

Stöcker

**Taschenbuch
mathematischer
Formeln und
moderner Verfahren**



Mit CD-ROM
DeskTop Mathematik

Verlag
Harri
Deutsch



Funktion $f(x)$, Ableitung $f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$ und Stammfunktion $\int f(x) dx = F(x) + C$

$f'(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$F(x)$
0	c	cx	e^x	e^x	e^x
1	x	$\frac{1}{2}x^2$	e^{ax}	$\frac{1}{a}e^{ax}$	$\frac{1}{a^2}e^{ax}$
x^n	$\frac{1}{n+1}x^{n+1}$	$\frac{1}{n+2}x^{n+2}$	$\frac{1}{x}$	$\ln x $	$\frac{1}{2}(\ln x)^2$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $	$\frac{1}{2}(\ln x)^2$	$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$	$\frac{1}{2x^2}$
$\cos(ax)$	$\sin(ax)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{2}(\arcsin(x))^2$
$\sin(ax)$	$-\cos(ax)$	$\frac{1}{a}\sin(ax)$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\operatorname{arctanh}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arctanh}(x))^2$
$\frac{1}{\cos(ax)}$	$\frac{1}{a}\ln \sec(ax) + \tan(ax) $	$-\frac{1}{2a}\ln \sec(ax) + \tan(ax) $	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{arcsin}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arcsin}(x))^2$
$\frac{1}{\sin(ax)}$	$-\frac{1}{a}\ln \csc(ax) + \cot(ax) $	$\frac{1}{2a}\ln \csc(ax) + \cot(ax) $	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\operatorname{arctanh}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arctanh}(x))^2$
$\cos(ax)$	$\frac{1}{a}\sin(ax)$	$-\frac{1}{a^2}\cos(ax)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{arcsin}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arcsin}(x))^2$
$\sin(ax)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax)$	$\frac{1}{a^2}\sin(ax)$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\operatorname{arctanh}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arctanh}(x))^2$
$\frac{1}{\cos(ax)}$	$\frac{1}{a}\ln \sec(ax) + \tan(ax) $	$-\frac{1}{2a}\ln \sec(ax) + \tan(ax) $	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{arcsin}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arcsin}(x))^2$
$\frac{1}{\sin(ax)}$	$-\frac{1}{a}\ln \csc(ax) + \cot(ax) $	$\frac{1}{2a}\ln \csc(ax) + \cot(ax) $	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\operatorname{arctanh}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arctanh}(x))^2$

Differentiations- und Integrationsregeln

Konstante	$f' = \frac{d}{dx} c = 0$	Konstante	$\int c dx = \int c dx$
Leitungs	$\frac{d}{dx} \left(\int f dx \right) = f(x)$	Produkt	$\int (f \cdot g)' dx = \int f'g + fg' dx$
Konstante	$(c \cdot f)' = c \cdot f'$	Konstante	$\int c \cdot f dx = c \cdot \int f dx$
Summe	$(f \pm g)' = f' \pm g'$	Summe	$\int (f \pm g) dx = \int f dx \pm \int g dx$
Produkt	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$	partielle Integration	$\int f'g + fg' dx = \int f'g dx + \int fg' dx$
Kettenregel	$(f(g(x)))' = \frac{df}{dg} \cdot f'(g)$	Substitution	$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(u) du$
Logarithm	$(f^x)' = x \cdot f^{x-1} \cdot f'$	Logarithm-Integration	$\int \frac{f'}{f} dx = \ln f + C$

Weitere Regeln

Quotient	$\left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$	Integrale	$\int_a^b f dx + \int_b^c f dx = \int_a^c f dx$
Umkehrfunktion	$(f^{-1})' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))} \cdot 1 = \frac{1}{f'(x)}$	Vertauschen	$\int_a^b f dx = -\int_b^a f dx$
Nullprodukt	$(f \cdot g)' = f'g + fg' = f'g$	f-Integration	$\int f'(x) \cdot f(x) dx = \frac{1}{2} f^2(x) + C$
Derivate	$(f \cdot g)' = f'g + fg' = f'g$		

1	Zahlenrechnen (Arithmetik und Numerik)	1	→
2	Gleichungen und Ungleichungen (Algebra)	34	→
3	Geometrie und Trigonometrie der Ebene	54	→
4	Geometrie des Raumes	84	→
5	Funktionen	102	→
6	Vektorrechnung	291	→
7	Koordinatensysteme	307	→
8	Analytische Geometrie	331	→
9	Matrizen, Determinanten und lineare Gleichungssysteme	358	→
10	Boolesche Algebra – Anwendung in der Schaltalgebra	413	→
11	Graphen und Algorithmen	425	→
12	Differentialrechnung	430	→
13	Differentialgeometrie	451	→
14	Unendliche Reihen	462	→
15	Integralrechnung	475	→
16	Vektoranalysis	509	→
17	Komplexe Variablen und Funktionen	526	→
18	Differentialgleichungen	552	→
19	Fourier-Transformation	588	→
20	Laplace- und z-Transformation	624	→
21	Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik	656	→
22	Fuzzy-Logik	719	→
23	Neuronale Netze	740	→
24	Nutzung von Computern	751	→
25	Integraltafeln	816	→
26	Sachwortverzeichnis	850	→

