammer mit <b>Plus</b> vor der Klammer: – Klammer kann entfallen	$x + (y - z) = x + y - z$
Auflösen einer Klammer mit <b>Minus</b> vor der Klammer: – Klammer kann entfallen, Vorzeichen in der Klammer werden umgekehrt	$5 - (10 - 4) = 5 - 10 + 4 = -1$
<b>Faktor</b> vor einem Klammersausdruck: – jedes Glied der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert	$4(x - y + z) = 4x - 4y + 4z$

## 1.2 Mathematische Grundlagen

### Klammerrechnung (Fortsetzung)

Regel	Beispiel
<b>Multiplizieren</b> von Klammerausdrücken: – jedes Glied der einen Klammer wird mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert	$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$
Klammerausdruck durch <b>Divisor</b> : – jedes Glied der Klammer wird durch den Divisor dividiert – Ein Bruchstrich ersetzt eine Klammer	$\frac{18a - 12b}{3} = \frac{18a}{3} - \frac{12b}{3} = 6a - 4b$
<b>Auflösen</b> von Klammern: – Bei Klammern von innen nach außen auflösen – Bei gemischten Punkt- und Strichrechnungen zuerst Klammer auflösen, danach Punkt- vor Strichrechnung	$6x - [x + y(y - a) + y^2]$ $= 6x - [x + y^2 - ay + y^2]$ $= 6x - x - 2y^2 + ay = 5x - 2y^2 + ay$
<b>Gemeinsamer Faktor</b> : – ein gemeinsamer Faktor in einem Term wird vor die Klammer gesetzt	$bx - 2ax + 3x + cx$ $= x(b - 2a + 3 + c)$

### Potenzen

Regel	Beispiel
Potenzen mit dem Exponenten Null haben den Wert 1	$10^0 = 1, (x + y)^0 = 1$
Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis: – Exponenten werden addiert	$a^2 \cdot a^3 = a^5; a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis: – Exponenten werden subtrahiert	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Potenzen mit negativen Exponenten sind gleich dem reziproken Wert der gleichen Potenz	$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

### Wurzeln

Regel	Beispiel
Wurzeln können als Potenzen geschrieben werden.	$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
Radikant als Produkt: Wurzel kann entweder aus dem Produkt oder aus jedem Faktor gezogen werden.	$\sqrt{5 \cdot 5} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
Radikand als Summe oder Differenz: (Wurzel kann nur aus dem Ergebnis gezogen werden)	$\sqrt{20 + 16} = \sqrt{36} = 6, \sqrt{x - y} = \sqrt{(x - y)}$

### Binomische Formeln

### Logarithmen

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$	$\log_a b = c$ , wenn $a^c = b$ für $a > 0$ und $b > 0$	
$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$	Dekadischer Logarithmus	$\lg a = \log_{10} a$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	Natürlicher Logarithmus	$\ln a = \log_e a$ $e = 2,711828\dots$
Höhere Potenzen	Sonderfälle	$\lg 1 = 0, \ln 1 = 0$ $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ $\lg 10 = 1, \ln e = 1$
$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	Gesetze	$\log(ab) = \log a + \log b$ $\log a/b = \log a - \log b$ $\log(b^n) = n \log b$ $\log \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log b$
$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$		Umrechnungen
Sonderfälle		
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$		
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$		
$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$		

