





Edition
Harri 
Deutsch 

Mathematik leicht gemacht

von

Hans Kreul
Harald Ziebarth

8., überarbeitete und erweiterte Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 56085

Autoren:

Prof. Dr.-Ing. Hans Kreul (² 2010) lehrte an der Fachhochschule Zittau.

Er verantwortete von 1956 bis 1965 die Lehrbuchentwicklung für das Mathematikstudium an den Ingenieur- und Fachschulen der DDR und war als Mitherausgeber und Autor maßgeblich an der Entwicklung von mehr als 40 Lehrbüchern beteiligt.

Mathematik leicht gemacht ist eine Weiterentwicklung der beiden Vorläufer *Lehrgang der Elementarmathematik* (Fachbuchverlag Leipzig, 20 Auflagen von 1962 bis 1988) und *Moderner Vorkurs der Elementarmathematik* (Verlag Harri Deutsch Frankfurt/Main, 8 Auflagen von 1972 bis 1991). Alle drei Werke entstanden unter Federführung von Prof. Kreul und wurden in insgesamt mehr als 1 Million Exemplaren verkauft.

Harald Ziebarth ist Privatlehrer für Mathematik, Biologie und Chemie. Er ist Herausgeber und Mitautor zahlreicher Mathematikbücher für die Oberstufe. Sein Spezialgebiet ist die Aufarbeitung mathematischer Grundlagen zur Vorbereitung der gymnasialen Oberstufe und des Grundstudiums.

Seit rund 20 Jahren beschäftigt er sich mit unterschiedlichen Formen des *E-Learning*, also dem Einsatz von Computer und Internet im Bildungsbereich. Mit dem *Studienkreis*-Team der *Online-Nachhilfe* entwickelt er seit 2010 Methoden für den persönlichen Live-Unterricht über das Internet und bildet die Lehrkräfte in dieser *Online-Didaktik* aus. Als Leiter der *virtuellen Filiale* koordiniert er mit einem agilen Team den Unterricht für Schüler bzw. Studenten und untersucht Synergieeffekte, die sich für die Lernenden aus dem *Blended Learning*, der Kombination von Präsenz- und Online-Unterricht, ergeben.

8., überarbeitete und erweiterte Auflage 2016

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5609-2

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2016 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09618 Brand-Erbisdorf

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Druck: Stürtz GmbH, 97080 Würzburg

Vorwort zur 8. Auflage

„Mathematik leicht gemacht“ ist kein neues Buch. Etliche Schüler- und Studentengenerationen haben schon mit ihm oder seinem Vorläufer „Moderner Vorkurs der Elementarmathematik“ gearbeitet. Ab der 6. Auflage wurde der gesamte Text gründlich überarbeitet, das Register wurde erweitert und ein Glossar hinzugefügt. Dabei konnten zahlreiche Änderungen in den Lehrplänen der Schulen und Universitäten berücksichtigt werden. Seit der letzten Auflage aus dem Jahr 2009 haben sich nun weitere Veränderungen im Zusammenhang mit diesem Buch ergeben.

- ▶ Der frühere Autor Professor Hans Kreul ist leider 2010 verstorben. Gerne erinnere ich mich an unsere Gespräche, in denen er die neue Ausrichtung der Inhalte von „Mathematik leicht gemacht“ positiv kommentiert und die weitere Entwicklung begrüßt hat.
- ▶ Der zwischenzeitliche Wechsel ehemaliger Titel aus dem Wissenschaftlichen Verlag Harri Deutsch zum Verlag Europa-Lehrmittel wird neben der bisherigen Leserschaft verstärkt die Gruppe der Schülerinnen und Schüler ansprechen.
- ▶ Die auffälligste Änderung ist im Erscheinungsbild von „Mathematik leicht gemacht“ eingetreten: Der „graue Elefant“ – eine schülertypische Beschreibung des Buches aufgrund der bisherigen Umschlaggestaltung und des Seitenumfanges – hat nun Farbe bekommen!

Die zahlreichen Zuschriften von Lernenden und Lehrenden, sowie die Vorschläge von Kolleginnen und Kollegen aus dem *Studienkreis* haben zu verschiedenen Ergänzungen und Neuerungen geführt:

- ▶ Im Kapitel Algebra werden die Exponential- und Logarithmusgleichungen mit jeweils eigenen Abschnitten intensiv behandelt.
- ▶ Weitere Aufgaben für den einfachen Einstieg in einzelne Themen wurden hinzugefügt.
- ▶ In den Kapiteln zur Geometrie sind zahlreiche Lösungswege durch Hinzufügen von Zwischenergebnissen nun ausführlicher kommentiert.
- ▶ Einzelne Formulierungen wurden konkretisiert und Druckfehler beseitigt.

Auch das neue Verlagshaus hat die Arbeit an diesem Buch optimal unterstützt. Personell gab es keine Veränderung, so dass die Erfahrungen von Klaus Horn und Steffen Naake mit den bisherigen Auflage auch in der vorliegenden Ausgabe genutzt werden konnten:

- ▶ Herr Horn hielt wie bisher in der Redaktion die Fäden zusammen und hat nun auch als Lektor wieder viele Aspekte der Schulmathematik kritisch kommentiert. Seine Hinweise zur Gesamtstruktur, zu einzelnen Formulierungen und Rechenwegen waren stets hilfreich und wichtig!
- ▶ Herr Dr. Naake setzte gekonnt und rasch meine groben Skizzen in aussagekräftige Abbildungen um. Zu den unvermeidlichen \LaTeX -Problemen fand er stets die perfekte Lösung. In Abstimmung mit Frau Peternek und Herrn Horn vom Verlag gab seine abschließende Bearbeitung dem Buch die gewohnte äußere Form und berücksichtigte insbesondere den didaktischen Einsatz der farblichen Elemente.

Besonderen Dank schulde ich meiner Frau Gabriele, die neben ihrem Beruf unseren Haushalt managt und mir dadurch überhaupt erst die Arbeit an dem Manuskript ermöglicht hat! Unsere Söhne Tobias, Markus und Florian hatten bei den früheren Auflage erheblichen Anteil am Überprüfen der Aufgaben und Lösungen. Nun melden sie sich mit Hinweisen zur Anwendbarkeit der Inhalte im Studium und Beruf.

