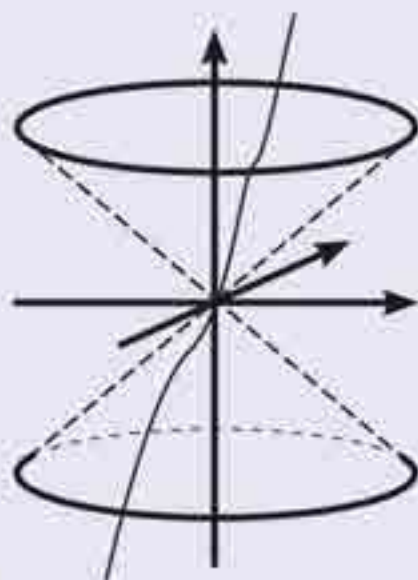


U.E. Schröder



# SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE

Edition  
Harri  
Deutsch



# Spezielle Relativitätstheorie





Edition  
Harri   
Deutsch

# Spezielle Relativitätstheorie

von

Ulrich E. Schröder  
unter Mitwirkung von Claus Lämmerzahl

**5., erweiterte Auflage**

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 56481**

**Dr. phil. nat. Ulrich E. Schröder**

Privatdozent und Akademischer Direktor i. R.  
am Institut für Theoretische Physik der Johann Wolfgang Goethe-Universität  
Frankfurt am Main

**Prof. Dr. Claus Lämmerzahl**

Zentrum für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation ZARM,  
Universität Bremen

**Leserkontakt**

Fragen, Kommentare und Anregungen richten Sie bitte an:

Autoren und Verlag Europa-Lehrmittel  
Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Str. 23  
42781 Haan-Gruiten  
lektorat@europa-lehrmittel.de  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

5., erweiterte Auflage

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5649-8

ISBN 978-3-8085-5844-7 (E-Book)

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2014 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09618 Brand-Erbisdorf

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Druck: Triltsch Print und digitale Medien GmbH, 97199 Ochsenfurt-Hohestadt

# Vorwort zur fünften Auflage

Seit dem Erscheinen dieses Buches 1981 ist nun zum wiederholten Mal eine Neuauflage notwendig geworden. Bei dieser Gelegenheit wurde der Text erneut durchgesehen. Zum besseren Verständnis wurde er an einigen Stellen geändert und, wo es notwendig schien, auch erweitert. Die Literaturhinweise wurden auf den neuesten Stand gebracht und durch neue ergänzt.

Neu hinzugekommen ist eine allgemeine systematische Diskussion der kinematischen und dynamischen Testtheorien. Diese bilden den theoretischen Rahmen bei der Auswertung der zunehmend genaueren experimentellen Überprüfung der speziellen Relativitätstheorie. Der dabei erforderliche Formalismus ist aufwendiger als bei der einführenden Diskussion der Testtheorien in Kapitel 10 und finde daher in dem separaten, von Herrn Professor Claus Lämmerzahl (Bremen) verfassten Anhang B den geeigneten Platz. Ich möchte Herrn Lämmerzahl für seine hilfreiche Mitarbeit, auch bei anderen Stellen des Textes, herzlich danken.

Nachdem der 1961 gegründete Verlag Harri Deutsch sein während vieler Jahre erfolgreiches Verlagsgeschäft beendet hat, erscheint das Buch nun in der *Edition Harri Deutsch* des Verlages Europa Lehrmittel. Die Betreuung der neuen Auflage seitens des Verlages hat Herr Dipl. Phys. Klaus Horn weiterhin übernommen. Für die nun über Jahre hinweg vertrauensvolle Zusammenarbeit möchte ich Herrn Horn hiermit besonders danken. Möge das Buch weiterhin viele Freunde gewinnen.

Oldendorf, im Juli 2014

Ulrich E. Schröder

# Vorwort zur ersten Auflage

Dieses Buch ist aus Vorlesungen entstanden, die ich wiederholt an der Universität Frankfurt am Main gehalten habe. Wie das rege Interesse der Hörer gezeigt hat, besteht hierfür ein Bedarf. Bei der in den Kursvorlesungen gebotenen Fülle von Themen kommt die spezielle Relativitätstheorie in der Regel zu kurz. Andererseits sind die Monographien über dieses Thema sehr umfangreich und eher zum Nachschlagen geeignet. Das vorliegende knapper gehaltene Buch sollte man durchlesen können. Es enthält den Stoff, der in der zweistündigen Vorlesung behandelt wurde. Die Darstellung ist aber ausführlicher als in einem Vorlesungsskript, sodass sich das Buch auch zum Selbststudium eignen dürfte.

Beim Leser werden gewisse Kenntnisse über den Stoff aus den Kursvorlesungen vorausgesetzt. So wird z. B. das berühmte Experiment von Michelson und Morley nicht noch einmal im Detail geschildert. Der fortgeschrittene Leser wird bald merken, dass die Akzente hier anders als in den meisten Darstellungen, insbesondere den durchaus bewährten älteren, gesetzt sind. Man gelangt so auf direkterem Weg zu den wesentlichen Aussagen der Theorie. Der Zugang zur speziellen Relativitätstheorie erfolgt also ganz im Sinne der auf Seite 7 zitierten Bemerkung von A. Einstein. Zur Aufstellung der Lorentz-Transformation genügt das Relativitätsprinzip und erst nachdem man die Existenz einer endlichen Grenzgeschwindigkeit erkannt hat, wird diese mit der Lichtgeschwindigkeit identifiziert. Die immer wieder diskutierten Paradoxa werden mit Beispielen ausführlich behandelt. Dem Inhalt der speziellen Relativitätstheorie angemessen ist die kovariante Formulierung der Gesetze als Relationen zwischen Tensorgrößen. Das Kapitel vier dient als Einführung in die Tensorrechnung. Zum weiteren Inhalt des Buches sei auf das Inhaltsverzeichnis hingewiesen.

