

Oliver Passon

# Bohmsche Mechanik

Eine elementare Einführung in die  
deterministische Interpretation der  
Quantenmechanik

Verlag  
Harri  
Deutsch 

**Der Autor**

Oliver Passon, Jahrgang 1969, studierte Physik, Mathematik, Erziehungswissenschaften und Philosophie an der Bergischen Universität Wuppertal. Promotion 2002 in der Elementarteilchenphysik im Rahmen des DELPHI Experiments am europäischen Forschungszentrum CERN bei Genf. Nach einer Tätigkeit am Forschungszentrum Jülich arbeitet er seit 2008 als Lehrer für Mathematik und Physik am Carl-Duisberg Gymnasium in Wuppertal.

**Die Webseite zum Buch**

<http://www.harri-deutsch.de/1856.html>

**Der Verlag**

Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH  
Gräfstraße 47  
60486 Frankfurt am Main  
verlag@harri-deutsch.de  
www.harri-deutsch.de

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

**ISBN 978-3-8171-1856-4**

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches – oder von Teilen daraus – sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet werden.

Zu widerhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autor und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

2., erweiterte und überarbeitete Auflage 2010

©Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, Frankfurt am Main, 2010

Druck: fgb – freiburger graphische betriebe <[www.fgb.de](http://www.fgb.de)>

Printed in Germany

# Vorwort

Diese Arbeit bietet eine elementare Einführung in die von Louis de Broglie und David Bohm formulierte deterministische Version der nichtrelativistischen Quantenmechanik, kurz: »de Broglie-Bohm Theorie« oder »Bohmsche Mechanik«<sup>1</sup>. Diese Theorie reproduziert alle Vorhersagen der üblichen Quantenmechanik, erlaubt jedoch im Gegensatz zu dieser eine objektive und deterministische Beschreibung.

An Vorkenntnissen setzt unsere Darstellung lediglich Grundlagen der nichtrelativistischen Quantenmechanik voraus, wie sie Gegenstand jeder Einführungsvorlesung der Quantenmechanik sind. Auch in mathematischer Hinsicht ist eine möglichst elementare Darstellung angestrebt worden. Dieses Buch kann damit als einführende Lektüre für eine Beschäftigung mit dem stärker mathematisch orientierten Werk von Detlef Dürr [4] verwendet werden<sup>2</sup>.

Die Bohmsche Mechanik hat bisher kaum Eingang in die Lehrbuchliteratur gefunden und ist dadurch weitgehend unbekannt. Wo sie doch diskutiert wird, ist der Ton häufig polemisch und an der Grenze zur Unsachlichkeit. Nicht selten verraten Bemerkungen zur Bohmschen Mechanik allerdings, dass ihr Konzept nur unvollständig verstanden wurde. Die Bohmsche Mechanik jedoch als Kuriosum abzutun, verkennt ihre konzeptionelle und wissenschaftstheoretische Bedeutung vollkommen. An dieser Stelle braucht es offensichtlich eine unaufgeregte und sachliche Darstellung, um die Auseinandersetzung von dogmatischem Ballast auf beiden Seiten zu befreien.

Dabei geht es im Kern gar nicht zuerst um die Frage, ob die Bohmsche Deutung nun tatsächlich »wahr« ist. Allein schon ihre Existenz ist eine Provokation für all jene, die vorschnelle Schlüsse über die erkenntnistheoretischen Implikationen der modernen Physik ziehen wollen. Die Beschäftigung mit Bohmscher Mechanik kann verwendet werden, um die emotionalisierte Debatte um die Deutung der Quantenmechanik zu rekonstruieren und das mit der Quantenmechanik erreichte Wirklichkeitsverständnis besser zu verstehen.

---

<sup>1</sup> Diese Theorie ist in weiten Teilen bereits 1927 von de Broglie formuliert worden [1]. Erwin Madelung hatte sogar schon 1926 ähnliche Ansätze gefunden [2]. Bohm entwickelte seine Version unabhängig davon 1952 [3]. Louis de Broglie nannte seine Formulierung »Führungsfeld Theorie«, David Bohm bezog sich auf seine Theorie als *kausale* bzw. *ontologische* Interpretation der Quantenmechanik. Wir werden im Folgenden der Kürze halber meist von »Bohmscher Mechanik« sprechen.

<sup>2</sup> Neben diesem Buch existieren nach Kenntnis des Autors überhaupt nur noch drei andere Darstellungen der Bohmschen Mechanik auf Lehrbuchniveau: Peter Hollands *The Quantum Theory of Motion* [5], *The Undivided Universe* von Bohm und Hiley [6] und *Quantum Mechanics* [7] von James Cushing.

Abschließend noch eine Anmerkung zur konkreten Darstellung der Theorie: In den 50 Jahren ihres Bestehens hat die Bohmsche Mechanik natürlich Umformulierungen und Weiterentwicklungen erfahren. Bohm selbst (und später etwa auch Holland [5]) wählte eine Darstellung, die vor allem durch das »Quantenpotential« die Bohmsche Mechanik in große Nähe zur klassischen Physik rückt. Darüber hinaus ist dort der genaue Status der Observablen (außer dem Ort) sowie der Quantengleichgewichtshypothese noch nicht mit abschließender Schärfe formuliert. Man kann vermuten, dass durch diesen Umstand Bohm selbst die Rezeption seiner Theorie erschwerte. In diesen Fragen folgen wir deshalb den Arbeiten von Dürr, Goldstein, Zanghì und anderen (siehe etwa [4, 8, 9, 10, 11]). Ihre Darstellung der Bohmschen Mechanik greift an vielen Stellen Ideen von John Bell auf [12], der seit den 60er Jahren zu den wenigen prominenten Physikern gehörte, die sich für die Bohmsche Mechanik eingesetzt haben. In diesem Sinne bedeutet dieses Buch also nicht den anachronistischen Versuch, eine jahrzehntealte Theorie darzustellen, sondern reflektiert im Rahmen seiner Möglichkeiten den aktuellen Forschungsstand auf diesem Gebiet.