Bornheim-Sechtem (Vorgebirge / Rheinland), im April 2016

Harald Ziebarth

Lehrbücher sollen anlockend sein.

Johann Wolfgang von Goethe

Aus dem Vorwort zur 5. Auflage¹⁾

Der Titel dieses Buches mag manchem unglaublich erscheinen: „Mathematik leicht gemacht“, das gibt es doch gar nicht! Denn viele haben in ihrer Schulzeit ganz andere Erfahrungen machen müssen. Mathematik ist ein ungeliebtes Unterrichtsfach, mit dem man sich nur sehr ungern beschäftigt.

Woran liegt es, dass diese Meinung so verbreitet ist? Auf diese Frage mag es sehr unterschiedliche Antworten geben. Ein Grund liegt sicherlich darin, dass in der Mathematik – mehr als in jedem anderen Schulfach – das Neue auf dem vorher Gelernten aufbaut. Wer also einmal den Anschluss verpasst hat, der wird es schwer haben, „mitzukommen“ bzw. mit gutem Erfolg weiter arbeiten zu können, und schnell lässt dann die Lust an diesem Fach nach. Das hat zur Folge, dass die Lücken im Lehrstoff immer größer werden und dass es damit umso schwerer wird, erfolgreich weiter zu lernen. Dazu kommt oft die Einschätzung: „Ich bin für die Mathematik sowieso nicht begabt“, womit gleichzeitig eine Entschuldigung für schlechte Noten vorprogrammiert ist. Diese etwas vereinfacht dargestellte „Spirale abwärts“ dürfte im Schüleralltag weithin verbreitet sein. Und sie setzt sich fort: Wer in der Schule die Mathematik nicht verstanden hat, tut sich auch bereits zu Beginn der weiteren Ausbildung an Ingenieur- und Fachhochschulen schwer.

Nun soll hier nicht etwa der Anspruch erhoben werden, mit diesem Buch alle Schüler gleichermaßen zu erfolgreichen Mathematikern ausbilden zu können. Wir möchten aber den Lernenden mit diesem Lehrbuch ein Hilfsmittel in die Hand geben, das sie befähigt, die *Rechentechiken der elementaren Mathematik* zu verstehen und sie sicher zu beherrschen. Wer das Vorurteil „das kann ich sowieso nicht“ einen Moment beiseite lässt und beginnt, mit dem Buch zu arbeiten, der wird bald feststellen, dass vieles gar nicht so sehr schwierig ist.

Ganz im Sinne Goethes wünschen wir allen Lesern viel Freude am Lernen und gute Lernerfolge.

Hans Kreul

¹⁾ Diese war die letzte vom Erstautor Herrn Prof. Kreul verantwortete Ausgabe.

Inhaltsverzeichnis

Hinweise zur Benutzung des Buches	17
1 Zur Technik des Zahlenrechnens	25
1.1 Der Zahlbegriff	25
1.1.1 Die natürlichen Zahlen	25
1.1.2 Das dekadische Positionssystem	27
1.1.3 Das duale Positionssystem	29
1.1.4 Das römische Zahlensystem	34
1.1.5 Konstante und Variable	36
1.2 Das Rechnen mit Zahlen	39
1.2.1 Bezeichnungen	39
1.2.2 Die Teilbarkeit von Zahlen	40
1.2.2.1 Teiler einer Zahl	40
1.2.2.2 Teilbarkeitsregeln	41
1.2.2.3 Primzahlen	44
1.2.2.4 Der größte gemeinsame Teiler	46
1.2.2.5 Das kleinste gemeinsame Vielfache	49
1.2.3 Gewöhnliche Brüche	50
1.2.3.1 Begriffserklärungen	50
1.2.3.2 Erweitern und Kürzen von Brüchen	52
1.2.3.3 Addition und Subtraktion gewöhnlicher Brüche	53
1.2.3.4 Multiplikation von Brüchen	55
1.2.3.5 Der Kehrwert eines Bruches	56
1.2.3.6 Division von Brüchen	57
1.2.3.7 Doppelbrüche	58
1.2.3.8 Zusammenfassung Bruchrechnung	60
1.2.4 Dezimalbrüche	61
1.2.4.1 Begriffserklärungen	61
1.2.4.2 Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen	63
1.2.4.3 Multiplikation von Dezimalbrüchen	63
1.2.4.4 Division von Dezimalbrüchen	64
1.2.4.5 Umwandlung von Brüchen	66
1.2.4.6 Das Runden von Dezimalbrüchen	70
1.2.4.7 Bruch oder Dezimalzahl?	72
1.2.4.8 Größenvergleich von Brüchen	73
1.3 Rechenhilfsmittel	86
1.3.1 Taschenrechner	86
1.3.1.1 Grundrechenarten	88
1.3.1.2 Eingeben, Editieren, Löschen	89
1.3.1.3 Werte abspeichern	91
1.3.1.4 Terme berechnen	93
1.3.1.5 Funktionentasten	97
1.3.1.6 Verschiedene Arbeitsmodi	101
1.3.1.7 Kaufkriterien für einen Taschenrechner	101