Durch eine Reihe von Literaturangaben soll der Leser an die Fachliteratur herangeführt werden. Er sollte nach dem Studium dieses Buches die in den Zeitschriften veröffentlichten Arbeiten besser verfolgen können. Die Aufgaben im Anhang mögen zum weiteren Nachdenken anregen. Eine Zusammenstellung neuerer Experimente zur Prüfung der speziellen Relativitätstheorie finde der Leser am Schluss des Buches.

Für die Übertragung des Manuskripts in die druckfertige Form, einschließlich der Figuren und des Formelsatzes, möchte ich den Damen G. Boffo und E. Martens danken. Schließlich danke ich meiner Tochter Ullinca für ihre Hilfe, insbesondere auch für die von ihr gezeichneten Vignetten am Schluss der Kapitel.

Frankfurt am Main

U. E. Schröder

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Zur historischen Entwicklung der Relativitätstheorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Physikalische und begriffliche Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie</b>	<b>9</b>
3.1	Die Hypothesen der Newton'schen Mechanik	9
3.2	Das Galilei'sche Relativitätsprinzip und seine Grenzen	10
3.3	Das Einstein'sche Relativitätsprinzip	15
3.4	Die Lorentz-Transformation	16
3.4.1	Herleitung der Lorentz-Transformation aus dem Relativitätsprinzip	17
3.4.2	Herleitung der Lorentz-Transformation aus dem Relativitätsprinzip und der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit	24
3.4.3	Die Lorentztransformation bei beliebiger Richtung der Relativgeschwindigkeit	25
3.4.4	Abstand und Invarianzprinzip	26
3.5	Kinematische Folgerungen aus der Lorentz-Transformation	27
3.5.1	Längenkontraktion	28
3.5.2	Zeitdilatation	29
3.5.3	Nichtsynchroner Stand bewegter Uhren	33
3.5.4	Transformation der Geschwindigkeit	33
3.5.5	Maßstabparadoxon	35
3.5.6	Zwillingsparadoxon	37
3.5.7	Beobachtung bewegter Objekte	42
<b>4</b>	<b>Tensoren</b>	<b>45</b>
4.1	Skalare Größen, kontravariante und kovariante Vektorkomponenten	45
4.2	Tensoren höherer Stufe	49
4.2.1	Kontraktionen	51
4.2.2	Quotiententheorem	51
4.2.3	Relative Tensoren	52
4.3	Der metrische Tensor	54
4.4	Differenziation von Tensorfeldern	56
4.5	Vektoren im euklidischen Raum	58
<b>5</b>	<b>Formulierung der Relativitätstheorie im Minkowski-Raum</b>	<b>63</b>
5.1	Der vierdimensionale Minkowski-Raum	63
5.2	Vierervektoren und -tensoren	66
5.3	Die vollständige Lorentz-Gruppe	69
5.4	Geometrische Darstellung der Lorentz-Transformation	73
5.5	Eigenzeit, Geschwindigkeit, Beschleunigung	76



<b>6</b>	<b>Relativistische Mechanik</b> . . . . .	<b>79</b>
6.1	Die Bewegungsgleichung für einen Massenpunkt . . . . .	79
6.2	Impuls, Energie, Masse . . . . .	82
6.3	Wechselwirkungen relativistischer Teilchen durch Felder . . . . .	90
6.4	Energie-Impulserhaltung bei Teilchenreaktionen . . . . .	94
	6.4.1 Zerfall . . . . .	94
	6.4.2 Erzeugung . . . . .	96
	6.4.3 Streuung . . . . .	98
6.5	Prinzip der kleinsten Wirkung, Lagrange-Funktion . . . . .	100
6.6	Erhaltungssätze . . . . .	102
<b>7</b>	<b>Elektrodynamik als relativistische Feldtheorie</b> . . . . .	<b>107</b>
7.1	Die Wellengleichung für die elektromagnetischen Potentiale . . . . .	107
7.2	Die Lagrange-Funktion für eine Ladung im äußeren Feld . . . . .	109
7.3	Der Feldtensor und die Bewegungsgleichungen im äußeren Feld . . . . .	111
7.4	Transformation der Feldstärken und die Invarianten des Feldes . . . . .	113
7.5	Eichinvarianz . . . . .	117
7.6	Die Maxwell-Gleichungen in kovarianter Form . . . . .	118
7.7	Der Doppler-Effekt . . . . .	120
7.8	Das Wirkungsintegral für das elektromagnetische Feld und die Feldgleichungen . . . . .	122
7.9	Das Noether-Theorem . . . . .	125
7.10	Der Energie-Impuls-Tensor des elektromagnetischen Feldes . . . . .	131
<b>8</b>	<b>Relativistische Hydrodynamik</b> . . . . .	<b>139</b>
8.1	Die nichtrelativistischen Gleichungen . . . . .	140
8.2	Erhaltung der Teilchenzahl . . . . .	141
8.3	Inkohärente Materie . . . . .	142
8.4	Die ideale Flüssigkeit . . . . .	144
<b>9</b>	<b>Grenzen der speziellen Relativitätstheorie</b> . . . . .	<b>149</b>
<b>10</b>	<b>Experimente zur Prüfung der speziellen Relativitätstheorie</b> . . . . .	<b>155</b>
<b>A</b>	<b>Aufgaben</b> . . . . .	<b>163</b>
<b>B</b>	<b>Testtheorien (Beitrag von C. Lämmerzahl)</b> . . . . .	<b>167</b>
B.1	Kinematische Testtheorien . . . . .	167
	B.1.1 Der Formalismus . . . . .	167
	B.1.2 Vergleich mit den Experimenten . . . . .	169
B.2	Dynamische Testtheorien . . . . .	173
	B.2.1 Klein-Gordon-Gleichung . . . . .	174
	B.2.2 Maxwell-Gleichung . . . . .	175
	B.2.3 Dirac-Gleichung . . . . .	178
	B.2.4 Experimente . . . . .	178
	<b>Sachwortverzeichnis</b> . . . . .	<b>181</b>