## 1.3 Gleichungen

Definitionen	Bestimmungsgleichungen	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Terme <math>T_1, T_2, \dots</math> sind Zahlen (Konstanten), Variablen und Verknüpfungen derselben nach den Rechenregeln.</li> </ul> <p><b>Beispiele</b>  <math>7, x, 4-3, x+3, y-x,</math>  <math>4 \cdot x, 4x, 4a+3b^2-2ab+5</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gleichungen sind Aussageformen, die durch Verbindung zweier Terme mit einem Gleichheitszeichen entstehen: <math>T_1 = T_2</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bestimmungsgleichungen sind Zahlen- gleichungen mit einer Variablen. Sie sind entweder algebraisch oder transzendent (z.B. <math>y = \sin x</math>).</li> <li>Algebraische Gleichungen haben die Form  <math>a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n = 0</math>  für natürliche Zahlen <math>n</math> (<math>n \in \mathbb{N}^*</math>). Sie heißen Gleichungen <math>n</math>-ten Grades für <math>a_n \neq 0</math>.  <math>a_0, a_1, \dots, a_n</math> heißen Koeffizienten</li> </ul>	
<p><b>Beispiele</b>  <math>6 - x = 4 + x^2, \quad x = 4 + y, \quad x^2 - 4x + 9 = 5</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gleichungen, die nur Konstanten enthalten, sind Aussagen. Sie sind entweder wahr (Identitäten) oder falsch.</li> </ul> <p><b>Beispiele</b>  <math>3 = 7 - 4</math> (wahr),  <math>5 \cdot (7 + 2) \cdot (8 - 6) = 55</math> (falsch)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gleichungen mit Variablen sind nur dann wahr, wenn die Variablen durch Elemente der Lösungsmenge ersetzt werden.</li> </ul>	<p><b>Ungleichungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ungleichungen sind Aussageformen, die durch Verbindung zweier Terme mit einem der nachstehend aufgeführten Zeichen entstehen: <math>&gt;, \geq, \neq, \leq, &lt;</math></li> <li>Ungleichungen, die nur Konstanten enthalten, sind Aussagen.</li> </ul> <p><b>Beispiel für eine Aussage</b></p> $7 + 3 \cdot 6 > 4$ $\Leftrightarrow 25 > 4 \quad (\text{wahr})$ <p><b>Beispiel für eine lineare Ungleichung</b></p> $\begin{array}{l l} 5x - 4 \leq 2x + 2 & +4 \\ 5x \leq 2x + 6 & -2x \\ 3x \leq 6 &  :3 \\ \text{Lösung} & x \leq 2 \\ \text{Lösungsmenge} & \mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\} \end{array}$	
Äquivalenzumformungen		
<p>Äquivalenzumformung heißt jede Umformung einer Gleichung (Ungleichung) in eine andere Gleichung (Ungleichung) mit gleicher Lösungsmenge.</p> <p>Hierfür gelten folgende Regeln:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Einsetzen äquivalenter Terme (Klammerauflösung, Zusammenfassung usw.):  <math>4(x+2) = 7-5 \Leftrightarrow 4x+8 = 2</math></li> <li>Addition oder Subtraktion gleicher Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung):  <math>4x+2y = 3y+2 \Leftrightarrow 4x+2y+z = 3y+2+z</math></li> <li>Multiplikation oder Division gleicher positiver Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung).</li> <li>Multiplikation oder Division gleicher negativer Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung) bei gleichzeitiger Änderung des Verbindungszeichens:  <math>&gt; \text{ in } &lt;, \geq \text{ in } \leq, &lt; \text{ in } &gt;, \leq \text{ in } \geq,</math>  <math>= \text{ bleibt } =, \neq \text{ bleibt } \neq</math></li> <li>Vertauschung der Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung) bei gleichzeitiger Änderung der Verbindungszeichen wie in Regel ④.</li> </ol>		
Umwandlung einfacher Gleichungen		
<b>Beispiele</b>		
$a = \frac{b}{c} \Rightarrow$	$b = a \cdot c \Rightarrow$	$c = \frac{b}{a}$
$a = b + c \Rightarrow$	$b = a - c \Rightarrow$	$c = a - b$
$\rho = \frac{m}{V}$ Dichte $\rho$	$m = V \cdot \rho$ Masse $m$	$V = \frac{m}{\rho}$ Volumen $V$
$2s + a = 63 \text{ cm}$ Schrittmaßregel	$a = 63 \text{ cm} - 2s$ Auftritt $a$	$s = \frac{63 \text{ cm} - a}{2}$ Steigung $s$
$a + s = 46 \text{ cm}$ Sicherheitsregel	$a = 46 \text{ cm} - s$ Auftritt $a$	$s = 46 \text{ cm} - a$ Steigung $s$
$a - s = 12 \text{ cm}$ Bequemlichkeitsregel	$a = 12 \text{ cm} + s$ Auftritt $a$	$s = a - 12 \text{ cm}$ Steigung $s$
$A = \pi \cdot r^2$ Kreisfläche $A$	$r^2 = \frac{A}{\pi}$ $r^2 = r \cdot r$	$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ Radius $r$

### 1.3 Gleichungen

#### Verhältnisgleichung, Proportionen

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt werden und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung oder als Produktengleichung geschrieben werden.

