EUROPA LEHRMITTEL

Edition Harri Deutsch

Klassische Mechanik I

Kinematik und Dynamik der Punktteilchen Relativität

von

Walter Greiner

8., überarbeitete und erweiterte Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 55644

Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner
Frankfurt Institute for Advanced Studies (FIAS)
Johann Wolfgang Goethe-Universität
D-60438 Frankfurt am Main

8., überarbeitete und erweiterte Auflage 2008

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5564-4

ISBN 978-3-8085-5815-7 (E-Book)

http://www.europa-lehrmittel.de
Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09618 Brand-Erbisdorf
Druck: freiburger graphische betriebe

Theoretische Physik

von Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner

Seit vielen Jahren zählen die Bände der Reihe *Theoretische Physik* zu den weltweit geschätzten und wegweisenden Lehrbüchern, mit denen Generationen von Studierenden ihre Physikausbildung erfolgreich gestaltet haben. Damit führt Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner die Tradition der klassischen Buchreihen von Sommerfeld, von Planck und von Landau und Lifschitz fort, einen zusammenhängenden Blick auf das große Wissenschaftsfeld der Physik zu geben. Englische, französische, japanische und chinesische Ausgaben untermauern die Bedeutung des Werkes *Theoretische Physik*.

Auf über 7 000 Seiten lehrt Walter Greiner, der Herausgeber und Hauptautor, Physik mit einem eigenständigen, didaktisch geschickten Konzept: Vermittlung der theoretischen Grundlagen und deren Anwendung anhand vieler ausführlicher Beispiele und Aufgaben mit ausgearbeiteten Lösungen – insbesondere auch zu aktuellen Themen. Denn nichts ist für den Studierenden von größerer Bedeutung, als im Detail zu erleben, wie die theoretischen Konzepte und Werkzeuge auf konkrete Probleme angewandt werden, die für den arbeitenden Physiker von Interesse sind. Walter Greiner begleitet seine Ausführungen mit einer sorgfältigen Entwicklung der benötigten mathematischen Methoden. Biografisch und geschichtliche Notizen schlagen die Brücke zu den Wegbereitern der modernen Physik.

So entstand ein lebendiges Konzept von integrierten Lehr- und Übungsbüchern. Pragmatisch orientiert, aber ohne Abstriche an der theoretischen Grundlegung des Stoffes, gelingt es Walter Greiner, den Lernenden einen schnellen Zugang zum theoretisch-physikalischen Denken zu ebnen und sie für die physikalische Wissenschaft zu begeistern.

Mit dem Band *Klassische Mechanik I:Kinematik und Dynamik der Punktteilchen – Relativität* (vormals *Mechanik I*) beginnt der Einstieg in die Welt der *Theoretischen Physik*.

Vorwort zur 8. Auflage

Eine zeitgemäße und moderne Universitäts-Ausbildung in Physik sollte möglichst von Anfang an die Theoretische Physik als einen der Grundpfeiler dieser Wissenschaft berücksichtigen. Diese Überlegung führte dazu, daß Studierenden der Physik und Mathematik an der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main die Kurse zur Theoretischen Physik ab dem ersten Semester angeboten werden. Die vorliegende *Klassische Mechanik I* ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die sich in vielen Jahren – seit 1965 – als Teil dieses Studienprogramms bewährt haben. Sie behandeln als Einstieg in die Theoretische Physik die Newtonsche Mechanik und deren Erweiterung zur Einsteinschen Speziellen Relativitätstheorie.

Ich habe versucht, die Darstellung des Stoffes so interessant und verständlich wie möglich zu gestalten. Der Text wird daher mit vielen Beispielen und Übungen ergänzt, die bis ins Detail ausgearbeitet sind. Damit soll das Buch für interessierte Leserinnen und Leser auch zum Selbststudium geeignet sein.

Der Einstieg in die Theoretische Physik im ersten Semster bedingt, daß dabei großes Gewicht auf die Behandlung elementarer mathematischer Verfahren aus der Vektoralgebra und -analysis sowie der Theorie der linearen Differentialgleichungen gelegt werden muß. So gesehen ist die *Klassische Mechanik I* auch ein Vorkurs zur Theoretischen Physik.

Die Newtonsche Mechanik wird ausgehend von den Newtonschen Axiomen behandelt. Fragen der Statik und Dynamik werden untersucht, und mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz eröffnet sich ein weites Feld astromomischer Phänomene, die mit den erarbeiteten Methoden behandelt werden können. So lassen sich die Bewegungen der Planeten im Sonnensystem oder von Raumsonden auf ihrem Weg durch das Sonnensystem genau berechnen. Viele ausgearbeitete Beispiele und Aufgaben behandeln diese Themen. Dabei läßt sich bereits mit recht elementaren Voraussetzungen ein Bogen zu spannenden Problemen der aktuellen Forschung schlagen, zum Beispiel zur Suche nach Planeten außerhalb unseres Sonnensystems.