**Taschenbuch
mathematischer Formeln
und moderner Verfahren**

Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren

Herausgegeben von
Prof. Dr. Horst Stöcker

Nachdruck der 4., korrigierten Auflage

Verlag
Harri
Deutsch



Professor Dr. Horst Stöcker

Judah M. Eisenberg Professor Laureatus an der Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt am Main.

Direktor und Senior Fellow des FIAS (Frankfurt Institute for Advanced Studies),

Gründungsdirektor der FIGSS (Frankfurt International Graduate School of Sciences)

Seit August 2007 Wissenschaftlicher Geschäftsführer der GSI (Gesellschaft für Schwerionenforschung)

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen
Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-8171-1811-3 (Buch)

ISBN 978-3-8171-1812-0 (Buch mit CD-ROM)

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches – oder von
Teilen daraus – sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages
in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren; auch nicht für Zwecke der Unter-
richtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, stored, repro-
duziert oder in irgendeiner Weise verbreitet werden. Zitiert-
fassungen unterliegen der Selbstbestimmung der Urheberrechtsinhaber.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig revidiert. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag
für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Ver-
antwortung.

Nachdruck der 4. korrigierten Auflage 1999, 2003, 2007

© Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft GmbH, Frankfurt am Main, 2007

Name, Nameerstellung Dr. Naake, Brand-Erbstadt / www.naake-satz.de

Druck: Clausen & Boss, Jena

Printed in Germany

Koordinator (und die von ihm bestellten Kapitel)

Gesamtdurchsicht für die 4. Auflage

Prof. Dr.-Ing. **Holger Lutz**, FH Gießen-Friedberg

Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Math. **Monika Lutz**, FH Gießen-Friedberg

Dipl.-Phys. **Jens Knopka**, Uni Frankfurt, (1 & 2) mit

Dr.-Ing. Dieter Zetsche, Mercedes-Benz AG, Stuttgart

Prof. Dr. Hermut Kothaus, Uni Homburg

Dr. **André Jahn**, Uni Frankfurt, (3 & 4) mit

Priv.-Doz. Dr. Hans Babovsky, Uni Kaiserslautern

Dipl.-Phys. Nina Flach, Dresden

Prof. Dr. Stefan Jümann, IIT Mannheim

Dr. **Christoph Hartmann**, Ecole IN Mers und Schwach Nyon, (5 & 16) mit

Dipl.-Phys. Soeren Haas, Uni Frankfurt

Prof. Dr.-Ing. Klaus Frenn, FH Rheinland-Phils, Abt. Kunststoffen

Dr. **Jürgen Schaffner**, Nibel-Büro Institut, Kempten, (6-8 & 12-15) mit

Dr. **Mario Vidovic**, Uni Frankfurt

Prof. Dr.-Ing. Holger Lutz, FH Gießen-Friedberg

Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Math. **Monika Lutz**, FH Gießen-Friedberg

Prof. Dr. **Horst Stücker**, Uni Frankfurt, (9) mit

Dr. Christian Hofmann, TU Dresden

Dipl.-Ing. Holger Kutz, Mauer AG, Oberndorf

Dr. **Klaus Rannich**, Uni Frankfurt, (10 & 24) mit

Dipl.-Inform. Ingo Rannich, Uni Frankfurt

Prof. Dr. Wilfried Richter, Uni GH Paderborn

Prof. Dr. **Stefried Fuchs**, Dresden, (11 & 14) mit

Dr. **Raffaele Mattiello**, Uni Frankfurt

Prof. Dr. Georg Terstapski, FH Rheinland-Phils, Abt. Kunststoffen

Dr. **Dirk Rischke**, Columbia University, New York, (17) mit

Prof. Dr. Rudolf Pöhl, FH Frankfurt

Dr. **Thomas Schönfeld**, Uni Frankfurt, (18) mit

Prof. Dr. Wilhelm Wenzel, FH Heilbronn, Außenstelle Kempten

Dr. **Volker Blum**, Schwarzart & Partner, Köln, (19 & 20) mit

Dipl.-Phys. **Christoph Best**, Uni Frankfurt

Phys. Techn. Ass. Axel Smoll, NTA 1100

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Weinst, IHT-Garmisch

Prof. Dr. **Adolf Grauel**, Uni GH Paderborn, (22)

