



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Mechatronik

Formeln für Mechatroniker

nach den Büchern „Tabellenbuch Mechatronik“, „Fachkunde Mechatronik“, „Rechnen und Projektieren Mechatronik“

4. Auflage 2017
Druck 5 4 3 2 1

Autoren von „Formeln für Mechatroniker“

Gregor Häberle	Dr.-Ing.	Tettngang
Heinz Häberle	Dipl.-Gewerbelehrer, VDE	Kressbronn
Bernd Schiemann	Dipl.-Ing.	Durbach
Siegfried Schmitt	staatl. geprüfter Techniker	Bad Bergzabern
Matthias Schultheiß	Dipl.-Gewerbelehrer, Dipl.-Ing	Ummendorf, Biberach a.d. Riss

Leitung des Arbeitskreises: Dr.-Ing. Gregor Häberle

Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Vorwort

Diese Formelsammlung dient zum Lösen von fachmathematischen Aufgaben in der beruflichen Praxis oder in der Aus- und Weiterbildung, z. B. bei Prüfungen oder Klausuren. Sie enthält komprimiert die dafür erforderlichen Formeln aus den Teilbereichen der Elektrotechnik, des Maschinenbaues und der Informationstechnik.

Die Formeln sind auf den Seiten nummeriert, sodass bei Gruppenarbeit oder im Unterricht eine Verständigung vereinfacht ist. Die Formelzeichenerklärungen sind auf jeder Seite ganz oder gruppenweise zusammengefasst. Die zu verwendenden Einheiten sind durch Einheitsgleichungen angegeben.

In der **4. Auflage** *neu aufgenommen* wurde Rechnen mit Excel. *Aktualisiert* wurden: Rechenregeln mit Lösen von Gleichungen, Funktionen, Strahlensätze und Koordinatensysteme.

Über Verbesserungsvorschläge von Benutzern freuen wir uns. Diese können auch mit E-Mail gerichtet sein an lektorat@europa-lehrmittel.de.

Herbst 2017

Die Autoren

Europa-Nr.: 45515
ISBN 978-3-8085-4556-0

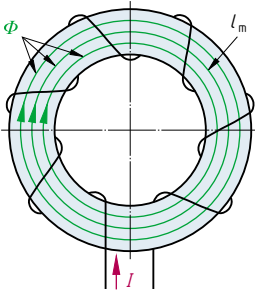
Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2017 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten, Düsseldorfstr. 23
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: TUTTE Druckerei & Verlagsservice GmbH, Salzweg
Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Umschlagfoto: Siemens-Pressbilder www.siemens.com/presse
Druck: TUTTE Druckerei & Verlagsservice GmbH, Salzweg

(Fortsetzung Regeln beim Potenzieren)	(Fortsetzung Regeln beim Radizieren)	(Fortsetzung Regeln beim Umformen von Gleichungen)
Multiplizieren von Potenzen mit einem Faktor $a \cdot 10^3 = a \cdot 1000 = 1000 a$ $a \cdot 10^{-2} = a \cdot \frac{1}{100} = 0,01 a$ Zuerst muss die Potenz berechnet werden, dann erfolgt die Multiplikation mit dem Faktor.	Multiplizieren, Dividieren von Wurzeln $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 3 $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 4 Das Produkt bzw. der Quotient der Radikanden wird radiziert, wenn die Radikanden den gleichen Wurzelexponent besitzen.	Zusätzliches Multiplizieren auf beiden Seiten der Gleichung $\frac{x}{a} = b$ $\frac{x \cdot a}{a} = b \cdot a$ $x = b \cdot a$ Durch Multiplizieren der gleichen Zahl auf beiden Seiten der Gleichung bleibt die Gleichung erhalten.
Potenz mit Exponent Null $a^0 = 1$ 1 $(x+y)^0 = 1$ $3^0 = 1; e^0 = 1$ Jede Potenz mit dem Exponent Null besitzt den Wert 1.	Radizieren einer Wurzel $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ 5 Die Exponenten der Wurzeln können zum Radizieren multipliziert werden.	Potenzieren auf beiden Seiten der Gleichung $x = a + b$ $x^2 = (a + b)^2$ $x^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Durch gleiches Potenzieren auf beiden Seiten der Gleichung bleibt die Gleichung erhalten.
Potenzieren einer Potenz $(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$ Die Exponenten werden bei gleicher Basis multipliziert.	Radizieren einer Potenz $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ 6 Der Exponent der Potenz wird durch den Wurzelexponent dividiert.	Radizieren auf beiden Seiten der Gleichung $x^2 = a + b$ $\sqrt{x^2} = \sqrt{a + b}$ $x = \pm \sqrt{a + b}$ Durch gleiches Radizieren auf beiden Seiten der Gleichung bleibt die Gleichung erhalten.
Regeln beim Radizieren (Wurzelziehen)	Regeln beim Umformen von Gleichungen	Regeln beim Umgang mit Ungleichungen
Radikand als Produkt $\sqrt[4]{a \cdot b} = \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{b}$ Die Wurzel kann aus jedem Faktor oder aus dem Produkt gezogen werden.	Zusätzliches Addieren auf beiden Seiten der Gleichung $x - a = c$ $x - a + a = c + a$ $x = c + a$ Durch Addieren der gleichen Zahl auf beiden Seiten der Gleichung bleibt die Gleichung erhalten.	Seitentausch $a > b + c$ $\Rightarrow b + c < a$
Radikand als Summe, Differenz $\sqrt{a - b} = \sqrt{(a - b)}$ Es kann nur aus dem Ergebnis einer Summe oder Differenz die Wurzel gezogen werden, so lange der Radikand > 0 .	Zusätzliches Subtrahieren auf beiden Seiten der Gleichung $x + b = c$ $x + b - b = c - b$ $x = c - b$ Durch Subtrahieren der gleichen Zahl auf beiden Seiten der Gleichung bleibt die Gleichung erhalten.	Multiplikation mit (-1) $(b + c) < a$ $\Rightarrow (b + c) \cdot (-1) > a \cdot (-1)$
Potenzschreibweise $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ 2 Eine Wurzel kann auch als Potenz geschrieben werden.	Zusätzliches Dividieren auf beiden Seiten der Gleichung $a \cdot x = c$ $\frac{a \cdot x}{a} = \frac{c}{a}$ $x = \frac{c}{a}$ Durch Dividieren der gleichen Zahl auf beiden Seiten der Gleichung bleibt die Gleichung erhalten.	Kehrwertbildung $a > b + c$ $\Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b + c}$
Addieren, Subtrahieren von Wurzeln $a \cdot \sqrt[3]{x} + b \cdot \sqrt[3]{x} = (a + b) \cdot \sqrt[3]{x}$ $a \cdot \sqrt[4]{x} - b \cdot \sqrt[4]{x} = (a - b) \cdot \sqrt[4]{x}$ Die Wurzeln können addiert oder subtrahiert werden, wenn sie die gleiche Basis und den gleichen Exponent besitzen.	Zusätzliches Dividieren auf beiden Seiten der Gleichung $a > b$ $\Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ $\Rightarrow -\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$ $c < d$ $\Rightarrow \frac{1}{c} > \frac{1}{d}$ $\Rightarrow -\frac{1}{c} < -\frac{1}{d}$ Durch Vertauschen, Multiplizieren mit (-1) oder Kehrwertbildung der Seiten einer Ungleichung wird $>$ zu $<$ und $<$ zu $>$.	Kehrwertbildung und Multiplikation mit (-1)