Den kurzen Abriß über unser Sonnensystem, mit dem die Darstellung der Newtonschen Gravitationstheorie traditionell abgerundet wird, habe ich zu einem längeren Kapitel über die Stellung unserer Erde im Universum erweitert. Hier werden aktuelle Themen der Forschung vorgestellt, wie die Erforschung des Sonnensystems, die Suche nach extrasolaren Planeten, die Dynamik von Galaxien und das Problem der Dunklen Materie und schließlich das Urknall-Modell zur Entstehung und Entwicklung des Universums. Diese spannenden Themen sollen Neugierde wecken auf die vielen aufregenden Fragen der gegenwärtigen Forschung, zu denen –

aufbauend auf empirischem Wissen – mit den Methoden der Theoretischen Physik Antworten gefunden werden können. Die kürzlich erfolgte Bestimmung der Masse des Planeten Eris zeigt, daß hierbei auch elementare Verfahren, die in diesem Buch ausführlich behandelt werden, gewinnbringend zum Einsatz kommen.

Eine Vielzahl von Experimenten führte gegen Ende des 19. Jahrhunderts zu der verblüffenden Einsicht, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes vollkommen unabhängig davon ist, ob sich die Lichtquelle oder der Beobachter relativ zueinander bewegen. Dies ließ sich im Rahmen der Newtonschen Mechanik nicht verstehen und führte Albert Einstein zur Speziellen Relativitätstheorie, die die Newtonsche Theorie erweitert und als Spezialfall umfaßt. Ausgehend von einer Diskussion des Versuchs von Michelson und Morley entwickeln wir die Spezielle Relativitätstheorie und gelangen über den Formalismus von Minkowski zur relativistischen Mechanik. Wieder runden viele Beispiele, etwa zum Aussehen schnell bewegter Körper und Anwendungen aus der Hochenergie-Physik, die Darstellung ab.

Ich hoffe, ja ich bin überzeugt, damit Interesse für die vielfältigen und teilweise neuen Aspekte zu wecken, die selbst ein so klassisches Gebiet wie die Mechanik noch immer bereit hält. Die Studierenden sollen die Theoretische Physik als eine aufregende und spannende Wissenschaft erleben, bei der noch viel zu entdecken bleibt.

Vielleicht tragen dazu auch das neue äußere Gewand und die innere Ausgestaltung der Vorlesungen über Theoretische Physik mit bei. Das Buch wirkt dadurch insgesamt übersichtlicher und freundlicher und hilft somit, die jungen Studentinnen und Studenten weiter zu ermutigen und zu beflügeln

Besonderen Dank schulde ich Herrn Dr. Stefan Scherer für seine Hilfe bei der Vorbereitung der Drucklegung dieser neuen Auflage.

Frankfurt am Main, im September 2007 — Walter Greiner

Die Mitarbeiter

An den bisherigen Auflagen haben im Laufe der Jahre viele ehemalige Studierende, Doktoranden und Assistenten mitgearbeitet:

7. Auflage (2003)

Dipl.-Phys. Kristof Balasz, Dipl.-Phys. Stefan Scherer

6. Auflage (1992)

Dipl.-Phys. J. Augustin, Dipl.-Phys. Ch. Best, A. Bischoff, A. Dumitru [1)], Dipl.-Phys. B. Ehrnsperger, Dipl.-Phys. O. Graf, Dipl.-Phys. K. Griepenkerl, Dipl.-Phys. A. von Keitz, Dr. G. Peilert, Dipl.-Phys. M. Vidović

sowie

Frau A. Steidl

5. Auflage (1989)

Dipl.-Phys. Carsten Greiner [2)], Dr. Martin Greiner [3)], Dipl.-Phys. R. Heuer, Dr. G. Plunien, Dr. M. Rufa

4. Auflage (1984)

Carsten Greiner [2)], Dr. M. Seiwert

3. Auflage (1980)

Dipl.-Phys. M. Seiwert, Carsten Greiner [2)], Martin Greiner [3)]

sowie

Frau B. Utschig

[1)] jetzt Junior-Professor an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main
[2)] jetzt Professor an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main
[3)] jetzt bei der Siemens AG München und Professor an der Universität Gießen

2. Auflage (1976)

Frau R. Lasarzig, Frau B. Utschig, G. Terlecki[1)]