# 1 Einleitung

In den folgenden Kapiteln wollen wir die physikalischen Grundlagen der heutigen Auffassung von Raum und Zeit untersuchen und die Folgerungen aus den raumzeitlichen Symmetrietransformationen diskutieren. Diese Symmetrietransformationen, ausgedrückt durch die Lorentz- bzw. Poincaré-Gruppe, sind universell, d. h., sie gelten für alle physikalischen Vorgänge. Somit wären grundsätzlich alle Teilgebiete der Physik im Hinblick auf ihr Verhalten gegenüber der Lorentz-Gruppe zu untersuchen. Wir werden im Folgenden zwei besonders wichtige Teilgebiete der klassischen Physik betrachten, die relativistische Mechanik des Massenpunktes und die Elektrodynamik als Beispiel für eine relativistische Feldtheorie.

Der Name *Relativitätstheorie* ist insofern keine besonders glückliche Bezeichnung, als er den wesentlichen Inhalt der Theorie in eher negativer Weise umschreibt und Anlass zu mancherlei Missverständnissen wurde. Er verdankt seine Entstehung dem fundamentalen *Relativitätsprinzip*, das von Poincaré und Einstein zu Beginn dieses Jahrhunderts formuliert wurde und als Grundlage für die Entwicklung der neuen Vorstellungen von Raum und Zeit diente. Mit diesem Prinzip wurde der Begriff des absolut ruhenden *Äthers* zurückgewiesen, der zuvor in Analogie zur Elastizitätslehre als Medium für optische und elektromagnetische Phänomene eingeführt worden war. Man wollte alle Erscheinungen mithilfe mechanischer Theorien erklären (Mechanismus) und gelangte so zu der Auffassung, dass eine Bewegung relativ zum absolut ruhenden Äther feststellbar sein müsste. Diese Vorstellung widersprach der bereits Galilei (1564–1642) und Huygens (1629–1695) bekannten Tatsache, dass in der Mechanik zwischen gleichförmig bewegten Körpern nur Relativgeschwindigkeiten feststellbar sind (Galilei'sches Relativitätsprinzip der Mechanik). Die hypothetische Existenz eines ruhenden Äthers wurde dann durch erdrückende experimentelle Tatsachen widerlegt. Ein absolut ruhendes Bezugssystem (der Äther) war auch durch elektromagnetische Vorgänge, bei großer Genauigkeit der Experimente (Versuch von Michelson und Morley, 1887), nicht festzustellen! Wie in der Mechanik können offenbar nur relative Bewegungen beobachtet werden. Diese Einsicht kommt in dem *Prinzip der Relativität* oder *Relativitätsprinzip* zum Ausdruck, wie es in Arbeiten von Poincaré und konsequenter als universell gültiges Axiom von Einstein formuliert wurde. Einstein entwickelte daraus mithilfe des zusätzlichen Prinzips der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in seiner Arbeit von 1905 die Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie.

Aber das Wesentliche der Relativitätstheorie besteht weniger in der Relativierung von Begriffen wie Raum und Zeit, sondern in der Erkenntnis, dass die Naturgesetze unabhängig von der Wahl gleichförmig zueinander bewegter Bezugssysteme sind.

Die entscheidende Aussage ist die Invarianz des Naturgeschehens gegenüber dem Wechsel des Bezugssystems gemäß den Transformationen der Lorentz-Gruppe. Damit wird geklärt, in welchem Sinn absolute, d. h. vom Bezugssystem unabhängige, physikalische Aussagen überhaupt möglich sind. Die Invarianz gegenüber der Lorentz-Gruppe impliziert eine bestimmte Struktur der physikalischen Gesetze. Dies erleichtert ihre Formulierung wesentlich. So kann das Relativitätsprinzip als ordnendes Prinzip der Naturgesetze angesehen werden.



## 2 Zur historischen Entwicklung der Relativitätstheorie

Die geschichtliche Entwicklung der speziellen Relativitätstheorie ist ebenso interessant wie lehrreich. Hier soll wenigstens kurz auf die drei entscheidenden Beiträge von Hendrik Anton Lorentz (1853–1928), Henri Poincaré (1854–1912) und Albert Einstein (1879–1955) eingegangen werden, die 1904–1905 den Durchbruch brachten.<sup>1)</sup> Zwar ist der formale Inhalt dieser Arbeiten durchaus ähnlich, die Begründungen und die dahinterstehenden Auffassungen unterscheiden sich jedoch beträchtlich.