**Außenglieder**

$$a : b = 3 : 4$$

**Innenglieder**

oder  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

**Bruchgleichung**

Eine Verhältnisgleichung kann als Produktengleichung geschrieben werden.

$$a : b = 3 : 4$$

$$3b = 4a$$

**Innenglied  $\times$  Innenglied =**  
**Außenglied  $\times$  Außenglied**

**Beispiel** Die Schrankenhöhe  $H$  verhält sich zur Schrankenbreite  $B$  nach dem Goldenen Schnitt  
 ► S. 200, 216. Die Breite soll 65 cm sein.

$$B : H = 1 : 1,618$$

$$H = 1,618 \cdot 65 \text{ cm} = 105,2 \text{ cm}$$

#### Gleichungen 2. Grades (quadratische Gleichungen) ► S. 28

Normierte Form:  $x^2 + px + q = 0$

Konstanten:  $p, q$

Variable:  $x$

Diskriminante:  $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

- $D > 0$  zwei reelle Lösungen
- $D = 0$  eine reelle Lösung (Doppellösung)
- $D < 0$  keine reelle Lösung

**Lösungen (p,q-Formel):**

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

#### Gleichungen 1. Grades (lineare Gleichungen) ► S. 28

Normalform:  $ax + b = 0$   
 Konstanten:  $a, b$  mit  $a \neq 0$   
 Variable:  $x$

Lösung:  $x = -\frac{b}{a}$

Lösungsmenge:  $\mathbb{L} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$

Lineare Gleichungen haben genau eine Lösung.

**Beispiel**

$$\begin{array}{l|l} 4(x+1) - 1 = 15 + 8x & \text{Klammer lösen} \\ 4x + 4 - 1 = 15 + 8x & -8x \\ 4x + 4 - 1 - 8x = 15 & -15 \\ 4x + 4 - 1 - 8x - 15 = 0 & \text{Zusammenfassen} \\ -4x - 12 = 0 & \cdot (-1) \\ 4x + 12 = 0 & \end{array}$$

**Lösung:**  $x = -3$

**Lösungsmenge:**  $\mathbb{L} = \{-3\}$

**Beispiel**

$$\begin{array}{l|l} (3x-2)(x+2) = 5-2x & \text{Klammer lösen} \\ 3x^2 + 4x - 4 = 5 - 2x & + 2x - 5 \\ 3x^2 + 6x - 9 = 0 & : 3 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 & \text{Normierte Form} \end{array}$$

$x_1 = -\frac{2}{2} + \sqrt{4} = 1$        $x_2 = -\frac{2}{2} - \sqrt{4} = -3$

#### Gleichungssysteme – Lineare Gleichungen mit 2 Variablen

Ein lineares Gleichungssystem (LSG) ist ein System von zwei oder mehreren linearen Gleichungen mit mindestens zwei Variablen.  $a_{11}x + a_{12}y = b_1$  und  $a_{21}x + a_{22}y = b_2$

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$  sind Konstanten mit Doppelindizes, die die Stellung der Konstanten im System beschreiben: 11  $\rightarrow$  1. Zeile, 1. Spalte 22  $\rightarrow$  2. Zeile, 2. Spalte  
 $x$  und  $y$  sind die Variablen (Unbekannten)

**Beispiel Gleichsetzungsmethode**

$$\begin{array}{l} 3x + 7y = 7 \quad \text{und} \quad 3y + 5x = -36 \\ 7y = -3x + 7 \quad \quad \quad 3y = -5x - 36 \\ \rightarrow \text{ durch Einsetzen in die Gleichung} \\ y = 1/7 \cdot (-3x + 7) \quad \quad y = 1/3 \cdot (-5x - 36) \\ \rightarrow x = -10,5 \quad \quad \text{und} \quad y = 5,5 \end{array}$$

**Beispiel Additionsmethode**

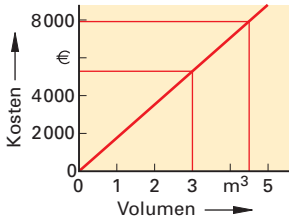
$$\begin{array}{l} 3x + 7y = 7 \quad \text{und} \quad 3y + 5x = 36 \\ 9x + 21y = 21 \quad \quad \quad -21y - 35x = 252 \\ \rightarrow \left. \begin{array}{l} 9x + 21y = 21 \\ -35x - 21y = 252 \end{array} \right\} \oplus \quad -26x = 273 \\ \rightarrow x = -10,5 \quad \quad \text{und} \quad y = 5,5 \end{array}$$