1. Auflage (1974)

Dr. B. Fricke[2)]

mit

H. Betz[3)], W. Betz, G. Binnig[4)], M. Bundschuh, C. von Charzewski, J. von Czarnecki, R. Fickler, H. R. Fiedler, E. Hoffmann, L. Kohaupt[5)], N. Krug, P. Kurowski, B. Moreth, R. Mörschel, B. Müller[6)], J. Rafelski[7)], J. Reinhardt, H. Schaller, H. J. Scheefer, M. Soffel[8)], K. E. Stiebing, E. Stämmler, H. Störmer[9)], J. Wagner, R. Zimmermann

sowie

Frau M. Knolle, Frau R. Lasarzig, G. Terlecki, Frau B. Utschig

---

1) jetzt Professor an der Fachhochschule Kaiserslautern

2) jetzt Professor an der Universität Kassel

3) Wir gedenken besonders Frau Helga Rafelski, geborene Betz, die in Tucson/Arizon im Alter von 50 Jahren allzu früh an Leukämie verstorben ist.

4) Gerd Binnig erhielt 1986 für die Entwicklung des Raster-Tunnel-Mikroskopes zusammen mit H. Rohrer und E. Ruska den Nobelpreis für Physik. Er ist jetzt IBM-Fellow am IBM-Forschungslabor Rüschlikon/Schweiz und Professor an der Universität in München.

5) jetzt Professor an der Technischen Fachhochschule Berlin

6) jetzt Professor an der Duke University, Durham, North Carolina, USA, dort Dean of the Faculty

7) jetzt Professor an der University of Arizona, Tucson, Arizona, USA

8) jetzt Professor an der Technischen Universität Dresden

9) jetzt Professor an der Columbia University, New York, USA. Er erhielt 1998 den Nobelpreis für Physik gemeinsam mit Daniel C. Tsuifür die Entdeckung des gebrochenzahligen Quanten-Hall-Effekts.

Inhaltsverzeichnis

Aufgaben und Beispiele

Historische Notizen

I Vektorrechnung

1 Einführung und Grunddefinitione

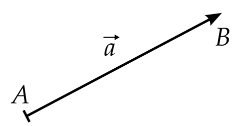
Physikalische Größen, die durch Angabe eines Zahlenwertes vollständig bestimmt sind, nennt man

Skalare (z. B. Masse, Temperatur, Energie, Wellenlänge).

Größen, zu deren vollständiger Beschreibung neben dem Zahlenwert, dem Betrag, noch die Angabe ihrer Richtung erforderlich ist, nennt man

Vektoren (z. B. Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Drehmoment).

Ein Vektor läßt sich geometrisch durch eine gerichtete Strecke darstellen, d. h. durch eine Strecke, der man eine Richtung zuordnet, so daß z. B. gilt: A sei der Anfangspunkt und B sei der Endpunkt des Vektors $\vec{a}$ (vgl. Figur).



Vektor $\vec{a}$ zeigt von A nach B.

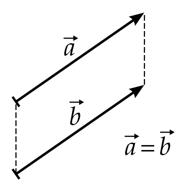
Der *Betrag* des Vektors ist dann durch die Länge der Strecke AB gegeben. Symbolisch beschreibt man einen Vektor häufi durch einen lateinischen Buchstaben, den man zur Verdeutlichung des Vektorcharakters mit einem kleinen Pfeil versieht. Weitere mögliche Darstellungen sind die Benutzung deutscher Buchstaben oder Herausheben durch Fettdruck.

Den Betrag eines Vektors $\vec{a}$ schreibt man als: $|\vec{a}| = a$.

Definition Zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ heißen genau dann *gleich*, wenn

1. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$,
2. $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ (gleichgerichtet parallel)

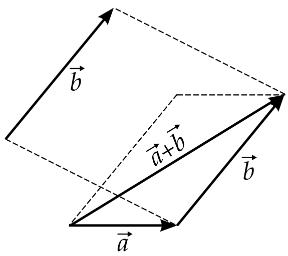
sind. Dann schreiben wir $\vec{a} = \vec{b}$.



Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind gleich.

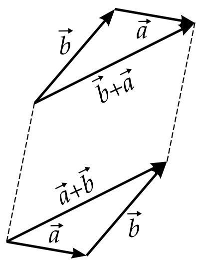
Das heißt: Alle gleichlangen und gleichgerichteten Strecken sind gleichberechtigte Darstellungen desselben Vektors. Man sieht also bei einem Vektor von seiner speziellen Lage im Raum ab.