Schließlich ist es mir eine Freude, denen meinen Dank auszusprechen, die in verschiedener Weise die Entstehung dieser Arbeit befördert haben. Dieses Projekt wäre ohne die Hilfe von Dr. Roderich Tumulka aus der *Arbeitsgruppe Bohmsche Mechanik* an der Ludwig-Maximilian-Universität München unweigerlich zum Scheitern verurteilt gewesen. In ausführlichen E-Mails und persönlichen Diskussionen hat er mir geholfen, den Gegenstand besser zu verstehen und Missverständnisse aufzuklären. Herr Prof. Dr. Detlev Dürr ermöglichte mir dankenswerterweise die Teilnahme an der Konferenz »Quantum Mechanics without Observer II« am Bielefelder ZiF. Ebenfalls sehr fruchtbar war die Teilnahme an der Frühjahrschule »Physics and Philosophy« in Maria in der Aue. Mein Dank gilt neben allen Teilnehmern vor allem den Organisatoren PD Dr. Holger Lyre und Prof. Dr. Peter Mittelstaedt. Hier bot sich mir die Gelegenheit zu intensiven Diskussionen mit unter anderem Prof. Dr. Don Howard und Dr. Jeremy Butterfield. Danken möchte ich auch Prof. Dr. Leslie Ballentine, Prof. Dr. Claus Kiefer, Prof. Dr. Günter Nitz und Prof. Dr. Berthold-Georg Englert, die die Freundlichkeit hatten, mir in elektronischer Korrespondenz verschiedene Fragen zum Thema dieser Arbeit zu beantworten. Die sehr gute Zusammenarbeit mit Klaus Horn und Dr. Alfred Ziegler vom Verlag Harri Deutsch möchte ich ebenfalls hervorheben.

Schließlich gilt ein besonderer Dank meiner Freundin Esther Neustadt, die nicht nur zahllose Verstöße gegen die Regeln der deutschen Rechtschreibung und Zeichensetzung beseitigte.

Die Genannten stimmen natürlich nicht notwendig allen Teilen dieses Buches zu, noch sind sie für mögliche Fehler oder Ungenauigkeiten der Darstellung verantwortlich.

## Vorwort zur 2. Auflage

Mir großer Freude nutze ich die zweite Auflage des Buches, um einige Veränderungen vorzunehmen. In zahlreichen Diskussionen hat sich immer stärker herauskristallisiert, dass die Frage bzw. Schwierigkeit der relativistischen und quantenfeldtheoretischen Verallgemeinerung als das Haupthindernis angesehen wird, in der deBroglie-Bohm Theorie mehr als ein wissenschaftstheoretisches Kuriosum zu sehen. Allerdings leidet auch hier die Diskussion darunter, dass sie selten auf der Höhe des aktuellen Forschungsstandes geführt wird. Aus diesem Grund wurde das Kaptitel 8 über den Welle-Teilchen Dualismus des Lichts durch einen kurzen Abriss der relativistischen und quantenfeldtheoretischen Verallgemeinerungen ersetzt. Dieses Kapitel beruht im Wesentlichen auf meiner Veröffentlichung »What you always wanted to know about Bohmian mechanics but were afraid to ask« (Physics and Philosophy 3 (2006)). Hier gilt mein besonderer Dank erneut Roderich Tumulka und Ward Struyve, die mir bei der Anfertigung dieser Arbeit durch ihre kritischen Kommentare und Diskussionen sehr geholfen haben. Für die Einladung an das Perimeter Institut möchte ich besonders Ward Struyve vielmals danken.

Aus didaktischen Gründen stellt dieses Kapitel jedoch einen Fremdkörper dar, schließlich setzt der Rest des Buches lediglich Grundkenntnisse der nicht-relativistischen Quantenmechanik voraus. Eine grundständige Einführung der Dirac-Gleichung und Quantenfeldtheorie wurde aus naheliegenden Gründen nicht angestrebt. Ich hoffe jedoch, dass auch die skizzenhafte Darstellung zusammen mit den Hinweisen auf die Originalliteratur ihren Dienst erfüllt.

Weitere größere Veränderungen am Text betreffen den Abschnitt 2.2 zur Entstehungsgeschichte der Theorie. Hier habe ich versucht unter Einbeziehung neuerer Literatur, die Rolle von Louis de Broglie angemessener zu würdigen. Ebenfalls enthält dieser Abschnitt nun eine kleine Untersuchung der Frage, welche Rolle das Messproblem bei der Entstehung der Bohmschen Mechanik spielte.

Zuletzt möchte ich noch jenen danken, die mir durch Einladungen zu Tagungen oder Seminaren die Gelegenheit boten, die Grundidee der deBroglie-Bohm Theorie vorzustellen und an ebenso kontroversen und fruchtbaren Diskussionen teilzunehmen. Hervorheben möchte ich hier Prof. Dr. Dr. Brigitte Falkenburg (Dortmund), Prof. Dr. Gregor Schieman (Wuppertal), Dr. Rafaela Hillerbrand und Prof. Dr. Gernot Münster (Münster), Dr. Hans Behringer (Bielefeld) sowie Prof. Dr. Heinz-Jürgen Schmidt (Osnabrück). Ich hoffe, dass auch die 2. Auflage dieses Buches als Anregung zu einer Diskussion verstanden wird!