1.3.2	Tabellenkalkulation	102
1.3.2.1	Kurze Einführung in Excel	102
1.3.2.2	Mathematik mit Excel	104
1.3.3	Computeralgebrasystem	104
1.3.3.1	Anwendungen für Derive	105
1.3.4	Funktionenplotter	105
2	Arithmetik	109
2.1	Die Rolle der Sprache in der Mathematik	109
2.1.1	Allgemeine Bemerkungen	109
2.1.2	Aussagen und Aussageformen	109
2.1.3	Verknüpfung von Aussagen	111
2.1.3.1	Einführendes Beispiel	111
2.1.3.2	Die Konjunktion	112
2.1.3.3	Die Disjunktion	113
2.1.3.4	Die Implikation	115
2.1.3.5	Die Äquivalenz	117
2.2	Grundbegriffe der Mengenlehre	120
2.2.1	Der Begriff der Menge	120
2.2.2	Zahlenmengen	122
2.2.3	Die Beschreibung von Mengen	123
2.2.3.1	Mengenschreibweise	124
2.2.3.2	Intervallschreibweise	127
2.2.4	Mengenrelationen	128
2.2.4.1	Teilmengen	128
2.2.4.2	Gleichheit zweier Mengen	129
2.2.5	Mengenoperationen	130
2.2.5.1	Vereinigung von Mengen	130
2.2.5.2	Durchschnitt von Mengen	132
2.2.5.3	Differenz zweier Mengen	135
2.3	Das Rechnen mit Variablen	139
2.3.1	Die vier Grundrechenoperationen	139
2.3.1.1	Einfache Rechenoperationen mit Variablen	139
2.3.1.2	Die negativen Zahlen	143
2.3.1.3	Addition und Subtraktion	146
2.3.1.4	Multiplikation	151
2.3.1.5	Division	153
2.3.2	Das Rechnen mit algebraischen Summen	155
2.3.2.1	Über die Bedeutung der Klammern	155
2.3.2.2	Setzen und Auflösen additiver und subtraktiver Klammern	156
2.3.2.3	Multiplikation von Klammerausdrücken	158
2.3.2.4	Ausklammern gemeinsamer Faktoren	162
2.3.2.5	Binomische Formeln	164
2.3.2.6	Die Quadratische Ergänzung	167
2.3.3	Bruchrechnung	169
2.3.3.1	Erweitern und Kürzen von Brüchen	170
2.3.3.2	Addition und Subtraktion von Brüchen	171
2.3.3.3	Multiplikation und Division von Brüchen	173
2.3.3.4	Doppelbrüche	175

2.4	Potenzrechnung	193
2.4.1	Begriffserklärungen	193
2.4.2	Potenzgesetze	197
2.4.2.1	Addition und Subtraktion von Potenzen	197
2.4.2.2	Multiplikation von Potenzen	197
2.4.2.3	Division von Potenzen	198
2.4.2.4	Potenzieren einer Potenz	200
2.4.2.5	Klammergesetze	201
2.4.3	Erste Erweiterung des Potenzbegriffs	203
2.4.4	Potenzen von Binomen	207
2.4.5	Polynomdivision	210
2.4.6	Ausklammern für Fortgeschrittene	215
2.4.7	Anwendungen der Potenzen	217
2.4.7.1	Schreibweise rationaler Zahlen mithilfe von Zehnerpotenzen	217
2.4.7.2	Schreibweise von Maßeinheiten	218
2.4.8	Übersicht der Potenzgesetze	220
2.5	Wurzelrechnung	229
2.5.1	Radizieren als erste Umkehrung des Potenzierens	229
2.5.1.1	Der Wurzelbegriff	229
2.5.1.2	Definitionsbereich und einschränkende Bedingungen	233
2.5.1.3	Die Berechnung von Wurzelwerten	235
2.5.2	Die reellen Zahlen	236
2.5.3	Zweite Erweiterung des Potenzbegriffs	239
2.5.4	Wurzelgesetze	241
2.5.4.1	Addition und Subtraktion von Wurzeln	241
2.5.4.2	Multiplikation von Wurzeln mit gleichen Wurzelexponenten	242
2.5.4.3	Teilradizieren	243
2.5.4.4	Division von Wurzeln mit gleichen Wurzelexponenten	245
2.5.4.5	Rationalmachen des Nenners	246
2.5.4.6	Radizieren von Potenzen und Wurzeln	249
2.5.4.7	Wurzeln mit verschiedenen Wurzelexponenten	250
2.5.4.8	Rückblick auf die Potenz- und die Wurzelgesetze	251
2.6	Logarithmenrechnung	259
2.6.1	Logarithmieren als zweite Umkehrung des Potenzierens	259
2.6.1.1	Der Logarithmusbegriff	259
2.6.1.2	Logarithmengesetze	262
2.6.2	Spezielle Logarithmensysteme	265
2.6.2.1	Die dekadischen Logarithmen	265
2.6.2.2	Die natürlichen Logarithmen	267
2.6.2.3	Die dualen Logarithmen	268
2.6.2.4	Weitere Logarithmensysteme	268
2.6.3	Zusammenfassung	270
3	Algebra	277
3.1	Lineare Gleichungen und Ungleichungen	277
3.1.1	Vorbemerkungen und Begriffserklärungen	277
3.1.1.1	Definitionsbereich	277
3.1.1.2	Gleichungen	280
3.1.1.3	Ungleichungen	283

3.1.2	Umformung von Gleichungen	284
3.1.2.1	Äquivalente Umformung von Gleichungen	284
3.1.2.2	Nichtäquivalente Umformung von Gleichungen	286
3.1.2.3	Elektronische Hilfsmittel beim Lösen von Gleichungen	289
3.1.3	Lösung linearer Gleichungen mit einer Variablen	291
3.1.3.1	Begriffserklärungen	291
3.1.3.2	Einfache lineare Gleichungen	292
3.1.3.3	Nichtlineare Gleichungen auf lineare Gleichungen zurückführen	294
3.1.3.4	Gleichungen mit Parametern	296
3.1.3.5	Gleichungen mit Klammerausdrücken	297
3.1.3.6	Bruchgleichungen	299
3.1.3.7	Wurzelgleichungen	302
3.1.3.8	Gleichungen mit eingeschränktem Definitionsbereich	305
3.1.3.9	Das Umstellen von Formeln	306
3.1.3.10	Anwendungen	307
3.1.3.11	Schlussbemerkungen	314
3.1.4	Das Rechnen mit Ungleichungen	314
3.1.5	Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen	319
3.2	Proportionen	329
3.2.1	Begriffserklärungen	329
3.2.2	Rechengesetze für Proportionen	330
3.2.3	Fortlaufende Proportionen	332
3.2.4	Direkte Proportionalität	333
3.2.5	Indirekte Proportionalität	334
3.2.6	Proportionen als Gleichungen	336
3.3	Prozentrechnung	339
3.3.1	Grundbegriffe	339
3.3.2	Berechnung des Prozentsatzes	340
3.3.3	Berechnung des Prozentwertes	341
3.3.4	Berechnung des Grundwertes	342
3.3.5	Verminderter oder vermehrter Grundwert	343
3.3.6	Promillerechnung	347
3.3.7	Zinsrechnung	348
3.3.8	Zinseszinsrechnung	350
3.4	Lineare Gleichungssysteme	356
3.4.1	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen	356
3.4.2	Lösungsverfahren für LGS mit zwei Variablen	358
3.4.2.1	Das Einsetzungsverfahren	358
3.4.2.2	Das Gleichsetzungsverfahren	359
3.4.2.3	Das Additionsverfahren	360
3.4.2.4	Bemerkungen zu den drei Lösungsverfahren	361
3.4.2.5	Die Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen	361
3.4.2.6	Schwierigere Gleichungssysteme	364
3.4.3	LGS mit drei und mehr Variablen	368
3.4.3.1	Begriffserklärungen	368
3.4.3.2	Lösungsverfahren für LGS mit drei und mehr Variablen	369
3.4.4	LGS mit elektronischen Hilfsmitteln lösen	377
3.4.4.1	Taschenrechner	377
3.4.4.2	CAS	377