Magnetisches Feld, Spule



$$[\Theta] = A \quad [H] = \frac{A}{m}$$

$$[I] = A \quad [N] = 1$$

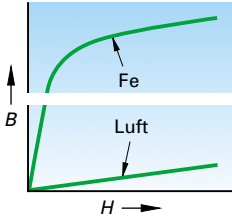
$$[\Phi] = Vs = Wb \text{ (Weber)}$$

$$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T \text{ (Tesla)}$$

$$\mu_0 = 1,257 \frac{\mu Vs}{Am} = 1,257 \mu H/m$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad \text{Für Luft: } \mu_r = 1$$

Magnetische Feldstärke



Magnetisierungskennlinie

Die Permeabilitätszahl μ_r gibt den Faktor an, um den die magnetische Leitfähigkeit des Kernes größer ist als die der Luft.

$$[L] = \frac{Vs}{A} = H \text{ (Henry)}$$

$$[W] = \frac{Vs}{A} \cdot A^2 = Ws = J \text{ (Joule)}$$

magnet. Durchflutung

$$\Theta = I \cdot N$$

magnet. Feldstärke

$$H = \frac{I \cdot N}{l_m}$$

magnetischer Fluss

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m}$$

magnet. Flussdichte

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

magnet. Fluss in Luft

$$B = \mu_0 \cdot H$$

B in Magnetwerkstoffen

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

Induktivität

$$L = \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l}$$

$$L = N^2 \cdot A_L$$

Energie

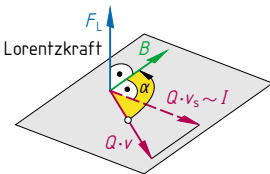
$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

Energiedichte

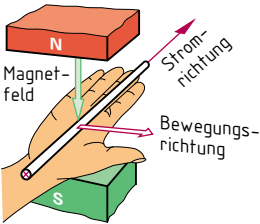
$$w = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H$$

$$w = \frac{W}{V}$$

Strom im Magnetfeld und Induktion



Richtung der Lorentzkraft



Rechte-Hand-Regel (Generator-Regel)

$$[F_L] = As \cdot \frac{m}{s} \cdot \frac{Vs}{m^2} = \frac{Ws}{m} = N$$

$$F = Q \cdot v_s \cdot B = I \cdot t \cdot \frac{l}{t} \cdot B = B \cdot I \cdot l$$

$$[F] = \frac{Vs}{m^2} \cdot A \cdot m = \frac{Ws}{m} = N$$

$$[u_i] = \frac{Vs}{s} = V$$

$$[u_i] = H \cdot \frac{A}{s} = \frac{Vs}{A} \cdot \frac{A}{s} = V$$

Lorentzkraft

$$F_L = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$$F_L = Q \cdot v_s \cdot B$$

Spulenkraft

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot z \cdot \sin \alpha$$

Spulenkraft für $\alpha = 90^\circ$

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot z$$

Spannung bei Induktion der Bewegung

$$u_i = z \cdot B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha$$

$$u_i = z \cdot B \cdot l \cdot v_s$$

Spannung bei Induktion durch Flussänderung

$$u_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Spannung bei Induktion durch Stromänderung

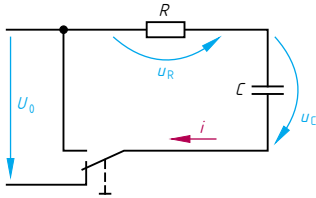
$$u_i = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

- A Polfläche, Spulenquerschnitt
- A_L Spulenkonstante
- B magnetische Flussdichte
- d Durchmesser der Spule
- F Ablenkkraft, Kraft bei el. Magneten
- F_L Lorentzkraft
- H magnetische Feldstärke
- I Stromstärke
- Δi Stromänderung (Delta)
- L Induktivität
- l wirksame Länge eines Leiters im Magnetfeld

- l_m mittlere Feldlinienlänge, Länge der Spule
- N Windungszahl
- Q Ladung
- u_i induzierte Spannung
- V Volumen
- v Geschwindigkeit
- v_s Geschwindigkeit senkrecht zum Magnetfeld
- W Energie
- w Energiedichte
- z Anzahl der Leiter

- Δt Zeitunterschied
- α Winkel zwischen v bzw. zwischen Leiter und Magnetfeld
- $\Delta \Phi$ magnetische Flussänderung
- Φ magnetischer Fluss (Phi)
- Θ Durchflutung (Theta)
- μ Permeabilität (My)
- μ_0 magnetische Feldkonstante
- μ_r Permeabilitätszahl

Schalten von Kondensatoren und Spulen



RC-Reihenschaltung an Gleichspannung

$$[\tau] = \Omega \cdot \frac{As}{V} = s$$

$$[R] = \Omega$$

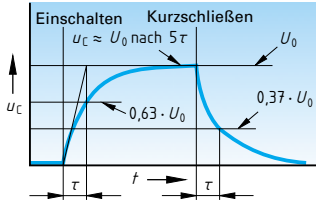
$$[C] = \frac{As}{V} = \frac{C}{V} = F$$

$$[i] = A$$

$$[U_0] = V$$

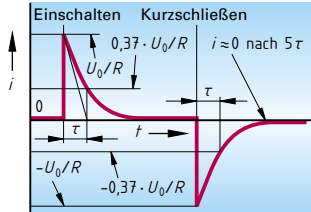
$$[u_C] = V$$

$$[u_R] = V$$



Spannung am Kondensator der RC-Reihenschaltung

Endwerte von u und i sind erreicht nach $t \approx 5\tau$.