Die Vorstellung eines absolut ruhenden Äthers war suspekt geworden, nachdem es Michelson und Morley nicht gelungen war, die Bewegung der Erde gegen den ruhenden Äther zu bestimmen, obwohl die Genauigkeit des Experiments ausreichend war, um den nach der bisherigen Theorie erwarteten Effekt festzustellen. Zur Rettung des Ätherbegriffs schlug G. F. Fitzgerald und unabhängig von ihm Lorentz die Hypothese vor, dass sich materielle Objekte in ihrer Bewegungsrichtung um den Faktor  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  verkürzen (Lorentz-Fitzgerald-Kontraktion). Mit dieser Annahme konnte man das Null-Resultat des Michelson-Versuchs deuten.<sup>2)</sup> Für Lorentz und auch für Poincaré stellte sich nun das Problem, wie man die Kontraktion selbst durch ein Modell der Materie erklären sollte. Zu bemerken ist, dass auch bei Einstein eine Kontraktion der Längen vorkommt. Diese bedarf jedoch keiner Erklärung durch ein Modell, da sie sich nach dem Relativitätsprinzip allein als Folge des Standpunktes des Beobachters ergibt. Lorentz dagegen gab eine Erklärung der Kontraktion durch ein elektromagnetisches Modell der Materie. Diese Elektronentheorie der Materie wurde in der Arbeit von 1904 dargelegt. In dieser Arbeit ist die Lorentz-Transformation enthalten, auch die Transformation für die elektromagnetischen Feldstärken  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$ . Neben der absoluten Zeit führte Lorentz eine *Ortszeit*  $t'$  ein, betrachtete dies aber als mathematischen Kunstgriff. Er versuchte nicht, der Ortszeit irgendeine experimentelle Bedeutung zu geben.

---

<sup>1)</sup> H. A. Lorentz, Proc. Acad. Sc. Amsterdam 6, 809 (1904);  
H. Poincaré, Comp. Rend. 140, 1504 (1905) und Rendiconti Circolo Mat. Palermo 21, 129 (1906);  
A. Einstein, Ann. Physik 17, 891 (1905).  
Die Arbeiten von Lorentz und Einstein sind abgedruckt in dem Sammelband: H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski, Das Relativitätsprinzip, 1913, Neudruck Darmstadt 1958. Eine kommentierte englische Übersetzung wesentlicher Teile der Arbeit von Poincaré (Rendiconti) findet man in H. M. Schwarz, Am. J. Phys. 39, 1287 (1971), 40, 862 u. 1282 (1972).

<sup>2)</sup> Die Lorentz'sche Kontraktionshypothese widerspricht jedoch dem Relativitätsprinzip. Lorentz und Fitzgerald glaubten an eine absolute Ruhelänge, die jedem bewegten Objekt zukommt. Die Verkürzung bewegter Maßstäbe ist hier kein reziproker Effekt wie in der Relativitätstheorie und könnte im Prinzip dazu dienen, ein absolut ruhendes Bezugssystem festzustellen. Das ist aber nach aller Erfahrung nicht möglich.

Der physikalische Sinn der Transformationsgleichungen blieb dunkel. Lorentz hielt noch 1910 an dem Begriff des ruhenden Äthers fest und hat schließlich die absolute Gleichzeitigkeit nur zögernd aufgegeben.

In seinem Vortrag beim Internationalen Kongreß der Künste und Wissenschaften in St. Louis (1904) gab H. Poincaré eine klare Formulierung des Relativitätsprinzips. „Das Relativitätsprinzip sagt, dass die Gesetze physikalischer Phänomene sowohl für einen ruhenden als auch für einen in gleichförmige Bewegung versetzten Beobachter dieselben sein sollten; das heißt, dass wir kein Urteil darüber haben und auch gar nicht haben können, ob wir uns nun in einer solchen Bewegung befinde oder nicht.“<sup>3)</sup> Sein Denken ist jedoch von dem Einsteins verschieden. Poincaré kannte die Lorentz'sche Arbeit von 1904 und nach seiner Ansicht sollte das Relativitätsprinzip erklärt werden, etwa wie Lorentz es mit der dynamischen Erklärung der Lorentz-Kontraktion versucht hatte. Allerdings wies er auch auf die zu große Zahl willkürlicher Hypothesen bei Lorentz hin. Poincaré deutete auch an, dass eine *neue Mechanik* anstelle der Newton'schen Mechanik gefunden werden müsste. Die neue Mechanik wurde jedoch nicht von ihm formuliert, sie blieb ein Programm. Mit seiner Feststellung, dass die Lorentz-Transformationen eine Gruppe bilden, lieferte Poincaré einen bleibenden Beitrag zur Relativitätstheorie. In der Arbeit von 1905 prägte er den Namen *Lorentz-Transformation* und *Lorentz-Gruppe* und zeigte die Invarianz der Maxwell'schen Gleichungen (in Vakuum) gegenüber Lorentz-Transformationen. Er konnte die Maxwell-Gleichungen aus einem invarianten Wirkungsprinzip ableiten. Poincaré fand auch die Interpretation der Lorentz-Transformationen als Drehungen im vierdimensionalen Euklidischen Raum mit den Koordinaten  $x, y, z, ict$ .