Dipl.-Phys. **Arnd Bischoff**, Uni Frankfurt, (23) mit

Prof. Dr. Bernd Schömann, Siemens AG

Dipl.-Phys. **Markus Hofmann**, Uni Frankfurt, (24) mit

Dipl.-Phys. Christian Späth, Uni Frankfurt

Prof. Dr. Günter Flöck, Dresden

Dipl.-Phys. **Luke Wöckelmann**, Uni Frankfurt, (25) mit

Prof. Dipl.-Ing. Jürgen Weitzel, FH der Techn. Obering.

Mitteilungen von

- Dipl. Phys. Thomas Achenbach, FTZ, Teichkorn, Darmstadt;
Prof. Dr. Jürgen Altmacht, Mathematische Fachhochschule,
Prof. Dr. V. Baumgärtner, HTW des Saarlandes, Saarbrücken;
Dipl. Phys. Marcus Blücher, Uni Frankfurt;
Prof. Dr. Gertfried Brüche, Fachhochschule Lappe;
Dipl.-Ing. Gerd Brunkmann, Leipzig;
Dr. Gerd Buschold, Henschel AG;
Prof. Dr. H. Carl, FH Biberach;
Prof. Dr. A. Dobrinski, Rheinische FH Köln;
Dipl. Phys. Adrian Dümmler, Uni Frankfurt;
Dipl. Phys. Ulrich Eickmann, Uni Frankfurt;
Dr. Norbert Fleischer, Miskau;
Prof. Dr. W. Glaser, FH Jena;
Prof. Günter Geil, FH Karlsruhe;
Dipl. Phys. Harald Geil, Uni Frankfurt;
Prof. E. Groth, FH Hamburg;
Prof. Dr. M. Herrmann, Uni Jena;
Prof. Dr. W. Hoyer, FH Ravensburg-Weingarten;
Dipl.-Ingenieur Jürgen Hölzer, TU München;
Dr. Kyong Ho Kong, Uni Frankfurt;
Prof. Dr. K. Kurow, FH Rheinland Pfalz;
Dr. Andreas von Krosigk, Uni Frankfurt;
Prof. Dr. H.-J. Kröcker, Humboldt-Uni Berlin;
Prof. Dr. E. Lenzke, TU Chemnitz;
Dr. E. Lohrer, TU Chemnitz;
Gerhard Meering, Hannover;
Prof. Dr. H.D. Metz, GH Wuppertal;
Dipl.-Ing. Robert Mitzel, Studiengesellschaft, Haldbergstraße Oberursel;
Dr. Hans-Georg Reusch, Uni Münster;
Dipl. Phys. Matthias Rossmock, Uni Frankfurt;
Dr. Wolfgang Schäfer, Bosch Telegon, Frankfurt;
Dr. H.-J. Schell, TU Chemnitz;
Prof. Dr. Kh. Schillke, FH Krefeld;
Dr. Jani Stibnyak, JINR Dubna;
Prof. Dr. Peter Thaler, FH Flensburg;
Dr. Dirk Thümmel, Louisiana State University;
Prof. Dr. U. Wobal, TH Zwickau;

Was für wen?

Die Anwendung der Mathematik in den Ingenieur- und Naturwissenschaften wird heute (auch im Einsatz von Computern) zunehmend in Ausbildung und Praxis werden daher die Methoden der analytischen Mathematik zunehmend durch numerische, computergestützte Rechenverfahren ergänzt.

Das **Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren** ist nicht von zufälligen Hinweisen und doctri- naren, Wissenschaftlern (und in der Praxis oft beiden) Eigenheiten mit dessen Geistesgeist) angelehnt und zusammengefasst.

Das Taschenbuch versteht:

- elementare Schulmathematik
- Basiswissen für Abmaturierten und Abmaturierten, Fachoberschul- und Studienkräfte im Einzelstudium
- Aufbauwissen für langjährige Studierende
- den mathematischen Background für alle Ingenieur- und Wissenschaftlerberufe

Wozu?

- Komplettes Nachschlagewerk für die Berufspraxis
- als leicht verfügbare Informationsquelle für Klassen- und Prüfungen
- schneller Hilfen und beim Lösen von Problemen auf Übungsaufgaben

Was ist enthalten und wie wird es dargestellt?