Strom in RC-Reihenschaltung

Zeitkonstante

$$\tau = R \cdot C$$

Beim Laden (Einschalten):

$$i = \frac{U_0}{R} \cdot \exp(-t/\tau)$$

$$u_C = U_0 [1 - \exp(-t/\tau)]$$

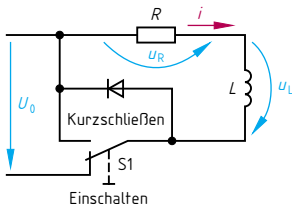
Beim Entladen (Kurzschließen):

$$i = -\frac{U_0}{R} \cdot \exp(-t/\tau)$$

$$u_C = U_0 \cdot \exp(-t/\tau)$$

Beim Laden und Entladen:

$$u_R = i \cdot R$$



Spule und Widerstand an Gleichspannung
(Versuchsschaltung für Formeln 8 bis 13)

$$[\tau] = \frac{H}{\Omega} = s$$

$$[L] = \frac{Vs}{A} = H$$

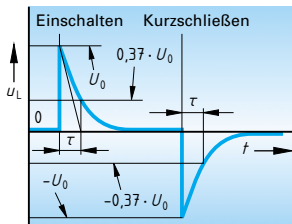
$$[R] = \Omega$$

$$[i] = A$$

$$[U_0] = V$$

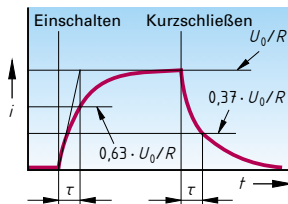
$$[t] = s$$

$$[u_R] = [u_L] = V$$



Spannung an der Spule in RL-Reihenschaltung

Endwerte von u und i sind erreicht nach $t \approx 5\tau$.



Strom durch die Spule in RL-Reihenschaltung

Zeitkonstante

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Beim Einschalten:

$$i = \frac{U_0}{R} [1 - \exp(-t/\tau)]$$

$$u_R = U_0 [1 - \exp(-t/\tau)]$$

$$u_L = U_0 \cdot \exp(-t/\tau)$$

Beim Kurzschließen:

$$i = \frac{U_0}{R} \cdot \exp(-t/\tau)$$

$$u_R = U_0 \cdot \exp(-t/\tau)$$

$$u_L = -U_0 \cdot \exp(-t/\tau)$$

- C Kapazität
- exp Exponent
- i Stromstärke
- L Induktivität

- R Widerstand
- t Zeit
- tau Zeitkonstante (Tau)
- u_C Kondensator-Spannung

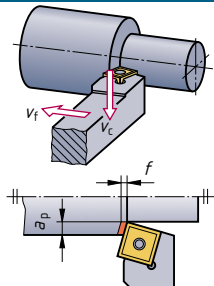
- u_L Spulen-Spannung
- u_R Spannung an R
- U_0 Gleichspannung

$\exp(-t/\tau)$ ist genormte Schreibweise von $e^{-t/\tau}$. Beim Taschenrechner ist Taste e^x zu verwenden, nicht Taste \exp .

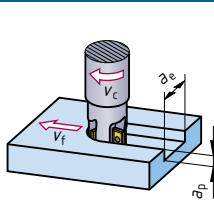
Die Zeitkonstante τ ist die Zeit, die ein exponentieller Vorgang bis zum Endwert dauern würde, wenn die Anfangsgeschwindigkeit eingehalten würde (siehe die Tangenten an den Kurvenanfängen). Die Ladung oder Entladung ist beendet nach 5τ .

Schnittgeschwindigkeiten beim Zerspanen 2

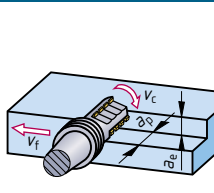
Drehen mit beschichteten Hartmetall-Werkzeugen

 <p>Längsdrehen</p>	Werkstoff	R_m in N/mm ² bzw. Härte HB	v_c in m/min	f in mm	a_p in mm
	Stähle, niedrige Festigkeit	$R_m \leq 800$	200 ... 350	0,1 ... 0,5	0,3 ... 5,0
	Stähle, hohe Festigkeit	$R_m > 800$	100 ... 200		
	Nichtrostende Stähle	$R_m \geq 800$	80 ... 200		
	Gusseisen, Temperguss	≤ 250 HB	100 ... 300		
	Al-Legierungen	$R_m \leq 350$	400 ... 800		
	Cu-Legierungen	$R_m \leq 500$	150 ... 300		
	Thermoplaste	–	500 ... 2000		

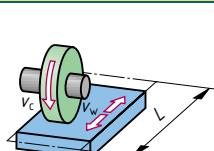
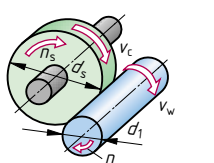
Fräsen mit beschichteten HSS-Werkzeugen

 <p>Vertikalfräsen</p>	Werkstoff	R_m in N/mm ² bzw. Härte HB	v_c in m/min	f_z in mm Schafffräser \varnothing in mm			
				6	12	20	
	Stähle, niedrige Festigkeit	$R_m \leq 800$	50 ... 100	0,05 ... 0,15	0,06	0,08	0,10
	Stähle, hohe Festigkeit	$R_m > 800$	30 ... 60				
	Nichtrostende Stähle	$R_m \geq 800$	15 ... 30				
	Gusseisen, Temperguss	≤ 250 HB	25 ... 40				
	Al-Legierungen	$R_m \leq 350$	50 ... 100				
	Cu-Legierungen	$R_m \leq 500$	50 ... 100				
Thermoplaste	–	100 ... 400					