Den entscheidenden Beitrag aber lieferte A. Einstein<sup>4)</sup> in seiner berühmten Arbeit „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“, Ann. Physik 17, 891-921 (1905). Nach dem heutigen Stand der Kenntnisse, darf man davon ausgehen, dass Einstein weder die Lorentz'sche Arbeit (1904) noch Poincarés Artikel (1905) kannte.<sup>5)</sup> Für Einstein erweist sich die Einführung eines *Lichtäthers* als überflüssig. Er geht davon aus, dass alle Versuche, eine absolute Bewegung relativ zum Äther festzustellen, fehlgeschlagen sind.<sup>6)</sup> Dies rechtfertigt die Forderung, dass die Äquivalenz gleichförmig bewegter Bezugssysteme, gültig in der Newton'schen Mechanik, *universelle* Gültigkeit haben sollte (Einstein'sches Relativitätsprinzip).

<sup>3)</sup> H. Poincaré, Bulletin Sc. Mathem. 28, 302 (1905); mit geringen Änderungen übersetzt in: H. Poincaré, Wert der Wissenschaft, Leipzig und Berlin 1910, S. 128–150.

<sup>4)</sup> Einen ausführlichen Beitrag zur wissenschaftlichen, philosophischen und historischen Analyse der Entwicklung von Einsteins Relativitätstheorie im Zeitraum von 1905 bis 1911 finde man in dem inhaltsreichen Band von A. I. Miller: „Albert Einstein's Special Theory of Relativity, Emergence (1905) and Early Interpretation (1905–1911)“, Addison-Wesley, Reading 1981. Auch sei hier auf das hervorragende Buch von A. Pais hingewiesen: A. Pais: „Raffinier ist der Herrgott ...“: Albert Einstein – Eine wissenschaftliche Biographie, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1986. Ausführlich und lesenswert ist ferner: A. Fölsing: „Albert Einstein. Eine Biographie“, Surkamp Verlag, Frankfurt am Main 1993/1995.

<sup>5)</sup> G. Holton, Am. J. Phys. 28, 627 (1960).

<sup>6)</sup> Das Experiment von Michelson und Morley wird dabei nicht erwähnt.

Hervorzuheben ist, dass bei Einstein das Relativitätsprinzip zur axiomatischen Grundlage der Theorie gehört. Die daraus abzuleitenden Folgerungen sollen mit dem Experiment verglichen werden.

Als zweite Annahme kommt hinzu, dass die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum in allen gleichförmig zueinander bewegten Bezugssystemen gleich groß ist. Sie ist eine universelle Konstante, d. h., sie ist unabhängig von der Geschwindigkeit der gleichförmig bewegten Lichtquelle relativ zum Beobachter. Einstein gibt keine detaillierte Begründung für die Gültigkeit dieser Postulate, sondern stellt lediglich fest, dass diese Annahmen aufgrund der Tatsachen universell erfüllt sind. Diese beiden Feststellungen sind nur scheinbar im Widerspruch wegen der traditionellen und unbegründeten Annahme, dass der Begriff der Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse absolute Bedeutung besitzt. In der Newton'schen Physik könnte man in einem Gedankenexperiment einen Lichtstrahl einholen. Wegen der einfachen Addition der Geschwindigkeiten wäre die Lichtgeschwindigkeit für Beobachter in relativ zueinander bewegten Bezugssystemen durchaus verschieden. Dies kann vermieden werden, indem man den Begriff der absoluten Zeit aufgibt. Damit entfällt auch der scheinbare Gegensatz zwischen beiden Hypothesen, die genügen, um zu einer widerspruchsfreien Elektrodynamik bewegter Körper zu gelangen.

Einstein analysiert die Definitio der Gleichzeitigkeit mithilfe von Messvorschriften. Wenn man die zur Zeitmessung benutzten Uhren mithilfe von Lichtsignalen eicht, stellt man fest, dass Ereignisse, die in einem Bezugssystem  $K$  gleichzeitig sind, in einem dazu gleichförmig bewegten System  $K'$  nicht mehr gleichzeitig sind. Man hat die in der Newton'schen Physik gültige Relation  $t = t'$  aufzugeben. Aus den obigen Postulaten wird die Lorentz-Transformation abgeleitet, Längenkontraktion der Maßstäbe und Zeitdilatation der Uhren werden diskutiert. In Einsteins Theorie ist allerdings die Längenkontraktion kein Bestandteil irgendeines besonderen Modells der Kräfte, welche die Materie zusammenhalten, sondern gehört zur Definitio der Länge. Ebenso gehört die Zeitdilatation zur Definitio der Zeit. Das neue Gesetz zur Addition von Geschwindigkeiten wird abgeleitet, demzufolge ein Lichtstrahl nicht mehr eingeholt werden kann. Die Transformationsgleichungen für das elektromagnetische Feld werden angegeben, Doppler-Effekt und Aberration des Lichts erklärt. Die Dynamik des Elektrons wird beschrieben, Folgerungen hinsichtlich der Bewegung eines Elektrons in einem konstanten elektrischen und magnetischen Feld werden gezogen. Die berühmte Relation  $E_0 = mc^2$  ist hier explizit noch nicht enthalten, sondern tritt in der späteren Arbeit auf: „Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?“ (Ann. Physik 18, 639–641 (1905)).

Zusammenfassend darf man wohl feststellen: „Den Anfang zur speziellen Relativitätstheorie machte H. A. Lorentz, die physikalische Grundlage und den physikalischen Gehalt zeigte A. Einstein, die mathematische Struktur ist bei H. Poincaré am klarsten.“<sup>7)</sup>

---

<sup>7)</sup> F. Hund, Geschichte der physikalischen Begriffe, Teil 2, 2. Aufl. Mannheim 1978, S.70.