Ein zum Vektor $\vec{a}$ *entgegengesetzt gleicher* Vektor ist $-\vec{a}$. Entgegengesetzt gleiche Vektoren sind längengleich ($|\vec{a}| = |-\vec{a}|$) und liegen auf parallelen Geraden, haben aber entgegengesetzte Richtungen; sie sind somit antiparallel ($\vec{a} \uparrow\downarrow -\vec{a}$). Ist also etwa $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, so ist $-\vec{a} = \overrightarrow{BA}$.



Addition der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Addition: Sollen zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ addiert werden, so bringt man durch Parallelverschiebung den Anfangspunkt des einen Vektors mit dem Endpunkt des anderen zur Deckung. Die Summe $\vec{a} + \vec{b}$, auch *Resultierende* genannt, entspricht dann der Strecke vom Anfangspunkt des ersten Vektors zum Endpunkt des zweiten. Man kann diese Summe auch als Diagonale des von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gebildeten Parallelogramms finde (vgl. Figur).



Verdeutlichung der Kommutativität der Vektoraddition.

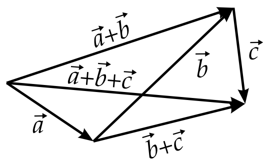
Rechenregeln: Es gelten

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \qquad \text{(Kommutativgesetz)}$$

und

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \qquad \text{(Assoziativgesetz),}$$

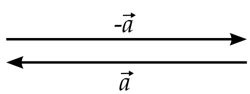
wie man sofort einsieht (vgl. Figuren).



Verdeutlichung der Assoziativität der Vektoraddition.

Subtraktion: Die Differenz zweier Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ist definier als:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$



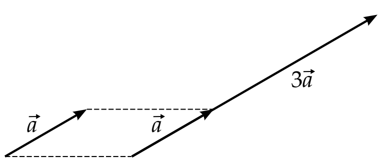
Der Nullvektor.

Nullvektor: Die Vektordifferenz $\vec{a} - \vec{a}$ bezeichnet man als Nullvektor:

$$\vec{a} - \vec{a} = \vec{0} \quad \text{oder} \quad \vec{a} - \vec{a} = 0.$$

Der Nullvektor hat den Betrag 0; er ist richtungslos.

Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar: Unter dem Produkt $p\vec{a}$ eines Vektors $\vec{a}$ mit einem Skalar p, wobei p eine reelle Zahl ist, versteht man einen Vektor, der die gleiche Richtung besitzt wie $\vec{a}$ und dessen Betrag $|\,p\vec{a}\,| = |\,p\,| \cdot |\,\vec{a}\,|$ ist.



Die Multiplikation eines Vektors $\vec{a}$ mit einem Skalar p (in diesem Falle ist $p = 3$).

Rechenregeln:

$$q(p\vec{a}) \quad = p(q\vec{a}) = qp\vec{a}, \quad \text{(wobei } p \text{ und } q \text{ reell)}$$

$$(p + q)\vec{a} = p\vec{a} + q\vec{a},$$

$$p(\vec{a} + \vec{b}) = p\vec{a} + p\vec{b}.$$

Diese Regeln sind sofort einzusehen und bedürfen keiner weiteren Erläuterung.

2 Das Skalarprodukt

Die physikalischen Größen Kraft und Weg sind gerichtete Größen und werden durch die Vektoren $\vec{F}$ und $\vec{s}$ dargestellt. Die *mechanische Arbeit* W, die eine Kraft $\vec{F}$ längs eines geradlinigen Weges $\vec{s}$ verrichtet, ist:

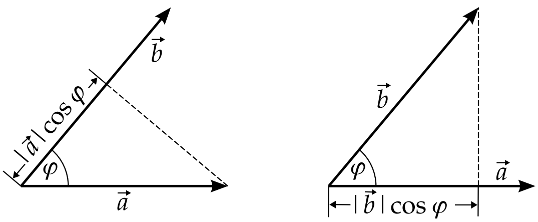
$$W = Fs\cos\varphi = |\vec{F}|\,|\vec{s}|\cos\varphi,$$

wobei φ der von $\vec{F}$ und $\vec{s}$ eingeschlossene Winkel ist. W selbst ist also, obwohl aus zwei Vektoren hervorgegangen, eine *skalare* Größe. Im Hinblick auf derartige physikalische Anwendungen definiere wir deshalb:

Unter dem *Skalarprodukt* $\vec{a}\cdot\vec{b}$ zweier Vektoren versteht man

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\varphi,$$

wobei φ der von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ eingeschlossene Winkel ist. $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ist eine *reelle Zahl*. In Worten ausgedrückt ist das Skalarprodukt so definiert $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|$ mal Betrag der Projektion von $\vec{b}$ auf $\vec{a}$ oder umgekehrt.