Fräsen mit beschichteten Hartmetall-Werkzeugen

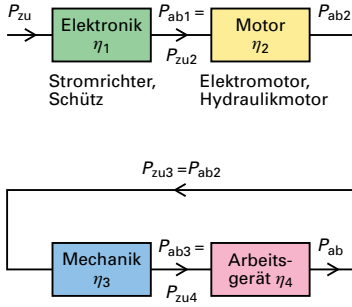
 <p>Horizontalfräsen</p>	Werkstoff	R_m in N/mm ² bzw. Härte HB	v_c in m/min	f_z in mm Schafffräser \varnothing in mm			
				6	12	20	
	Stähle, niedrige Festigkeit	$R_m \leq 800$	200 ... 400	0,05 ... 0,15	0,06	0,08	0,10
	Stähle, hohe Festigkeit	$R_m > 800$	150 ... 300				
	Nichtrostende Stähle	$R_m \geq 800$	150 ... 300				
	Gusseisen, Temperguss	≤ 250 HB	150 ... 300				
	Al-Legierungen	$R_m \leq 350$	400 ... 800				
	Cu-Legierungen	$R_m \leq 500$	200 ... 400				
Thermoplaste	–	500 ... 1500					

Schleifen

 <p>Planschleifen</p>	Werkstoff	Planschleifen				<p>Schnittgeschwindigkeit</p> $v_c = \pi \cdot d_s \cdot n_s \quad 1$ <p>Vorschubgeschwindigkeit Planschleifen</p> $v_w = L \cdot n_H \quad 2$ <p>Vorschubgeschwindigkeit Rundschleifen</p> $v_w = \pi \cdot d_1 \cdot n \quad 3$ <p>Geschwindigkeitsverhältnis</p> $q = \frac{v_c}{v_w} \quad 4$	
		Umfangsschleifen	Seitenschleifen				
		v_c in m/s	v_w in m/min	v_c in m/s	v_w in m/min		
	Stahl	30	10 ... 35	25	6 ... 25		
	Gusseisen	30	10 ... 35	25	6 ... 30		
	Hartmetall	10	4	8	4		
	Al-Legierungen	18	15 ... 40	18	24 ... 45		
Cu-Legierungen	25	15 ... 40	18	20 ... 45			
 <p>Längsrundschleifen</p>	Werkstoff	Längsrundschleifen					
		Außenrundschleifen	Innenrundschleifen				
		v_c in m/s	v_w in m/min	v_c in m/s	v_w in m/min		
	Stahl	35	10	25	19 ... 23		
	Gusseisen	25	11	25	23		
	Hartmetall	8	4	8	8		
	Al-Legierungen	18	24 ... 30	16	30 ... 40		
Cu-Legierungen	30	16	25	25			

a_e Fräsbreite	$[a_e] = \text{mm}$	n Werkstückdrehzahl	$[n] = 1/\text{min}$
a_p Schnitttiefe	$[a_p] = \text{mm}$	n_H Hubzahl	$[n_H] = 1/\text{min}$
d_s Schleifscheibendurchm.	$[d_s] = \text{mm}$	n_s Schleifscheibendrehzahl	$[n_s] = 1/\text{min}$
d_1 Werkstückdurchmesser	$[d_1] = \text{mm}$	q Geschwindigkeitsverhältnis	$[q] = 1$
f Vorschub/Umdrehung	$[f] = \text{mm}$	v_c Schnittgeschwindigkeit	$[v_c] = \text{m/min, m/s}$
f_z Vorschub/Schneide	$[f_z] = \text{mm}$	v_f Vorschubgeschwindigkeit	$[v_f] = \text{mm/min, m/min}$
L Vorschubweg	$[L] = \text{mm}$	v_w Werkstückgeschwindigkeit	$[v_w] = \text{m/min}$

Leistungsbedarf



[P_{zu}] = [P_{ab}] = W

[F_s] = N

[s] = m

[t] = s

[ρ] = N/m²
= Pa

1 bar = 0,1 MPa
= 10 N/cm²

[M] = Nm

[n] = 1/s

[m] = kg

[v] = m/s

[t_{an}] = s

[J] = kg · m²

Bedarf nach Anlauf

$P_{zu} = P_{ab} / \eta$ 1

Gesamtwirkungsgrad

$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4$ 2

Leistung für Längsbewegung

$P_{ab} = F_s \cdot s / t$ 3

$P_{ab} = F_s \cdot v$ 4

Pumpenleistung

$P_{ab} = \rho \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t}$ 5

Anwendung bei Förderung von Flüssigkeiten und Gasen

Leistung für Drehbewegung

$P_{ab} = M \cdot \omega$ 6

$\omega = 2\pi \cdot n$ 7

s = min/60 ⇒ 1/s = 60/min

Leistung beim Anlauf

bei Längsbewegung:

$P_{ab} = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot t_{an}}$ 8

bei Drehbewegung:

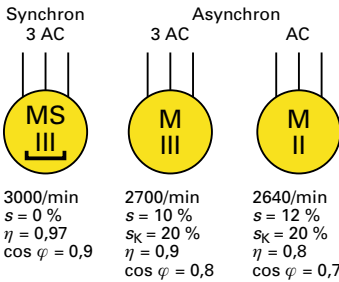
$P_{ab} = \frac{J \cdot \omega^2}{2 \cdot t_{an}}$ 9

Blockschaltplan des üblichen Antriebes

Typische Wirkungsgrade

Elektronik η ₁	Motor η ₂	Mechanik η ₃	Arbeitsgerät η ₄	Gesamt η
0,85	0,8	0,85	0,9	0,52