# 1.4 Dreisatzrechnen und Mischungsrechnen

## Verhältnisse beim Dreisatz

Satz	direkt	indirekt
1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$	$x \Rightarrow y$
2. Einheitsatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	$1 \Rightarrow y \cdot x$
3. Schlussatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$

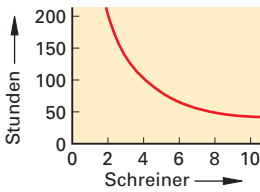
## Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt)



**Beispiel** 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m³?

- 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875 €
- 1,00 m³ Eichenholz kosten  $\frac{7875,00 \text{ €}}{4,50}$
- 3,00 m³ Eichenholz kosten  $\frac{7875,00 \text{ €} \cdot 3,00}{4,50}$   
**= 5250,00 €**

## Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt)



**Beispiel** 5 Schreiner benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Schreiner zur Verfügung stehen?

- 5 Schreiner benötigen 80 h
- 1 Schreiner benötigt  $5 \cdot 80$  h
- 8 Schreiner benötigen  $\frac{5 \cdot 80 \text{ h}}{8} = 50 \text{ h}$

## Zusammengesetzter (doppelter) Dreisatz

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

- Beispiel** 6 Parkettleger verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 210 m² Parkett. Wie viel m² Parkett verlegen 5 Parkettleger bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?
- Dreisatz: 6 Parkettleger verlegen in 8 h  $210 \text{ m}^2$   
1 Parkettleger verlegt in 8 h  $\frac{210 \text{ m}^2}{6}$   
5 Parkettleger verlegen in 8 h  $\frac{210 \text{ m}^2 \cdot 5}{6}$
  - Dreisatz: 5 Parkettleger verlegen in 1 h  $\frac{210 \text{ m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$   
5 Parkettleger verlegen in 9 h  $\frac{210 \text{ m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = 196,875 \text{ m}^2$

## Mischungsrechnen

Regel	nach Massenteilen	nach Raumteilen	nach Prozent
Mischungsverhältnis = A : B : C : ... Gesamtmenge = A + B + C + ... Grundmenge GM (Teil 1) $\frac{\text{Gesamtmenge}}{\text{Teile}}$	<b>Beispiel</b> 5 kg Leimpulver zu Streckmittel, wie 15 : 3. Streckmittel = $\frac{5 \text{ kg} \cdot 3}{15} = 1 \text{ kg}$ GM = $\frac{(5+1) \text{ kg}}{15+3} = 0,33 \text{ kg}$	<b>Beispiel</b> 2 l Mischung aus Stoff A und B im Verhältnis 2 : 3. GM = $\frac{2 \text{ l}}{2+3} = 0,4 \text{ l}$ A = $2 \cdot 0,4 \text{ l} = 0,8 \text{ l}$ B = $3 \cdot 0,4 \text{ l} = 1,2 \text{ l}$	<b>Beispiel</b> 10%ige Lösung aus Säure und 2 l Wasser. Säure : Wasser = 10 : 100 Säure = $\frac{2 \text{ l} \cdot 10}{90} = 0,222 \text{ l}$

## 1.5 Prozentrechnen und Zinsrechnen

### Prozentrechnen

Rechnen mit reinem Grundwert

- Prozent %  $\cong 1/100$
- Grundwert  $G$
- Prozentwert  $PW$
- Prozentsatz  $p$  (%)

$$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p}$$

$$PW = \frac{G \cdot p}{100 \%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$$

#### Beispiel

Eiche hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite  $b = 320$  mm?

#### Lösung

$$PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,48 \text{ mm}$$

Rechnen mit vermindertem Grundwert

- Verminderter Grundwert  $G_{\min}$

Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)
$100 \% - p \%$	$p \%$
$100 \% = \text{Grundwert (G)}$	

$$G_{\min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p}$$

#### Beispiel

Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % weniger vom Bruttopreis und überweist 16500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?