- alle wichtigen Begriffe, Formeln, Regeln und Sätze
- zahlreiche Beispiele und praktische Anwendungen
- Hinweise auf Fehlerquellen, wichtige Tipps und Querbeziehungen
- analytische und numerische Lösungsverfahren im strikten Vergleich
- Programmsequenzen in PASCAL, C, FORTRAN

Struktur und Besonderheiten

Die Autoren gewannen die bestmögliche Informationsgröße und beschließen die bestmögliche Gestaltung des Taschenbuchs:

- systematisches Inhaltsverzeichnis
- Greifhilfen und leichte Leserechen für den schnellen Zugriff
- umfassendes Stichwortverzeichnis

Neuerungen und Überarbeitungen in der vierten Auflage

Graphen und Bäume, Wäpfel, Fuzzy-Logik, Neuronale Netze, Betriebssysteme sowie die Programmiersprachen PASCAL, C, C++, FORTRAN und eine Einführung in die Computergraphik mit MATHEMATICA und MAPLE.

Leserkontakt

Wir möchten auch Sie als Nutzer des Taschenbuchs hören: Vorschläge und Ergänzungen zu den Wirten sind willkommen.

Autoren und Verlag: Hans-Joachim Herr
Olmstraße 43
D-60496 Frankfurt am Main
E-Mail: info@hjberr.de
<http://www.hjberr.de>

Inhaltsverzeichnis

1	Zahlenrechnen / Arithmetik und Numerik	1
1.1	Mengen	1
	Übersetzung von Mengen	1
	Mengenoperationen	2
	Gesetze der Mengenlehre	3
	Abbildung und Funktion	4
1.2	Zahlensysteme	6
	Dekadisches Zahlensystem	6
	Weitere Zahlensysteme	6
	Übersetzung in Rechner	6
	Homer-Schema zur Zahlensystemumkehrung	7
1.3	Natürliche Zahlen	7
	Vollständige Induktion	8
	Vektoren und Euklid. Normierung	8
	Rechnung mit natürlichen Zahlen	8
1.4	Ganze Zahlen	11
1.5	Rationale Zahlen / pythagoräische Zahlen	11
	Dezimalbrüche	11
	Brüche	12
	Rechnen mit Brüchen	13
1.6	Rechnen mit Quotienten	14
	Prozent	14
	Doppelt	15
1.7	Fünfstufigere Rechnen	16
	Pyramidenrechnung	16
	Zins- und Zinseszins	17
	Tilgungsrechnung	18
	Rabattrechnung	17
	Abschreibung	17
1.8	Irrationale Zahlen	18
1.9	Reelle Zahlen	19
1.10	Komplexe Zahlen	19
	Körper der komplexen Zahlen	20
1.11	Rechnen mit reellen Zahlen	20
	Vermischen und Mischen	20
	Ordnungssysteme	21
	Intervalle	21
	Runde und Abschneiden	21
	Rechnen mit Intervallen	22
	Klammerung	22
	Addition und Subtraktion	24
	Satzesummen	24
	Multiplikation und Division	25
	Produktsummen	25
	Potenzen und Wurzeln	25
	Exponential- und Logarithmen	26
1.12	Binomischer Satz	27
	Binomische Formeln	27
	Binomialkoeffizienten	27

	Planisches Dreieck	51
	Eigenschaften der Binomialkoeffizienten	52
	Entwicklung von Potenzen von i -Potenzen	53
2	Gleichungen und Ungleichungen (Algebra)	54
2.1	Grundlegende algebraische Begriffe	54
	Nomenklatur	54
	Gruppen	55
	Ring	56
	Körper	56
	Vektorräume	56
	Algebra	57
2.2	Gleichungen mit einer Unbekannten	57
	Elementare Nullstellensatzformeln	57
	Übersicht der verschiedenen Gleichungsarten	58
2.3	Lineare Gleichungen	59
	Gewöhnliche lineare Gleichungen	59
	Lineare Gleichungen in gebrochener Form	59
	Lineare Gleichungen in ganzzahliger Form	59
2.4	Quadratische Gleichungen	59
	Quadratische Gleichungen in gebrochener Form	60
	Quadratische Gleichungen in ganzzahliger Form	60
2.5	Kubische Gleichungen	60
2.6	Gleichungen vierten Grades	61
	Algebraische Gleichung vierten Grades	62
	Binomische Gleichungen	62
	Systematische Gleichungen vierten Grades	62
2.7	Gleichungen beliebigen Grades	63
	Polynomdivision	63
2.8	Gebrochenrationale Gleichungen	64
2.9	Exakt lösbare Gleichungen	65
	Wurdegleichungen	64
	Permutationen	67
2.10	Transzendente Gleichungen	67
	Exponentialgleichungen	67
	Logarithmische Gleichungen	68
	Trigonometrische (goniometrische) Gleichungen	68
2.11	Gleichungen mit mehreren	68
	Gleichung mit einem Betragswort	67
	Gleichungen mit mehreren Betragswörtern	67
2.12	Logikgleichungen	68
	Aussagenumformungen für Logikgleichungen	68
	Addition und Multiplikation von Logikgleichungen	68
2.13	Numerische Lösung von Gleichungen	68
	Grafische Lösung	68
	Iterative Näherung	70
	Störkoeffizienten und Regeln für	70
	Newton-Verfahren	71
	Störkoeffizienten	72
3	Geometrie und Trigonometrie der Ebene	74
3.1	Geometrie	74
3.2	Grundformeln	75
	Streckenverhältnisse	75