Wuppertal, den 25. Januar 2010

*Oliver Passon*



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
2.1	Messung und Kollaps . . . . .	6
2.2	Die Entstehung der Bohmschen Mechanik . . . . .	8
2.2.1	Die Rolle des Messproblems für die Entstehung der de Broglie-Bohm Theorie . . . . .	9
2.3	Rezeption der Bohmschen Theorie . . . . .	11
2.4	Die Debatte um die Quantenmechanik . . . . .	14
2.5	John Bell und die Bohmsche Mechanik . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Quantenmechanik</b>	<b>19</b>
3.1	Grundlagen . . . . .	20
3.2	Das Messproblem . . . . .	21
3.3	Interpretation der Quantenmechanik . . . . .	23
3.3.1	Die Kopenhagener Deutung . . . . .	23
3.3.2	Die Ensemble-Interpretation . . . . .	26
3.4	Schlussfolgerungen . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Bohmsche Mechanik</b>	<b>31</b>
4.1	Motivation 1: Hamilton-Jacobi . . . . .	32
4.1.1	Anmerkung zur 1. Motivation . . . . .	33
4.2	Motivation 2: Wahrscheinlichkeitsstrom . . . . .	34
4.2.1	Anmerkung zur 2. Motivation . . . . .	35
4.3	Motivation 3: Symmetriebetrachtung . . . . .	35
4.3.1	Anmerkung zur 3. Motivation . . . . .	36
4.4	Die Quantengleichgewichtshypothese . . . . .	36
4.4.1	Herleitungen der Quantengleichgewichtshypothese . . . . .	37
4.5	Die Nicht-Eindeutigkeit der Bohmschen Mechanik . . . . .	40
4.6	Die verschiedenen Schulen der de Broglie-Bohm Theorie . . . . .	40
4.6.1	Das Quantenpotential . . . . .	41
4.6.2	Teilcheneigenschaften in der de Broglie-Bohm Theorie . . . . .	43
4.7	Die Wellenfunktion . . . . .	44
4.8	Spin in der Bohmschen Mechanik . . . . .	46
4.9	Beweise über die Unmöglichkeit einer Theorie verborgener Variablen . . . . .	47

<b>5</b>	<b>Messung und »Observable« in der Bohmschen Mechanik</b>	<b>51</b>
5.1	Die Messung in der Bohmschen Mechanik . . . . .	52
5.1.1	Effektive Wellenfunktion und Kollaps . . . . .	54
5.2	Interpretation des Messprozesses: Kontextualität . . . . .	54
5.2.1	»Naiver Realismus« über Operatoren . . . . .	56
5.2.2	Das Kochen-Specker-Theorem . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Lokalität, Realität, Kausalität and all that . . .</b>	<b>61</b>
6.1	Das EPR-Experiment . . . . .	61
6.1.1	Bohrs Erwiderung . . . . .	65
6.1.2	Umformulierung des EPR-Experimentes nach Bohm . . . .	66
6.2	Die Bellsche Ungleichung . . . . .	67
6.2.1	Spinkorrelationen in einer lokalen Theorie verborgener Variablen . . . . .	68
6.2.2	Spinkorrelationen in der Quantenmechanik . . . . .	70
6.2.3	Experimentelle Bestätigung der Quantenmechanik . . . .	71
6.2.4	Exkurs: Problembewusstsein . . . . .	72
6.3	Folgerungen aus der Verletzung von Bells Ungleichung . . . . .	72
6.3.1	Determinismus . . . . .	74
6.3.2	Lokalität und Separabilität . . . . .	74
6.3.3	Realität . . . . .	76
6.3.4	Widerspricht die Quantenmechanik der speziellen Relativitätstheorie? . . . . .	78
6.3.5	Schlussfolgerungen . . . . .	79
6.4	Das EPR-Experiment in der Bohmschen Mechanik . . . . .	80
<b>7</b>	<b>Anwendungen</b>	<b>83</b>
7.1	Allgemeine Eigenschaften der Bohmschen Trajektorien . . . . .	83
7.1.1	Existenz und Eindeutigkeit der Lösung . . . . .	83
7.1.2	Bohmsche Trajektorien können sich nicht schneiden . . . .	83
7.1.3	Bohmsche Trajektorien reeller Wellenfunktionen . . . . .	84
7.2	Der harmonische Oszillator . . . . .	84
7.2.1	Bohmsche Trajektorien beim harmonischen Oszillator . . .	85
7.2.2	Die Kritik Einsteins . . . . .	86
7.3	Das Wasserstoffatom . . . . .	87
7.3.1	Bohmsche Trajektorien beim Wasserstoff . . . . .	88
7.4	Das Doppelspaltexperiment . . . . .	88
7.4.1	Doppelspaltexperiment mit verzögerter Wahl . . . . .	89
7.5	Der Tunneleffekt . . . . .	94
7.5.1	Tunneleffekt in der Quantenmechanik . . . . .	94
7.5.2	Bohmsche Trajektorien beim Tunneleffekt . . . . .	96
7.5.3	Das Tunnelzeit-Problem . . . . .	96
7.6	Schrödingers Katze . . . . .	102
7.6.1	Lösungsversuche . . . . .	102