#### Lösung

$$G = \frac{16500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%}$$

$$G = 18333,33 \text{ €}$$

Rechnen mit vermehrtem Grundwert

- Vermehrter Grundwert  $G_{\text{mehr}}$

Grundwert (G)	Prozentwert (PW)
$100 \%$	$p \%$
$100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}$	

$$G_{\text{mehr}} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p}$$

#### Beispiel

Ein Arbeiter erhält nach der Lohnerhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 13,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn?

#### Lösung

$$G = \frac{13,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3,5 \%} = 12,95 \text{ €}$$

### Zinsrechnen

- Kapital  $K$  (€)
- Zinsen  $Z$  (€)
- Zinssatz  $p$  (%/Jahr)
- Laufzeit  $t$  (Jahre)
- 1 Zinsjahr 360 Tage
- 1 Zinsmonat 30 Tage

Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.

Kapitalwert (K)	(Z)
-----------------	-----

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$$

#### Beispiel

Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40000,00 € mit einem Zinssatz von 8,5 %.

- Berechnen Sie die Zinsen für 2 Jahre.
- Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn bei gleicher Laufzeit 7400,00 € Zinsen anfallen würden?

#### Lösung (Berechnung für ein Jahr)

$$Z = \frac{40000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \% \cdot 2}{100 \%}$$

$$Z = 6800,00 \text{ €}$$

$$p = \frac{7400,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40000,00 \text{ €} \cdot 2} = 9,25 \%$$

### Zinseszinsrechnung

Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.

- Anzahl der Jahre  $n$

Kapital nach  $n$  Jahren:

$$K_n = K \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

**Beispiel** Ein Schreiner legt bei einer Bank 5000,00 € festverzinslich an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?

#### Lösung

$$K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \%}{100}\right)^{10}$$

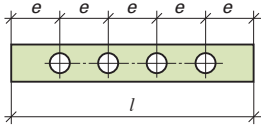
$$K_{10} = 7764,85 \text{ €}$$



# 1.6 Längen

## Längenteilung

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände

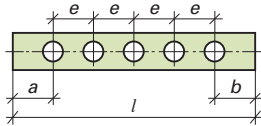


$$e = \frac{l}{n+1}$$

$$z = n + 1$$

$l$  Gesamtlänge, Teilungsstrecke  
 $e$  Länge der Abstände  
 $n$  Anzahl der Teilungselemente  
 $z$  Anzahl der Abstände

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand

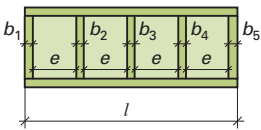


$$e = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

$a, b$  Randabstände

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen

► S. 199

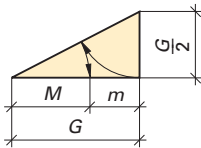


$$e = \frac{l - (b_1 + \dots + b_n)}{n - 1}$$

$b_1, \dots, b_n$  Unterbrechungen  
 $e$  Abstand  
 $n$  gleiche Abstände

## Goldener Schnitt

► S. 200



$$M = \frac{G}{2} (\sqrt{5} - 1)$$

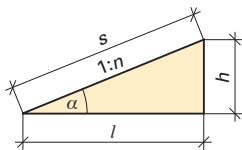
$$M = G \cdot 0,618$$

$$m = M \cdot 0,618$$

$$m = G \cdot 0,382$$

$G$  Gesamtstrecke  
 $M$  Major  
 $m$  minor  
 ► Kapitel 4.4

## Steigung



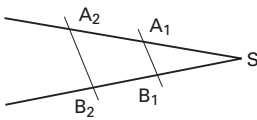
$$m = \frac{h}{l} = \tan \alpha$$

$$m\% = \frac{h \cdot 100\%}{l}$$

$$n = \frac{1}{m} = \frac{l}{h}$$

$m$  Steigungsverhältnis  
 $h$  Höhe  
 $l$  Länge  
 $\alpha$  Steigungswinkel  
 $m\%$  Steigung in Prozent  
 $n$  Verhältniszahl der Steigung

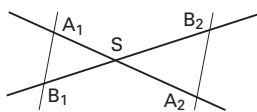
## Strahlensätze



$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$$

$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{A_1A_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{B_1B_2}}$$

Werden zwei Strahlen von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf dem einen Strahl wie die gleichliegenden Abschnitte auf dem anderen Strahl.