	Wirkstoffwirkung	13
	Stärke	16
	Leb	16
	Prozess in getriggertem Aktus	16
	Prozess durch physikalisches Fakt.	16
2.1	Wärme	16
	Wärmeleitung	16
	Wärmeübertrag.	17
	Wärme im Festkörper	17
2.4	Ärztliche und Stillschaltung	19
	Stillschaltung	19
	Stillschaltung	19
	Mittelwerte	19
	Stärke, Leistung (Gesamt-Schnitt)	19
2.2	Druck	21
	Kompression	21
	Abschließung von Drücken	21
	Druckkompression	22
	Berechnung kompressibilisierter Drücke	22
	Berechnung zweier beteiligten Drücke	24
	Wärme- und Schwerkraftwirkungen im Druck	24
	Höhe	26
	Wirkstoffwirkung	26
	Kompression	27
	Mittelschwerer, Intern, Druck, Art, etc.	27
	Druckkräfte	28
	Verdichtungs- oder des Physikal.	28
	Wärmebeziehungen	28
	Stärke	28
	Kompression	28
	Temperatur	28
	Wärmeübertrag.	28
	Mittelschwerer, Intern, Druck, etc.	28
	Stärke	28
	Geschwindigkeit Druck	28
	Geschwindigkeit Druck	28
	Rechnung im Druck	28
	Stärke, Druck	28
	Stärke, Druck	28
	Kompression	28
	Mittelschwerer	28
2.6	Stärke	28
	Allgemeines Gesetz	28
	Temperatur	28
	Physikalische	28
	Rechnung (Rechnung)	28
	Rechnung	28
	Leistung	28
	Stärke, Druck	28
	Temperatur	28
	Druck, Druck	28
2.7	Rechnung im Druck (Physikal.)	28
	Allgemeines physikalische in Druck	28
	Allgemeines physikalische, Druck (Physikal.)	28

4.10	Wellenkörper	99
	Ellipsoid	97
	Klotzmannknoten	98
	Rotationsparaboloid	98
	Trichter (Fut)	98
	Trichter (Ring)	98
4.11	Praktische Geometrie	99
	Kalkulationen und Selbstkosten	99
	Konstruktion selbständiger Objekte	99
	Handlaff, Darstellung	99
	Constr-Menge	100
	Kopf-Kopf	100
	Kontinente-Schneidwerk	100
	Spezielle Dienst	100
	Bestimmung Algorithmen	101
5	Funktionen	102
5.1	Folgen, Reihen und Funktionen	102
	Folgen und Reihen	102
	Eigenschaften von Folgen, Grenzwert	103
	Funktionen	104
	Klassifikation von Funktionen	104
	Grenzwert und Stetigkeit	107
5.2	Kennzeichnungen	108
	Differentialrechnung	108
	Symmetrie	108
	Verhalten in Umgebungen	109
	Differentialkalkül und Unstetigkeitsstellen	110
	Nullstellen	111
	Wiederholungsstellen	111
	Steigungswinkel, Extrema	112
	Krümmung	113
	Wendepunkt	113
5.3	Stückzahl der Funktionen	114
5.4	Komplexe Funktionen	120
5.5	Springfunktionen	122
5.6	Bruchfunktionen	127
5.7	Differentialrechnung	129
5.8	Quadratische Funktionen, Kreisfunktionen	133
5.9	Lineare Funktionen - Gerade	135
5.10	Quadratische Funktionen - Parabel	136
5.11	Kreisliche Funktionen	142
5.12	Polynomfunktionen höherer Grade	146
5.13	Polynomfunktionen höherer Grade	146
5.14	Darstellung von Polynomfunktionen und speziellen Polynomfunktionen	148
	Nennwert- und Produktionsfunktionen	151
	Polynomfunktionen	154
	Polynomfunktionen	155
	Polynomfunktionen	155
	Polynomfunktionen	155
	Polynomfunktionen	155
	Polynomfunktionen	155
	Polynomfunktionen	155
5.15	Hyperbel	167
5.16	Rechnerische Funktionen	170