7.6.2	Schrödingers Katze in der Bohmschen Mechanik . . . . .	104
7.7	Mehrteilchensysteme . . . . .	104
7.7.1	Verschränkte und nichtverschränkte Zustände . . . . .	105
<b>8</b>	<b>Verallgemeinerungen</b>	<b>107</b>
8.1	Was ist eine »Bohm-artige« Theorie . . . . .	108
8.2	Die Bohm-Dirac Theorie . . . . .	109
8.3	Quantenfeldtheoretische Verallgemeinerungen . . . . .	110
8.3.1	Feld-beables für Bosonen und Teilchen-beables für Fermionen . . . . .	110
8.3.2	Feld-beables für Bosonen und keinen beable-Status für Fermionen . . . . .	111
8.3.3	Fermionanzahl als beable . . . . .	112
8.4	Verallgemeinerungen von Theorien . . . . .	114
8.5	Zusammenfassung . . . . .	115
<b>9</b>	<b>Kritik an der Bohmschen Mechanik</b>	<b>117</b>
9.1	Der Metaphysikvorwurf . . . . .	117
9.2	Ockham's Razor . . . . .	119
9.3	Rückkehr zur klassischen Physik? . . . . .	120
9.4	Leere Wellenfunktionen . . . . .	120
9.5	Die Asymmetrie der Bohmschen Mechanik . . . . .	121
9.6	Das ESSW-Experiment . . . . .	122
9.6.1	Erwiderungen auf ESSW . . . . .	123
9.7	Nichtlokalität . . . . .	124
<b>10</b>	<b>Schlussbemerkungen</b>	<b>127</b>
<b>A</b>	<b>Hamilton-Jacobi-Theorie</b>	<b>129</b>
<b>B</b>	<b>Reine und gemischte Zustände</b>	<b>131</b>
B.1	Beschreibung gemischter Ensemble: Die Dichtematrix . . . . .	133
<b>C</b>	<b>Signal-Lokalität und Kausalität</b>	<b>135</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>141</b>
	<b>Namens- und Sachverzeichnis</b>	<b>153</b>



# 1 Zusammenfassung

Bohmian Mechanics is equivalent experimentally to ordinary nonrelativistic quantum mechanics – and it is rational, it is clear, and it is exact, and it agrees with experiment, and I think it is a scandal that students are not told about it. Why are they not told about it? I have to guess here there are mainly historical reasons, but one of the reasons is surely that this theory takes almost all the *romance* out of quantum mechanics. This scheme is a living counterexample to most of the things that we tell the public on the great lessons of twentieth century science.

John S. Bell

Wir wollen hier eine kurze Skizze der Bohmschen Mechanik voranstellen, um dem Leser die Orientierung zu erleichtern. Dabei wird bewusst prägnant formuliert – ohne Fußnoten und Quellenangaben.

## Was ist Bohmsche Mechanik?

Bohmsche Mechanik ergänzt die Schrödingergleichung um Bewegungsgleichungen für die Ortskoordinaten des jeweiligen »Quantensystems«, also etwa für das Hüllenelektron des Wasserstoffatoms. In der Bohmschen Mechanik sind Wellen- und Teilcheneigenschaften also nicht *komplementär* zueinander, und ein Teilchen hat zu jedem Zeitpunkt einen definierten Ort. Die Bewegungsgleichung für die Ortskoordinate  $x(t)$  eines 1-Teilchen Zustandes, der durch die Wellenfunktion  $\psi = Re^{i\frac{1}{\hbar}S}$  beschrieben wird, lautet:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\nabla S}{m}$$

Das  $\psi$ -Feld »führt« also die Teilchenbewegung und bekommt eine reale physikalische Bedeutung. Die statistischen Vorhersagen der üblichen Quantenmechanik können *alle* reproduziert werden, wenn man für die Anfangsbedingungen der Orte von Teilchen, die durch die Wellenfunktion  $\psi$  beschrieben werden, eine  $|\psi|^2$ -Verteilung wählt. Dies nennt man die Quantengleichgewichtshypothese. Die Bohmsche Mechanik ist eine deterministische Theorie, und ihre Wahrscheinlichkeitsaussagen haben den gleichen Status wie in der klassischen statistischen Physik: Sie sind lediglich der Unkenntnis über die genauen Anfangsbedingungen geschuldet.

## Warum Bohmsche Mechanik?

Wie bereits erwähnt, kann die Bohmsche Mechanik alle experimentellen Ergebnisse der nichtrelativistischen Quantenmechanik reproduzieren. Sie hat jedoch ein radikal abweichendes Wirklichkeitsverständnis zur Folge.

Im Doppelspalt führen die Trajektorien individueller Teilchen auf das beobachtbare Interferenzmuster, da die Teilchenbewegung durch die Wellenfunktion (die am Spalt interferiert) geleitet wird. Der schwankende Welle-Teilchen Dualismus der Kopenhagener Deutung (Stichwort *Komplementarität*) kann vermieden werden. Nicht zuletzt findet das Messproblem, das in der üblichen Quantenmechanik seit Jahrzehnten kontrovers diskutiert wird, innerhalb der Bohmschen Mechanik eine elegante Lösung.

Die große Bedeutung der Bohmschen Mechanik liegt somit im Bereich der Grundlagenfragen und der Interpretation der Quantenmechanik. Sie ist der lebende Beweis dafür, dass wir zu einigen der radikalen erkenntnistheoretischen Implikationen der Quantenmechanik (fundamentale Bedeutung der Wahrscheinlichkeit, Komplementarität, ausgezeichnete Rolle der Messung etc.) nicht von der Natur – d. h. durch experimentelle Fakten – gezwungen werden.

Viele Anhänger der Bohmschen Mechanik sehen in ihr zudem einen wichtigen Ansatz, um die Grundlagen der modernen Physik so zu formulieren, dass die offenen Fragen der aktuellen Forschung (etwa einer Quantentheorie der Gravitation) erfolgreicher adressiert werden können. Diese Hoffnung muss sich freilich erst noch erfüllen. Aber auch unabhängig davon besitzt die Bohmsche Mechanik einen großen konzeptionellen und didaktischen Wert.

## Verborgene Variablen

Aus historischen Gründen wird die Bohmsche Mechanik als Theorie »verborgener Variablen« bezeichnet. Dabei sind diese zusätzlichen Variablen (die Teilchenorte) die einzig experimentell zugänglichen Größen der Quantenmechanik! Die Existenz der Bohmschen Mechanik wird weder durch v. Neumanns Beweis der »Unmöglichkeit einer Theorie verborgener Variablen« noch durch das Bell-Theorem widerlegt. Neumanns Beweis macht Voraussetzungen, die nicht allgemein genug sind, und die experimentelle Verletzung der Bellschen Ungleichung ist in vollständigem Einklang mit den Vorhersagen der Bohmschen Mechanik.