Aus heutiger Sicht, so könnte man meinen, müssen die neuen Gedanken Einsteins allgemein wie eine Erleuchtung, wie die Zerschlagung des Gordischen Knotens gewirkt haben. Doch stellte sich eine Wirkung erst vereinzelt und zögernd ein. Einsteins Ideen lösten jedenfalls zunächst keine Vielzahl anderer Beiträge zu diesem Thema aus. Dies begann erst nach etwa vier Jahren. Es war Max Planck (1858–1947), der offenbar sofort die Bedeutung der Einstein'schen Arbeiten erkannte. Er gab bereits 1906 die Lagrange-Funktion der relativistischen Mechanik in der noch heute benutzten Form an.

Poincaré selbst äußerte später Zweifel am Relativitätsprinzip. Unter dem Eindruck der frühen experimentellen Ergebnisse von W. Kaufmann zur spezifische Ladung schnell bewegter Elektronen schrieb Poincaré 1906: „Das Relativitätsprinzip braucht durchaus nicht die umfassende Bedeutung zu haben, die man ihm zugeschrieben hat.“<sup>8)</sup> Bis zu seinem Tode (1912) befasste er sich häufi mit dem Relativitätsprinzip, ohne jedoch den Einstein'schen Beitrag in seinen Arbeiten zu würdigen. H. A. Lorentz stimmte nach und nach der Relativitätstheorie immer mehr zu.

Als bedeutender Beitrag zur weiteren Entwicklung der Relativitätstheorie ist die kovariante Formulierung von Hermann Minkowski (1864–1909) anzusehen. Er benutzte das vierdimensionale Raum-Zeit-Kontinuum und zeigte, dass sich die Einstein'sche Theorie besonders einfach in der Sprache der pseudoeuklidischen Geometrie (Minkowski-Raum) ausdrücken ließ. Bei der Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte 1908 in Köln hielt Minkowski einen mehr populären Vortrag über „Raum und Zeit“, der große Beachtung fand und der Relativitätstheorie weithin Geltung verschaffte.<sup>9)</sup> In seinen Lebenserinnerungen bemerkt Max Born (1882–1970) über seinen damaligen Lehrer H. Minkowski: „Später sagte er mir, dass es ein großer Schock für ihn war, als Einstein seine Abhandlung veröffentlichte, in der die Gleichwertigkeit der verschiedenen Raumzeiten für sich relativ zueinander bewegende Beobachter verkündet wurde, da er unabhängig davon zu den gleichen Ergebnissen gekommen war. Er hatte sie nur nicht veröffentlicht, da er zuvor die mathematische Struktur in ihrer ganzen Pracht ausarbeiten wollte.“<sup>10)</sup>

Der große Experimentator Albert Michelson (1852–1931) konnte sich mit der Relativitätstheorie nicht befreunden. Wie sich Einstein später erinnerte, hat Michelson beim einzigen Zusammentreffen mit Einstein im Jahre 1931 ihm gegenüber geäußert, er bedaure es ein wenig, dass seine eigenen Arbeiten dieses *Monstrum* in Gang gesetzt hätten.<sup>11)</sup>

Damit kommen wir zu der Frage, ob das Michelson-Morley-Experiment wirklich Grundstein und Ausgangspunkt von Einsteins Relativitätstheorie gewesen ist, wie es in vielen Lehrbüchern dargestellt wird. In Einsteins Arbeit von 1905 wird jeden-

<sup>8)</sup> Zitiert in S. Goldberg, Am. J. Phys. 35, 934 (1967).

<sup>9)</sup> H. Minkowski, Phys. Z. 10, 104 (1909); auch abgedruckt im Sammelband „Das Relativitätsprinzip“, l.c., S.54

<sup>10)</sup> M. Born, Mein Leben, Nymphenburger Verlagshandlung, München 1975, S. 186

<sup>11)</sup> G. Holton, Am. J. Phys. 37, 968 (1969)

falls weder das Experiment erwähnt noch auf andere Literaturquellen hingewiesen. Einstein, der die Bedeutung des Michelson-Experiments durchaus gewürdigt hat, nimmt selbst in einem Brief (1954) hierzu Stellung: „Auf meine eigene Entwicklung hat Michelsons Resultat keinen besonderen Einfluss gehabt. Ich erinnere mich nicht einmal, ob ich von all dem wusste, als ich meine erste Arbeit schrieb (1905). Das erklärt sich daraus, dass ich aus vielen Gründen fest davon überzeugt war, dass es keine absolute Bewegung gibt, und mein Problem war nur, wie dies mit unserem Wissen über die Elektrodynamik vereinbart werden könnte. So lässt sich verstehen, warum Michelsons Experiment in meinen persönlichen Bemühungen keine oder zumindest keine bestimmende Rolle spielte.“<sup>12)</sup>

Die Zeitgenossen Einsteins waren jedoch über den Ausgang des Michelson-Versuchs sehr erstaunt. Die Ätherhypothese geriet dadurch ins Wanken. Es ist aber ein unnötiger Umweg, etwa die historischen Irrtümer nachvollziehen zu wollen, indem man zunächst den unrealistischen Begriff des ruhenden Äthers einführt, um ihn schließlich wieder zu eliminieren. Außerdem müsste man dazu noch weitere Experimente heranziehen. Auch aus diesem Grunde, und nicht nur aus historischer Sicht, ist der Michelson-Versuch nicht das allein entscheidende Experiment. Man kann nicht aus dem Michelson-Versuch die Relativitätstheorie deduzieren.

Allgemeiner bemerkt Einstein in seinem Artikel „Prinzipien der Forschung“ zu diesem Problem: „Höchste Aufgabe der Physiker ist also das Aufsuchen jener allgemeinsten elementaren Gesetze, aus denen durch reine Deduktion das Weltbild zu gewinnen ist. Zu diesen elementaren Gesetzen führt kein logischer Weg, sondern nur die auf Einfühlung in die Erfahrung sich stützende Intuition.“<sup>13)</sup>

Wir werden also im Folgenden vom Einstein'schen Relativitätsprinzip allein ausgehen, um daraus die spezielle Relativitätstheorie zu entwickeln.



---

<sup>12)</sup> Der vollständige Wortlaut des Briefes an Davenport ist in der zitierten Arbeit von G. Holton (1969) zu finden. Weitere Einzelheiten enthält das Kapitel „Einstein, Michelson und das experimentum crucis“ in den historischen Studien von G. Holton: Thematische Analyse der Wissenschaft, die Physik Einsteins und seiner Zeit, Suhrkamp Taschenbuch Verlag (stw 293). Frankfurt/M. 1981.

<sup>13)</sup> A. Einstein, Mein Weltbild (Hrsg. C. Seelig) Frankfurt/M. 1955 (Ullstein Buch Nr. 65) S.109.





# 3 Physikalische und begriffliche Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie

## 3.1 Die Hypothesen der Newton'schen Mechanik

Bei der Formulierung der Newton'schen Mechanik, in deren Mittelpunkt das Newton'sche Bewegungsgesetz steht

$$\frac{d}{dt} \left( m \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \vec{F} \quad (3.1)$$

gehen außer den bekannten Newton'schen Axiomen eine Anzahl weiterer Annahmen ein. Diese werden oft nicht ausdrücklich erwähnt, da man sie sozusagen für selbstverständlich hält.<sup>1)</sup> Durch die spezielle Relativitätstheorie werden aber einige dieser Hypothesen abgeändert. Deshalb sollen diese kurz erläutert werden.

Im dreidimensionalen Raum mit euklidischer Geometrie führt man rechtwinklige kartesische Koordinaten ein, welche die Lage des sich nach dem Gesetz (3.1) bewegenden Teilchens beschreiben. Der Raum ist isotrop und homogen. Für die vorkommenden Vektoren gelten Vektoralgebra und Vektoranalysis. Unter allen möglichen sich relativ zueinander beliebig bewegenden Koordinatensystemen ist eine Klasse besonders ausgezeichnet. In dieser Klasse von Koordinatensystemen, die Inertialsysteme genannt werden, gilt das Galilei'sche Trägheitsgesetz (Newtons Lex prima). Nur in einem Inertialsystem, das man auch als unbeschleunigtes System beschreiben kann, bleibt ein Körper, auf den keine eingepprägten Kräfte wirken ( $\vec{F} = 0$ ), im Zustand der Ruhe oder der Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit. Es ist zweckmäßig, die physikalischen Gesetze (etwa das Newton'sche Bewegungsgesetz) auf ein Inertialsystem zu beziehen, weil sie darin ihre einfachste Form annehmen. So gilt das Newton'sche Bewegungsgesetz in der einfachen Form (3.1) nur in einem Inertialsystem. Als Beispiel für ein Inertialsystem mag ein Raumschiff in schwerelosem Zustand mit abgestellten Triebwerken und ohne Eigendrehung dienen. Ein dazu beschleunigtes System ist kein Inertialsystem. In solchen Systemen gilt eine der Gleichung (3.1) ähnliche Beziehung. Zur eingepprägten Kraft  $\vec{F}$  treten dann noch Scheinkräfte hinzu, die man auch als Trägheitskräfte bezeichnet (z. B. Zentrifugalkraft, Corioliskraft). Ein mit der Erde fest verbundenes Koordinatensystem ist genau genommen kein Inertialsystem, weil die Erde rotiert und sich um die Sonne bewegt. Auch die Sonne bewegt sich auf einer Bahn um den Mittelpunkt der Galaxis. Doch kann man in der Praxis oft die kleinen Effekte der Erdrotation und der Bahnbewegung der Erde, oder der Bewegung der

---

<sup>1)</sup> Zum *gesunden Menschenverstand*, den man hier anführen könnte, sei die zugespitzte Formulierung von A. Einstein zitiert: „Der gesunde Menschenverstand – das sind all die Vorurteile, die sich bis zum achtzehnten Lebensjahr im Bewusstsein ausgebildet haben.“

Sonne (Fixsterne) vernachlässigen. So kann ein mit der Erde, Sonne (Fixsternen) verbundenes Koordinatensystem (näherungsweise) als Inertialsystem angesehen werden. Beispiele für Situationen, in denen man die zusätzlichen Trägheitskräfte beachten muss, sind der Foucaultsche Pendelversuch und die durch die Erddrehung bedingte Ablenkung eines aus großer Höhe frei fallenden Körpers.

Die zweite Annahme betrifft die Zeit. Man führt in der Newton'schen Mechanik eine absolute Zeitskala ein, die in allen relativ zueinander bewegten Koordinatensystemen verwendet werden kann. Dann hat auch die Aussage, dass zwei Ereignisse gleichzeitig stattfinden absolute Bedeutung. Der Begriff der Gleichzeitigkeit ist wichtig, denn um die Länge eines bewegten Maßstabes zu messen, muss man im ruhenden System Anfang und Ende des Maßstabes gleichzeitig markieren. Dies ist wesentlich für die Definition der Länge eines bewegten Körpers. In der Relativitätstheorie wird die Hypothese der absoluten Zeit aufgegeben.

Es wird weiterhin angenommen, dass beim Übergang zu einem anderen Koordinatensystem die im Newton'schen Bewegungsgesetz (3.1) vorkommende Masse unverändert bleibt, d. h., dass sie eine invariante Größe ist. In der relativistischen Mechanik ist die Masse invariant gegenüber Poincaré-Transformationen.

### 3.2 Das Galilei'sche Relativitätsprinzip und seine Grenzen

Man kann nun leicht einsehen, dass alle gleichmäßig zueinander bewegten Inertialsysteme in der Newton'schen Mechanik gleichberechtigt sind. Ein absolut ruhendes Inertialsystem kann mithilfe rein mechanischer Vorgänge nicht festgestellt werden. Zum Beweis betrachtet man zwei Bezugssysteme  $K$  und  $K'$ , die sich relativ zueinander mit konstanter Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegen und deren Anfangslagen zur Zeit  $t = 0$  zusammenfallen. Die Koordinaten eines Punktes  $P$ , bezogen auf  $K'$  bzw.  $K$ , gehen durch die Galilei-Transformation auseinander hervor

$$\begin{aligned}\vec{x}' &= \vec{x} - \vec{v}t \\ t' &= t.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Weil die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  nicht von der Zeit abhängt und  $t = t'$  gilt (Hypothese der absoluten Zeit), sind die Beschleunigungen in beiden Bezugssystemen gleich

$$\frac{d^2\vec{x}'}{dt'^2} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2}.$$

Da ferner die Masse eine vom Bezugssystem unabhängige Konstante ist, folgt

$$\vec{F} = m \frac{d^2\vec{x}'}{dt'^2}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung kann aber als Definition der Kraft im System  $K'$  angesehen werden

$$\vec{F}' = m \frac{d^2\vec{x}'}{dt'^2}.$$

Man stellt also fest, dass die Gesetze der Mechanik in allen Bezugssystemen gleich lauten, die aus einem Inertialsystem durch Galilei-Transformationen hervorgehen. Dies ist das Relativitätsprinzip der Newton'schen Mechanik. Danach ist es nicht möglich, durch rein mechanische Versuche ein besonderes Inertialsystem (als ruhend) auszuzeichnen.

Die Galilei-Transformationen bilden eine Gruppe. Wir beschränken uns hier darauf, von den Gruppeneigenschaften nur die Verknüpfung zweier durch die Geschwindigkeiten  $\vec{v}_1$  und  $\vec{v}_2$  gekennzeichneten Gruppenelemente anzugeben. Die Ausführung der Transformationen

$$\begin{aligned}\vec{x}' &= \vec{x} - \vec{v}_1 t, & t' &= t \\ \vec{x}'' &= \vec{x}' - \vec{v}_2 t', & t'' &= t'\end{aligned}$$

hintereinander ergibt wieder ein Element der Gruppe

$$\vec{x}'' = \vec{x} - \vec{v} t, \quad t'' = t$$

das durch die Geschwindigkeit  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$  bestimmt ist. Dies ist die in der Newton'schen Mechanik gültige Addition der Geschwindigkeiten.

Die bei allen Transformationen einer Gruppe ungeänderten Größen bezeichnet man als Invarianten der Transformationsgruppe. So ist z. B. die oben eingeführte Masse eine Invariante der Galilei-Gruppe. Wie wir vorhin gesehen haben, ändert das Newton'sche Gesetz bei Anwendung von Galilei-Transformationen seine Form nicht, es ist unter diesen Transformationen kovariant (forminvariant). Das Galilei'sche Relativitätsprinzip (oder besser Invarianzprinzip) kann somit formal durch die Forderung ausgedrückt werden, dass die Gesetze der Mechanik (oder möglicherweise einer anderen Theorie) unter den Transformationen der Galilei-Gruppe kovariant sein müssen.

Das so formulierte Invarianzprinzip ist zunächst auf die Newton'sche Mechanik beschränkt, die Gesetze der Elektrodynamik etwa sind nicht einbezogen. Nun interessieren in der Physik aber universelle Prinzipien. Kann das Galilei'sche Invarianzprinzip als universell angesehen werden? Die Antwort ist nein. Um uns davon zu überzeugen, wollen wir die beiden damit unmittelbar zusammenhängenden Fragen untersuchen: Gilt die Newton'sche Mechanik bei großen Geschwindigkeiten? Ist die Elektrodynamik kovariant unter Galilei-Transformationen?

1) Zum Test der Mechanik bei großen Geschwindigkeiten betrachten wir einen Versuch, bei dem Elektronen in einem Linearbeschleuniger durch Anlegen von Hochspannungen (MeV) auf sehr hohe Geschwindigkeiten gebracht werden können. Nachdem die Elektronen der Ladung  $e$  im Beschleuniger eine bestimmte Potenzialdifferenz  $\varphi$  durchlaufen haben, besitzen sie die kinetische Energie  $E_{\text{kin}} = e\varphi$  (MeV). Den anschließenden Driftraum der Länge  $l$  durchfliegen die Elektronen in der Zeit  $t$ , die folgendermaßen gemessen wird. Zwei am Anfang bzw. am Ende des Driftraums angebrachte Elektroden nehmen beim Ein- bzw. Austritt der geladenen Teilchen elektrische Impulse auf. Diese werden über gleich lange Kabel zu einem Katodenstrahloszillographen geleitet. Die Übertragungszeit