



Methodische Lösungswege zu Mathematik für die Fachhochschulreife mit Stochastik und GTR

Bearbeitet von Mathematik-Lehrern und Ingenieuren an beruflichen Schulen
(Siehe nächste Seite)

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 70395

Autoren des Buches „Methodische Lösungswege zu Mathematik für die Fachhochschulreife
mit Stochastik und GTR“

Josef Dillinger	München
Bernhard Grimm	Sindelfingen, Leonberg
Gerhard Mack	Stuttgart
Thomas Müller	Ulm
Bernd Schiemann	Stuttgart

Lektorat: Bernd Schiemann

Bildentwürfe: Die Autoren

Bilderstellung und -bearbeitung: YellowHand GbR, 73257 Köngen, www.yellowhand.de

Das vorliegende Buch wurde auf der Grundlage der aktuellen amtlichen Rechtschreibregeln erstellt.

1. Auflage 2010

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN: 978-3-8085-7039-5

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2010 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlaggestaltung: Idee Bernd Schiemann, Stuttgart; Ausführung: Braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald und GP Neumann, 97222 Rimpfing

Satz, Grafik und Bildbearbeitung: YellowHand GbR, 73257 Köngen, www.yellowhand.de

Druck: Strauss GmbH, 69509 Mörlenbach

Vorwort zur 1. Auflage

Die „Methodischen Lösungswege zu Mathematik für die Fachhochschulreife mit Stochastik“ sind ein didaktisch aufbereiteter Lösungsband. Damit finden Fachbuch und Formelsammlung eine wertvolle Ergänzung, vor allem auch für Phasen des selbstorganisierten Lernens.

Für die schnelle, gezielte Orientierung im Buch sind jeweils Kapitel, Teilkapitel sowie spaltenweise die Aufgabennummern angegeben.

Um ein Maximum an Übersicht bei der Benutzung zu gewährleisten, wird eine klare Gliederung bei der Darstellung der Lösungswege verwendet und z. B. auch das Ende jeder Aufgabe durch einen Trennstrich markiert.

Für zeichnerische Lösungen von Aufgaben, die durch Selbsttätigkeit der Schüler gelöst werden sollen, sind jeweils entsprechend sorgfältig aufbereitete Darstellungen z. B. von

- ⇒ Tabellen,
- ⇒ Baumdiagrammen oder
- ⇒ Schaubilder von Funktionen vorhanden.

Entsprechend den Hauptabschnitten des Lehrbuchs enthält das Lösungsbuch Lösungswege zu den Kapiteln

- **Algebraische Grundlagen**
- **Geometrische Grundlagen**
- **Stochastik**
- **Analysis**
- **Differenzialrechnung**
- **Integralrechnung**
- **Aufgaben aus der Praxis**
- **Grafikfähiger Taschenrechner**
- **Selbstorganisiertes Lernen**
Übungsaufgaben – Prüfungsaufgaben

Ihre Meinung interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik aber auch Ihre Zustimmung zum Buch mit.

Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse: lektorat@europa-lehrmittel.de

Die Verfasser

Winter 2009/2010

Arbeiten mit dem Buch „Methodische Lösungswege zu Mathematik für die Fachhochschulreife mit Stochastik“

Wie arbeite ich mit dem Buch?

Aufbau der methodischen Lösungswege:

In der obersten Zeile finden Sie das **Kapitel**, zu dem die Aufgaben der Seite gehören.

1 Algebraische Grundlagen

Hier finden Sie die Angabe der **Teilkapitel** für die folgenden Lösungen.

1.7 Funktionen und Gleichungssysteme

Werden Bilder aus dem Lehrbuch für die Lösung einer Aufgabe benötigt, findet man in der **Aufgabenspalte** ein entsprechendes Icon:




Seite Aufgabennummer

20.1



Ausführliche Lösung zu der Aufgabe 1 auf der Seite 20 im Lehrbuch.

Ein Hinweis auf eine Tabelle  im Lehrbuch zeigt Wege zur Aufgabenlösung auf.

25.1



Tabelle 1

Ausführliche Lösung zu der Aufgabe 1 auf der Seite 25 mit der **Tabelle 1** im Lehrbuch.

Benötigt man eine Formel zur Lösung einer Aufgabe, findet man den entsprechenden Formelhinweis mit der Seitenangabe.

$$A = \pi r^2$$

29.1

$$A = \pi r^2$$

Seite 26

Ausführliche Lösung zu der Aufgabe 1 auf der Seite 29 im Lehrbuch mit Anwendung der Formel von **Seite 26** im Lehrbuch: $y = a \cdot x^2 + y_S$.

Inhaltsverzeichnis

1 Algebraische Grundlagen

1.1	Term.....	7
1.2	Gleichung.....	7
1.3	Definitionsmenge.....	7
1.6	Logarithmengesetze.....	8
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	10
1.7	Funktionen und Gleichungssysteme.....	14
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	15
1.7.3.3	Betragsfunktion.....	17
1.7.3.4	Ungleichungen.....	18
1.7.4	Quadratische Funktionen.....	20
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	21
1.7.5.1	Lösungsverfahren für LGS.....	23
1.7.5.3	Grafische Lösung eines LGS.....	23
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	24

2 Geometrische Grundlagen

Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	28
2.3.1	Körper gleicher Querschnittsfläche.....	31
2.3.2	Spitze Körper.....	31
2.3.3	Abgestumpfte Körper.....	31
2.3.4	Kugelförmige Körper.....	32
2.4.3	Einheitskreis.....	32
2.4.5	Winkelberechnung.....	33
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	33

3 Stochastik

3.1	Anwendungen der Stochastik.....	36
3.2.1	Einstufige Zufallsexperimente.....	36
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	36
3.3.1	Ereignisarten.....	39
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	39
3.4.1	Häufigkeiten.....	40
3.4.2	Statistische Wahrscheinlichkeit.....	41
3.5	Klassische Wahrscheinlichkeit.....	41
3.5.2	Wahrscheinlichkeit von verknüpften Ereignissen..	41
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	42
3.5.3	Baumdiagramm.....	43
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	44
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	47
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	49
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	52
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	55
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	59
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	60
3.8.4	Faires und unfaires Gewinnspiel.....	64
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	65
3.9	Varianz und Standardabweichung.....	69
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	69
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	73

4 Analysis

4.1	Potenzfunktionen.....	78
4.2.1	Allgemeine Wurzelfunktionen.....	78
4.2.2	Arten von quadratischen Wurzelfunktionen.....	78
4.3.1	Funktion des dritten Grades.....	79
4.3.3.1	Nullstellenberechnung bei biquadratischen Funktionen.....	80
4.3.3.2	Nullstellenberechnung mit dem Nullprodukt.....	81
4.3.3.3	Nullstellenberechnung durch Abspalten von Linearfaktoren.....	81
4.3.4	Arten von Nullstellen.....	83
4.4.1	Symmetrie bei Funktionen.....	83
4.4.2	Umkehrfunktionen.....	84
4.4.4	Stetigkeit von Funktionen.....	84
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	85