## Kann experimentell zwischen Bohmscher Mechanik und Quantenmechanik unterschieden werden?

Nach Konstruktion reproduziert die Bohmsche Mechanik alle Vorhersagen der nichtrelativistischen Quantenmechanik, aber auch nur diese! Sie trifft keine Vorhersagen, die in experimentell überprüfaren Situationen von denen der Quantenmechanik abweichen. Im Besonderen entziehen sich die individuellen Trajektorien einer Präparation jenseits des Quantengleichgewichts. Dadurch kann kein Experiment zwischen diesen alternativen Theorien unterscheiden.

## Kritik an der Bohmschen Mechanik

In Anbetracht dieser bemerkenswerten Eigenschaften stellt sich natürlich die Frage, warum sich die Bohmsche Mechanik keiner weiteren Verbreitung erfreut. Die Kritik an dieser Theorie ist in der Tat vielfältig, rechtfertigt aber ihre vollständige Marginalisierung in keiner Weise. Zahlreiche Gegenargumente beruhen auf subjektiven Kriterien, und teilweise verrät die Kritik auch mangelnde Auseinandersetzung mit den Grundlagen der Bohmschen Mechanik.

Der häufigste Vorwurf bezieht sich auf die »Nichtlokalität« der Bohmschen Mechanik, d. h. die Tatsache, dass im Prinzip beliebig weit voneinander entfernte Objekte die gegenseitige Bewegung beeinflussen können. Aufgrund dieser Eigenschaft hegen viele Kritiker Zweifel an einer befriedigenden relativistischen Verallgemeinerungsfähigkeit dieser Theorie. Dieser Vorwurf relativiert sich jedoch angesichts der Verletzung der Bellschen Ungleichung durch die Quantenmechanik. In einer kontroversen Diskussion neigt eine Mehrzahl von Physikern zu dem Schluss, dass die übliche Quantenmechanik ebenfalls »nichtlokal« ist.

Gleichzeitig existieren bereits verschiedene Modelle einer relativistischen bzw. quantenfeldtheoretischen Verallgemeinerung der Bohmschen Mechanik, die alle Vorhersagen der »orthodoxen« Quantenfeldtheorie reproduzieren können. Ebenfalls wird durch diese verallgemeinerten Modelle das Messproblem gelöst, das in der relativistischen Quantentheorie ebenfalls auftritt.



## 2 Einleitung

Ein etwas vorschnippischer Philosoph, ich glaube Hamlet, Prinz von Dänemark, hat gesagt, es gebe eine Menge von Dingen im Himmel und auf Erden, wovon nichts in unseren Kompendiis steht. Hat der einfältige Mensch, der bekanntlich nicht recht bei Trost war, damit auf unsere Kompendia der Physik gestichelt, so kann man ihm getrost antworten: Gut, aber dafür steht auch wieder eine Menge von Dingen in unseren Kompendiis, wovon weder im Himmel noch auf der Erde etwas vorkömmt.

G. Ch. Lichtenberg [13]

Warum überhaupt Bohmsche Mechanik? Die nichtrelativistische Quantenmechanik, gemeinsam mit ihrer üblichen Wahrscheinlichkeitsinterpretation, findet sich in glänzender Übereinstimmung mit allen experimentellen Befunden, und die Synthese aus Quantenmechanik und Relativitätstheorie zu relativistischen Quantenfeldtheorien wird als fundamentale Naturbeschreibung angesehen. Unabhängig von diesen Erfolgen bleibt die *Interpretation* der Quantenmechanik jedoch erstaunlich dunkel. So lesen wir etwa bei Gell-Mann:

Quantenmechanik, diese mysteriöse und verwirrende Theorie, die niemand von uns wirklich versteht, von der wir jedoch wissen, wie wir sie benutzen müssen. [14]

Sinngemäß gleichlautende Zitate finden sich – zur großen Entmutigung aller Physikstudenten – bei Bohr über Heisenberg bis Feynman. Vielen erscheint sie als ein formaler Apparat, der zwar in bisher ungekannter Präzision eine *Beschreibung* und *Berechenbarkeit* der Welt erlaubt, die behandelten Phänomene aber nicht *erklärt* und *verständlich* macht. Als tiefere Ursache für all diese Verständnisprobleme wird vielfach angesehen, dass die Beschreibung mikroskopischer Vorgänge zu einer radikalen Umwälzung unserer physikalischen Begriffe zwingt. Aber ist es tatsächlich die radikale Neuheit der Begriffe, die das Verständnis erschwert? Diese Begründung ist zumindest fragwürdig. Zum einen ist es nicht wirklich verwunderlich, wenn zur Beschreibung atomarer Vorgänge die Begriffe, die sich am Umgang mit makroskopischen Objekten gebildet haben, versagen. Zum anderen hat auch die Relativitätstheorie Einsteins eine radikale Umwälzung der physikalischen Begriffe mit sich gebracht, jedoch hat eine ähnlich kontroverse Debatte um deren Deutung nicht stattgefunden<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Es gab natürlich auch hier eine Debatte. Diese Fragen konnten jedoch geklärt werden,

Was also ist der *wirkliche* Grund dafür, dass Physiker wie Einstein, Schrödinger und später Bohm und Bell keinen Frieden mit der Quantenmechanik schließen konnten? Die Kritik dieser Forscher setzte weniger an der radikalen Neuheit der Begriffe an, sondern an ihrer *ungenauen* Formulierung. Bei Schrödinger lesen wir [16, S. 812]:

Es ist ein Unterschied zwischen einer verwackelten oder unscharf eingestellten Photographie und einer Aufnahme von Wolken und Nebelschwa-  
den.