Antrieb mit Drehfeldmotoren



[n] = [n_s] = 1/s

[f] = Hz

[s] = %

[S] = 1/s

[η] = 1

Drehfeldrehzahl

$n_s = \frac{f}{p}$ 10

Drehzahl

$n = n_s - \frac{s \cdot n_s}{100\%}$ 11

Schlupf

$S = n_s - n$ 12

Schlupf in %

$s = \frac{(n_s - n) \cdot 100\%}{n_s}$ 13

Typische Daten von Antriebsmotoren

Stromaufnahme der Antriebsschaltung

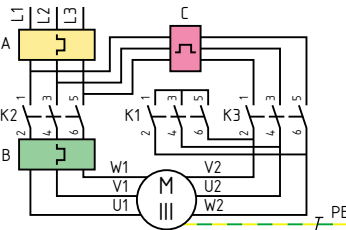
beim Drehstrommotor:

$I = \frac{P_{ab}}{\eta \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi}$ 14

beim Einphasenmotor:

$I = \frac{P_{ab}}{\eta \cdot U \cdot \cos \varphi}$ 15

Auslösestrom – Einstellung beim Motorschutz von Drehfeldmotoren



[I_a] = [I_N] = A

A: für schweren Anlauf, aber geringer Schutz in Y

B: für leichten Anlauf, optimal

C: für schweren Anlauf, kein Schutz in Y

Einstellung bei Motoren für Direktanlauf

$I_a = I_N$ 16

Einstellung bei Δ-Schützschtaltung

Anordnung A oder C:

$I_a = I_N$ 17

Anordnung B:

$I_a = 0,58 \cdot I_N$ 18

- cos φ Leistungsfaktor
- F Kraft
- f Frequenz
- I Stromstärke (Leiterstrom)
- J Trägheitsmoment
- M Moment, Drehmoment
- m Masse
- n Drehzahl, Umdrehungsfrequenz
- P Wirkleistung

- ρ 1. Polpaarzahl (halbe Polzahl), 2. Druck
- S Schlupf
- s 1. Schlupf in %, 2. senkrecht
- s_K Schlupf beim Kippmoment
- t Zeit
- U Leiterspannung
- V Volumen
- v Geschwindigkeit
- Δ Zeichen für Differenz (Delta)
- η Wirkungsgrad (Eta)

- ω Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz (Omega)

Indizes

- 1, 2, 3 ... Zählnummern
- a Auslöse-
- an Anlauf-
- ab abgegeben
- N Bemessungs-, Nenn-
- s synchrone
- zu zugeführt

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Formelüberschriften und Bildern erkennbar.

Nennquerschnitt A der Leiter in mm^2	Belastbarkeit I_n in A bei maximaler Betriebstemperatur am Leiter von $\vartheta_B = 90\text{ °C}$ und bei $\vartheta_U = 30\text{ °C}$													
	Bemessungsstrom der Überstrom-Schutzeinrichtung in A													
	Verlegeart, Anzahl der stromführenden Leiter													
	in wärme-gedämmter Wand A2	in Elektroinstallations-rohren		auf Wand		in Erde mit Rohr		mit Ab-stand		in Luft mit Berührung		in Luft mit Abstand		
	B1	B2	C				E		F		G			

Adern	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	3
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Kupferleitungen, Kupferkabel

Cu	1,5	18,5	16,5	23	20	22	19,5	24	22	22	18	22	18,5	-	-	-	-
		16	16	20	20	20	16	20	20	20	16	20	16				
	2,5	25	22	31	28	30	26	33	30	29	24	30	25	-	-	-	-
		25	20	25	25	25	25	32	25	25	20	25	25				
	4	33	30	42	37	40	35	45	40	37	30	40	34	-	-	-	-
		32	25	40	35	40	32	40	40	35	25	35	32				
	6	42	38	54	48	51	44	58	52	46	38	51	43	-	-	-	-
40		35	50	40	50	40	50	50	40	35	50	40					
10	57	51	75	66	69	60	80	71	78	64	94	80	-	-	-	-	
	50	50	63	63	63	50	80	63	63	63	80	80					

Cu	16	76	68	100	88	91	80	107	96	78	64	94	80	-	-	-	-
		63	63	100	80	80	80	100	80	63	63	80	80				
	25	99	89	133	117	119	105	138	119	99	82	119	101	131	114	146	130
		80	80	100	100	100	100	125	100	80	80	100	100	125	100	125	125
	35	121	109	164	144	146	128	171	147	119	98	148	126	162	143	181	162
		100	100	160	125	125	125	160	125	100	80	125	125	116	125	160	160
	50	145	130	198	175	175	154	209	179	140	116	180	153	196	174	219	197
125		125	160	160	160	125	200	160	125	100	160	125	160	160	200	160	
70	183	163	253	222	221	194	269	229	173	143	232	196	251	225	281	254	
	160	160	250	200	200	160	250	224	160	125	200	160	250	224	250	250	

Cu	95	220	197	306	269	265	233	328	278	159	132	210	183	235	212	265	241
		200	160	250	250	250	224	315	250	125	125	200	160	224	200	250	224
	120	253	227	354	312	305	268	382	322	180	150	244	212	273	247	308	282
		250	224	315	250	250	250	355	315	160	125	224	200	250	224	300	250

Aluminiumleitungen, Aluminiumkabel

Al	25	58	53	79	70	71	62	83	73	77	64	89	78	98	87	112	99
		50	50	63	63	63	50	80	63	63	63	80	63	80	80	100	80
	35	71	65	97	86	86	77	103	90	93	77	111	96	122	109	139	124
		63	63	80	80	80	63	100	80	80	63	100	80	100	100	125	100
	50	86	78	118	104	104	92	125	110	109	91	135	117	149	133	169	152
		80	63	100	100	100	80	125	100	100	80	125	100	125	125	160	125

- Einteilung der Verlegung siehe auch vorhergehende Seite.
- Für A1 können die Werte von A2 verwendet werden, da bei A1 die Belastbarkeit nur wenig größer ist als bei A2.
- Bei E liegen z. B. mehradrige Kabel oder Mantelleitungen vor, deren Abstand von der Wand mindestens $0,3 \times D$ beträgt (D Kabel-durchmesser).
- Bei F liegen z. B. einadrige Kabel oder Mantelleitungen mit gegenseitiger Berührung vor, bei dem der Wandabstand mindesten D beträgt (D Kabeldurchmesser).
- Bei G liegen z. B. einadrige Kabel oder Mantelleitungen vor, bei denen der gegenseitige Abstand und der Wandabstand mindestens D beträgt (D Kabeldurchmesser).