5.17	Potenzialfunktion mit negativer Exponenten	111
5.18	Quadrat einer Potenzfunktion	111
	Potenzfunktion und Potenzfunktionsgleichung	111
	Potenz-Approximation	111
5.19	Quadratwurzelfunktion	111
5.20	Wurzelfunktionen	111
5.21	Potenzfunktion mit gebrochenem Exponenten	111
5.22	Wurde von rationalen Funktionen	111
	Kurzformeln	111
5.23	Logarithmusfunktion	111
5.24	Exponentialfunktion	111
5.25	Hyperbolicfunktionen von Potenzen	111
5.26	Hyperbolische Eikon- und Kosinusfunktion	111
5.27	Hyperbolische Tangens- und Cotangensfunktion	111
5.28	Schön hyperbolischer und Kosinus hyperbolicus	111
5.29	Amplitude hyperbolicus und Amplitude hyperbolicus	111
5.30	Amplitude hyperbolicus und Amplitude hyperbolicus	111
5.31	Amplitude hyperbolicus und Amplitude hyperbolicus	111
5.32	Sinus- und Kosinusfunktion	111
	Übertragung von Sinusfunktion	111
	Periodische Funktionen	111
5.33	Tangens und Cotangens	111
5.34	Schön und Kosinus	111
5.35	Amplitude und Amplitude	111
5.36	Amplitude und Amplitude	111
5.37	Amplitude und Amplitude	111
5.38	Algebraische Kurven vierter Ordnung	111
	Kurve erster Ordnung	111
	Kurve zweiter Ordnung	111
	Kurve dritter und höherer Ordnung	111
5.39	Wahrscheinlichkeit	111
5.40	Spindel	111
5.41	Wahrscheinlichkeit	111
6	Vektorrechnung	111
6.1	Vektorgeometrie	111
	Vektor und Winkel	111
	Spezielle Vektoren	111
	Mittelpunktsatz eines Vektors und einer Strecke	111
	Vektorsubtraktion	111
	Vektorsubtraktion	111
	Winkelsummen	111
	Länge (L _v) / Abstände von Vektoren	111
	Basis	111
6.2	Herleitungsgesetze (eines Produkts)	111
	Produktregeln	111
	Funktionsableitung (eines Vektors) und Mittelwertsatz	111
	Orthogonalität von Vektoren	111
	Winkelsummen	111
	Anwendung der Vektorrechnung: Hyperbeln	111
6.3	Vektorprodukt zweier Vektoren	111
	Eigenschaften des Vektorprodukts	111
6.4	Mittelpunktsatz von Werten	111
	Spindel	111

7	Koordinatensysteme	97
7.1	Koordinatensysteme in zwei Dimensionen	97
	Kartesische Koordinaten	97
	Polarkoordinaten	99
	Umschreibung einzelner 2-D-Koordinatensysteme	99
7.2	2-D-Koordinatensystemrotation	99
	Parametrisierung (Translation)	99
	Drehung (Rotation)	99
	Spiegelung (Reflexion)	99
	Skalierung	101
7.3	Koordinatensysteme in drei Dimensionen	101
	Kartesische Koordinaten	101
	Zylinderkoordinaten	101
	Kugelkoordinaten	102
	Umschreibung einzelner dreidimensionalen Koordinatensysteme	102
7.4	Koordinatentransformationen in drei Dimensionen	102
	Translation	102
	Drehung (Rotation)	103
7.5	Konvergenz in der Computergrafik	104
7.6	Transformations	104
	Objektdefinition und Objektsuche	104
	Homogene Koordinaten	106
	2-D-Translation der homogenen Koordinaten	107
	2-D-Skalierung der homogenen Koordinaten	107
	2-D-Translation der homogenen Koordinaten	108
	2-D-Skalierung der homogenen Koordinaten	108
	2-D-Rotation von Punkten mit homogenen Koordinaten	108
	Positionierung eines Objekts im Raum	109
	Position von Objekten mit einer Sichtlinie-Achse im Raum	109
	Translation von Bewegungsflächen	110
	Skalierung	110
	Translation von Koordinatensystemen	110
	Translation eines Koordinatensystems	110
	Rotation von Koordinatensystemen um eine Achse	111
7.7	Projektoren	111
	Orthogonalprojektor	111
	Parallelprojektor	111
	Zentralprojektor	111
	Allgemeine Projektierung von Projektoren	112
7.8	Weitere Vorgehen, Transformationen	112
8	Analytische Geometrie	114
8.1	Erzeuge des Erzeug	114
	Abstand zweier Punkte	114
	Teilung eines Strecke	114
	Flächeninhalt Dreiecke	114
	Einleitung einer Kurve	114
8.2	Geraden	114
	Gleichungssysteme der Geraden	114
	Horizontale Normalform	114
	Schnittpunkt von Geraden	114
	Winkel zweier Geraden	114
	Parallel- und senkrechte Geraden	114