Von den beiden Bildern, die Schrödinger hier beschreibt, ist eines die ungenaue Beschreibung von etwas (möglicherweise) Scharfem, das andere jedoch die präzise Darstellung von etwas Unscharfem. Schrödinger und andere haben argumentiert, dass die Quantenmechanik genau das tue: Sie liefere nur ein ungenaues Bild, und ob das abgebildete Objekt (der Quantenzustand) »nebelhaft« und »wolkig« sei, könne gar nicht beurteilt werden.

## 2.1 Messung und Kollaps

An welcher Stelle wird die Beschreibung der Quantenmechanik aus der Sichtweise der Kritiker ungenau? Ein zentrales Problem ist die »Messung«. Nach herkömmlichem Verständnis wird durch den *Akt* der Messung *ein* möglicher Ausgang des Experimentes *zufällig* ausgewählt. Konkret: Das Elektron im Doppelspaltexperiment schwärzt *einen* Punkt auf dem Photoschirm. Ohne diese Messung durchgeführt zu haben, dürfte man aber nicht davon sprechen, dass das Elektron trotzdem diesen Raumpunkt erreicht hätte. Das Elektron bewegt sich gemäß der quantenmechanischen Beschreibung nicht auf einer Bahn. Es ist in einem begrifflich komplizierten Sinne Welle und Teilchen zugleich<sup>2</sup> (bzw. diese beiden Aspekte verhalten sich komplementär zueinander). Dies wird auch mit der Aussage zusammengefasst, dass der Wellenfunktion die Bedeutung einer »Wahrscheinlichkeitsamplitude« zukommt. Die Frage lautet nur: Wahrscheinlichkeit wofür? Die übliche Antwort lautet: Für den Ausgang einer bestimmten Messung. Die Messung ist jedoch kein logisch einfacher Begriff. Bell formulierte scharfzüngig die Frage, was ein bestimmtes System dafür qualifiziere, ein »Messgerät« zu sein [12, S. 117]:

What exactly qualifies some physical system to play the role of a »measur-  
er«? Was the wavefunction of the world waiting to jump for thousands  
of years until a single-celled living creature appeared? Or did it have to

---

ohne dass die Physik so vollständig in verschiedene Schulen und Lehrmeinungen über die Interpretation zerfallen wäre wie im Falle der Quantenmechanik. Es sollte jedoch erwähnt werden, dass mit der *lorentzianischen Interpretation* ebenfalls eine alternative Deutung vorliegt, die die radikalen erkenntnistheoretischen Implikationen der Relativitätstheorie abschwächt [15].

<sup>2</sup> »Welle-« oder »Teilchen-sein« sind selbstverständlich keine Attribute eines Objektes, sondern sollten vielmehr als Eigenschaften seiner *Beschreibung* in bestimmten Situationen aufgefasst werden.



wait a little longer, for some better qualified system [...] with a Ph.D.? If the theory is to apply to anything but highly idealized laboratory operations, are we not obliged to admit that more or less »measurement-like« processes are going on more or less all the time, more or less everywhere? Do we not have jumping then all the time?

Was Bell meint, ist die spezielle nichtunitäre Zustandsänderung der Wellenfunktion (auch »Kollaps« genannt), die ein System bei der Messung veranlasst, in einen Eigenzustand zu »springen«. Eine Lösungsmöglichkeit für das Messproblem besteht darin, die Dynamik der Quantenmechanik zu modifizieren. Tatsächlich existieren Ansätze, die Schrödingergleichung durch eine solche Beschreibung des Kollapses zu komplettieren. Der bekannteste stammt von Ghirardi, Rimini und Weber [18]. Diese Ansätze behaupten also weiterhin, dass die Wellenfunktion die vollständige Beschreibung des Systems liefert, deren Dynamik aber erst durch eine modifizierte Schrödingergleichung festgelegt ist<sup>3</sup>.

Innerhalb der Quantenmechanik bietet sich noch ein anderer Ausweg an: In [19] argumentiert Ballentine, dass das Messproblem aus der Annahme folgt, dass die Wellenfunktion die vollständige Beschreibung *individueller* Objekte darstellt. Wendet man diese Sichtweise nämlich auf *individuelle* Messgeräte an, so folgt das Problem der irrealen Überlagerung von z. B. makroskopisch verschiedenen Zeigerstellungen. Ballentine schlägt deshalb eine »Ensemble-Interpretation« der Quantenmechanik vor, nach der  $\psi$  nicht *einzelne* Objekte, sondern nur eine *Menge* von identisch präparierten Objekten (ein sog. Ensemble) beschreibt (siehe dazu auch Abschnitt 3.2). Ballentine führt weiter aus:

Since, as has been argued, the QM state vector describes only an ensemble of similarly prepared systems, then there is a need for a theory that does describe individual systems. This need is especially felt in cosmology, where there is no room for any observer [...] and where probabilistic predictions of the kind that serve so well in atomic physics are untestable because it is not possible to perform measurements on an ensemble of similarly prepared universes.

Bohmsche Mechanik ist genau eine solche Vervollständigung der Quantenmechanik, mit dem Ergebnis, auch individuelle Zustände beschreiben zu können. Im Besonderen wird der Messvorgang nicht mehr ausgezeichnet. Er bekommt den Rang einer gewöhnlichen Wechselwirkung, und der Ausgang der Messung ist durch die Anfangsbedingungen vollständig festgelegt.