3.5	Quadratische Gleichungen	385
3.5.1	Begriffserklärungen	385
3.5.2	Spezielle Formen der quadratischen Gleichung	388
3.5.2.1	Die reinquadratische Gleichung	388
3.5.2.2	Die gemischtquadratische Gleichung ohne Absolutglied	391
3.5.3	Die Normalform der quadratischen Gleichung	392
3.5.3.1	Die Lösungsformel für quadratische Gleichungen	392
3.5.3.2	Die Lösung der allgemeinen Form der quadratischen Gleichung	397
3.5.4	Beziehungen zwischen den Koeffiziente und den Lösungen einer quadratischen Gleichung	400
3.5.4.1	Die Diskriminante	400
3.5.4.2	Der Wurzelsatz von VIETA	401
3.5.4.3	Die Produktform quadratischer Terme – Faktorisieren für Profi	402
3.5.5	Quadratische oder höhere Ungleichungen	404
3.5.6	Wurzelgleichungen, Teil 2	407
3.5.7	Quadratische Gleichungssysteme	408
3.5.8	Biquadratische Gleichungen	409
3.6	Polynomgleichungen	421
3.6.1	Gleichungen ohne Absolutglied	424
3.6.2	Kubische Gleichungen	425
3.6.2.1	Kubische Gleichungen mit Absolutglied	425
3.6.2.2	Methode des gezielten Ratens	427
3.6.2.3	Der Einfluss des Leitkoeffiziente	430
3.6.3	Höhere Polynomgleichungen	432
3.6.4	Übersicht	434
3.7	Exponentialgleichungen	437
3.7.1	Lösen einer Exponentialgleichung durch Exponentenvergleich	437
3.7.2	Lösen einer Exponentialgleichung durch Logarithmieren	438
3.7.3	Lösen einer Exponentialgleichung durch Substitution	444
3.7.4	Nicht elementar lösbare Exponentialgleichungen	446
3.8	Logarithmische Gleichungen	450
3.8.1	Lösen durch Vergleich der Numeri	450
3.8.2	Lösen durch Exponieren	451
3.8.3	Besondere logarithmische Gleichungen	453
3.8.3.1	Substitutionsmethode	453
3.8.3.2	Lösen durch Basiswechsel	454
3.8.3.3	Lösungsvariable in der Basis	455
3.8.4	Nicht elementar lösbare Logarithmusgleichungen	456
4	Funktionen	459
4.1	Begriffsbestimmungen	459
4.1.1	Der Begriff der Abbildung	459
4.1.2	Der Begriff der Funktion	461
4.2	Arten der Darstellung von Funktionen	464
4.2.1	Darstellung einer Funktion durch die Angabe der geordneten Paare	464
4.2.2	Darstellung einer Funktion durch eine Wertetabelle	465
4.2.3	Darstellung einer Funktion durch Zuordnungsgraphen	465
4.2.4	Darstellung einer Funktion durch wörtliche Formulierung der Zuordnungsvorschrift	466

4.2.5	Darstellung einer Funktion durch mathematische Relationen	467
4.2.6	Darstellung einer Funktion durch eine Kurve	468
4.2.6.1	Das rechtwinklige Koordinatensystem	468
4.2.6.2	Darstellung von Funktionen in Form von Graphen	471
4.2.6.3	Grafisch Darstellung von Funktionen, die nicht von vornherein als Kurven gegeben sind	473
4.2.6.4	Zusammenhänge zwischen der Gleichung einer Funktion und der zugehörigen Kurve	477
4.2.6.5	Schnittpunkt zweier Kurven	479
4.3	Wichtige Eigenschaften von Funktionen	483
4.3.1	Monotonie	483
4.3.2	Stetigkeit	484
4.3.3	Gerade Funktionen	485
4.3.4	Ungerade Funktionen	486
4.3.5	Schnittpunkte mit den Achsen	487
4.4	Lineare Funktionen	490
4.4.1	Vorbemerkungen	490
4.4.2	Begriffserklärungen	491
4.4.3	Die Funktion $y = mx$	492
4.4.4	Die Funktion $y = mx + b$	495
4.4.5	Grafisch Darstellung der linearen Funktion	498
4.4.6	Grafisch Lösung linearer Gleichungen und linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen	499
4.5	Quadratische Funktionen	504
4.5.1	Begriffserklärungen	504
4.5.2	Die quadratische Funktion $y = x^2$	504
4.5.3	Die quadratische Funktion $y = x^2 + q$	506
4.5.4	Die quadratische Funktion $y = x^2 + px + q$	506
4.5.5	Die allgemeine quadratische Funktion $y = ax^2 + bx + c$	510
4.5.6	Modellieren quadratischer Funktionen	513
4.5.7	Parabel und Gerade	515
4.5.8	Grafisch Lösung quadratischer Gleichungen	517
4.6	Potenzfunktionen	522
4.6.1	$y = x^n$ mit ganzzahligem positivem Exponenten	522
4.6.2	Die Potenzfunktion $y = x^0$	525
4.6.3	$y = x^{-n}$ mit ganzzahligem negativem Exponenten	525
4.6.4	$y = x^n$ mit gebrochenem Wert des Exponenten n	528
4.7	Wichtige transzendente Funktionen	529
4.7.1	Die Exponentialfunktionen	529
4.7.2	Die logarithmischen Funktionen	531
5	Planimetrie	535
5.1	Grundbegriffe der Geometrie	535
5.2	Lagebeziehungen zwischen Geraden und Winkeln	538
5.2.1	Parallele Geraden	538
5.2.2	Schnitt zweier Geraden	538
5.2.3	Winkel an Parallelen	539
5.3	Symmetrie	540
5.3.1	Axiale Symmetrie	540

