Theoretische Physik

Band 7

Walter Greiner

Joachim Reinhardt

Quanten-elektro-dynamik

Verlag Harri Deutsch

Theoretische Physik
Band 7
Walter Greiner/Joachim Reinhardt
Quantenelektrodynamik

Walter Greiner
Theoretische Physik

Band 1: Mechanik, Teil 1
Band 2: Mechanik, Teil 2
Band 3: Elektrodynamik
Band 4: Quantenmechanik, Teil 1: Einführung
Band 5: Quantenmechanik, Teil 2: Symmetrien
Band 6: Relativistische Quantenmechanik, Wellengleichungen
Band 7: Quantenelektrodynamik
Band 8: Eichtheorie der schwachen Wechselwirkung
Band 9: Thermodynamik und Statistische Mechanik
Band 10: Quantenchromodynamik

Ergänzungsbände

Band 2A: Hydrodynamik
Band 3A: Spezielle Relativitätstheorie
Band 4A: Quantentheorie, Spezielle Kapitel
Band 7A: Feldquantisierung

In Vorbereitung

Physik der Elementarteilchen: Theoretische Grundlagen
Modelle der Elementarteilchen
Kernmodelle
Quantenstatistik
Allgemeine Relativitätstheorie und Gravitation

Theoretische Physik
Band 7

Walter Greiner
Joachim Reinhardt

Quanten-elektro-dynamik

Ein Lehr- und Übungsbuch

Mit zahlreichen Abbildungen, Beispielen
und Aufgaben mit ausführlichen Lösungen

2., überarbeitete und erweiterte Auflage, 1995

Verlag Harri Deutsch

Professor Dr. rer. nat. Dr. h. c. mult. Walter Greiner ist Direktor des Instituts für Theoretische Physik der Universität Frankfurt am Main.

Dr. phil. nat. Joachim Reinhardt ist Akademischer Oberrat am Institut für Theoretische Physik der Universität Frankfurt am Main.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Theoretische Physik : ein Lehr- und Übungsbuch. – Thun ; Frankfurt am Main : Deutsch.

Bd. 7. Greiner, Walter: Quantenelektrodynamik. – 2., überarb. und erw. Aufl. – 1995

Greiner, Walter:
Quantenelektrodynamik : mit zahlreichen Beispielen und Aufgaben mit ausführlichen Lösungen / Walter Greiner ; Joachim Reinhardt. – 2., überarb. und erw. Aufl. – Thun ; Frankfurt am Main : Deutsch, 1994
(Theoretische Physik ; Bd. 7)
ISBN 3-8171-1426-8
NE: Reinhardt, Joachim

ISBN 3-8171-1426-8

2., überarbeitete und erweiterte Auflage 1995

Druck: Fuldaer Verlagsanstalt, Fulda

Vorwort zur 1. Auflage

Die Theoretische Physik ist eine umfangreiche, breit gefächerte Wissenschaft geworden. Es ist für den jungen Studenten schwer, vor der Fülle des zu Erlernenden nicht zurückzuschrecken und sich vielmehr systematisch einen Überblick über das weite Feld von der Mechanik über die Elektrodynamik, die Quantentheorie, Feldtheorie, Kern- und Schwerionenphysik, Statistische Mechanik und Thermodynamik, Festkörperphysik, bis hin zur Physik der Elementarteilchen zu verschaffen.

Dies alles soll außerdem in acht bis zehn Semestern einschließlich einer ordentlichen Diplomarbeit geschafft werden. Dies ist nur möglich, wenn die akademischen Lehrer mithelfen, die Studenten frühzeitig in die neuen Disziplinen einzuweihen, Interesse und Begeisterung zu wecken, wodurch wichtige zusätzliche Energien frei werden. Dabei muß auch Unwesentliches weggelassen werden.

An der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main haben wir daher schon seit 1965 die Theoretische Physik in das 1. Studiensemester vorverlegt. Darin werden die Mechanik I und II, die Elektrodynamik, die Einführung in die Quantentheorie in einem Grundkurs vor dem Vordiplom in Verbindung mit vielen mathematischen Erläuterungen und Ergänzungen gelehrt. Nach dem 4. Semester sind Quantentheorie II, Statistische Mechanik und Thermodynamik, Relativistische Quantentheorie und Quantenelektrodynamik (Einführung in die Quantenfeldtheorie) Pflichtvorlesungen. Neben diesem Grundkurs durch die Theoretische Physik werden eine ganze Reihe Ergänzungen und Spezialvorlesungen regelmäßig angeboten. Dazu gehören beispielsweise die Hydrodynamik, Klassische Feldtheorie, Theoretische Optik, Theorie der Streuprozesse, Allgemeine Relativitätstheorie, Theorie der schwachen Wechselwirkung, Theorie der Elementarteilchen usw. Einige davon, wie z.B. die zweisemestrigen Vorlesungen über Theoretische Kernphysik bzw. Theoretische Festkörperphysik gehören auch zu den Pflichten für das Diplom in Physik.

Wir stellen hier die Quantenelektrodynamik vor. Sie ist so gehalten wie alle anderen Grundvorlesungen auch: Zusammen mit ausführlichen Erläuterungen des notwendigen mathematischen Werkzeuges, vielen Beispielen und durchgerechneten Aufgaben, versuchen wir den Stoff so interessant wie möglich darzustellen. Die Quantenelektrodynamik ist ein so umfangreiches Gebiet, daß wir uns im Wesentlichen auf die „anschauliche Quantenelektrodynamik“, also die direkt auf der Löchertheorie basierende Formulierung von Stückelberg und Feynman beschränken. Die quantenfeldtheoretische Formulierung, auf dem kanonischen Formalismus beruhend, ist einer Spezialvorlesung vorbehalten. Ein Student der Physik muß heute beide Zugänge zur QED, der besten Feldtheorie die wir kennen, beherrschen. Der hier vorgezeichnete Einstieg in dieses interessante und sich ständig noch erweiternde Gebiet ist geeignet, zunächst einen Überblick über die Vielfältigkeit der Prozesse, Probleme und Methoden in recht anschaulicher Weise zu geben.

Nach Einführung der Propagatortheorie, der Definition der S-Matrix und der ausführlichen Erläuterung der Anwendung Green'scher Funktionen in typischen Fällen der klassischen Physik werden die relativistischen Propagatoren für Elektronen und Positronen (Stückelberg-Feynman-Propagator) vorgestellt.

In 20 Beispielen und im Detail ausgearbeiteten Aufgaben des 3. Kapitels folgen die Anwendungen des relativistischen Propagatorformalismus. Sie reichen von der einfachen Coulombstreuung von Elektronen, über die Rosenbluthformel, die Bremsstrahlung, die Bethe-Heitler-Formel, die Klein-Nishina-Formel (Comptonstreuung) bis hin zur Paarerzeugung und zur Streuung polarisierter Dirac-Teilchen.

Schließlich werden im 4. Kapitel die schon früher heuristisch abgeleiteten Feynmanregeln zusammengefaßt. Das Furry-Theorem und eine Erläuterung der häufig benutzten Maßsysteme sind hier ebenfalls zu finden.

Den Renormierungsproblemen begegnen wir bei der Berechnung der Vakuumpolarisation, der Selbstenergie, der Vertexkorrektur und der Diskussion der Lambshift (5. Kapitel). Hier wird Methodisches an Hand physikalischer Fragestellungen erläutert.

Auf die Bethe-Salpeter-Gleichung, also eine relativistische Gleichung für ein Zweiteilchensystem, stoßen wir im 6. Kapitel.

Schließlich wird die in den letzten 15 Jahren entwickelte Quantenelektrodynamik der starken, überkritischen Felder im vorletzten (7.) Kapitel vorgestellt. Nichtperturbative Methoden stehen hier im Vordergrund. Das fundamentale Problem des „Zerfalls des Vakuums" wird erläutert und sowohl mathematisch als auch in seinen physikalischen Implikationen diskutiert.

Das letzte Kapitel ist der Quantentheorie der Bosonenfelder gewidmet. Viele der für Spinorteilchen entwickelten Methoden können (mit Änderungen) direkt übertragen werden. Es macht Spaß zu sehen, wie selbstverständlich das Erlernte in vielfältiger Weise Anwendung findet.

Wir bedanken uns bei den Damen Ingeborg Heinz, Ruth Lasarzig, Lenke Schubert und Brigitte Utschig für ihre große Hilfe bei der Anfertigung des Manuskripts und der Zeichnungen. Ihre Geduld und Ruhe bei den immer notwendigen Änderungen war bewundernswert.

Schließlich sprechen wir die Hoffnung aus, daß auch diese Vorlesung über Quantenelektrodynamik viele Freunde findet.

Frankfurt am Main, im März 1984 Walter Greiner

Joachim Reinhardt

Vorwort zur 2. Auflage

Anläßlich der nunmehr notwendig gewordenen zweiten Auflage des Lehrbuchs „Quantenelektrodynamik" sowie seiner Übersetzung ins Englische haben wir die Gelegenheit genutzt, den Text zwar nicht in seinem Grundkonzept jedoch in vielen Einzelheiten gründlich zu überarbeiten. Zunächst wurde eine große Anzahl von Druckfehlern korrigiert und an vielen Stellen wurden zusätzliche erklärende Bemerkungen eingefügt. Insbesondere das dritte Kapitel mit der Entwicklung der quantenelektrodynamischen Störungsreihe und der Berechnung zahlreicher Elementarprozesse haben wir umstrukturiert. Es wurden viele neue Figuren zur Illustration der Ergebnisse und zum Vergleich mit Experimenten eingefügt. Gänzlich neu hinzugekommen sind sind im dritten Kapitel der Abschnitt 3.4 (Elektron-Positron-Streuung), Aufgabe 3.8 (Møller- und Bhabha-Streuung), die Aufgaben 3.14 und 3.15 zur Paarvernichtung und Paarerzeugung durch Photonen sowie eine Einführung in die Methode der äquivalenten Photonen (Beisp. 3.18). In Kapitel 5 wurde die Behandlung des Uehlingpotentials (Aufg. 5.3) wesentlich erweitert. Ebenso enthält das fünfte Kapitel neue Informationen zum anomalen magnetischen Moment von Elektron und Muon und zur Energieverschiebung atomarer Niveaus. Neu hinzu gekommen ist Aufg. 5.2 zur Polarisationsfunktion des Photons. Schließlich wurden noch Beisp. 6.5 (Nichtrelativistische Reduktion der Bethe-Salpeter-Gleichung) und Aufg. 7.6 (Effektive Lagrangefunktion des elektromagnetischen Felds) neu aufgenommen. Der Text wurde um eine Sammlung kurzer biographischer Notizen und eine Zusammenstellung von Literaturhinweisen ergänzt.

Wir hoffen, daß auch der überarbeitete Band unserer Vorlesungen zur Quantenelektrodynamik viele Freunde finden wird und möchten ergänzend noch auf den mittlerweile erschienenen Band 7A (Feldquantisierung) dieser Reihe hingewiesen. Dort wird die hier heuristisch eingeführte Theorie durch eine feldtheoretische Herleitung im Rahmen der „zweiten Quantisierung" systematisch begründet.

Wir möchten uns bei vielen Kollegen für nützliche Hinweise zur Überarbeitung des Buchs bedanken. Besonderen Dank verdient Herr M. Vidović, der die Fertigstellung des Manuskripts betreute. Den Herren Ch. Best, A. Bischoff, B. Ehrnsperger, H. van Geel, H. Graf, K.H. Kung, J. Konopka, K.-J. Lutz, M. Meyer-Hermann, Y. Pürsün, M. Rosenstock, J. Schaffner, St. Schneider danken wir für ihre Hilfe beim Schreiben des LaTeX-Manuskripts und Frau A. Steidl für die Erstellung zahlreicher Figuren.

Frankfurt am Main, im Juli 1994

Walter Greiner

Joachim Reinhardt

Inhaltsverzeichnis

Aufgaben und Beispiele

Kapitel 1

Propagator-Theorie

1.1 Einleitung

In dieser Vorlesung beschäftigen wir uns mit der Quantenelektrodynamik (QED), die zu den präzisesten und erfolgreichsten Theorien in der Physik gehört. Unter der QED versteht man im engeren Sinne die Quantenfeldtheorie für Elektronen, Positronen (das Elektron-Positronfeld) und Photonen (das elektromagnetische Feld oder Strahlungsfeld); im weiteren Sinne gehören auch alle elektromagnetischen Quantenprozesse der schweren Leptonen ($\mu^{\pm}$ und $\tau^{\pm}$) und anderer geladenen Teilchen dazu. Im allgemeinen unterliegen diese Teilchen auch nicht-elektromagnetischen Kräften, insbesondere der starken und der schwachen Wechselwirkung. Experimentell wurde entdeckt, daß stark wechselwirkende Teilchen (Hadronen) aus anderen elementaren Teilchen zusammengesetzt sind, den Quarks, so daß neue Freiheitsgrade wichtig werden (colour, flavour). Es wird vermutet, daß die starke und die schwache Wechselwirkung durch „nicht-abelsche" Eichtheorien analog zur QED, die eine „abelsche" Eichtheorie ist, beschrieben wird. Die entsprechenden Theorien sind die Quantenchromodynamik ($SU(3)_C$) für die starke und die Quantenflavourdynamik für die schwache Wechselwirkung ($SU(2)_L$). In dieser Vorlesung beschäftigen wir uns ausschließlich mit der QED, die als exemplarische Eichtheorie das Vorbild für die Beschreibung der anderen Wechselwirkungen geliefert hat. Auch für sich alleine betrachtet ist die QED von großer Bedeutung, da sie die Grundlage der Atomphysik bildet.

Es gibt nun zwei Zugänge zur Quantenelektrodynamik. Der eine, formalere geht über die Quantisierung der Wellenfelder, der andere, anschaulichere Weg stammt von Stückelberg und Feynman und benutzt das Propagator-Verfahren. Ein Student der Physik muß heute beide Wege kennen, doch ist es befriedigender und daher didaktisch vorzuziehen, wenn recht bald klar wird, wie nützlich ein entwickelter Formalismus ist. Fast jeder möchte möglichst bald sehen, wie verschiedene Prozesse wirklich ausgerechnet werden. Das läßt sich im Feynmanschen Propagator-Formalismus am besten erreichen. Deshalb stellen wir diesen in den Mittelpunkt dieser Vorlesungen. Im Anhang werden Bücher zur quantenfeldtheoretischen Methode vorgestellt, die eine weniger intuitive als vielmehr eine systematischere Behandlung der QED beinhalten.

Wir wenden uns zunächst einer allgemeineren Diskussion der Streuprozesse zu. Es ist das Ziel dieser Betrachtungen, Übergangswahrscheinlichkeiten und Streuquerschnitte im Rahmen der Dirac-Theorie der Elektronen und Positronen zu berechnen. Diese Rechnungen werden im Prinzip exakt sein, aber in der Praxis doch im Rahmen einer Störungsrechnung (Entwicklung nach kleinen Wechselwirkungsparametern) erfolgen. Da die Erzeugungs- und Vernichtungsprozesse von Elektron-Positron-Paaren mitbeschrieben werden sollen, muß der Formalismus von vornherein relativistisch sein.

Im Feynmanschen Propagator-Verfahren werden die Streuprozesse mit Hilfe von Integralgleichungen beschrieben. Der leitende Gedanke dabei, daß Positronen als Elektronen negativer Energie aufgefaßt werden, die rückwärts in der Zeit laufen, geht auf E.C.G. Stückelberg zurück und wurde von R.P. Feynman ausgebaut[1]. Feynman bekam für seine Formulierung der Quantenelektrodynamik im Jahre 1965 zusammen mit J. Schwinger und S. Tomonaga den Nobelpreis. Letztere lieferten wiederum andere Formulierungen der QED, die aber alle untereinander äquivalent sind. Wir werden uns im folgenden von der Leistungsfähigkeit dieser Formulierung der Theorie überzeugen. Die mehr oder weniger heuristischen Rechenvorschriften können durch eine quantenfeldtheoretische Vertiefung bewiesen und bestätigt werden.

1.2 Der nichtrelativistische Propagator

Es ist nützlich, zunächst an die Definition der Greensfunktionen im Rahmen der nichtrelativistischen Quantenmechanik zu erinnern. Die hier verwendeten Begriffe und Methoden lassen sich dann zwanglos auf die relativistische Quantenmechanik übertragen.

Wir betrachten primär quantenmechanische Stoßprozesse in drei Dimensionen, in welchen ein Teilchen mit einem fixierten Kraftfeld oder mit einem anderen Teilchen kollidiert. Ein Streuprozeß läuft dabei nach dem in Abb. 1.1 skizzierten Schema ab. Man richtet es durch Kollimatoren D in der Praxis so ein, daß die einfallenden Teilchen zu einem wohldefinierten Strahl fokussiert werden. Solch ein kollimierter

[1] Siehe z.B. R.P. Feynman: Phys. Rev. 76, 749 (1949).

Strahl ist im allgemeinen nicht eine unendlich ausgedehnte Welle, etwa der Form $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$, sondern eine Überlagerung von sehr vielen ebenen Wellen mit benachbarten Wellenzahlvektoren $\vec{k}$, also ein Wellenpaket. Dennoch wird in der *stationären Streutheorie* aus Einfachheitsgründen das einfallende Wellenpaket durch eine ebene Welle repräsentiert. Man muß nur berücksichtigen, daß Interferenzen zwischen einfallendem Wellenpaket und Streuwelle nicht möglich sind. Rechnet man also mit ebenen Wellen, so müssen diese Interferenzen explizit ausgeschlossen werden[1].

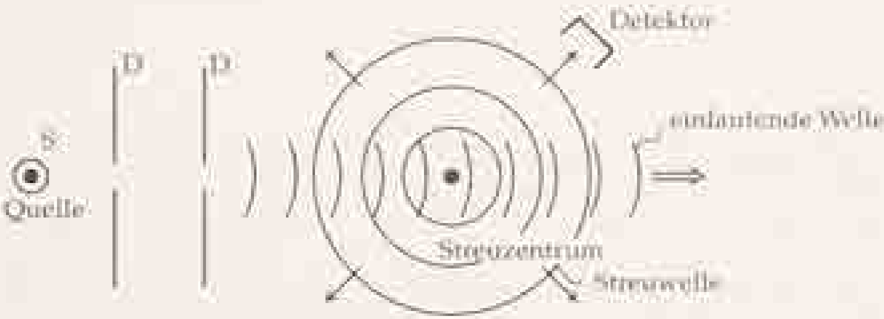

Abb. 1.1. Schematische Darstellung einer Versuchsanordnung zur Messung eines Streuprozesses. Durch die Kollimatoren D wird erreicht, daß im Detektor keine Interferenz zwischen einfallender Welle und Streuwelle auftritt.

In der ursprünglichen, zeitabhängigen Beschreibung von Streuprozessen betrachten wir also Wellenpakete, die sich aus Anfangsbedingungen, die in der fernen Vergangenheit festgelegt wurden, zeitlich entwickeln. Es werden also im allgemeinen keine stationären Energie-Eigenzustände (d.h. stehende Wellen) betrachtet. Die wichtigste Frage in einem Streuproblem lautet dann: Was wird – zeitlich gesehen – aus einem Wellenpaket, das in der fernen Vergangenheit ein Teilchen darstellt, welches sich einem Streuzentrum (Potential, anderes Teilchen) nähert? Wie sieht diese Welle in der fernen Zukunft aus?

Hier hilft das verallgemeinerte *Huygenssche Prinzip* weiter: Wenn eine Wellenfunktion $\psi(\vec{x}, t)$ zu einer bestimmten Zeit t bekannt ist, so kann ihre Gestalt zu einem späteren Zeitpunkt t' dadurch gefunden werden, daß man jeden Raumpunkt $\vec{x}$ zur Zeit t als Quelle einer Kugelwelle ansieht, die sich vom Ort $\vec{x}$ wegbewegt. Es ist plausibel anzunehmen, daß die von $\vec{x}$ ausgehende und zur Zeit t' bei $\vec{x}'$ eintreffende

[1] Für eine vollständigere Diskussion der Wellenpaket-Beschreibung siehe z.B. M.L. Goldberger und K.M. Watson: *Collision Theory* (Wiley, New York 1964), Kap. 3, oder R.G. Newton: *Scattering Theory of Waves and Particles* (McGraw-Hill, New York 1966), Kap. 6.

Welle der ursprünglichen, erregenden Wellenamplitude $\psi(\vec{x},t)$ proportional ist. Die Proportionalitätskonstante nennen wir

$$iG(\vec{x}',t';\vec{x},t) \tag{1.1}$$

Das verallgemeinerte Huygenssche Prinzip läßt sich dann so ausdrücken:

$$\psi(\vec{x}',t') = i\int d^3x\, G(\vec{x}',t';\vec{x},t)\,\psi(\vec{x},t) \quad , \quad t' > t \tag{1.2}$$

Hierbei ist $\psi(\vec{x}',t')$ die zur Zeit t' bei $\vec{x}'$ eintreffende Welle. Die Größe $G(\vec{x}',t';\vec{x},t)$ heißt *Greensfunktion* oder auch *Propagator*. Sie beschreibt die Auswirkung der Welle $\psi(\vec{x},t)$, die in der Vergangenheit (zur Zeit $t < t'$) am Ort $\vec{x}$ vorlag, auf die zur späteren Zeit t' am Ort $\vec{x}'$ herrschenden Welle $\psi(\vec{x}',t')$. Kennt man die Greensfunktion $G(\vec{x}',t';\vec{x},t)$, so läßt sich aus einem gegebenen Anfangszustand $\psi(\vec{x},t)$ der sich daraus entwickelnde physikalische Endzustand $\psi(\vec{x}',t')$ gemäß (1.2) berechnen. Die Kenntnis von G löst also das gesamte Streuproblem. Mit anderen Worten: Die Kenntnis von G ist der vollständigen Lösung der Schrödinger-Gleichung äquivalent. Wir wollen uns zunächst mathematisch einen Überblick verschaffen und die verschiedenen Möglichkeiten der Definition von Greensfunktionen besprechen.

1.3 Greensfunktion und Propagator

Zur mathematisch-begrifflichen Klärung beginnen wir am besten mit der Schrödingergleichung

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{x},t)}{\partial t} &= \hat{H}\psi(\vec{x},t) = \left(\hat{H}_0 + \hat{V}(\vec{x},t)\right)\psi(\vec{x},t) \quad , \qquad (1.3)\\ \hat{H}_0 &= -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \quad , \end{aligned}$$

welche die Wechselwirkung eines Teilchens der Masse m mit einem Potential $V(\vec{x},t)$ beschreibt. Wenn wir m durch die reduzierte Masse $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$ ersetzen, so bleibt (1.3) auch für das (nichtrelativistische) Zwei-Körper-Problem gültig. Die Differentialgleichung (1.3) ist von erster Ordnung in der Zeit; höhere Zeitableitungen kommen also nicht vor. Deshalb kann die erste Zeitableitung $\partial\psi(\vec{x},t)/\partial t$ immer durch $\psi(\vec{x},t)$ ausgedrückt werden, was ja in (1.3) klar zum Ausdruck kommt. Dies wiederum hat zur Konsequenz, daß aus allen Werten von $\psi(\vec{x},t)$ bei einer bestimmten Zeit (z.B. t_0) und allen Orten $\vec{x}$, also aus $\psi(\vec{x},t_0)$, die Wellenfunktion $\psi(\vec{x},t)$ in allen Orten und zu allen Zeiten (sowohl früheren ($t < t_0$) als auch späteren Zeiten ($t > t_0$)) berechnet werden kann. Da weiterhin die Schrödinger-Gleichung (1.3) *linear* in ψ ist, gilt das Superpositionsprinzip, d.h. Lösungen können linear superponiert werden, und die Beziehung zwischen den Wellenfunktionen zu verschiedenen Zeiten ($\psi(\vec{x},t)$ und $\psi(\vec{x},t_0)$) muß linear sein. Das bedeutet, daß $\psi(\vec{x},t)$ einer linearen homogenen Integralgleichung der Form

$$\psi(\vec{x}',t') = i\int d^3x\, G(\vec{x}',t';\vec{x},t)\,\psi(\vec{x},t) \tag{1.4}$$

genügen muß, wobei sich die Integration über den gesamten Raum erstreckt. Diese Beziehung dient auch zur Definition der Funktion G, die als die zum Hamiltonoperator $\hat{H}$ gehörige Greensfunktion bezeichnet wird.

Es ist wichtig festzuhalten, daß in der Beziehung (1.4) – im Gegensatz zu (1.2) – kein Unterschied zwischen einer Vorwärtsausbreitung von ψ in der Zeit ($t' > t$) und einer Rückwärtsausbreitung von ψ in der Zeit ($t' < t$) gemacht wird. Es ist jedoch wünschenswert, diese zwei Fälle klar zu unterscheiden. Für die Vorwärtsausbreitung wird die *retardierte Greensfunktion* oder der *Propagator* definiert durch

$$G^{+}(\vec{x}',t';\vec{x},t) \equiv \begin{cases} G(\vec{x}',t';\vec{x},t) & \text{für } t' > t \\ 0 & \text{für } t' < t \end{cases} \tag{1.5}$$

Hier ist es nützlich, die Sprungfunktion $\Theta(\tau)$ einzuführen (vgl. Abb. 1.2)

$$\Theta(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{für } \tau > 0 \\ 0 & \text{für } \tau < 0 \end{cases} \tag{1.6}$$

Damit läßt sich die kausale Entwicklung von $\psi(\vec{x}',t')$ aus $\psi(\vec{x},t)$ mit $t' > t$ formulieren:

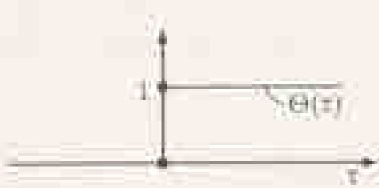

Abb. 1.2: Die Sprungfunktion $\Theta(\tau)$

$$\Theta(t'-t)\,\psi(\vec{x}',t') = i\int d^3x\, G^{+}(\vec{x}',t';\vec{x},t)\,\psi(\vec{x},t) \tag{1.7}$$

Für $t' < t$ drückt diese Beziehung aufgrund von (1.5) und (1.6) eine Trivialität aus. Für $t' > t$ ist sie aber identisch mit (1.4). Die Gleichung (1.7) stellt sicher,