5 Differenzialrechnung

5.1	Erste Ableitung $f'(x)$	87
5.2	Differenzialquotient.....	87
5.3	Änderungsraten.....	87
5.4	Ableitungsregeln.....	88
5.5	Höhere Ableitungen.....	89
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	91
5.6	Newtonsches Näherungsverfahren (Tangentenverfahren).....	93
5.7	Extremwertberechnungen.....	95
5.7.2	Randextremwerte.....	96
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	97
5.8.1	Differenzierbarkeit von Funktionen.....	100
5.8.2	Monotonie.....	101
5.8.5.1	Tangenten und Normalen in einem Kurvenpunkt.....	103
5.8.5.2	Tangenten parallel zu einer Geraden.....	104
5.8.5.4	Zusammenfassung Tangentenberechnung.....	106
5.8.6.3	Exponentialfunktion.....	109
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	110

6 Integralrechnung

6.1	Einführung in die Integralrechnung.....	114
6.2.2	Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen.....	114
6.3.2	„Krummlinig“ begrenzte Fläche.....	114
6.4.2	Flächen für Schaubilder mit Nullstellen.....	114
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	115
6.5.1	Flächenberechnung im Intervall.....	116
6.5.4	Musteraufgabe zu gelifteten Schaubildern.....	118
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	118
6.6.3	Flächenberechnung mit Näherungsverfahren.....	126
6.7.1	Rotation um die x-Achse.....	128
6.7.2	Rotation um die y-Achse.....	129

6.7.3	Zusammenfassung von Rotationskörperarten	131
Ü	Überprüfen Sie Ihr Wissen!	131
6.8.2	Mechanische Arbeit W.....	133

8 Aufgaben aus der Praxis und Projektaufgaben

8.1	Kostenrechnung	134
8.2	Optimierung einer Oberfläche	136
8.3	Optimierung einer Fläche	138
8.4	Flächenmoment.....	139
8.5	Sammellinse einer Kamera	142
8.6	Gebirgsmassiv.....	143
8.9	Sinusförmige Wechselgrößen.....	145
8.10	Effektivwertberechnung.....	146
8.11	Anwendungen in der Differenzialrechnung	146

9 Grafikfähige Taschenrechner GTR

9.1.4	Flächenintegrale mit dem GTR berechnen	149
9.1.8	Programmerstellung mit dem GTR	150
9.2.3.2	Werte eines Schaubildes grafisch ermitteln	150
9.2.3.4	Flächenintegrale berechnen	151
9.2.4	Tangenten an das Schaubild K_f	152
9.2.5	Lösung linearer Gleichungssysteme (LGS) mit dem GTR.....	153

10 Selbst organisiertes Lernen Übungsaufgaben – Prüfungsaufgaben

10.1.1	Algebraische Grundlagen.....	154
10.1.2	Quadratische Funktionen.....	159
10.1.3	Geometrische Grundlagen	161
10.1.4	Nullstellen.....	168
10.1.5	Exponentialfunktionen	174
10.1.6	Sinusfunktion und Kosinusfunktion	178
10.1.7	Kurvendiskussion	180
10.1.8	Flächenberechnungen	185
10.2.1	Kurvendiskussion mit ganzrationalen Funktionen	187
10.2.2	Extremwertberechnung mit ganzrationalen Funktionen	193
10.2.3	e-Funktionen	197
10.2.5	Extremwertaufgaben	202
10.2.6	Dachbodenausbau	205
10.2.7	Boxen für Ersatzteillager.....	205
10.2.8	Hochwasserpegelstand.....	205
10.3.1	Übungsaufgaben zum GTR Casio fx.....	206
10.3.2	Übungsaufgaben zum GTR TI-84 Plus	213

11 Anhang

Mathematische Zeichen, Abkürzungen und Formelzeichen.....	220
--------------------------------------------------------------	-----

1.1 Term; 1.2 Gleichung; 1.3 Definitionsmenge

- 11.1 a) $4(2x - 6) = 2x - (x + 4)$ | Terme ausmultiplizieren, zusammenfassen und dann nach x auflösen
- $$8x - 24 = 2x - x - 4$$
- $$8x - 24 = x - 4$$
- $$7x = 20$$
- $$x = \frac{20}{7}$$
-
- b) $(2x - 1)(3x - 2) = 6(x + 2)(x - 4)$ | Terme ausmultiplizieren, zusammenfassen und dann nach x auflösen
- $$6x^2 - 7x + 2 = 6x^2 - 12x - 48$$
- $$5x = -50$$
- $$x = -10$$
-
- c) $\frac{x+2}{5} - 2 = 4$ | $\cdot 5$ Gleichung mit 5 multiplizieren, um den Nenner wegzubringen
- $$x + 2 - 10 = 20$$
- $$x = 28$$
-
- d) $\frac{2-x}{2} + a = 1$ | $\cdot 2$ Gleichung mit 2 multiplizieren, um den Nenner wegzubringen
- $$2 - x + 2a = 2$$
- $$x = 2a$$
-
- e) $\frac{2x-a}{4} - b = 2$ | $\cdot 4$ Gleichung mit 4 multiplizieren, um den Nenner wegzubringen
- $$2x - a - 4b = 8$$
- $$2x = a + 4b + 8$$
- $$x = 0,5a + 2b + 4$$
-
- f) $\frac{3x-5}{5} = \frac{2x-3}{4}$ | $\cdot (4 \cdot 5)$ Gleichung mit 20 multiplizieren, um den Nenner wegzubringen
- $$4(3x - 5) = 5(2x - 3)$$
- $$12x - 20 = 10x - 15$$
- $$2x = 5$$
- $$x = 2,5$$

- 11.2 a) Auflösen nach g: $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ | $\cdot 2$ | $: t^2 \Rightarrow g = \frac{2h}{t^2}$
-
- Auflösen nach t: $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ | $\cdot 2$ | $: g$
- $$t^2 = \frac{2h}{g}$$
- $$t = \pm \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

b) Auflösen nach R

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad | \text{ gemeinsamen Nenner bilden}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \quad | \text{ Bruch „stürzen“} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Auflösen nach R_1

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} \quad | \text{ gemeinsamen Nenner bilden}$$

$$\frac{1}{R_1} = \frac{R_2 - R}{R \cdot R_2} \quad | \text{ Bruch „stürzen“} \Rightarrow R_1 = \frac{R \cdot R_2}{R_2 - R}$$

Auflösen nach R_2

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \quad | \text{ gemeinsamen Nenner bilden}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{R_1 - R}{R \cdot R_1} \quad | \text{ Bruch „stürzen“} \Rightarrow R_2 = \frac{R \cdot R_1}{R_1 - R}$$

11.3 a) Definitionsmenge D: Wert unter der Wurzel muss größer gleich Null sein.

Linksterm D_l : $2x + 2 \geq 0 \quad | -2 \quad | : 2$
 $x \geq -1$

Rechtsterm D_r : $4x - 8 \geq 0 \quad | + 8 \quad | : 4$
 $x \geq 2$

$D = D_l \cap D_r = \{x | x \geq 2\}_{\mathbb{R}}$

Lösungsmenge L

$$\sqrt{2x + 2} = \sqrt{4x - 8} \quad | ^2 \text{ (Gleichung quadrieren)}$$

$$2x + 2 = 4x - 8 \quad | - 2x + 8$$

$$10 = 2x \Rightarrow x = 5; \quad x = 5 \in D \Rightarrow L = \{5\}$$

b) Definitionsmenge D: Nenner darf nicht Null werden.

Linksterm D_l : $x + 2 \neq 0 \quad | - 2$
 $x \neq -2 \Rightarrow D_l = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Rechtsterm D_r : $2 - x \neq 0 \quad | - x$
 $x \neq 2 \Rightarrow D_r = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$D = D_l \cap D_r = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$

Lösungsmenge L

$$\frac{3x - 1}{x + 2} = \frac{2 - 3x}{2 - x} \quad | (x + 2) \cdot (2 - x)$$

$$(3x - 1) \cdot (2 - x) = (2 - 3x) \cdot (x + 2) \quad | \text{ ausmultiplizieren und sortieren}$$

$$-3x^2 + 7x - 2 = -3x^2 - 4x + 4 \quad | + 3x^2 + 4x + 2$$

$$11x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{11}; \quad x = \frac{6}{11} \in D \Rightarrow L = \left\{ \frac{6}{11} \right\}$$

1.6 Logarithmengesetze

16.1 a) $x = \log_2 32 \Rightarrow 32 = 2^x; 32 = 2^5 = 2^x \quad | \text{ Exponentenvergleich: } x = 5$

$A = \pi r^2$

b) $x = \log_2 \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} = 2^x; \sqrt{2} = 2^{1/2} = 2^x \quad | \text{ Exponentenvergleich: } x = 0,5$

c) $81 = 3^x \quad | \log_3 \Rightarrow \log_3 81 = \log_3 3^x = x \cdot \log_3 3 = x \cdot 1 = x; \quad 81 = 3^4 = 3^x$
 $| \text{ Exponentenvergleich: } x = 4$

$$\begin{array}{ll} \text{d) } 10^{-3} = 10^x & | \text{ Exponentenvergleich: } \mathbf{x = -3} \\ 10^{-3} = 10^x & | \log_{10} \Rightarrow \mathbf{x = \log_{10} 10^{-3}} \end{array}$$

$$\mathbf{16.2} \text{ a) } \log_{10} 1 = x \Rightarrow 1 = 10^x \Rightarrow 1 = 10^0 \Rightarrow \mathbf{x = 0}$$

$$\text{b) } \log_{10} 10 = x \Rightarrow 10 = 10^x \Rightarrow 10 = 10^1 \Rightarrow \mathbf{x = 1}$$

$$\text{c) } \log_e 1 = x \Rightarrow 1 = e^x \Rightarrow 1 = e^0 \Rightarrow \mathbf{x = 0}$$

$$\text{d) } \log_3 \frac{1}{27} = x \Rightarrow \frac{1}{27} = 3^x; \frac{1}{3^3} = 3^{-3} = 3^x \Rightarrow \mathbf{x = -3}$$

$$\mathbf{16.3} \text{ a) } \log_a (3 \cdot u) = \log_a 3 + \log_a u$$

$$\text{b) } \log_a \frac{1}{u} = \log_a 1 - \log_a u = 0 - \log_a u = \mathbf{-\log_a u}$$

$$\text{c) } \log_a \frac{u^3}{v^2} = \log_a u^3 - \log_a v^2 = \mathbf{3 \log_a u - 2 \log_a v}$$

$$\mathbf{16.4} \text{ a) } \log 16 \quad | \text{ Basis } 10$$

\Rightarrow Taste log; die Zahl 16 in den Rechner eingeben und log betätigen $\Rightarrow \mathbf{1,20412}$

$$\text{b) } \log 111 \quad | \text{ Basis } 10$$

\Rightarrow Taste log; die Zahl 111 in den Rechner eingeben und log betätigen $\Rightarrow \mathbf{2,04532}$

$$\text{c) } \log 8^2 = \log 64 \quad | \text{ Basis } 10$$

\Rightarrow Taste log; die Zahl 64 in den Rechner eingeben und log betätigen $\Rightarrow \mathbf{1,80618}$

$$\text{d) } \log \sqrt{100} = \log 10 \quad | \text{ Basis } 10$$

\Rightarrow Taste log; die Zahl 10 in den Rechner eingeben und log betätigen $\Rightarrow \mathbf{1}$

$$\text{e) } \ln 16 \quad | \text{ Basis } e$$

\Rightarrow Taste ln; die Zahl 16 in den Rechner eingeben und ln betätigen

$\Rightarrow \mathbf{2,77259}$

$$\text{f) } \ln 111 \quad | \text{ Basis } e$$

\Rightarrow Taste ln; die Zahl 111 in den Rechner eingeben und ln betätigen

$\Rightarrow \mathbf{4,70953}$

$$\text{g) } 2 \ln 8 \quad | \text{ Basis } e$$

\Rightarrow Taste ln; die Zahl 8 in den Rechner eingeben und ln betätigen

$\Rightarrow 2 \cdot 2,07944 = \mathbf{4,15888}$

$$\text{h) } \ln 8^2 = 2 \ln 8 \quad | \text{ Basis } e$$

\Rightarrow Taste ln; die Zahl 8 in den Rechner eingeben und ln betätigen

$\Rightarrow \mathbf{4,15888}$

16.5 a) $\log_2 12$ | wähle Basis 10
 $\Rightarrow \log; \log_2 12 = \frac{\log 12}{\log 2} = \frac{1,07918}{0,30103} = \mathbf{3,58496}$

b) $\log_3 12$ | wähle Basis 10
 $\Rightarrow \log; \log_3 12 = \frac{\log 12}{\log 3} = \frac{1,07918}{0,477121} = \mathbf{2,26186}$

c) $\log_4 12$ | wähle Basis 10
 $\Rightarrow \log; \log_4 12 = \frac{\log 12}{\log 4} = \frac{1,07918}{0,60206} = \mathbf{1,79248}$

d) $\log_5 12$ | wähle Basis 10
 $\Rightarrow \log; \log_5 12 = \frac{\log 12}{\log 5} = \frac{1,07918}{0,69897} = \mathbf{1,54396}$

Überprüfen Sie Ihr Wissen!

17.1 a) $(x + 2)^2 + 6 = x^2 + 20$ | Binom auflösen
 $x^2 + 4x + 4 + 6 = x^2 + 20$ | $-x^2 - 10$
 $4x = 10$ | : 4
 $x = \mathbf{2,5}$

b) $\frac{4(17+20x)}{11} = 8$ | $\cdot 11$ (Nenner wegbringen)
 $4(17 + 20x) = 8 \cdot 11$ | ausmultiplizieren und sortieren
 $68 + 80x = 88$ | $- 68$
 $80x = 20$ | : 80
 $x = \frac{20}{80}$
 $x = \mathbf{\frac{1}{4}}$

c) $\frac{6(x+7)}{17(x-4)} = 1$ | $\cdot 17(x-4)$ (Nenner wegbringen)
 $6(x+7) = 17(x-4)$ | ausmultiplizieren und sortieren
 $6x + 42 = 17x - 68$ | $- 6x + 68$
 $110 = 11x$ | : 11
 $x = \mathbf{10}$

d) $\frac{4x}{5} - \frac{3}{4} = \frac{2x+3}{4} + 6$ | $\cdot (4 \cdot 5)$
 $16x - 15 = 10x + 15 + 120$ | $- 10x + 15$
 $6x = 150$ | : 6
 $x = \mathbf{25}$

17.2 a) Auflösen nach h $F_1 = \frac{F_2 \cdot h}{2 \cdot \pi \cdot R}$ | $\cdot (2\pi R)$
 $F_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R = F_2 \cdot h$ | $: F_2$
 $h = \frac{F_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R}{F_2}$

Auflösen nach R $F_1 = \frac{F_2 \cdot h}{2\pi \cdot R}$ | $\cdot R$
 $F_1 \cdot R = \frac{F_2 \cdot h}{2\pi}$ | $: F_1$
 $R = \frac{F_2 \cdot h}{2\pi \cdot F_1}$

b) Auflösen nach h $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ | 2 (Wurzel wegbringen)
 $v^2 = 2 \cdot g \cdot h$ | $:(2 \cdot g)$
 $h = \frac{v^2}{2g}$

c) Auflösen nach I $H = \frac{I \cdot N^2}{\sqrt{4r^2 + l^2}}$ | $\cdot \sqrt{4r^2 + l^2}$
 (Nenner wegbringen)
 $H \cdot \sqrt{4r^2 + l^2} = I \cdot N^2$ | $: N^2$
 $I = \frac{H \cdot \sqrt{4r^2 + l^2}}{N^2}$

Auflösen nach l $H = \frac{I \cdot N^2}{\sqrt{4r^2 + l^2}}$ | $\cdot \sqrt{4r^2 + l^2}$
 $H \cdot \sqrt{4r^2 + l^2} = I \cdot N^2$ | $: H$
 $\sqrt{4r^2 + l^2} = \frac{I \cdot N^2}{H}$ | 2 (quadrieren)
 $4r^2 + l^2 = \left(\frac{I \cdot N^2}{H}\right)^2$ | $- 4r^2$ | $\sqrt{\quad}$
 $l = \pm \sqrt{\left(\frac{I \cdot N^2}{H}\right)^2 - 4r^2}; l = \pm \sqrt{\frac{l^2 N^4}{H^2} - 4r^2}$

d) Auflösen nach l_2 $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$ | $\cdot 2$ | $: b$
 $\frac{2A}{b} = l_1 + l_2$ | $- l_1$
 $l_2 = \frac{2A}{b} - l_1$

Auflösen nach b $A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$ | $\cdot 2$ | $:(l_1 + b_2)$
 $b = \frac{2A}{l_1 + l_2}$

17.3 a) Definitionsmenge D

$$\sqrt{2x + 100} \quad | 2x + 100 \geq 0 \quad | - 100$$

$$2x \geq -100 \quad | : 2$$

$$x \geq -50; \quad D = \{x | x \geq -50\}_{\mathbb{R}}$$

b) $\frac{1}{\sqrt{2x + 100}}$ | $2x + 100 > 0$ (Nenner $\neq 0$)
 $2x > -100$
 $x > -50; \quad D = \{x | x > -50\}_{\mathbb{R}}$

c) $\log_a(x + 2)$ | $x + 2 > 0$
 $x > -2; \quad D = \{x | x > -2\}_{\mathbb{R}}$

17.4 a) Definitionsmenge D

$$\frac{x-9}{x} = \frac{4}{5}; \quad \mathbf{D = \mathbb{R} \setminus \{0\}} \quad (\text{Nenner} \neq 0)$$

Lösungsmenge L

$$\frac{x-9}{x} = \frac{4}{5} \quad | \cdot x \quad | \cdot 5$$

$$5(x-9) = 4 \cdot x$$

$$5x - 45 = 4x \quad | -4x \quad | +45$$

$$\mathbf{x = 45; \quad L = \{45\}}$$

b) Definitionsmenge D

$$\frac{15ac}{x} = \frac{9bc}{6bd}; \quad \mathbf{D = \mathbb{R} \setminus \{0\}}; \quad b, d \neq 0$$

Lösungsmenge L

$$\frac{15ac}{x} = \frac{9bc}{6bd} = \frac{9c}{6d} \quad | \cdot x \quad | \cdot \frac{6d}{9c}$$

$$15a\cancel{c} \cdot \frac{6d}{9\cancel{c}} = x$$

$$\frac{90ad}{9} = x; \quad \mathbf{x = 10ad; \quad L = \{10ad\}}$$

c) Definitionsmenge D

$$\sqrt{x+1} - 2 = \sqrt{x-11}; \quad D_l: x+1 \geq 0; \quad x \geq -1$$

$$D_r: x-11 \geq 0; \quad x \geq 11$$

$$\mathbf{D = D_l \cap D_r = \{x | x \geq 11\}_{\mathbb{R}}}$$

Lösungsmenge L

$$\sqrt{x+1} - 2 = \sqrt{x-11} \quad |^2 \text{ (quadrieren, sortieren)}$$

$$x+1 - 4\sqrt{x+1} + 4 = x-11 \quad | -x - 4\sqrt{x+1} + 11 \quad | :4$$

$$4 = \sqrt{x+1} \quad |^2 \text{ (quadrieren und nach x auflösen)}$$

$$16 = x+1 \quad | -1$$

$$\mathbf{x = 15; \quad x = 15 \in D; \quad \text{Probe: } \sqrt{16} - 2 = \sqrt{4} \text{ (w)} \Rightarrow \mathbf{L = \{15\}}$$

d) Definitionsmenge D

$$7 + 4\sqrt{x+7} = 23; \quad x+7 \geq 0; \quad x \geq -7; \quad \mathbf{D = \{x | x \geq -7\}_{\mathbb{R}}}$$

Lösungsmenge L

$$7 + 4\sqrt{x+7} = 23 \quad | -7 \quad | :4$$

$$\sqrt{x+7} = 4 \quad |^2 \text{ (quadrieren; nach x auflösen)}$$

$$x+7 = 16 \quad | -7$$

$$\mathbf{x = 9; \quad x = 9 \in D; \quad \text{Probe: } 7 + 4\sqrt{16} = 23 \text{ (w)} \Rightarrow \mathbf{L = \{9\}}$$

17.5 a) $2 \cdot 10^{-2} = \frac{2}{10^2}$

b) $\min^{-1} = \frac{1}{\min}$

c) $\frac{a^{-2}bc^2}{(a+b)^{-1}} = \frac{(a+b)bc^2}{a^2}$

17.6 a) $10^{-2} = \frac{1}{10^2}$

b) $\frac{1}{10^3} = 10^{-3}$

c) $\frac{1}{m} = m^{-1}$

d) $\frac{V}{m} = Vm^{-1}$

17.7 a) $10830000000000000000000000 \text{ m}^3 = 1083 \cdot 10^{18} \text{ m}^3 = \mathbf{1,083 \cdot 10^{21} \text{ m}^3}$

b) $510000000000000 \text{ m}^2 = 51 \cdot 10^{13} \text{ m}^2 = \mathbf{5,1 \cdot 10^{14} \text{ m}^2}$

c) $149500000000 \text{ m} = 1495 \cdot 10^8 \text{ m} = \mathbf{1,495 \cdot 10^{11} \text{ m}}$

17.8 a) $\frac{(a+b)^0}{2^{-1}} = \frac{1}{2^{-1}} = 1 \cdot 2^1 = \mathbf{2}$

b) $\frac{xx^{-2}}{(n^2 \cdot x)^{-1}} = \frac{x(n^2 \cdot x)}{x^2} = \frac{n^2 \cdot x^2}{x^2} = \mathbf{n^2}$

c) $\frac{x^{m-1} \cdot y^{n-1} \cdot z^3}{y^{n+2} \cdot x^{m+2}} = \frac{x^m \cdot x^{-1} \cdot y^n \cdot y^{-1} \cdot z^3}{y^n \cdot y^2 \cdot x^m \cdot x^2} = \frac{y^3}{y^3 x^3} = \frac{1}{x^3} = \mathbf{x^{-3}}$

d) $\frac{n^{-2+x}}{n^{x-1}} = \frac{n^{-2}n^x}{n^x n^{-1}} = \frac{n^1}{n^2} = n^{-1} = \mathbf{\frac{1}{n}}$

e) $((n^{-2})^{-1}) \cdot n^{a-2} = n^2 \cdot n^a \cdot n^{-2} = n^a \cdot n^{2-2} = n^a \cdot n^0 = \mathbf{n^a}$

f) $\frac{(n^4 \cdot m^{-2})^{-3}}{(n^{-2} \cdot m^{-3})^5} = \frac{n^{-12} \cdot m^6}{n^{-10} \cdot m^{-15}} = n^{-12} \cdot n^{10} \cdot m^6 \cdot m^{15} = \frac{m^{21}}{n^2} = \mathbf{m^{21} \cdot n^{-2}}$

17.9 a) $\sqrt[3]{\frac{x^{-3}}{x^{-9}}} = \sqrt[3]{x^{-3} x^{-9}} = \sqrt[3]{x^6} = (x^6)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{6}{3}} = \mathbf{x^2}$

b) $\sqrt[n+m]{(x^2)^{3n+3m}} = \sqrt[n+m]{(x^6)^{n+m}} = (x^{6(n+m)})^{\frac{1}{n+m}} = \mathbf{x^6}$

c) $\sqrt[an]{3^{n(a+b)}} = (3^{n(a+b)})^{\frac{1}{an}} = 3^{\frac{n(a+b)}{an}} = 3^{\frac{a+b}{a}} = 3^{1+\frac{b}{a}} = 3 \cdot 3^{\frac{b}{a}} = \mathbf{3^a 3^{\frac{b}{a}}}$

17.10 a) $\log_{10} 100 = x; \quad 10^x = 100 = 10^2 \Rightarrow \mathbf{x = 2}$

b) $\log_{10} 300 = x; \quad 10^x = 300 = 10^{2,477} \Rightarrow \mathbf{x = 2,477}$

c) $\log_e 2,7183 = x; \quad e^x = 2,7183 = e^1 \Rightarrow \mathbf{x = 1}$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 32 = x; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x = 32; \quad 2^{-x} = 32 = 2^5 \Rightarrow \mathbf{x = -5}$

17.11 a) $\log_a u^2 = \mathbf{2 \log_a u}$

b) $\log_a \frac{m^2 \cdot n}{p^3} = \log_a (m^2 \cdot n^1 \cdot p^{-3}) = \log_a m^2 + \log_a n^1 + \log_a p^{-3}$
 $= \mathbf{2 \log_a m + \log_a n - 3 \log_a p}$

c) $\log_a \sqrt[3]{n^2} = \log_a n^{\frac{2}{3}} = \mathbf{\frac{2}{3} \log_a n}$

17.12 a) $3 \cdot \log 10 = 3 \cdot 1 = 3$

b) $\log 8^4 = 4 \log 8 = 4 \cdot 0,90309 = 3,61235$

c) $\ln \sqrt[5]{500} = \ln(500)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \ln 500 = 0,2 \cdot 6,2146 = 1,243$

d) $\ln 5^{30} = 30 \ln 5 = 30 \cdot 1,6094 = 48,283$

17.13 a) $\log_2 256$ | wähle Basis e

$\Rightarrow \ln: \log_2 256 = \frac{\ln 256}{\ln 2} = 8$

b) $\log_7 4$ | wähle Basis e

$\Rightarrow \log_7 4 = \frac{\ln 4}{\ln 7} = \frac{1,38629}{1,94591} = 0,7124$

c) $\log_{16} 256$ | wähle Basis e

$\Rightarrow \log_{16} 256 = \frac{\ln 256}{\ln 16} = \frac{5,54517}{2,77259} = 2$

d) $\log_8 \sqrt{6400}$ | wähle Basis e

$\Rightarrow \log_8 \sqrt{6400} = \frac{\ln \sqrt{6400}}{\ln 8} = \frac{4,38202}{2,07944} = 2,1073$

1.7 Funktionen und Gleichungssysteme

18.1 Quadrant I: $P_1 (1|1)$ Quadrant II: $P_2 (-2|1)$
 Quadrant III: $P_3 (-2|-4)$ Quadrant IV: $P_4 (2|-3)$

18.2 Quadrant I: $x > 0$; $y > 0$ Quadrant II: $x < 0$; $y > 0$
 Quadrant III: $x < 0$; $y < 0$ Quadrant IV: $x > 0$; $y < 0$

20.1 Abgelesen aus Bild 1: $P_3 (-3|-4,5)$



$m = \frac{-4,5}{-3} = \frac{3}{2} = 1,5$

20.2 $P_2 (3|6), P_1 (1|1)$

$m = \frac{y_{P2} - y_{P1}}{x_{P2} - x_{P1}} = \frac{6-1}{3-1} = \frac{5}{2} = 2,5$

21.1 $y = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \cdot x + 3 = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \cdot x = -3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot x = 3 \Leftrightarrow x = 9 \Rightarrow \mathbf{N (9|0)}$

21.2 $y = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \cdot x + 3 = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \cdot x = -3 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot x = 3 \Leftrightarrow \mathbf{x = 4,5}$

Die Steigung wird doppelt so groß, die Auslaufzeit halbiert.

Überprüfen Sie Ihr Wissen!

22.1



$P_1 (0|0|0)$, $P_2 (2|0|0)$, $P_3 (2|4|0)$,
 $P_4 (0|4|0)$, $P_5 (0|0|3)$, $P_6 (2|0|3)$,
 $P_7 (2|4|3)$, $P_8 (0|4|3)$

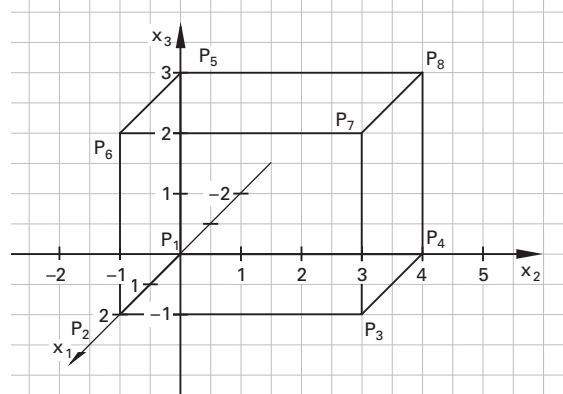


Bild 1: Quader

22.2 a) $m = \frac{-2}{1} = \frac{-4}{2} = \dots = \frac{-10}{5} = -2 \Rightarrow y = -2 \cdot x$

b) $x = -1 \Rightarrow y = 2$, $x = -2 \Rightarrow y = 4$, $x = -3 \Rightarrow y = 6$

22.3

Punktprobe für P und Q:

$P (2|-3) \Rightarrow -3 \neq \frac{3}{2} \cdot 2 \Rightarrow$ nicht erfüllt, **P liegt nicht auf der Geraden.**

$Q (-3|-4,5) \Rightarrow -4,5 = \frac{3}{2} \cdot (-3) \Rightarrow -4,5 = -4,5 \Rightarrow$ erfüllt, **Q liegt auf der Geraden.**

22.4

a) $m = 5 \Rightarrow y = f(x) = 5 \cdot x + b$

$P (2|-4) \Rightarrow -4 = 5 \cdot 2 + b \Rightarrow b = -14$

$f(x) = 5 \cdot x - 14$

b) $P (-1|-5)$, $Q (4|7) \Rightarrow m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{7 - (-5)}{4 - (-1)} = \frac{12}{5} = 2,4 \Rightarrow y = g(x) = 2,4 \cdot x + b$

mit $Q (4|7)$ gilt $7 = 2,4 \cdot 4 + b \Rightarrow b = -2,6 \Rightarrow$ **$g(x) = 2,4 \cdot x - 2,6$**

22.5

a) $P (2|3)$, $Q (4|2) \Rightarrow m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{2 - 3}{4 - 2} = -\frac{1}{2} = -0,5 \Rightarrow y = g(x) = 0,5 \cdot x + b$

mit $P (2|3)$ gilt $3 = -0,5 \cdot 2 + b \Rightarrow b = 4 \Rightarrow$ **$g(x) = -0,5 \cdot x + 4$**

$m = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot x + b$

$A (2|1) \Rightarrow 1 = 2 \cdot 2 + b \Rightarrow b = -3$

$h(x) = 2 \cdot x - 3$

b) $g(x) = 0 \Rightarrow -0,5 \cdot x + 4 = 0 \Rightarrow x = 8$

$h(x) = 0 \Rightarrow 2 \cdot x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1,5$

c) Schnittpunkt S für $g(x) = h(x)$:

$-0,5 \cdot x + 4 = 2 \cdot x - 3 \Leftrightarrow \frac{5}{2} \cdot x = 7 \Rightarrow x_S = \frac{14}{5} = 2,8$

$\Rightarrow y_S = h(x_S) \Rightarrow y_S = 2 \cdot \frac{14}{5} - 3 = \frac{28 - 15}{5} = \frac{13}{5} = 2,6$

\Rightarrow **S (2,8|2,6)**

22.6 a) Geradengleichungen durch die Eckpunkte:

$$f: y = 5; \quad g: y = 1;$$

$$h: m = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = \frac{5-1}{3-2} = \frac{4}{1} = 4 \quad \text{oder}$$

$$m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{5-1}{9-8} = \frac{4}{1} = 4$$

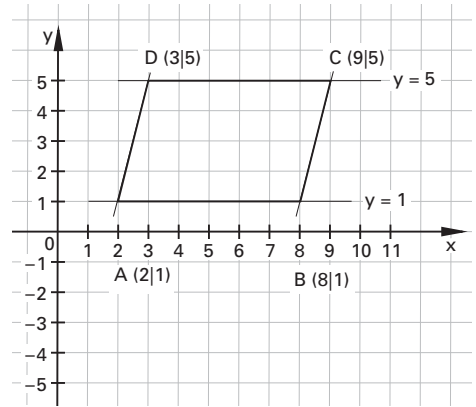
$$\Rightarrow y = 4 \cdot x + b$$

\Rightarrow Punkt A (2|1) einsetzen:

$$1 = 2 \cdot 4 + b \Leftrightarrow b = -7 \Rightarrow \mathbf{h: y = 4 \cdot x - 7}$$

Punkt B (8|1) einsetzen:

$$1 = 8 \cdot 4 + b \Leftrightarrow b = -31 \Rightarrow \mathbf{i: y = 4 \cdot x - 31}$$



b) $d_1(x) = m \cdot x + b: \quad m = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{5-1}{9-2} = \frac{4}{7} \Rightarrow d_1(x) = \frac{4}{7} \cdot x + b$

mit A (2|1) in d_1 gilt: $1 = 2 \cdot \frac{4}{7} + b \Leftrightarrow b = -\frac{1}{7} \Rightarrow \mathbf{d_1(x) = \frac{4}{7} \cdot x - \frac{1}{7}}$

$d_2(x) = m \cdot x + b: \quad m = \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = \frac{5-1}{3-8} = -\frac{4}{5} \Rightarrow d_2(x) = -\frac{4}{5} \cdot x + b$

mit D (3|5) in d_2 gilt: $5 = 3 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) + b \Rightarrow b = \frac{25}{5} + \frac{12}{5} = \frac{37}{5} \Rightarrow \mathbf{d_2(x) = -\frac{4}{5} \cdot x + \frac{37}{5}}$

c) Diagonalschnittpunkt $\Leftrightarrow d_1(x) = d_2(x):$

$$\frac{4}{7} \cdot x - \frac{1}{7} = -\frac{4}{5} \cdot x + \frac{37}{5} \Leftrightarrow \frac{20+28}{35}x = \frac{37 \cdot 7 + 5}{35} \Leftrightarrow 48 \cdot x = 264 \Leftrightarrow x_s = \frac{11}{2} = 5,5$$

$$y_s = d_1(x_s) = \frac{4}{7} \cdot \frac{11}{2} - \frac{1}{7} = \frac{44-2}{14} = \frac{42}{14} = 3 \Rightarrow \mathbf{S (5,5|3)}$$

22.7

Gesucht $g(x)$: Es gilt $m_g = -\frac{1}{m_f} = -\frac{1}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}$

$$g: y = -\frac{2}{3} \cdot x + b$$

$$\Rightarrow \text{Einsetzen von P (1|4)} \Rightarrow 4 = -\frac{2}{3} \cdot 1 + b \Leftrightarrow 4 + \frac{2}{3} = b \Leftrightarrow b = \frac{14}{3} \Leftrightarrow \mathbf{g: y = -\frac{2}{3} \cdot x + \frac{14}{3}}$$

22.8

a) $k(x) = m \cdot x + b; \quad x$ in %

$$m = -\frac{16000}{100} \cdot 15 = -2400 \Rightarrow k(x) = -2400 \cdot x + b \text{ f\u00fcr } x = 0 \Rightarrow b = 16000$$

$$\mathbf{k(x) = -2400 \cdot x + 16000}$$

b) $k(x) = 0 \Leftrightarrow -2400 \cdot x + 16000 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{16000}{2400} = \frac{20}{3}$

\Rightarrow Das Fahrzeug ist nach $6\frac{2}{3}$ Jahren abgeschrieben.

c) $k(24) = -\frac{16000 \text{ €}}{100} \cdot 24 \Rightarrow 24\%$ des Buchwertes sind 3840 €

$$3840 = -2400 \cdot x + 16000 \Leftrightarrow x = \frac{16000 - 3840}{2400} = \frac{12160}{2400} = \mathbf{5,06 \text{ Jahre}}$$

22.9

a) $m = 0,5 \Rightarrow f(x) = 0,5 \cdot x + b$

$$P(1|1) \Rightarrow 1 = 0,5 + b \Leftrightarrow b = 0,5$$

$$\mathbf{f(x) = 0,5 \cdot x + 0,5}$$

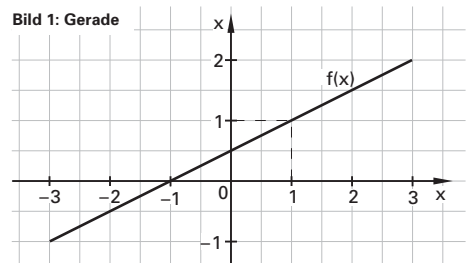
b) $g(x)$ 1 h\u00f6her: $\Rightarrow b = 1,5$

$$\Rightarrow \mathbf{g(x) = 0,5 \cdot x + 1,5}$$

$h(x)$ 1 tiefer: $\Rightarrow b = -0,5$

$$\Rightarrow \mathbf{h(x) = 0,5 \cdot x - 0,5}$$

Bild 1: Gerade



c) Gerade senkrecht auf $f(x)$ durch $Q(3|2)$: $m_f \cdot m_i = -1 \Rightarrow m_i = -\frac{1}{m_f} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$

$$Q(3|2) \Rightarrow i(x) = -2 \cdot x + b \Rightarrow 2 = -2 \cdot 3 + b \Leftrightarrow b = 8 \Rightarrow i(x) = -2 \cdot x + 8$$

d) Schnittpunkt S von $g(x)$ mit $i(x)$:

$$-2 \cdot x + 8 = \frac{1}{2} \cdot x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow 8 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \cdot x \Leftrightarrow x_s = \frac{13}{5} = 2,6$$

$$y_s = g(x_s) = g\left(\frac{13}{5}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{5} + \frac{3}{2} = \frac{28}{10} = 2,8 \Rightarrow \mathbf{S(2,6|2,8)}$$

Schnittpunkt S von $h(x)$ mit $i(x)$:

$$-2 \cdot x + 8 = \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{2} \Leftrightarrow 8 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \cdot x \Leftrightarrow x_s = \frac{17}{5} = 3,4$$

$$y_s = h(x_s) = h\left(\frac{17}{5}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{5} - \frac{1}{2} = \frac{12}{10} = 1,2 \Rightarrow \mathbf{S(3,4|1,2)}$$

1.7.3.3 Betragsfunktion

23.1 a)

d)

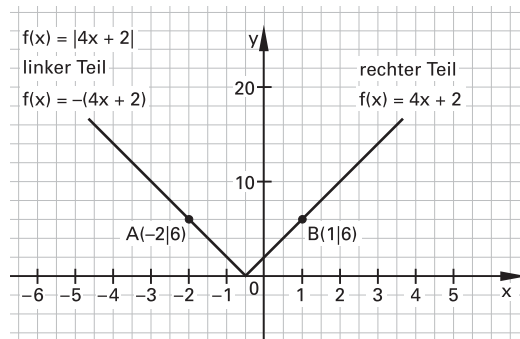


Bild 1: Betragsfunktion

Es gibt 2 Lösungen. Entweder hat der Punkt A einen negativen Funktionswert oder Punkt B.

b) Punkt $f(x_B) < 0$

$$A(-2|6); B'(1|-6)$$

$$y_1 = mx + b$$

$$(1) \quad 6 = -2m + b$$

$$(2) \quad -6 = m + b \quad | \cdot 2$$

$$-12 = 2m + 2b$$

$$(1) + (2) \quad -6 = 3b \Rightarrow b = -2$$

$$b \text{ in (2)} \quad -6 = m - 2 \Rightarrow m = -4$$

$$f(x) = |-4x - 2|$$

Punkt $f(x_A) < 0$

$$A'(-2|-6); B(1|6)$$

$$y_2 = mx + b$$

$$(1) \quad -6 = -2m + b$$

$$(2) \quad 6 = m + b \quad | \cdot 2$$

$$12 = 2m + 2b$$

$$(1) + (2) \quad 6 = 3b \Rightarrow b = 2$$

$$b \text{ in (2)} \quad 6 = m + 2 \Rightarrow m = 4$$

$$f(x) = |4x + 2|$$

c) Zuerst muss der Funktionswert für $f(x) = 0$ ermittelt werden.

$$-4x - 2 = 0 \Rightarrow x = -0,5$$

$$4x - 2 = 0 \Rightarrow x = -0,5$$

$$f(x) = |-4x - 2| = |4x + 2| = \begin{cases} 4x + 2 & \text{für } x \geq -0,5 \\ -(4x + 2) & \text{für } x < -0,5 \end{cases}$$

23.2 a) Zuerst muss der Funktionswert für $f(x) = 0$ ermittelt werden.

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \wedge x_2 = 4$$

Die Parabel ist positiv im Bereich $x \leq 0$ und $x \geq 4$. Es ist keine Vorzeichenumkehr notwendig $\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x$.

Die Parabel ist negativ im Bereich $0 < x < 4$. Es ist eine Vorzeichenumkehr notwendig $\Rightarrow f(x) = -(x^2 - 4x)$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & \text{für } x \leq 0 \wedge x \geq 4 \\ -(x^2 - 4x) & \text{für } 0 < x < 4 \end{cases}$$

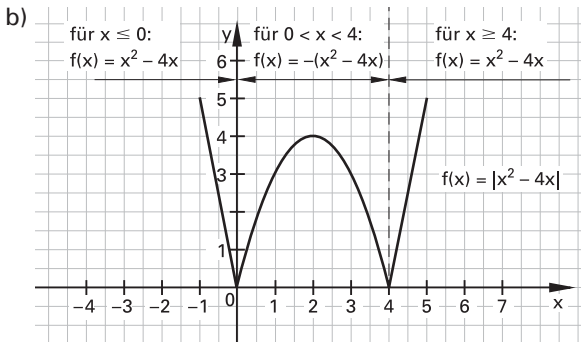


Bild 1: Betragsfunktion

1.7.3.4 Ungleichungen

24.1 a) $x + 6 < 7$
 $x < 1$

$$|-6$$

b) $33 + x \leq 50$
 $x \leq 17$

$$|-33$$

c) $8x - 20 \geq 3x - 10$
 $5x \geq 10$
 $x \geq 2$

$$|+20$$

$$|-3x$$

$$|:5$$

d) $22x > 110$
 $x > 5$

$$|:22$$

e) $7x + 21 + a > 7$
 $7x > -14 - a$
 $x > -2 - \frac{a}{7}$

$$|-21$$

$$|-a$$

$$|:7$$

f) $\frac{3}{8} - x \leq \frac{7}{16}$

$$|-\frac{3}{8}$$

$$-x \leq \frac{7}{16} - \frac{3}{8}$$

$$-x \leq \frac{1}{16}$$

$$|\cdot(-1)$$

$$x \geq -\frac{1}{16}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 5(x+9) &\geq 20 && | : 5 \\ x+9 &\geq 4 && | - 9 \\ \mathbf{x} &\geq -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } 16(2-4x) &> 6x+8 \\ 23-64x &> 6x+8 && | - 6x \quad | - 23 \\ -70x &> -15 && | : (-70) \\ x &< \frac{15}{70} \\ \mathbf{x} &< \frac{3}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } -3(4x-2) &> -18 && | : (-3) \\ 4x-2 &< 6 && | + 2 \\ 4x &< 8 && | : 4 \\ \mathbf{x} &< 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j) } 27(x-3) &> x(4-a) \\ 27x-81 &> 4x-ax && | - 4x \quad | + ax \quad | + 81 \\ 23x+ax &> 81 \\ x(23+a) &> 81 && | : (23+a) \\ \mathbf{x} &> \frac{81}{23+a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k) } 0,5x+20 &< 4x+10 && | - 4x \quad | - 20 \\ -3,5x &< -10 && | : (-3,5) \\ x &> \frac{10}{3,5} \\ x &> \frac{20}{7} \\ \mathbf{x} &> 2\frac{6}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l) } 4x + \frac{5}{2} &\leq -(3+4x) - 6 && | + (3+4x) \quad | - \frac{5}{2} \\ 4x + (3+4x) &\leq -6 - \frac{5}{2} \\ 8x + 3 &\leq -8,5 && | - 3 \\ 8x &\leq -11,5 && | : 8 \\ x &\leq -\frac{11,5}{8} \\ x &\leq -\frac{23}{8} \\ \mathbf{x} &\leq -2\frac{7}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m) } \frac{3}{8}(2x-8) + \frac{6}{4}x - 8 &< 10(2-x) - 4x - 13 \\ \frac{6}{8}x - 3 + \frac{6}{4}x - 8 &< 20 - 10x - 4x - 13 \\ \frac{9}{4}x - 11 &< 7 - 14x && | + 14x \quad | + 11 \\ \frac{9}{4}x + 14x &< 7 + 11 \\ \frac{65}{4}x &< 18 && | \cdot 4 \quad | : 65 \\ x &< \frac{18 \cdot 4}{65} \\ x &< \frac{72}{65} \\ \mathbf{x} &< 1\frac{7}{65} \end{aligned}$$

1.7.4 Quadratische Funktionen

25.1

Parabeleigenschaften: $-1 < a < 1$; $a \neq 0$ 

Tabelle 1

25.2

Parabeleigenschaften: $a < 0$ 

Tabelle 1

25.3

Parabeleigenschaften: $a > 1$ 

Tabelle 1

26.1

$$h(x) = 0,5 \cdot (x - 2)^2 + 1,5 \Rightarrow y = -0,5 \cdot (x - 2)^2 + 1,5$$

26.2

Durch Koeffizientenvergleich mit der allgemeinen Scheitelform $y = a(x - x_s)^2 + y_s$:
 $y = 0,5 \cdot (x - 4)^2 + 5$ $x_s = 4 \wedge y_s = 5 \Rightarrow \mathbf{S (4|5)}$

27.1 a) Nullstellen:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 0,5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 0,5} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{1}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{9} = -1 \pm 3 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 2 \Rightarrow \mathbf{N_1 (-4|0), N_2 (2|0)}$$

Oder durch Umformung aus der Nullstellenform:

$$0,5 \cdot x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 2) \cdot (x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow \text{Satz vom Nullprodukt} \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 2 \Rightarrow \mathbf{N_1 (-4|0), N_2 (2|0)}$$

b) Scheitel:

$$\mathbf{S} \left(\frac{-b}{2 \cdot a} \mid \frac{-b^2}{4 \cdot a} + c \right) \Rightarrow x_s = \frac{-1}{2 \cdot 0,5} = -1$$

$$y_s = \frac{1^2}{4 \cdot 0,5} + (-4) = -\frac{1}{2} - 4 = -4,5 \Rightarrow \mathbf{S (-1|-4,5)} \text{ oder:}$$

$$x_s = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-1}{2 \cdot 0,5} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$y_s = f(x_s) = 0,5 \cdot (-1)^2 - 1 - 4 = -4,5 \Rightarrow \mathbf{S (-1|-4,5)}$$

c) P (4|2,5) in $y = 0,5 \cdot x^2 + x - 4$ einsetzen:

$$2,5 = 0,5 \cdot 4^2 + 4 - 4 \Rightarrow 2,5 \neq 8 \Rightarrow \mathbf{P \notin \text{Parabel}}$$

d) Bild 2



28.1

Durch Faktorisieren und mit dem Satz vom Nullprodukt:

$$2 \cdot x \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow \mathbf{x = 0 \text{ oder } x = 2}$$