5.3.2	Zentrale Symmetrie	541
5.3.3	Geometrische Grundkonstruktionen	542
5.3.4	Punktmengen	544
5.4	Das Dreieck	546
5.4.1	Allgemeines Dreieck	546
5.4.2	Spezielle Dreiecke	548
5.4.3	Dreieckstransversalen und deren Schnittpunkte	549
5.5	Das Viereck	553
5.5.1	Allgemeines Viereck	553
5.5.2	Spezielle Vierecke	553
5.6	Das Vieleck	556
5.6.1	Unregelmäßiges Vieleck	556
5.6.2	Regelmäßige Vielecke	557
5.7	Kongruenz	557
5.7.1	Was ist Kongruenz?	557
5.7.2	Kongruenz von Dreiecken	558
5.8	Ähnlichkeit	561
5.8.1	Ähnlichkeit im Allgemeinen	561
5.8.2	Ähnlichkeit von Dreiecken	561
5.8.3	Strahlensätze	563
5.9	Das rechtwinklige Dreieck	569
5.10	Strecken und Winkel am Kreis	578
5.10.1	Kreis und Gerade	578
5.10.2	Winkel am Kreis	581
5.10.3	Ähnlichkeit am Kreis	583
5.10.4	Der Goldene Schnitt	585
5.11	Berechnung von Flächen und Umfängen	589
5.11.1	Vierecke	589
5.11.2	Dreiecke	591
5.11.3	Unregelmäßige Vielecke	592
5.11.4	Regelmäßige Vielecke	593
5.11.5	Kreis und Kreisteile	595
5.11.6	Umfang und Flächeninhalt ähnlicher Flächen	600
6	Goniometrie	619
6.1	Das Bogenmaß	619
6.2	Winkelfunktionen	621
6.2.1	Definition der Winkelfunktionen	621
6.2.2	Kurvenbilder der Winkelfunktionen	624
6.2.3	Die Zahlenwerte der Winkelfunktionen	628
6.2.4	Die Umkehrung der Winkelfunktionen	631
6.2.5	Elementare Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen	635
6.3	Trigonometrie	638
6.3.1	Die Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck	639
6.3.2	Sätze über beliebige Dreiecke	645
6.3.2.1	Der Sinussatz	645
6.3.2.2	Die Flächenformel für Dreiecke	647
6.3.2.3	Der Kosinussatz	647
6.3.3	Die Berechnung schiefwinkliger Dreiecke	648

6.4	Additionstheoreme	656
6.5	Goniometrische Gleichungen	661
7	Stereometrie	667
7.1	Einteilung der Körper	667
7.1.1	Ebenfläche	667
7.1.2	Krummfläche	670
7.2	Darstellung von Körpern	674
7.2.1	Mehrtafelprojektion	674
7.2.2	Axonometrische Projektion	675
7.2.2.1	Isometrische Projektion	675
7.2.2.2	Dimetrische Projektion	677
7.3	Körperberechnung	678
7.3.1	Berechnungsgrundlagen	678
7.3.2	Ebenfläche	678
7.3.2.1	Quader und Würfel	678
7.3.2.2	Gerades Prisma	683
7.3.2.3	Satz des CAVALIERI	687
7.3.2.4	Pyramide	689
7.3.2.5	Pyramidenstumpf	693
7.3.3	Krummfläche	697
7.3.3.1	Kreiszyylinder	697
7.3.3.2	Kegel	706
7.3.3.3	Kegelstumpf	710
7.3.3.4	Kugel und Kugelteile	716
7.3.4	Die GULDIN'schen Regeln	734
	Anhang – Mathematische Zeichen	743
	Anhang – Mathematische Begriffe	751
	Lösungen	783
	Sachwortverzeichnis	885

Aufgabenverzeichnis

Die Aufgaben zu den aufgelisteten Abschnitten finden sich jeweils gesammelt auf den angegebenen Seiten.

1	Zur Technik des Zahlenrechnens	25
1.1.3	Das duale Positionssystem	37
1.1.4	Das römische Zahlensystem	38
1.2.2	Teilbarkeit von Zahlen	74
1.2.2.4	Der größte gemeinsame Teiler	74
1.2.2.5	Das kleinste gemeinsame Vielfache	75
1.2.3	Gewöhnliche Brüche	76
1.2.3.2	Erweitern und Kürzen von Brüchen	76
1.2.3.3	Addition und Subtraktion gewöhnlicher Brüche	77
1.2.3.4	Multiplikation von Brüchen	78
1.2.3.5	Der Kehrwert eines Bruches	78
1.2.3.6	Division von Brüchen	79
1.2.3.7	Doppelbrüche	80
1.2.3.8	Zusammenfassung Bruchrechnung	81
1.2.4	Dezimalbrüche	82
1.2.4.2	Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen	82
1.2.4.3	Multiplikation von Dezimalbrüchen	82
1.2.4.4	Division von Dezimalbrüchen	83
1.2.4.5	Umwandlung von Brüchen	83
1.2.4.6	Das Runden von Dezimalbrüchen	84
1.2.4.7	Bruch oder Dezimalzahl?	85
1.2.4.8	Größenvergleich von Brüchen	85
1.3.1	Taschenrechner	106
1.3.2	Tabellenkalkulation	107
1.3.3	Computeralgebrasystem	108
2	Arithmetik	109
2.1.3	Verknüpfung von Aussagen	120
2.2	Mengen	137
2.3.1.1	Einfache Rechenoperationen mit Variablen	176
2.3.1.2	Die negativen Zahlen	177
2.3.1.3	Addition und Subtraktion	178
2.3.1.4	Multiplikation	179
2.3.1.5	Division	179
2.3.2.2	Setzen und Auflösen additiver und subtraktiver Klammern	180
2.3.2.3	Multiplikation von Klammerausdrücken	182
2.3.2.4	Ausklammern gemeinsamer Faktoren	184
2.3.2.5	Binomische Formeln	185
2.3.2.6	Quadratische Ergänzung	187
2.3.3.1	Erweitern und Kürzen von Brüchen	188
2.3.3.2	Addition und Subtraktion von Brüchen	189
2.3.3.3	Multiplikation und Division von Brüchen	190
2.3.3.4	Doppelbrüche	191