Strombelastbarkeit und Bemessungsströme der Überstrom-Schutzeinrichtungen höherer Querschnitte in VDE DIN 0298-4.

Umrechnungsfaktoren k_1 für andere Umgebungstemperaturen

Isolierwerkstoff	ϑ_B in °C	Umrechnungsfaktoren bei ϑ_U in °C							
		10	15	20	25	30	35	40	45
Naturkautschuk, synthetischer Kautschuk	60	1,29	1,22	1,15	1,08	1,0	0,91	0,82	0,71
Polyvinylchlorid	70	1,22	1,17	1,12	1,06	1,0	0,94	0,87	0,79
Ethylenpropylenkautschuk	80	1,18	1,14	1,10	1,05	1,0	0,95	0,89	0,84

reduzierte Belastbarkeit I_Z wegen k_1

$$I_Z = k_1 \cdot I_r \quad 1$$

Umrechnungsfaktoren k_2 bei Häufung von Leitungen

Verlegeanordnung	Umrechnungsfaktoren bei Anzahl der mehradrigen fest verlegten oder flexiblen Leitungen oder Anzahl der Wechselstromkreise oder Drehstromkreise aus einadrigen Leitungen							
	1	2	4	6	8	10	14	
Gebündelt direkt auf der Wand, dem Fußboden, im Elektroinstallationsrohr oder Elektroinstallationskanal, auf oder in der Wand	1,00	0,80	0,65	0,57	0,52	0,48	0,43	
Einlagig auf Wand oder Fußboden mit gegenseitiger Berührung	1,00	0,85	0,75	0,72	0,71	0,70	0,70	
Einlagig unter der Decke mit gegenseitiger Berührung	0,95	0,81	0,68	0,64	0,62	0,61	0,61	
Einlagig auf der Wand oder auf dem Fußboden $a = d$	1,00	0,94	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	

Art	Verlegeanordnung	Anzahl der Pritschen	Umrechnungsfaktoren bei Anzahl der Leitungen					
			1	2	3	4	6	9
Gelochte Kabelrinne (Kabelroste)		1	1,0	0,88	0,82	0,79	0,76	0,73
		2	1,0	0,87	0,80	0,77	0,73	0,68
		3	1,0	0,86	0,79	0,76	0,71	0,66
		6	1,0	0,84	0,77	0,73	0,68	0,64

reduzierte Belastbarkeit I_Z wegen k_2

$$I_Z = k_2 \cdot I_r \quad 2$$

reduzierte Belastbarkeit I_Z wegen k_1 und k_2

$$I_Z = k_1 \cdot k_2 \cdot I_r \quad 3$$

Tabellenwert I_r bei gegebener Last I_Z

$$I_r \geq \frac{I_Z}{k_1 \cdot k_2} \quad 4$$

Aus dem Tabellenwert kann der erforderliche Leiterquerschnitt nach vorhergehenden Seiten bestimmt werden.

Siehe auch Seite 53.

Umrechnungsfaktoren k_3 bei Oberschwingungen in 4- und 5-adrigen Leitungen und Kabeln

Anteil von I_3' an I	maßgebend	Formel bei 3AC, $I = 39 \text{ A}$	k_3	Beispiel: 3AC-Motor, $I = 39 \text{ A}$
0% bis 15%	I	$I = I_r$	1	bei $I_3' \leq 15\%$ von I $I = I_r = \mathbf{39 \text{ A}}$
> 15% bis 33%	I	$I = 0,86 \cdot I_r$	0,86	bei $I_3' = 30\%$ von I $I_r = 39 \text{ A} / 0,86 = \mathbf{45 \text{ A}}$
> 33% bis 45%	I_{NL}	bei $I_3' = 40\%$ $I_{NL} = 3 \cdot I_3' \cdot I$ $= 3 \cdot 0,4 \cdot 39 \text{ A} = 46,8 \text{ A}$	0,86	bei $I_3' = 40\%$ von I $I_r = I_{NL} / 0,86$ $= 46,8 \text{ A} / 0,86 = \mathbf{54,4 \text{ A}}$
> 45%	I_{NL}	bei $I_3' = 50\%$ $I_{NL} = 3 \cdot 0,5 \cdot 39 \text{ A} = 58,5 \text{ A}$	1	bei $I_3' = 50\%$ von I $I_r = I_{NL} / 1$ $= 58,5 \text{ A} / 1 = \mathbf{58,5 \text{ A}}$

Mehradrige Leitungen haben für alle Adern denselben Querschnitt. Bei hohem Oberschwingungsanteil ist der Strom $I_{NL} > I$, sodass für alle Leiter I_{NL} maßgebend ist.

Oberschwingungsstrom im N-Leiter

$$I_{NL} = 3 \cdot I_3' \cdot I \quad 5$$

Umrechnungsfaktoren für vieladrige Leitungen mit Leiter-Bemessungsquerschnitten $\leq 10 \text{ mm}^2$

Umrechnungsfaktoren für aufgewickelte Leitungen

Anzahl der Strom führenden Leiter						Anzahl der Lagen			
5	7	10	14	19	24	1	2	3	4
0,75	0,65	0,55	0,50	0,45	0,40	0,80	0,61	0,49	0,42

Diese Faktoren gelten für flexible Leitungen (Seite 53).