4.3	Kreis	155
	Kreisgleichungen	155
	Kreis und Gerade	156
	Kreisbogen	156
	Kreisbogenlänge	156
4.4	Ellipse	156
	Gleichungstypen der Ellipse	157
	Brummkurveigenschaften der Ellipse	157
	Darstellungen der Ellipse	158
	Tangenz- und Normale der Ellipse	158
	Krümmung der Ellipse	158
	Ellipsenfächen und Ellipsenwicklung	158
4.5	Parabel	159
	Gleichungstypen der Parabel	159
	Brummkurveigenschaften der Parabel	160
	Parabelstrahlensatz	160
	Tangenz- und Normale der Parabel	160
	Krümmung einer Parabel	161
	Parabelfächen und Parabelbogenwicklung	161
	Parabel und Gerade	161
4.6	Hyperbel	161
	Gleichungstypen der Hyperbel	162
	Brummkurveigenschaften der Hyperbel	162
	Tangenz- und Normale der Hyperbel	162
	Konstruktion Hyperbels und Darstellungen	163
	Krümmung einer Hyperbel	164
	Flächen einer Hyperbel	164
	Hyperbel und Gerade	164
4.7	Allgemeine Gleichung der Kegelschnitte	165
	Form der Kegelschnitte	165
	Asymptotenbestimmung	165
	Geometrische Konstruktion (Kegelschnitt)	165
	Leitstrahlensatz	166
	Polargleichung	166
4.8	Geraden im Raum	167
	Abstand zweier Punkte	167
	Abstand zweier Strecken	167
	Kürzeste Linie verbinden	167
4.9	Geraden im Raum	167
	Parametrisierung einer Geraden	167
	Schnittpunkt zweier Geraden	168
	Schnittwinkel zweier sich schneidender Geraden	168
	Winkel der Lotes (Lotgerade)	168
	Winkel zwischen Punkt und Gerade	169
	Winkel zweier Geraden	169
4.10	Ebenen im Raum	169
	Parametrisierung der Ebene	169
	Koordinatendarstellung der Ebene	169
	Normalenvektoren der Ebene	169
	Entfernungen	169
	Abstand Punkt-Ebene	171
	Schnittwinkel Geraden-Ebene	171
	Schnittwinkel zweier sich schneidender Ebenen	171
	Entfernung (bei Loten (Lotgerade))	171

	Spezialfall	151
	Arbeitsweise zweier zusätzlicher Ebenen	152
	Schrittweite zweier Ebenen	152
8.1	Flächen zweier Ebenen in Normalform	152
	Flügel	153
	Doppelkegel	153
	Kegel	154
	Paraboloid	154
	Zylinder	155
8.17	Allgemeine Fläche zweiter Ordnung	155
	Allgemeine Gleichung	155
	Hauptachsentransformation	156
	Gestalt einer Fläche zweiter Ordnung	156
9	Matrizen, Determinanten und lineare Gleichungssysteme	158
9.1	Matrizen	158
	Zeilen- und Spaltenvektoren	160
9.2	Spezielle Matrizen	160
	Transponierte, kongruente und adjungierte Matrizen	160
	Quadratische Matrizen	161
	Diagonalmatrizen	161
	Blockdiagonalmatrizen	161
9.3	Operationen mit Matrizen	161
	Addition und Subtraktion von Matrizen	161
	Multiplikation einer Matrix mit Skalarem Faktor λ	162
	Multiplikation von Vektoren, Skalarprodukt	162
	Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor	162
	Multiplikation von Matrizen	163
	Rechenregeln der Matrixmultiplikation	163
	Multiplikation mit einer Diagonalmatrix	163
	Matrixmultiplikation nach dem Fark-Schema	163
	Zeilensummen- und Spaltensummeneigenschaften	163
9.4	Determinanten	163
	Zweireihige Determinanten	163
	Allgemeines Rechenregeln für Determinanten	164
	Determinantenwert Null	165
	Dreireihige Determinanten	166
	Determinantenformeln (s. 10.1) Detling	166
	Berechnung n -reihiger Determinanten	169
	Reguläre und inverse Matrix	170
	Berechnung der inversen Matrix mit Determinanten	180
	Ring einer Matrix	181
	Bestimmung des Ranges der Elementarmatrizen	182
9.5	Lineare Gleichungssysteme	182
	Systeme mit zwei Gleichungen (s. 2.01) Vierkanten	182
9.6	Numerische Lösungsverfahren	183
	Gaußscher Algorithmus für lineare Gleichungssysteme	183
	Vorkonditionierung	184
	Präkonditionierung	184
	Row- und Columnsummen	184
	L.M. Zerlegung	185
	Linienfaktoren von $n \times n$ -Gleichungssystemen	185
	Gauß-Jordan-Verfahren von Matrizeninversion	185
	Beziehung der inversen Matrix A^{-1}	185