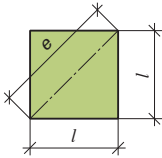
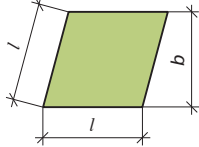
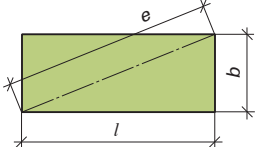
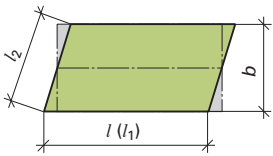
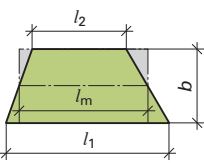
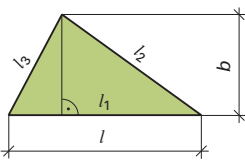


$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}}$$

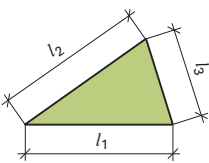
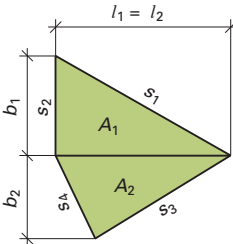
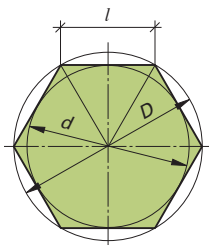
$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$$

Werden zwei Strahlen von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf den Parallelen zueinander, wie die vom Scheitel aus gemessenen zugehörigen Strahlenabschnitte.

## 1.7 Flächen

<p><b>Quadrat</b></p> 	$A = l^2$ $U = 4 \cdot l$ $e = \sqrt{2} \cdot l$	<p>A Fläche U Umfang l Seitenlänge e Diagonale</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 75 \text{ cm}</math>  <math>A = l^2 = (75 \text{ cm})^2 = 5625 \text{ cm}^2</math>  <math>e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2} \cdot 75 \text{ cm} = 106,07 \text{ cm}</math></p>
<p><b>Raute (Rhombus)</b></p> 	$A = l \cdot b$ $U = 4 \cdot l$	<p>A Fläche U Umfang l Seitenlänge b Breite</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 4,5 \text{ m}; \quad b = 3,0 \text{ m}</math>  <math>A = l \cdot b = 4,5 \text{ m} \cdot 3,0 \text{ m} = 13,5 \text{ m}^2</math></p>
<p><b>Rechteck</b></p> 	$A = l \cdot b$ $U = 2 \cdot (l + b)$ $e = \sqrt{l^2 + b^2}$	<p>A Fläche U Umfang e Diagonale</p> <p>l Länge b Breite</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 120 \text{ mm}; \quad b = 80 \text{ mm}</math>  <math>A = l \cdot b = 120 \text{ mm} \cdot 80 \text{ mm} = 9600 \text{ mm}^2</math>  <math>e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(120 \text{ mm})^2 + (80 \text{ mm})^2} = 144,2 \text{ mm}</math></p>
<p><b>Parallelogramm (Rhomboid)</b></p> 	$A = l \cdot b$ $U = 2 \cdot (l_1 + l_2)$	<p>A Fläche U Umfang</p> <p>l(l<sub>1</sub>) Länge l<sub>2</sub> Seitenlänge b Breite</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 80 \text{ cm}; \quad b = 65 \text{ cm}</math>  <math>A = l \cdot b = 80 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm} = 5200 \text{ cm}^2</math></p>
<p><b>Trapez</b></p> 	$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$ $U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$ $l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$	<p>A Fläche U Umfang b Breite</p> <p>l<sub>1</sub> große Länge l<sub>2</sub> kleine Länge l<sub>3</sub>, l<sub>4</sub> Seitenlänge</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l_1 = 2,6 \text{ m}; \quad l_2 = 2,0 \text{ m}; \quad b = 1,8 \text{ m}</math>  <math>A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{2,6 \text{ m} + 2,0 \text{ m}}{2} \cdot 1,8 \text{ m} = 4,14 \text{ m}^2</math></p>
<p><b>Dreieck</b></p> 	$A = \frac{l \cdot b}{2}$ $U = l_1 + l_2 + l_3$	<p>A Fläche U Umfang</p> <p>l Länge b Breite (Höhe) l<sub>1</sub>, l<sub>2</sub>, l<sub>3</sub> Seitenlängen</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 72 \text{ mm}; \quad b = 31 \text{ mm}</math>  <math>A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{72 \text{ mm} \cdot 31 \text{ mm}}{2} = 1116 \text{ mm}^2</math></p> <p>► Rechtwinklige Dreiecke S. 23</p>

## 1.7 Flächen

<p><b>Dreieck</b></p> 	<p><b>Heronische Dreiecks-Formel</b></p> $s = \frac{1}{2} (l_1 + l_2 + l_3)$ $A = \sqrt{s \cdot (s - l_1) \cdot (s - l_2) \cdot (s - l_3)}$ $U = l_1 + l_2 + l_3$	<p>A Fläche s halber Umfang <math>l_1, l_2, l_3</math> Seitenlängen</p> <p><b>Beispiel</b> <math>l_1 = 72 \text{ cm}, l_2 = 50 \text{ cm}, l_3 = 42 \text{ cm}</math></p> $s = \frac{1}{2} (72 + 50 + 42) \text{ cm} = 82 \text{ cm}$ $A = 1024,5 \text{ cm}^2$
<p><b>Unregelmäßiges Vieleck</b></p> 	<p><math>A = \Sigma</math> aller Teilflächen</p> $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ $U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$ $U = \Sigma$ aller Seitenlängen	<p>A Gesamtfläche <math>A_1, A_2, \dots, A_n</math> Teilflächen <math>l_1, l_2 \dots</math> Länge <math>b_1, b_2 \dots</math> Breite</p> <p><b>Beispiel</b> <math>l_1 = l_2 = 110 \text{ cm}, b_1 = 50 \text{ cm}, b_2 = 45 \text{ cm}</math></p> $A_1 = \frac{l_1 \cdot b_1}{2} = 2750 \text{ cm}^2$ $A_2 = \frac{l_2 \cdot b_2}{2} = 2475 \text{ cm}^2$ $A = A_1 + A_2 = 5225 \text{ cm}^2$
<p><b>Regelmäßiges Vieleck</b></p> 	<p><math>A = n \cdot \frac{l \cdot d}{4}</math></p> $l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ $d = \sqrt{D^2 - l^2}$ <p><b>Achtung</b> Die untenstehende Tabelle wird auch mit <math>R</math> (Umkreisradius) und <math>r</math> (Inkreisradius) angeboten.</p>	<p>A Fläche <math>n</math> Anzahl der Ecken <math>l</math> Seitenlänge <math>d</math> Inkreisdurchmesser <math>D</math> Umkreisdurchmesser</p> <p><b>Beispiel</b> Achteck mit <math>D = 60 \text{ cm}</math></p> $l = 60 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{8}\right) = 22,96 \text{ cm}$ $d = \sqrt{(60 \text{ cm})^2 - (22,96 \text{ cm})^2} = 55,43 \text{ cm}$ $A = 8 \cdot \frac{22,96 \text{ cm} \cdot 55,43 \text{ cm}}{4} = 2545,3 \text{ cm}^2$

### Berechnung regelmäßiger Vielecke

Anzahl der Ecken	Fläche			Seitenlänge		Inkreis-durchmesser		Umkreis-durchmesser	
	aus $l$	aus $d$	aus $D$	aus $d$	aus $D$	aus $l$	aus $D$	aus $l$	aus $d$
	$l_2$ mal	$d^2$ mal	$D^2$ mal	$d$ mal	$D$ mal	$l$ mal	$D$ mal	$l$ mal	$d$ mal
3	0,433	1,299	0,325	1,732	0,867	0,578	0,500	1,154	2,000
4	1,000	1,000	0,500	1,000	0,707	1,000	0,707	1,414	1,414
5	1,721	0,908	0,595	0,727	0,588	1,376	0,809	1,702	1,236
6	2,598	0,866	0,649	0,577	0,500	1,732	0,866	2,000	1,155
8	4,828	0,829	0,707	0,414	0,383	2,414	0,924	2,614	1,082
10	7,694	0,812	0,735	0,325	0,309	3,078	0,951	3,236	1,052
12	11,196	0,804	0,750	0,268	0,259	3,732	0,966	3,864	1,035