Dass diese Beschreibung deterministisch ist, spielt dabei in den Augen vieler Anhänger der Bohmschen Mechanik nur eine nachrangige Rolle. Es ist also irreführend, die Bohmsche Mechanik als den Versuch aufzufassen, ein im Wesentlichen

<sup>3</sup> Diese Ansätze werden als »spontaner Kollaps« bzw. »spontane Lokalisierung« bezeichnet. Sie beruhen darauf, die Schrödingergleichung durch einen nichtlinearen Term zu modifizieren. Dieser enthält eine stochastische Komponente, die zu einem dynamischen Kollaps in Einklang mit den experimentellen Befunden der Quantenmechanik führt. Der deskriptive Gehalt dieser Theorien ist identisch mit dem der üblichen Quantenmechanik.

klassisches Weltbild zu restaurieren. Man sollte sie als den Versuch betrachten, eine *exakte* Quantenmechanik zu formulieren. Dies wird auch deutlich, wenn wir im folgenden Abschnitt einen Blick auf ihre Entstehungsgeschichte werfen.

## 2.2 Die Entstehung der Bohmschen Mechanik

Wir haben diesem Buch den griffigen Titel »Bohmsche Mechanik« gegeben, aber aus physikhistorischer Sicht ist die Bezeichnung de Broglie-Bohm Theorie sicherlich angemessener. Bereits 1927 stellte Louis de Broglie (1892-1987) seine sog. »Theorie der Führungswelle« auf der 5. Solvay Konferenz in Brüssel vor, die viele wesentliche Teile der heutigen Formulierung bereits enthielt. Aus heutiger Sicht fehlt zwar der Behandlung des Messvorganges die letztgültige Klarheit, aber zum Beispiel trug de Broglie bereits die Verallgemeinerung auf den Vielteilchenfall vor. Guido Bacciagaluppi und Antony Valentini haben 2006 die erste englische Übersetzung des Tagungsbandes der 5. Solvay Konferenz vorgelegt [20]. Diese Konferenz ist für die Auseinandersetzung zwischen Einstein und Bohr über die Grundlagen der Quantentheorie allgemein bekannt geworden – in der verbreiteten Darstellung haben die wichtigsten Diskussionen am Rande der Konferenz stattgefunden. Diese Sicht stützt sich jedoch hauptsächlich auf Zeugnisse von Bohr, Heisenberg und Ehrenfest, die teilweise mit großer zeitlicher Distanz geschrieben wurden. Die kenntnisreiche Einführung von Valentini und Bacciagaluppi in [20] argumentiert, dass die übliche Darstellung der Konferenz einseitig ist und ebenfalls de Broglies Beitrag zur Grundlagenforschung der damaligen Zeit genauer bewertet werden muss. De Broglies Zugang zur Quantentheorie über die Verbindung des Prinzips der kleinsten Wirkung und dem Prinzips von Fermat stellte eine entscheidende Inspiration für Schrödingers Entwicklung der Wellenmechanik dar. Valentini und Bacciagaluppi schreiben pointiert:

Today pilot-wave theory is often characterised as simply adding particle trajectories to the Schrödinger equation. [...] it was actually Schrödinger who removed the trajectories from de Broglie's theory. [20, S. 87]

Richtig bleibt jedoch, dass die Aufnahme der Theorie der Führungswelle unfreundlich war. De Broglie sah sich mit heftiger Kritik konfrontiert (siehe Abschnitt 2.3), während er gleichzeitig seine Theorie nur als provisorisches Modell ansah. Ihm schwebte eigentlich vor, die Teilchen als Singularitäten des  $\psi$ -Feldes zu deuten, sie also *nicht* als unabhängige Bestandteile einzuführen. Diese Faktoren trugen schließlich dazu bei, dass die Theorie gänzlich in Vergessenheit geriet. David Bohms Wiederentdeckung aus dem Jahre 1952 war vollkommen unabhängig.

In [21] stellt David Bohm (1917-1992) die Entstehungsgeschichte seiner Arbeit dar. Er hatte um 1950 ein Lehrbuch [22] zur Quantenmechanik abgeschlossen, in dem er – wie er selbst schreibt – den Gegenstand vom Standpunkt Niels Bohrs aus dargestellt hatte<sup>4</sup>. Dies wiederum sollte nicht zuletzt dem Zweck dienen,

<sup>4</sup> Ironischerweise diskutiert Bohm in diesem Buch auch die Unmöglichkeit einer Theorie »verborgener Variablen«. Wie dicht er in Interpretationsfragen der tatsächlichen Position Bohrs folgte, ist im Übrigen fraglich.

die subtilen Gedankengänge der Interpretationsfragen besser zu verstehen. Nach Beendigung dieses Unternehmens musste er sich jedoch eingestehen, dass gerade dieser Punkt immer noch zutiefst unbefriedigend erschien. Bohm führt in [21] weiter aus, dass sich in der Bohrschen Deutung die Quantenmechanik auf die Beschreibung und Vorhersage von »Beobachtungsdaten« beschränke – im Gegensatz zu unabhängigen Realitäten (»independent actualities«). Innerhalb der Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik komme dem Zustand eines Quantensystems unabhängig von seiner Messung keine (bzw. eine kontrovers diskutierte) Bedeutung zu. Dem System können *ohne* Messung keine Werte für Ort, Impuls, Spin etc. zugeordnet werden. Die Frage, wo sich das Hüllenelektron während des Quantensprungs zwischen zwei diskreten Energieniveaus *befindet*, kann nicht nur nicht *beantwortet* werden, sondern ist in diesem Kontext noch nicht einmal *fragbar*. Dieser nicht objektivierbare Charakter unterscheide die Quantenmechanik grundlegend von der Relativitätstheorie. Wie im zuvor erwähnten Ballentine-Zitat weist Bohm darauf hin, dass dieser Konflikt auf die Spitze getrieben werde, wenn man den Gegenstandsbereich auf das ganze Universum ausdehne, also innerhalb der Kosmologie. Welche Bedeutung könne es hier haben, lediglich über »Beobachtungsdaten« zu sprechen, wenn jeder Beobachter und jedes Messgerät prinzipiell Teil des Systems seien?