2.4	Potenzrechnung	220
2.4.2.1	Addition und Subtraktion von Potenzen	221
2.4.2.2	Multiplikation von Potenzen	222
2.4.2.3	Division von Potenzen	222
2.4.2.4	Potenzieren einer Potenz	222
2.4.2.5	Klammergesetze	223
2.4.3	Erste Erweiterung des Potenzbegriffs	224
2.4.4	Potenzen von Binomen	225
2.4.5	Polynomdivision	226
2.4.6	Ausklammern für Fortgeschrittene	228
2.5.1.1	Der Wurzelbegriff	252
2.5.1.2	Definitionsbereich und einschränkende Bedingungen	253
2.5.1.3	Die Berechnung von Wurzelwerten	253
2.5.3	Wurzeln als Potenzen mit gebrochenen Exponenten	253
2.5.4.1	Addition und Subtraktion von Wurzeln	254
2.5.4.2	Multiplikation und Division von Wurzeln mit gleichen Wurzelexponenten	254
2.5.4.3	Teilradizieren	254
2.5.4.4	Division von Wurzeln mit gleichen Wurzelexponenten	255
2.5.4.5	Rationalmachen des Nenners	256
2.5.4.6	Radizieren von Potenzen und Wurzeln	257
2.5.4.7	Wurzeln mit verschiedenen Wurzelexponenten	258
2.6	Logarithmenrechnung	271
2.6.1.2	Logarithmengesetze	273
2.6.2	Spezielle Logarithmensysteme	273
3	Algebra	277
3.1.3.2	Einfache lineare Gleichungen	322
3.1.3.3	Nichtlineare Gleichungen auf lineare Gleichungen zurückführen	323
3.1.3.4	Gleichungen mit Parametern	323
3.1.3.5	Gleichungen mit Klammerausdrücken	323
3.1.3.6	Bruchgleichungen	324
3.1.3.7	Wurzelgleichungen	326
3.1.3.9	Das Umstellen von Formeln	326
3.1.3.10	Anwendungen	326
3.1.4	Das Rechnen mit Ungleichungen	328
3.2	Proportionen	338
3.3	Prozentrechnung	352
3.3.7	Zinsrechnung	355
3.4.2	2er-LGS	378
3.4.3	3er-LGS	382
3.5	Quadratische Gleichungen	413
3.5.2.1	Die reinquadratische Gleichung	413
3.5.2.2	Die gemischtquadratische Gleichung ohne Absolutglied	414
3.5.3.1	Die Lösungsformel für quadratische Gleichungen	414
3.5.3.2	Lösungen der allgemeinen Form	414
3.5.4.1	Die Diskriminante	416
3.5.4.2	Wurzelsatz von VIETA	416
3.5.4.3	Produktform quadratischer Terme	416
3.5.5	Quadratische oder höhere Ungleichungen	417

3.5.6	Wurzelgleichungen, Teil 2	418
3.5.7	Quadratische Gleichungssysteme	418
3.5.8	Biquadratische Gleichungen	419
	Gemischte Aufgaben zu den quadratischen Gleichungen	420
3.6	Polynomgleichungen	435
3.7	Exponentialgleichungen	448
3.8	Logarithmische Gleichungen	458
4	Funktionen	459
4.2	Arten der Darstellung von Funktionen	481
4.3.5	Schnittpunkte mit den Achsen	490
4.4	Lineare Funktionen	500
4.4.3	Die Funktion $y = mx$	500
4.4.4	Die Funktion $y = mx + b$	501
4.4.5	Grafisch Darstellung der linearen Funktion	501
4.4.6	Grafisch Lösungen	503
4.5	Quadratische Funktionen	519
4.5.6	Modellieren quadratischer Funktionen	520
4.5.7	Parabel und Gerade	521
4.5.8	Grafisch Lösung quadratischer Gleichungen	522
4.6	Potenzfunktionen	528
4.7	Wichtige transzendente Funktionen	532
5	Planimetrie	535
5.3	Symmetrie	546
5.4	Das Dreieck	552
5.6	Das Vieleck	557
5.8	Ähnlichkeit	568
5.8.3	Strahlensätze	568
5.9	Das rechtwinklige Dreieck	574
5.10	Strecken und Winkel am Kreis	588
5.11.1	Vierecke	601
5.11.2	Dreiecke	607
5.11.4	Regelmäßige Vielecke	610
5.11.5	Kreis und Kreisteile	612
6	Goniometrie	619
6.1	Das Bogenmaß	621
6.2.1	Definitio der Winkelfunktionen	637
6.2.4	Die Umkehrung der Winkelfunktionen	638
6.2.5	Elementare Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen	638
6.3.1	Die Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck	653
6.3.3	Die Berechnung schiefwinkliger Dreiecke	655
6.4	Additionstheoreme	661
6.5	Goniometrische Gleichungen	665

7	Stereometrie	667
7.3.2.1	Quader und Würfel	681
7.3.2.2	Gerades Prisma	684
7.3.2.3	Satz des CAVALIERI	688
7.3.2.4	Pyramide	692
7.3.2.5	Pyramidenstumpf	696
7.3.3.1.1	Gerader Voll- und Hohlzylinder	700
7.3.3.1.2	Schiefer Voll- und Hohlzylinder	705
7.3.3.2	Kegel	708
7.3.3.3	Kegelstumpf	713
7.3.3.4	Kugel- und Kugelteile	729
7.3.4	Die GULDIN'schen Regeln	740

Hinweise zur Benutzung des Buches

Ziel des Buches ist ein Einstieg in die Mathematik ohne Voraussetzungen; es reicht die Bereitschaft zum Lesen und zum gründlichen Üben. Es regt an, mit dem Wissen, das dieses Buch vermittelt, je nach Bedarf in weitere Gebiete der Mathematik, vielleicht sogar in die „Höhere Mathematik“ einzusteigen. Das Buch stellt das „mathematische Handwerkszeug“ bereit, das jeder souverän beherrschen muss, der tiefer in die Mathematik eindringen möchte.

Struktur des Buches

Dem Lernenden soll die Möglichkeit geboten werden, sich auf die wenigen Bereiche zu konzentrieren, deren Studium besonders dringlich erscheint. Deshalb sind die einzelnen Kapitel so aufgebaut, dass sie unabhängig voneinander erarbeitet werden können.