3.7	Strenge Lösung, innere Gleichgewichte	261
	Quasikonvexe Verfahren (Bode)	266
	Einheitsgleichgewichte (Gao/Smith)	266
	Konvergenzkriterien für iterative Verfahren	266
	Speicherung der Koeffizientenmatrix	266
3.8	Tabelle der Lösungsmethoden	60
3.9	Eigenwertalgorithmen	401
4.10	Systeme von Ungleichungen und Linear Optimierung	404
	Aufgabenstellung	404
	Mathematische Modellierung	405
	Maximaler Ertragswert der inneren Optimierung	406
	Umformung von Ungleichungen in Gleichungen, Schlupvariable	406
	System linearer Ungleichungen mit zwei Variablen, grafische Lösung	406
	Simplexmethode, Simplexalgorithmus	407
	Dualität in der linearen Optimierung	410
4.11	Lineare	410
	Rechenregeln für Transpon	411
10	Lineare Algebra – Anwendung in der Schaltalgebra	413
10.1	Grundbegriffe	413
	Aussagen und Wahrheitstabelle	413
	Mengenoperationen	413
10.2	Boolesche Verknüpfungen	414
	Negation, nicht, and	414
	Konjunktion, and, und	414
	Disjunktion, or, oder, oder, oder	414
	Komplement	415
10.3	Boolesche Funktionen	416
	Verknüpfungstabelle	417
10.4	Normalformen	418
	Disjunktive Normalform	418
	Konjunktive Normalform	419
	Darstellung von Funktionen durch Normalformen	419
10.5	Karnaugh-Veitch-Diagramme	420
	Lesen eines KV-Diagramms	420
	Darstellung einer Funktion in ein KV-Diagramm	421
	Minimierung mit Hilfe von KV-Diagrammen	421
10.6	Minimierung nach Quine mit McCluskey	421
11	Graphen und Algorithmen	425
11.1	Graphen	425
	Grundbegriffe	425
	Darstellung von Graphen	426
	Bäume	427
11.2	Suchalgorithmen	428
11.3	Netzwerke	428
	Fluss in Netzwerken	428
	Elektronischer Fluss und hydraulische Werte	428
12	Differentialrechnung	430
12.1	Ableitung einer Funktion	430
	Differential	430
	Differenzierbarkeit	431
12.2	Differenzialrechnung	431

Ableitung zusammengesetzter Funktionen	412
Ableitung trigonometrischer Funktionen	417
Ableitung hyperbolischer Funktionen	422
Kettenregel	423
Potenzregel	423
Potenzgesetz	423
Summenregel	423
Produktregel	425
Quotientenregel	425
Kettenregel	426
Logarithmisches Ableitung von Funktionen	427
Ableitung von Funktionen in Parameterdarstellung	427
Ableitung von Funktionen in Polarkoordinaten	427
Ableitung eines impliziten Funktios	430
Ableitung des Umkehrwertes	434
Tabelle der Differentiationsregeln	437
11.3 Mittelwertsatz	437
Satz von Rolle	438
Mittelwertsatz der Differentialrechnung	438
Erweiterter Mittelwertsatz der Differentialrechnung	439
11.4 Höhere Ableitungen	439
Steigungswinkel, Extremum	440
Kreuzung	441
Wendepunkt	441
11.5 Notwendige Kriterien zur Differentiation	442
Grafische Differentiation	442
Numerische Differentiation	442
11.6 Ableitung von Funktionen mehrerer Veränderlicher	445
Partielle Ableitung	445
Totales Differential	447
Extrema von Funktionen in zwei Dimensionen	447
Extrema von Nebenbedingungen	449
11.7 Anwendungsfragen der Differentialrechnung	449
Bestimmung unbekannter Annäherung	449
Kreuzschneidungen	451
Extremumprobleme	449
Ferienrechnung	449
Nullstellenprobleme nach Newton	450
12 Differentialgeometrie	451
12.1 Ebene Kurven	457
Darstellung von Kurven	457
Ableitung in impliziter Darstellung	457
Ableitung in Parameterdarstellung	457
Ableitung in Polarkoordinaten	457
Bogenlänge einer Kurve	457
Tangenten, Normale	457
Krümmung einer Kurve	455
Evoluten und Evoluten	459
Wendepunkte, Scharif	457
Inhaltliche Punkte	457
Asymptoten	459
Entwickelung einer Kurvenlinie	459
12.2 Raumkurven	461