Gesamter Umrechnungsfaktor

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \quad 6$$

reduzierte Belastbarkeit

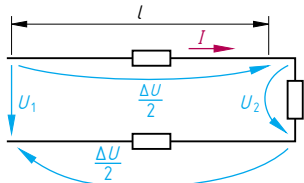
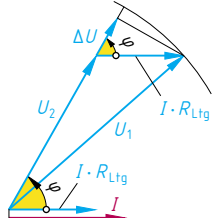
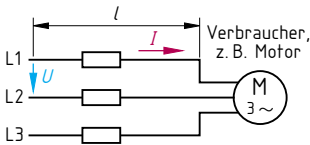
$$I = k \cdot I_r \quad 7$$

Tabellenwert zur Querschnittswahl

$$I_r \geq I/k \quad 8$$

Formel 6 dient zur Prüfung eines gegebenen Querschnittes. Formel 7 ermöglicht bei gegebenem Laststrom die Querschnittswahl.

I Stromstärke (Außenleiterstrom)	I_r Tabellenwert der Stromstärke für 30 °C (vorhergehende Seiten)	k Reduktionsfaktor (Umrechnungsfaktor)
I_3' Oberschwingungsanteil der 3. Teilschwingung an der Stromstärke I	I_{NL} Bemessungsstrom, Nennstrom	k_1 Reduktionsfaktor wegen Temperatur
	I_{NL} Neutralleiterstrom	k_2 Reduktionsfaktor wegen Häufung
		k_3 Reduktionsfaktor wegen Oberschwingung

Daten, Prinzip		Erklärung, Formeln	
Zulässiger Spannungsfall in % der Bemessungs-Netzspannung			
Bereich	Spannungsfall		
HAK bis Zähler nach TAB bis 100kVA ab 101 kVA bis 250 kVA ab 251 kVA bis 400 kVA über 400 kVA	$\Delta u \leq 0,5\%$ $\Delta u \leq 1,0\%$ $\Delta u \leq 1,25\%$ $\Delta u \leq 1,5\%$		
Zähler bis Verbraucher nach DIN 18015	$\Delta u \leq 3,0\%$		
HAK bis Verbraucher nach VDE 0100-520 Beleuchtungsanlagen sonstige Anlagen	$\Delta u \leq 3,0\%$ $\Delta u \leq 5,0\%$		
Leitfähigkeit γ in $m/(\Omega \cdot mm^2)$			
Leiter ϑ_b	Formelzeichen	Cu	Al
20°C	γ_{20}	56	35
50°C	γ_{50}	50	31
70°C	γ_{70}	46	29
 <p>Schaltung bei DC und AC</p>  <p>Zeigerbild bei AC</p>  <p>Schaltung bei 3 AC</p>			
Spannungsfall		Leistungsverlust in %	
$\Delta U \approx U_1 - U_2$ 1	$\Delta u = \frac{\Delta U \cdot 100\%}{U}$ 2	$P_{v\%} = \frac{P_v \cdot 100\%}{P}$ 3	
$[U] = [\Delta U] = V, [P] = [P_v] = W$ $[l] = m, [\Delta \vartheta] = K$		Leitfähigkeit bei Cu und Al:	
Zur <i>genauen</i> Berechnung des Spannungsfalls ist die Leitfähigkeit γ bei der anzunehmenden Betriebstemperatur ϑ_b der Leitung zu verwenden (Tabelle). Zur überschlägigen Berechnung wird oft mit γ_{20} gerechnet (bei Cu also mit $56 m/(\Omega \cdot mm^2)$ und bei Al mit $35 m/(\Omega \cdot mm^2)$).		$\gamma = \frac{\gamma_{20}}{1 + \Delta \vartheta \cdot 0,004/K}$ 4	
		$\Delta \vartheta = \vartheta_b - 20^\circ C$ 5	
Formeln für Gleichstrom DC			
Spannungsfall		Leiterquerschnitt	
$\Delta U = \frac{2 \cdot P \cdot l}{\gamma \cdot A \cdot U}$ 6	$\Delta U = \frac{2 \cdot I \cdot l}{\gamma \cdot A}$ 7	$A = \frac{2 \cdot I \cdot l}{\gamma \cdot \Delta U}$ 8	
$[\gamma] = m/(\Omega \cdot mm^2)$ $[l] = m$ $[A] = mm^2$		Leistungsverlust	
		$P_v = \frac{2 \cdot I^2 \cdot l}{\gamma \cdot A}$ 9	$P_{v\%} = \Delta u$ 10
Formeln für Einphasenwechselstrom AC			
Spannungsfall		Leiterquerschnitt	
$\Delta U = \frac{2 \cdot P \cdot l}{\gamma \cdot A \cdot U}$ 11	$\Delta U = \frac{2 \cdot I \cdot l \cdot \cos \varphi}{\gamma \cdot A}$ 12	$A = \frac{2 \cdot I \cdot l \cdot \cos \varphi}{\gamma \cdot \Delta U}$ 13	
Bei Nicht-Sinusform $\cos \varphi$ durch λ ersetzen.		Leistungsverlust	
		$P_v = \frac{2 \cdot I^2 \cdot l}{\gamma \cdot A}$ 14	$P_{v\%} = \frac{\Delta u}{\cos^2 \varphi}$ 15
Formeln für Dreiphasenwechselstrom 3AC			
Spannungsfall		Leiterquerschnitt	
$\Delta U = \frac{P \cdot l}{\gamma \cdot A \cdot U}$ 16	$\Delta U = \frac{\sqrt{3} \cdot I \cdot l \cdot \cos \varphi}{\gamma \cdot A}$ 17	$A = \frac{\sqrt{3} \cdot I \cdot l \cdot \cos \varphi}{\gamma \cdot \Delta U}$ 18	
Bei Nicht-Sinusform $\cos \varphi$ durch λ ersetzen.		Leistungsverlust	
		$P_v = \frac{3 \cdot I^2 \cdot l}{\gamma \cdot A}$ 19	$P_{v\%} = \frac{\Delta u}{\cos^2 \varphi}$ 20
Leitungsberechnung mit Verzweigungen siehe Tabellenbuch Elektrotechnik			

A	Leiterquerschnitt	$P_{v\%}$	prozentualer Leistungsverlust (bezogen auf Leistungsaufnahme der Last)	$\Delta \vartheta$	Temperaturunterschied (Delta Theta)
$\cos \varphi$	Leistungsfaktor	U	Bemessungsspannung des Netzes und der Last	ΔU	Spannungsfall (Spannungsunterschied)
HAK	Hausanschlusskasten	U_1	Spannung am Leitungsanfang	Δu	prozentualer Spannungsfall (bezogen auf U)
I	Leiterstrom (Bemessungsstrom der Last)	U_2	Spannung am Leitungsende	ϑ_b	Betriebstemperatur
l	Länge der Leitung	γ	elektrische Leitfähigkeit	λ	Leistungsfaktor (Lambda)
P	Leistungsaufnahme der Last	γ_{20}	elektrische Leitfähigkeit bei 20°C	φ	Phasenverschiebungswinkel (Phi)
P_v	Leistungsverlust in der Leitung			$\lambda = \cos \varphi$	bei Sinusform

Bedeutung der Formelzeichen aus den Bildern und Formelüberschriften erkennbar.