Am Anfang eines neuen Themenbereiches wird durch das nebenstehende Logo auf notwendiges *Vorwissen* hingewiesen, so dass Sie als Leser sofort erkennen, ob Sie das eine oder andere Thema noch einmal auffrischen müssen.

Innerhalb des Textes finde sich weitere Hinweise auf bereits an anderer Stelle besprochene Definitione und Formeln. In jedem Kapitel werden Formeln und Definitionen, Abbildungen, Beispiele sowie Aufgaben eigenständig durchnummeriert. Der Hinweis auf Bild 3.4 verweist somit auf das dritte Kapitel und dort auf die vierte Abbildung. Versteht man einzelne Begriffe nicht, hilft sicherlich das Glossar oder ansonsten das ausführliche Sachwortverzeichnis weiter.


Durchgängig werden im gesamten Buch die *Fachbegriffe* erklärt und um Informationen zur Wortherkunft ergänzt. Gerade an weiterführenden Schulen wird sehr viel Wert auf die mündliche Beteiligung im Unterricht und die richtige Verwendung der Fachtermini¹⁾ in den Klausuren gelegt. An den Hochschulen und in der dort empfohlenen Literatur gehören diese Begriffe zum normalen Sprachgebrauch. Sie werden sehr schnell erkennen, dass sich einige Begriffe oder Silben öfters wiederholen und Ihnen an ganz unterschiedlichen Stellen begegnen. Wenn Sie einmal gelernt haben, dass mit „Substitution“ ein Austausch gemeint ist, worauf das lateinische Verb „substituere“ in der Bedeutung „ersetzen, an die Stelle setzen“ hinweist, haben Sie alsbald auch eine gute Vorstellung, was sich in der Mathematik hinter einer *Variablensubstitution* oder einem *Substitutionsverfahren* verbergen könnte. Dass in der Chemie unter einer *Substitutionsreaktion* eine chemische Reaktion verstanden wird, bei der Atome oder Atomgruppen ausgetauscht werden, ist dann ebenso klar, wie der Begriff „Substitut“ aus dem Munde eines Wirtschaftswissenschaftlers. Die Bedeutung von „substituere“ werden Sie spätestens dann nicht mehr vergessen, wenn Ihnen der Obsthändler statt der gewünschten, aber leider ausverkauften Birnen, als *Substitut* nun Äpfel einpackt.

¹⁾ terminus (lat.): Abgrenzung. Die Terminologie beschreibt die Fachbegriffe eines Wissensgebietes.

An passender Stelle wird im Text mit dem Symbol  auf *Übungsaufgaben* hingewiesen, die jeweils am Ende eines Abschnittes zu finden sind. Dort ist auch ein Hinweis auf die zugehörigen *Lösungen* angebracht.



Das Warndreieck weist auf typische *Anwendungsfehler* hin, aber auch auf kleine Tricks, mit denen man sie umgehen kann.

Hinweise, die zwar wichtig sind, aber den Lesefluss stören könnten, sind eingerückt und durch das Symbol  markiert.

Da die meisten Leser einen Taschenrechner und vielfach auch einen Computer besitzen, wird bereits im ersten Kapitel die Einsatzmöglichkeit elektronischer Hilfsmittel besprochen. Hinweise zur konkreten Anwendung in der Mathematik finden sich dann später bei den jeweiligen Themen.



Der Einsatz eines *Taschenrechners* (TR) wird durch das nebenstehende Logo signalisiert. Die Angabe der einzelnen Handlungsschritte soll es den Lesern ermöglichen, den Taschenrechner als alltägliches Rechenhilfsmittel einzusetzen und die volle Bandbreite seiner Funktionen zu nutzen. In diesem Buch orientieren wir uns in erster Linie an dem Modell *Casio fx-991 ES*, das eine enorme Leistungsfähigkeit mit einer einfachen, fast intuitiven Bedienbarkeit verbindet. Daneben sind die Hinweise aber auch so gestaltet, dass jedes andere Modell verwendet werden kann.

Programmierbare und grafisch fähige Modelle werden bewusst nicht besprochen, da sie um ein Vielfaches teurer als normale Taschenrechner sind, z. Z. im Unterricht – wenn überhaupt – leider nur eine Nebenrolle spielen und meistens in den Prüfungen nicht zugelassen sind.

Neben der Nutzung als Rechenhilfsmittel können die Geräte auch zur Veranschaulichung von mathematischen Zusammenhängen eingesetzt werden.



Da auf den meisten Computern, sei es am Arbeitsplatz oder im Privatbereich, ein Tabellenkalkulationsprogramm installiert ist, werden auch Hinweise auf dessen mathematische Anwendungsmöglichkeiten gegeben.

Wegen seines hohen Verbreitungsgrades orientieren wir uns bei der Beschreibung der Befehle an *Excel*; vielfach können diese aber auch bei anderen Tabellenkalkulationsprogrammen (z. B. *Calc* aus der *OpenOffice* -Reihe) verwendet werden.

Der Einsatz einer Tabellenkalkulation ist didaktisch sinnvoll, da die Leser dadurch die Möglichkeit bekommen, eine allgemeine Lösung für ein mathematisches Problem zu erstellen, um diese dann mit den Zahlenangaben von speziellen Einzelsituationen schnell überprüfen zu können.

Zusätzlich zu den reinen Rechenprogrammen gibt es Computeralgebrasysteme (CAS), die auch Ausdrücke mit Variablen verarbeiten können.



Aus der großen Vielfalt der Programme wurde *Derive* ausgewählt, da dieses Programm im Schulbereich immer noch gerne eingesetzt wird. Es ist einfach

in der Handhabung und ermöglicht dem Benutzer ab Version 6.0 sogar eine schrittweise Darstellung von Lösungsprozessen.

Auch in der Mathematik gilt wie in jedem anderen Beruf der Grundsatz: Technische Hilfsmittel kann man erst dann effektiv nutzen, wenn man sich bestimmte handwerkliche Grundfertigkeiten erarbeitet hat. Und zu den handwerklichen Grundfertigkeiten der Mathematik gehören sicheres Zahlenrechnen sowie gefestigte Kenntnisse der elementaren mathematischen Grundgesetze.