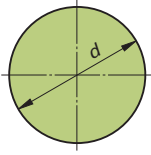
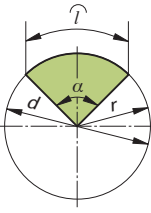
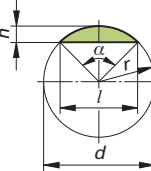
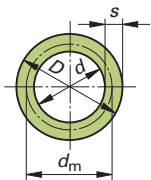
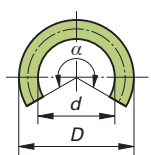
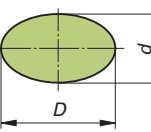
**Beispiel** Achteck mit  $D = 60 \text{ cm}$

$$A = D^2 \cdot 0,707 = (60 \text{ cm})^2 \cdot 0,707 = 2545,2 \text{ cm}^2,$$

$$d = D \cdot 0,924 = 60 \text{ cm} \cdot 0,924 = 55,44 \text{ cm}$$

$$l = D \cdot 0,383 = 60 \text{ cm} \cdot 0,383 = 22,98 \text{ cm}$$

## 1.7 Flächen

<p><b>Kreis</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot r^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 2 \cdot r$ $\frac{\pi}{4} = 0,785$	<p>A Fläche U Umfang d Durchmesser r Radius</p> <p><b>Beispiel</b> <math>d = 80 \text{ mm}</math></p> $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (80 \text{ mm})^2}{4} = 5026,5 \text{ mm}^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 80 \text{ mm} = 251,3 \text{ mm}$
<p><b>Kreisausschnitt</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ $A = \frac{\hat{l} \cdot r}{2}$ $\hat{l} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$	<p>A Fläche d Durchmesser <math>\hat{l}</math> Bogenlänge <math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel</p> <p><b>Beispiel</b> <math>d = 52 \text{ mm}</math>, <math>\alpha = 80^\circ</math></p> $\hat{l} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 52 \text{ mm} \cdot 80^\circ}{360^\circ}$ $\hat{l} = 36,3 \text{ mm}$ $A = \frac{\hat{l} \cdot r}{2} = \frac{36,3 \text{ mm} \cdot 26 \text{ mm}}{2}$ $A = 471,9 \text{ mm}^2$
<p><b>Kreisabschnitt</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - h)}{2}$ <p><b>Näherungsformel:</b></p> $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h$ $l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ $h = 2 \cdot \sqrt{h(2 \cdot r - h)}$	<p>A Fläche d Durchmesser <math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel</p> <p>r Radius l Sehnenlänge h Höhe</p> <p><b>Beispiel</b> <math>l = 52 \text{ mm}</math>, <math>h = 15,1 \text{ mm}</math></p> $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h = \frac{2}{3} \cdot 52 \text{ mm} \cdot 15,1 \text{ mm}$ $A = 523,5 \text{ mm}^2$
<p><b>Kreisring</b></p> 	$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ $A = \pi \cdot d_m \cdot s$	<p>A Fläche D großer Durchmesser d kleiner Durchmesser <math>d_m</math> mittlerer Durchmesser</p> <p>s Breite</p> <p><b>Beispiel</b> <math>D = 75 \text{ cm}</math>, <math>d = 20 \text{ cm}</math></p> $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \cdot ((75 \text{ cm})^2 - (20 \text{ cm})^2)$ $A = 4103,7 \text{ cm}^2$
<p><b>Kreisringausschnitt</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2)$ $U = \frac{\pi \cdot \alpha}{360^\circ} \cdot (D + d) + (D - d)$	<p>A Fläche D großer Durchmesser U Umfang d kleiner Durchmesser <math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel</p> <p><b>Beispiel</b> <math>D = 75 \text{ cm}</math>, <math>d = 20 \text{ cm}</math>, <math>\alpha = 230^\circ</math></p> $A = \frac{\pi \cdot 230^\circ}{4 \cdot 360^\circ} (75^2 - 20^2) \text{ cm}^2 = 2621,8 \text{ cm}^2$
<p><b>Ellipse</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$ $U \approx \frac{\pi}{2} (D + d)$	<p>A Fläche U Umfang D großer Durchmesser d kleiner Durchmesser</p> <p><b>Beispiel</b> <math>D = 65 \text{ cm}</math>, <math>d = 40 \text{ cm}</math></p> $A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4} = \frac{\pi \cdot 65 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}}{4}$ $A = 2042 \text{ cm}^2$