Veranschaulichung des Skalarproduktes.

Die anschauliche Bedeutung des Skalarproduktes:

- Betrag der Projektion von $\vec{b}$ auf $\vec{a}$ multipliziert mit $|\vec{a}|$ oder
- Betrag der Projektion von $\vec{a}$ auf $\vec{b}$ multipliziert mit $|\vec{b}|$.

Eigenschaften des Skalarproduktes:

$\vec{a}\cdot\vec{b}$ besitzt für φ gleich Null seinen größten Wert ($\cos 0 = 1$, $\vec{a}$ parallel zu $\vec{b}$)

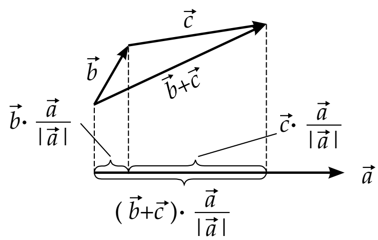
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|.$$

Für $\varphi = \pi$ nimmt das Skalarprodukt seinen kleinsten Wert an ($\cos\pi = -1$, $\vec{a}$ antiparallel zu $\vec{b}$), nämlich

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = -|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|.$$

Für $\varphi = \pi/2$ wird $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$, auch wenn $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ungleich Null sind ($\cos\pi/2 = 0$, $\vec{a}$ senkrecht auf $\vec{b}$); also

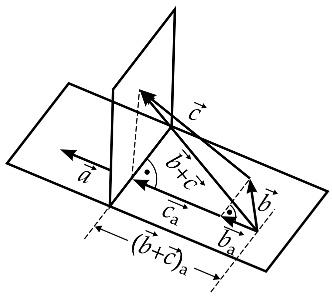
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0, \qquad \text{wenn} \qquad \vec{a}\perp\vec{b}.$$



Veranschaulichung des Distributivgesetzes.

Rechenregeln: Es gelten

$$\begin{aligned} \vec{a}\cdot\vec{b} &= \vec{b}\cdot\vec{a}, && \text{(Kommutativität)}\\ \vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c}) &= \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}, && \text{(Distributivität)}\\ p(\vec{b}\cdot\vec{c}) &= (p\,\vec{b})\cdot\vec{c}\,. && \text{(Assoziativität)} \end{aligned}$$



Veranschaulichung des Distributivgesetzes im Raum.

Die erste und letzte Regel sind sofort einzusehen, die zweite Regel ist in der untenstehenden Figur verdeutlicht.

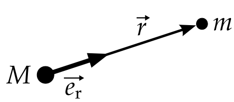
Wenn $\vec{b},\vec{c},\vec{a}$ nicht in einer Ebene liegen, kann man sich die Distributivitätsregel leicht mit einem im Raume liegenden Dreieck veranschaulichen. Der Vektor $\vec{a}$ kann durch einen Bleistift oder einen Zeigestock leicht veranschaulicht werden (vgl. Figuren!).

Einheitsvektoren: Unter Einheitsvektoren versteht man Vektoren des Betrages 1. Ist $\vec{a}\neq\vec{0}$, so ist

$$\vec{e}=\frac{\vec{a}}{|\,\vec{a}\,|}$$

ein Einheitsvektor in Richtung von $\vec{a}$. In der Tat ist der Betrag von $\vec{e}$ gleich 1; denn $|\,\vec{e}\,| = |\vec{a}/|\,\vec{a}\,|| = |\,\vec{a}\,|/|\,\vec{a}\,| = 1$. Eine in der Physik häufi verwendete Möglichkeit ist es, einer skalar formulierten Gleichung durch den Einheitsvektor eine Richtung zuzuordnen. Die Gravitationskraft besitzt z. B. den Betrag

$$F=\gamma\frac{mM}{r^2}.$$



Der Einheitsvektor, der von der großen zur kleinen Masse zeigt, ist $\vec{e}=\vec{r}/|\,\vec{r}\,|$.

Sie wirkt entlang der Verbindungslinie der beiden Massen M und m, also

$$\vec{F}=-\gamma\frac{mM}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{|\,\vec{r}\,|}.$$

$\vec{F}$ ist also die Kraft, die von der Masse M auf die Masse m ausgeübt wird. Ihre Richtung ist durch $-\vec{e}_r = -\vec{r}/|\,\vec{r}\,|$ gegeben. Sie wirkt also zur Masse M hin.

Kartesische Einheitsvektoren: Die Einheitsvektoren, die in Richtung der positiven x-, y-, bzw. z-Achse eines kartesischen Koordinatensystems liegen, definier