Um die Informationen zu den Programmen oder Hinweise auf interessante Internetseiten auch nach Drucklegung möglichst aktuell zu halten, gibt es eine begleitende Internetseite, auf die ein Logo in diesem Buch aufmerksam macht.



Die Seite <http://www.europa-lehrmittel.de/56085.html> bietet Hinweise auf weiterführende Links, Dateien für *Excel* und *Derive* zum Herunterladen und – sobald bekannt – Fehlerkorrekturen zum Buch. Die Links führen Sie zu nützlichen Programmen, die im Internet zur Verfügung gestellt werden. Mit deren Hilfe können Sie mathematische Zusammenhänge bildhaft darstellen oder sich in Form eines Trickfilme veranschaulichen.

Inhalt des Buches

Auch wegen der gerade vermerkten Erkenntnis zu den Grundfertigkeiten im Zahlenrechnen wird im ersten Kapitel die *Zahl*, als Grundgröße der Mathematik, in ihren verschiedenen Darstellungsformen besprochen. Neben den *natürlichen Zahlen* lernen Sie die *Brüche* und *Dezimalbrüche* kennen. Die zahlreichen Übungsaufgaben geben ausreichend Gelegenheit, den Umgang mit den besprochenen Rechentechniken zu üben.

Das nächste Kapitel, *Arithmetik*¹⁾, erklärt den Umgang mit mathematischen Ausdrücken, die auch Buchstabensymbole, so genannte *Variable*, enthalten. Es behandelt neben dem Rechnen mit Klammern das Potenzieren, das Wurzelziehen und das Logarithmieren.

Mit diesem Wissen aus der Arithmetik können Sie in der elementaren *Algebra*²⁾ das Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen verstehen.

Ein weiteres Kapitel ist den *Funktionen* gewidmet: Der Erläuterung des allgemeinen Funktionsbegriffes, der zu den fundamentalen Begriffen der Mathematik zählt, schließt sich die detaillierte Behandlung der wichtigsten Funktionen der Elementarmathematik an.

Die Kapitel *Planimetrie* und *Goniometrie* beschäftigen sich mit der Geometrie von Flächen, insbesondere mit der von Dreiecken. Im Kapitel *Stereometrie* wird die Geometrie der Körper besprochen.

¹⁾ arithmos (griech.): die Zahl.

²⁾ Das Wort Algebra stammt von dem arabischen Wort „al-gabr“ ab, womit so viel wie „das Ausüben von Zwang“ gemeint ist. Im Laufe der Zeit ist aus dem ursprünglichen ‚Wiederherstellen‘ und ‚Einrenken von Knochen‘ ein weniger brutales ‚Ausgleichen‘ durch Hinzufügen gleichwertiger Ausdrücke auf den beiden Seiten einer Gleichung geworden.

Den Abschluss bildet ein umfangreiches Glossar¹⁾. In diesem Verzeichnis finde Sie zu den wichtigsten Fachwörtern kurze Erläuterungen. Auch die des Öfteren benötigten Formeln können Sie hier im Sinne einer kleinen Formelsammlung nachschlagen. Die Querverweise zu anderen Begriffen sollen Ihnen dabei helfen, die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Themen besser einordnen zu können.

Das Buch im Unterricht

Mit der Neubearbeitung liegt ein Buch vor, in dem das Augenmerk mehr als bisher auf die sinnvolle und effektive Nutzung heute vorhandener Rechenhilfsmittel gelegt wird, ohne dabei die von Lehrenden und Lernenden geschätzten Vorteile der bisherigen Fassungen – die leichtverständliche und anschauliche Darlegung des Lehrstoffes sowie die außerordentlich große Anzahl von Übungsaufgaben unterschiedlichsten Schwierigkeitsgrades für die einzelnen Stoffkomplexe – aufzugeben.

Durch die gewählte Anordnung des Lehrstoffes kann das Buch darüber hinaus sehr gut als Unterrichtshilfe in Lehrgängen der Volkshochschulen, betrieblichen Ausbildungsstätten oder ähnlichen Bildungseinrichtungen verwendet werden, in denen einzelne Teilgebiete der Mathematik behandelt werden sollen.

Der umfangreiche Lehrstoff wurde auf mehrere, voneinander unabhängig zu erarbeitende Teilkomplexe aufgeteilt, wobei die methodischen Gesichtspunkte bei der Behandlung der einzelnen Teilgebiete keineswegs außer Acht gelassen wurden. Es wird daher kaum möglich sein, den Lehrstoff im Unterricht in derselben Reihenfolge darzubieten, in der er hier im Lehrbuch angeordnet ist. Dies ist aber auch nicht erforderlich, denn das Buch bietet dem Lernenden die Möglichkeit, den im Unterricht behandelten Stoff zu wiederholen, zu ergänzen und ihn anhand zahlreicher Beispiele und Übungsaufgaben sich einzuprägen und zu festigen.

Das Buch zum Selbstlernen

Wenn Sie ohne Anleitung eines Lehrers selbstständig mit diesem Buch die Mathematik ergründen möchten, so benötigen Sie einen Leitfaden, an dem Sie sich orientieren können. Im Idealfall schlagen Sie das Buch auf der ersten Seite auf und gehen Thema für Thema durch. Das Inhaltsverzeichnis ist dabei ein guter Wegweiser.

Zwischendurch werden Sie selbst schon merken, ob Ihnen das eine oder andere Thema gut oder weniger gut gefällt. Inwiefern Sie „langweilige“ Themen überspringen können, lässt sich aus der Ferne nicht beurteilen und hängt in erster Linie von Ihrem Vorwissen ab. Sie werden aber sehr schnell ein Gefühl dafür bekommen, was Sie intensiv durcharbeiten müssen und was Sie überfliegen können – denn spätestens ein paar Seiten weiter stellt sich die Frage, ob Sie darauf aufbauende Zusammenhänge noch verstehen.

Nachfolgend möchten wir Ihnen einen typischen Vorbereitungsplan für den Übertritt in die Oberstufe an die Hand geben. Die Angaben zur Gewichtung sollen eine Richtschnur sein, wie intensiv das jeweilige Thema von Ihnen in den genannten Abschnitten zu bearbeiten ist:

¹⁾ glossarium (lat.), glossa (griech.): Zunge, fremdartiges Wort. Hier: Wörterverzeichnis mit Erklärungen.