Kalkulation von Kosten und Preisen

Fertigungs-Materialkosten *FMK* Kosten für das Produktmaterial.

Materialbedingte Gemeinkosten *MGK* Kosten, die wegen des Materials anfallen, ohne Fertigungs-Materialkosten zu sein.

Fertigungslöhne *FL* Löhne für die Fertigung eines Produktes.

Fertigungsbedingte Gemeinkosten *FGK* Kosten, die wegen der Fertigung anfallen, ohne Fertigungslöhne oder materialbedingte Gemeinkosten zu sein.

Verwaltungsbedingte Gemeinkosten *VwGK* Gemeinkosten (allgemeine Kosten), die wegen der Verwaltung des Betriebes anfallen.

Vertriebsbedingte Gemeinkosten *VtGK* Gemeinkosten (allgemeine Kosten), die wegen des Vertriebs entstehen.

Herstellkosten je Mengeneinheit *HKM* Gesamte Herstellkosten bezogen auf die hergestellte Menge von Teilen.

Materialkosten

$$MK = FMK + MGK \quad 1$$

Selbstkosten

$$SeK = HK + VwGK + VtGK \quad 3$$

Skontozuschlag

$$S = \frac{SS \cdot BVP}{100\% - SS - PS} \quad 5$$

Rabattfreier Rechnungspreis

$$RP = BVP + S + P \quad 7$$

Nettoverkaufspreis

$$NVP = RP + R \quad 9$$

Herstellkosten je Mengeneinheit

$$HKM = \frac{HK}{M} \quad 11$$

Herstellkosten

$$HK = MK + FL + FGK \quad 2$$

Provisionsfreier Barverkaufspreis

$$BVP = SeK + G \quad 4$$

Provisionszuschlag

$$P = \frac{PS \cdot BVP}{100\% - SS - PS} \quad 6$$

Rabattzuschlag

$$R = \frac{RS \cdot RP}{100\% - RS} \quad 8$$

Bruttoverkaufspreis

$$BRVP = NVP + MwSt \quad 10$$

Gemeinkostensätze und Kennzahlen

Material-Gemeinkostensatz *MGKS* materialbedingte Gemeinkosten je Fertigungs-Materialkosten.

Fertigungs-Gemeinkostensatz *FGKS* fertigungsbedingte Gemeinkosten je Fertigungslöhne.

Verwaltungs-Gemeinkostensatz *VwGKS* verwaltungsbedingte Gemeinkosten je Herstellkosten.

Vertriebs-Gemeinkostensatz *VtGKS* vertriebsbedingte Gemeinkosten je Herstellkosten.

Rentabilität des Eigenkapitals *RdE* Gesamtgewinn bezogen auf das eingesetzte Eigenkapital.

Rentabilität des Umsatzes *RdU* Gesamtgewinn bezogen auf den erzielten Umsatz.

Material-Gemeinkostensatz

$$MGKS = \frac{MGK \cdot 100\%}{FMK} \quad 12$$

Verwaltungs-Gemeinkostensatz

$$VwGKS = \frac{VwGK \cdot 100\%}{HK} \quad 14$$

Rentabilität Eigenkapital

$$RdE = \frac{GG \cdot 100\%}{E} \quad 16$$

Fertigungs-Gemeinkostensatz

$$FGKS = \frac{FGK \cdot 100\%}{FL} \quad 13$$

Vertriebs-Gemeinkostensatz

$$VtGKS = \frac{VtGK \cdot 100\%}{HK} \quad 15$$

Rentabilität Umsatz

$$RdU = \frac{GG \cdot 100\%}{U} \quad 17$$

<i>BRVP</i>	Bruttoverkaufspreis	<i>MGK</i>	materialbedingte Gemeinkosten	<i>S</i>	Skonto
<i>BVP</i>	provisionsfreier Barverkaufspreis	<i>MGKS</i>	Material-Gemeinkostensatz	<i>SeK</i>	Selbstkosten
<i>E</i>	Eigenkapital	<i>MwSt</i>	Mehrwertsteuer	<i>SS</i>	Skontosatz (Skonto in %)
<i>FGK</i>	fertigungsbedingte Gemeinkosten	<i>NVP</i>	Nettoverkaufspreis	<i>U</i>	Umsatz
<i>FGKS</i>	Fertigungs-Gemeinkostensatz	<i>P</i>	Provision, z. B. des Vertreters	<i>VtGK</i>	vertriebsbedingte Gemeinkosten
<i>FL</i>	Fertigungslöhne	<i>PS</i>	Provisionsatz (Provision in %)	<i>VtGKS</i>	Vertriebs-Gemeinkostensatz
<i>FMK</i>	Fertigungs-Materialkosten	<i>R</i>	Rabatt	<i>VwGK</i>	verwaltungsbedingte Gemeinkosten
<i>G</i>	kalkulatorischer Gewinn	<i>RdE</i>	Rentabilität Eigenkapital	<i>VwGKS</i>	Verwaltungs-Gemeinkostensatz
<i>GG</i>	Gesamtgewinn	<i>RdU</i>	Rentabilität Umsatz		
<i>HK</i>	Herstellkosten	<i>RP</i>	Rechnungspreis		
<i>HKM</i>	mengenbezogene Herstellkosten	<i>RS</i>	Rabattsatz (Rabatt in %)	%	bedeutet „in Prozent“