Bohm schickte Kopien seines Buches unter anderem an Bohr selbst, Pauli und Einstein. Letzterer lud Bohm ein (sie waren zu diesem Zeitpunkt beide in Princeton), den Gegenstand zu diskutieren. Einstein bescheinigte Bohm, die bestmögliche Darstellung der orthodoxen Interpretation der Quantenmechanik geliefert zu haben – aber er sei immer noch nicht überzeugt. In dieser Diskussion reifte bei Bohm die Überzeugung, dass nach einer Vervollständigung der Quantenmechanik gesucht werden müsse und diese etwa an der Wentzel-Krammer-Brillouin-Näherung (WKB-Näherung) für quasiklassische Quantenzustände ansetzen könne. Diese Methode verwendet bereits die Nähe zwischen Schrödingergleichung und der Hamilton-Jacobi-Theorie, die in der ersten Formulierung der Bohmschen Mechanik eine wichtige Rolle spielt (siehe Abschnitt 4.1). Wir werden in Abschnitt 2.3 sehen, dass Einstein dennoch kein Anhänger der Bohmschen Mechanik wurde.

### 2.2.1 Die Rolle des Messproblems für die Entstehung der de Broglie-Bohm Theorie

Die Lösung des Messproblems wird allgemein als die wichtigste Eigenschaft der de Broglie-Bohm Theorie angesehen. Sie gehört dadurch in die Klasse der »no-collapse« Interpretationen und wird auch als eine »Quantentheorie ohne Beobachter« bezeichnet, da eben der Akt der Messung (»Beobachtung«) keine ausgezeichnete Rolle spielt. In den Arbeiten von John Bell wird sehr deutlich, dass diese Eigenschaft seine Beschäftigung mit der de Broglie-Bohm Theorie motivierte. Für die aktuellen Anhänger dieser Theorie gilt dies wohl ebenso.

Es ist also naheliegend, auch den Begründern dieser Theorie zu unterstellen,

dass das ungelöste Messproblem ein wichtiger Antrieb ihrer Arbeit war. Für Louis de Broglie im Jahre 1927 kann dies natürlich nur sehr eingeschränkt gelten. In der Menge der ungeklärten Grundlagenfragen war zu diesem Zeitpunkt das »Messproblem« in der heutigen Form noch nicht scharf konturiert. Die klassische Referenz zu diesem Thema ist von Neumanns *Mathematische Methoden der Quantentheorie* aus dem Jahr 1932 mit dem »Kollapspostulat« zur Unterbindung eines unendlichen (von Neumannschen-) Regresses. Also sollte Bohms Arbeit aus dem Jahre 1952 dieser Frage breiten Raum geben. Von Neumanns Buch wurde zwar erst 1955 in einer englischen Ausgabe veröffentlicht, aber Bohm selber zitiert die deutsche Ausgabe in seinem (orthodoxen) Lehrbuch der Quantenmechanik aus dem Jahr 1951. Zudem wurde der Akt der Messung als echtes Problem spätestens durch Schrödingers »Katzenartikel« [16] aus dem Jahre 1935 hervorgehoben. Eine Arbeit von Henry Margenau aus dem Jahre 1936 [23] problematisiert den selben Zusammenhang.

Betrachtet man jedoch Bohms Veröffentlichungen aus dem Jahr 1952 (vor allem den Teil II), so findet sich zwar eine breite Diskussion des Messprozesses (in der wichtige Ergebnisse zur Dekohärenz antizipiert werden), aber kein Hinweis auf ein fundamentales »Messproblem« der üblichen Interpretation. Tatsächlich erwähnt Bohm an mehreren Stellen die »Konsistenz der üblichen Deutung« und verweist auf sein eigenes Lehrbuch für die Behandlung der Messung innerhalb der Quantenmechanik. Darin mag man natürlich auch eine rhetorische Strategie sehen. Im Text der Arbeit von 1952 motiviert er seine Untersuchung mit der Frage, ob die Wellenfunktion notwendig die *vollständige* Beschreibung eines Zustandes darstelle. Dies scheint eher an die Fragestellungen des Einstein-Podolsky-Rosen Papers aus dem Jahre 1935 anzuschließen – und tatsächlich waren Bohms Veröffentlichung aus dem Jahr 1952 ja auch Gespräche mit Einstein in Princeton vorausgegangen. Bohms eigene Darstellung zur Entstehungsgeschichte seiner Theorie in [21, S. 33ff], die wir im letzten Abschnitt bereits zitiert haben, betont hingegen die problematische Rolle der »Messung« – allerdings ist diese Darstellung mit einer zeitlichen Distanz von 35 Jahren geschrieben worden.

Die Geschichte bekommt nun eine verblüffende Wendung. Nach Angaben von Jeffrey Bub [24] hat Bohm das Messproblem erst Anfang der 60er Jahre kennen gelernt – zumindestens in der Form des Grundlagenproblems der Quantenmechanik, wie es die aktuelle Diskussion dominiert. Zu diesem Zeitpunkt war Bub Doktorand bei Bohm am Birkbeck College und auf der Suche nach einem Thema für seine Arbeit. Dabei stieß er auf Veröffentlichungen zum Messproblem (unter anderem auf die bereits erwähnte Arbeit von Margenau). Ebenfalls in diese Zeit fällt die einflussreiche Veröffentlichung von Wigner [25]. In einem Seminarvortrag, so Bub, habe er diese – Bohm noch unbekannt – Ergebnisse vorgetragen. Aus Bubs Untersuchungen folgte schließlich die Arbeit »A Proposed Solution of the Measurement Problem in Quantum Mechanics by a Hidden Variable Theory«, die er 1966 zusammen mit Bohm veröffentlichte [26]. Sie beginnt programmatisch mit den Worten: