



Technik

BFS Saarland

Formelsammlung

Metall · Elektro · Holz · Bau

Autoren der Werke:

Tabellenbuch Metall

Formeln für Elektrotechniker

Tabellenbuch Holztechnik

Grundlagen, Formeln, Tabellen und Verbrauchswerte

Bautechnik nach Lernfeldern für Zimmerer

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 80512

Gestaltungsteam der Skriptfassung
„Technik BFS Saarland - Formelsammlung Metall, Elektro, Holz, Bau“

Dr. Markus Bernardi
Oliver Kassing
Peter Kaufmann
Dr. Markus Lösch
Andrea Michaely
Julia Scheer

Lektorat:
Andrea Michaely
Peter Kaufmann

Bilderstellung und -bearbeitung:
Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

1. Auflage 2021

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN: 978-3-7585-8051-2

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2021 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG,
42781 Haan-Gruiten
<https://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: mediacreativ, G. Kuhl, 40724 Hilden

Umschlaggestaltung:
mediacreativ, G. Kuhl, 40724 Hilden
unter Verwendung einer Grafik von © exclusive-design – stock.adobe.com

Druck: Plump Druck und Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

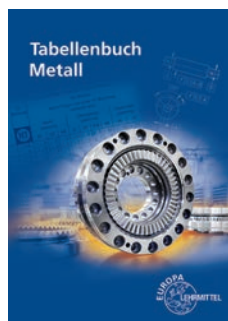
Dieses Buch ist eine Zusammenstellung grundlegender Formeln und Tabellen aus vier Bereichen der Technik: Metalltechnik, Elektrotechnik, Holztechnik und Bautechnik. Es ist konzipiert für die Berufsfachschule I und II im Saarland und soll den Lernenden, die sich im Zuge ihres beruflichen Kompetenzerwerbs Grundlagen in diesen Bereichen der Technik erarbeiten, in der Vorstufe der Berufswahlentscheidung als Nachschlagewerk dienen. Innerhalb der insgesamt sechs Kapitel, die sich am Lehrplan orientieren, sind teilweise spezifische Fachinhalte unter einer gemeinsamen Überschrift zusammengefasst. Dieser Umstand eröffnet den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, alle technischen Vorgänge und Inhalte innerhalb einer thematischen Einheit in einem Werk nachzuschlagen.

Die Idee zu einer fachbereichsübergreifenden Formelsammlung ist im Zuge der Neugestaltung des Übergangsbereichs im Saarland und dem dazu im Mai 2020 verfügbaren Lehrplan für das Fach Berufliche Kompetenz der Fachrichtung Technik, in dem die vier Fachbereiche eng miteinander verzahnt sind, entstanden und von den Mitgliedern der Lehrplankommission in enger Anlehnung an die Inhalte des Lehrplans aus den unten aufgeführten Werken zusammengestellt worden.

Änderungsvorschläge und Korrekturhinweise an lektorat@europa-lehrmittel.de sind ausdrücklich erwünscht und tragen zur Optimierung einer Neuauflage bei.

Das Gestaltungsteam

Frühjahr 2021



Autoren:

Roland Gomeringer
Roland Kilgus
Volker Menges
Stefan Oesterle
Thomas Rapp
Claudius Scholer
Andreas Stenzel
Andreas Stephan
Falko Wieneke

Europa-Nr.: 1060X
ISBN 978-3-8085-1679-9



Autoren:

Dieter Isele
Werner Klee
Klaus Tkotz
Ulrich Winter

Europa-Nr.: 30105
ISBN 978-3-8085-3792-3



Autoren:

Peter Peschel
Eva Hornhardt
Ingo Nennewitz
Wolfgang Nutsch
Sven Schulzig
Gerhard Seifert

Europa-Nr.: 41814
ISBN 978-3-8085-4303-0



Autoren:

Falk Ballay,
Hansjörg Frey
Bernd Heilig,
Michael Hellmuth
Siegfried Kärcher
Volker Kuhn
Hans Nestle
Harald Schäfer
Martin Traub
Horst Werner

Europa-Nr.: 45410
ISBN 978-3-8085-4544-7

1	Technische Mathematik	5
1.1	Einheiten im Messwesen.....	5
1.2	Formeln	8
1.3	Größen und Einheiten.....	11
1.4	Winkel und Dreiecke.....	13
1.5	Längen.....	15
1.6	Flächen	17
1.7	Körper	20
2	Physikalische und elektrotechnische Grundlagen	23
2.1	Bewegungen	23
2.2	Kräfte	25
2.3	Drehmoment und Arbeit	26
2.4	Einfache Maschinen und Energie.....	27
2.5	Leistung und Wirkungsgrad.....	28
2.6	Druck in Flüssigkeiten und Gasen.....	29
2.7	Festigkeitslehre.....	31
2.8	Elektrotechnische Grundgesetze	33
2.9	Schaltungen von Widerständen.....	34
2.10	Elektrische Arbeit und Leistung.....	36
2.11	Wechselstrom.....	37
2.12	Digitaltechnik.....	37
3	Technisches Zeichnen	38
3.1	Stücklisten und Positionsnummern.....	38
3.2	Maßstäbe	39
3.3	Zeichnen in der Metalltechnik.....	40
3.4	Zeichnen in der Holztechnik.....	50
3.5	Zeichnen in der Bautechnik	52
3.6	Normalprojektion und räumliche Darstellung.....	58
4	Werkstoffe und Betriebsmittel	59
4.1	Stoffwerte	59
4.2	Stähle und Stahlsorten	63
4.3	Farbkennzeichnung von Widerständen	65
4.4	Schutzarten elektrischer Betriebsmittel.....	66
4.5	Holzarten und Kennwerte	67
4.6	Holzfeuchte.....	69
4.7	Holz als Handelsware	70
4.8	Holzwerkstoffe.....	71
4.9	Frischbeton und Festbeton	75
5	Verbinden und Montieren	78
5.1	Verbindungsmittel	78
5.2	Gewinde	81
5.3	Verlegearten und Strombelastbarkeit.....	82
6	Fertigen	83
6.1	Bohren.....	83
6.2	Maschinenwerkzeuge zur Holzbearbeitung.....	85
6.3	Treppenbau.....	87
	Sachwortverzeichnis	88

SI ¹⁾ -Basisgrößen und Basiseinheiten							
vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (2018-02)							
Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = Systéme International d'Unités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Basisgrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten						
Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele	
Länge, Fläche, Volumen, Winkel						
Länge	l	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 μ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m	
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m ² a ha	1 m ² = 10 000 cm ² = 1 000 000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10 000 m ² 100 ha = 1 km ²	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken	
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m ³ l, L	1 m ³ = 1000 dm ³ = 1 000 000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³	Meist für Flüssigkeiten und Gase	
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ π 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.	
Raumwinkel	Ω	Steradian	sr	1 sr = 1 m ² /m ²	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1$ m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1$ m ² .	
Mechanik						
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).	
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.	
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²	Zur Berechnung der Masse von Blechen.	
Dichte	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.	

Größen und Einheiten (Fortsetzung)					
Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massensmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogenen Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft Gewichtskraft	F F_G, G	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M M_b, T	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm^2	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2$ $= 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2$ $= 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_e verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m^4 cm^4	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$ $= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, $\text{kW} \cdot \text{h}$ bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3 ^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. 3 ^h 24 ^m 10 ^s geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \approx 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60} \text{ s}^{-1}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min}$ $= 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ mile per hour = 1 mile/h = 1 mph $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2\pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4\pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s^2	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

Größen und Einheiten (Fortsetzung)					
Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke	<i>I</i>	Ampere	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Spannung	<i>U</i>	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$	
Elektr. Widerstand	<i>R</i>	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
Elektr. Leitwert	<i>G</i>	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	
Leitfähigkeit	γ, κ	Siemens pro Meter	S/m		$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Frequenz	<i>f</i>	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	<i>W</i>	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	<i>E</i>	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	<i>Q</i>	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$	
Elektr. Kapazität	<i>C</i>	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$	
Induktivität	<i>L</i>	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$	
Leistung Wirkleistung	<i>P</i>	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung <i>S</i> in $\text{V} \cdot \text{A}$
Thermodynamik und Wärmeübertragung					
Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Thermodynamische Temperatur	<i>T, Θ</i>	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius (°C) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in °F: Seite 51
	<i>t, θ</i>	Grad Celsius	°C	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	
Celsius-Temperatur					
Wärmemenge	<i>Q</i>	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	1 kcal \approx 4,1868 kJ
Spezifischer Heizwert	<i>H_u</i>	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ}/\text{kg} = 1000000 \text{ J}/\text{kg}$ $1 \text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000 \text{ J}/\text{m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m ³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.
Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI					
Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung	
1 inch (in) = 25,4 mm	1 sq.in = 6,452 cm ²	1 cu.in = 16,39 cm ³	1 oz = 28,35 g	1 PSh = 0,735 kWh	
1 foot (ft) = 0,3048 m	1 sq.ft = 9,29 dm ²	1 cu.ft = 28,32 dm ³	1 lb = 453,6 g	1 PS = 0,7355 kW	
1 yard (yd) = 0,9144 m	1 sq.yd = 0,8361 m ²	1 cu.yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws	
1 See-meile = 1,852 km	1 acre = 4046,873 m ²	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh	
1 Land-meile = 1,6093 km	Druck, Spannung		1 gallon (UK) = 4,546 l	1 kpm/s = 9,807 W	
	1 bar = 14,5 pound/in ²	1 barrel (US) = 158,9 l	1 Karat = 0,2 g	1 kpm/s = 9,807 W	
	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²	1 barrel (UK) = 159,1 l	1 pound/in ³ = 27,68 g/cm ³	1 Btu = 1055 Ws	bhp = 745,7 W

Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen vgl. DIN 1304-1 (1994-03)					
Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ρ	Dichte	M_T, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_p, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ε	Dehnung	P	Leistung
p_e	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, ν	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				Q, \dot{V}, q_v	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ρ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, Θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	Φ, \dot{Q}	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \vartheta$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
t, ϑ	Celsius-Temperatur	α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität
α, α	Längenausdehnungskoeffizient	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_u	spezifischer Heizwert
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	f	Brennweite	I_e	Strahlstärke
		n	Brechzahl	Q_e, W	Strahlungsenergie
Akustik					
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel
Mathematische Zeichen vgl. DIN 1302 (1999-12)					
Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
\approx	ungefähr gleich, rund, etwa	\sim	proportional	\log	Logarithmus (allgemein)
$\hat{=}$	entspricht und so weiter	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	\lg	dekadischer Logarithmus
\dots	und so weiter	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	\ln	natürlicher Logarithmus
∞	unendlich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	e	Eulersche Zahl ($e = 2,718281\dots$)
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	\sin	Sinus
\neq	ungleich	\perp	senkrecht zu	\cos	Kosinus
$\stackrel{\text{def}}{=}$	ist definitionsgemäß gleich	\parallel	ist parallel zu	\tan	Tangens
$<$	kleiner als	$\uparrow \uparrow$	gleichsinnig parallel	\cot	Kotangens
\leq	kleiner oder gleich	$\uparrow \downarrow$	gegenseitig parallel	$(, [, \{$	runde, eckige, geschweifte
$>$	größer als	\sphericalangle	Winkel		Klammer auf und zu
\geq	größer oder gleich	\triangle	Dreieck	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
$+$	plus	\triangleq	kongruent zu		
$-$	minus	Δx	Delta x	\overline{AB}	Strecke AB
\cdot	mal, multipliziert mit		(Differenz zweier Werte)	\widehat{AB}	Bogen AB
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro	$\%$	Prozent, vom Hundert	a', a''	a Strich, a zwei Strich
Σ	Summe	‰	Promille, vom Tausend	a_1, a_2	a eins, a zwei

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. \cdot für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $-$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (π) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{m}{\text{min}}}$$

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Beispiel:

Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

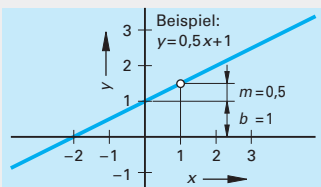
Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

vorgeschriebene Einheiten		
Bezeichnung	Einheit	
M	Drehmoment	N · m
P	Leistung	kW
n	Drehzahl	1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.



1. Beispiel:

$$y = 0,5 x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

2. Beispiel:

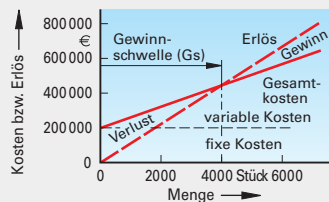
Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

- K_G Gesamtkosten → abhängige Variable
- M Menge → unabhängige Variable
- K_f Fixe Kosten → y -Koordinatenabschnitt
- K_v Variable Kosten → Steigung der Funktion
- E Erlös → abhängige Variable



Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

Veränderungen auf der linken Formelseite

=
Veränderungen auf der rechten Formelseite

Formel

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

linke Formelseite = rechte Formelseite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$\cdot t$ → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

$: F$ → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

1] $L = l_1 + l_2$	$-l_1$	l_1 subtrahieren	3] $L - l_1 = l_2$	Seiten vertauschen
2] $L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$		subtrahieren durchführen	4] $l_2 = L - l_1$	umgestellte Formel

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

1] $A = l \cdot b$	$: b$	dividieren durch b	3] $\frac{A}{b} = l$	Seiten vertauschen
2] $\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$		kürzen mit b	4] $l = \frac{A}{b}$	umgestellte Formel

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

1] $n = \frac{l}{l_1 + s}$	$\cdot (l_1 + s)$	mit $(l_1 + s)$ multiplizieren	4] $n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$	$: n$ subtrahieren dividieren durch n
2] $n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)}$		rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen	5] $\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$	kürzen mit n
3] $n \cdot l_1 + n \cdot s = l$	$-n \cdot l_1$	$-n \cdot l_1$ subtrahieren	6] $s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$	umgestellte Formel

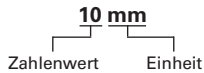
Umstellung von Wurzeln

Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

1] $c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$(\)^2$	Formel quadrieren	4] $a^2 = c^2 - b^2$	$\sqrt{\quad}$ radizieren
2] $c^2 = a^2 + b^2$	$-b^2$	b^2 subtrahieren	5] $\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$	Ausdruck vereinfachen
3] $c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$		subtrahieren, Seite tauschen	6] $a = \sqrt{c^2 - b^2}$	umgestellte Formel

Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe



Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

Vorsatz-		Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
Zeichen	Name			
T	Tera	10 ¹²	Billion	12000000000000 N = 12 · 10 ¹² N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10 ⁹	Milliarde	45000000000 W = 45 · 10 ⁹ W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10 ⁶	Million	8500000 V = 8,5 · 10 ⁶ V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10 ³	Tausend	12600 W = 12,6 · 10 ³ W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10 ²	Hundert	500 l = 5 · 10 ² l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10 ¹	Zehn	32 m = 3,2 · 10 ¹ m = 3,2 dam (Deka-Meter)
–	–	10 ⁰	Eins	1,5 m = 1,5 · 10 ⁰ m
d	Dezi	10 ⁻¹	Zehntel	0,5 l = 5 · 10 ⁻¹ l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10 ⁻²	Hundertstel	0,25 m = 25 · 10 ⁻² m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10 ⁻³	Tausendstel	0,375 A = 375 · 10 ⁻³ A = 375 mA (Milli-Ampere)
µ	Mikro	10 ⁻⁶	Millionstel	0,000052 m = 52 · 10 ⁻⁶ m = 52 µm (Mikro-Meter)
n	Nano	10 ⁻⁹	Milliardstel	0,00000075 m = 75 · 10 ⁻⁹ m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10 ⁻¹²	Billionstel	0,00000000006 F = 6 · 10 ⁻¹² F = 6 pF (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} = \frac{1 \text{ cm}^2}{100 \text{ mm}^2} = \frac{1 \text{ dm}^2}{100 \text{ cm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60 \text{ s}}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} = \frac{1 \text{ cm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \text{ cm}^3}$	Zoll	1 inch = 25,4 mm; 1 mm = $\frac{1}{25,4}$ inch

1. Beispiel:

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416 \text{ cm}^3}$$

2. Beispiel:

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad (°) auszudrücken.Der Teilwinkel $16'$ muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$

Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$$W = \frac{A \cdot a^e}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis
 $m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.

Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.

Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel:

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2% (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen,
 K_1 Endkapital p Zinssatz pro Jahr Verzinsungszeit

1. Beispiel:

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6\frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6\frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

2. Beispiel:

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1\frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1\frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100\% \cdot 360 \frac{\text{d}}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

Zins

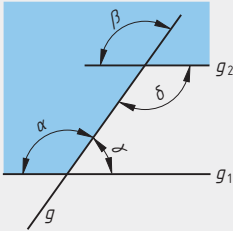
$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

Winkelarten



- g Gerade
- g₁, g₂ parallele Geraden
- α, β Stufenwinkel
- β, δ Scheitelwinkel
- α, δ Wechselwinkel
- α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

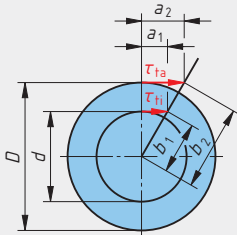
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

- τ_{ta} Torsionsspannung außen
- τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

D = 40 mm, d = 30 mm,
τ_{ta} = 135 N/mm²; τ_{ti} = ?

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

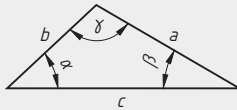
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



- a, b, c Dreiecksseiten
- α, β, γ Winkel im Dreieck

Beispiel:

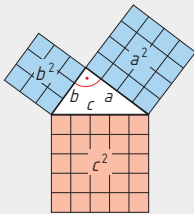
α = 21°, β = 95°, γ = ?
γ = 180° - α - β = 180° - 21° - 95° = 64°

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

1. Beispiel:

c = 35 mm; a = 21 mm; b = ?
b = √(c² - a²) = √(35 mm)² - (21 mm)² = 28 mm

Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

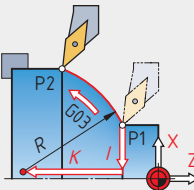
2. Beispiel:

CNC-Programm mit R = 50 mm und I = 25 mm.
K = ?
c² = a² + b²
R² = I² + K²
K = √(R² - I²) = √(50² mm² - 25² mm²)
K = 43,3 mm

Länge der Katheten

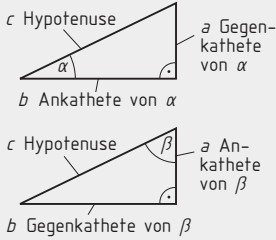
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



c Hypotenuse (längste Seite)
 a, b Katheten
 Bezogen auf den Winkel α ist
 - b die Ankathete und
 - a die Gegenkathete
 α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
 \sin Schreibweise für Sinus
 \cos Schreibweise für Kosinus
 \tan Schreibweise für Tangens
 $\sin \alpha$ Sinus des Winkels α

Winkelfunktionen

Sinus	=	Gegenkathete	/	Hypotenuse
Kosinus	=	Ankathete	/	Hypotenuse
Tangens	=	Gegenkathete	/	Ankathete
Kotangens	=	Ankathete	/	Gegenkathete

1. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}$, $L_2 = 30 \text{ mm}$, $L_3 = 140 \text{ mm}$;
 Winkel $\alpha = ?$

$$\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$$

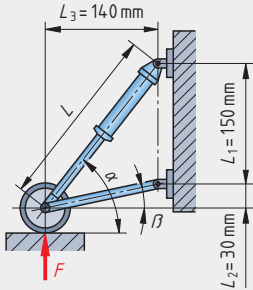
Winkel $\alpha = 52^\circ$

Bezogen auf den Winkel α ist:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Bezogen auf den Winkel β ist:

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$



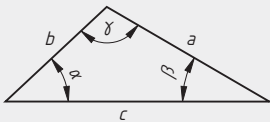
2. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}$, $L_2 = 30 \text{ mm}$, $\alpha = 52^\circ$;
 Länge des Stoßdämpfers $L = ?$

$$L = \frac{L_1 + L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = 228,42 \text{ mm}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. arcsin.

Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



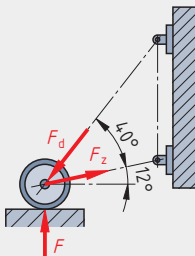
Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite $a \rightarrow$ Gegenwinkel α
 Seite $b \rightarrow$ Gegenwinkel β
 Seite $c \rightarrow$ Gegenwinkel γ

Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



Beispiel

$F = 800 \text{ N}$, $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 38^\circ$; $F_z = ?$, $F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$$

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \varphi} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$$

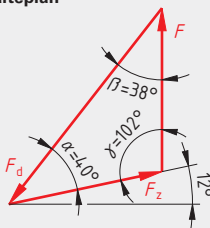
Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

Kräfteplan



Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z.B. arccos.

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

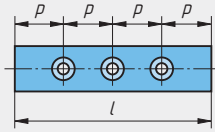
Umstellung, z.B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

Teilung von Längen

Randabstand = Teilung



l Gesamtlänge n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung

Beispiel:

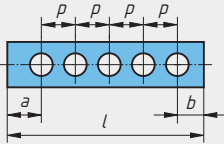
$l = 2 \text{ m}$; $n = 24$ Bohrungen; $p = ?$

$$p = \frac{l}{n+1} = \frac{2000 \text{ mm}}{24+1} = 80 \text{ mm}$$

Teilung

$$p = \frac{l}{n+1}$$

Randabstand \neq Teilung



l Gesamtlänge n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung a, b Randabstände

Beispiel:

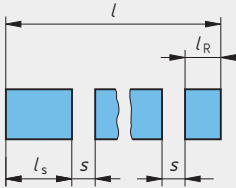
$l = 1950 \text{ mm}$; $a = 100 \text{ mm}$; $b = 50 \text{ mm}$;
 $n = 25$ Bohrungen; $p = ?$

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1} = \frac{1950 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{25 - 1} = 75 \text{ mm}$$

Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Trennung von Teilstücken



l Stablänge s Sägeschnittbreite
 z Anzahl der Teile l_R Restlänge
 l_s Teillänge

Beispiel:

$l = 6 \text{ m}$; $l_s = 230 \text{ mm}$; $s = 1,2 \text{ mm}$; $z = ?$; $l_R = ?$

$$z = \frac{l}{l_s + s} = \frac{6000 \text{ mm}}{230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}} = 25,95 = 25 \text{ Teile}$$

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s) = 6000 \text{ mm} - 25 \cdot (230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}) = 220 \text{ mm}$$

Anzahl der Teile

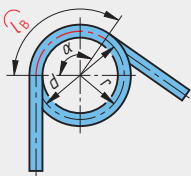
$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

Bogenlänge

Beispiel: Schenkelfeder



l_B Bogenlänge α Mittelpunktswinkel
 r Radius d Durchmesser

Beispiel:

$r = 36 \text{ mm}$; $\alpha = 120^\circ$; $l_B = ?$

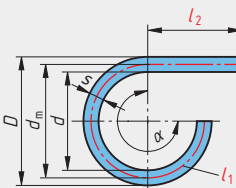
$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 36 \text{ mm} \cdot 120^\circ}{180^\circ} = 75,36 \text{ mm}$$

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Zusammengesetzte Länge



D Außendurchmesser d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser s Dicke
 l_1, l_2 Teillängen L zusammengesetzte Länge
 α Mittelpunktswinkel

Beispiel (Zusammengesetzte Länge, Bild links):

$D = 360 \text{ mm}$; $s = 5 \text{ mm}$; $\alpha = 270^\circ$; $l_2 = 70 \text{ mm}$;
 $d_m = ?$; $L = ?$

$$d_m = D - s = 360 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 355 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2 = \frac{\pi \cdot 355 \text{ mm} \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70 \text{ mm} = 906,45 \text{ mm}$$

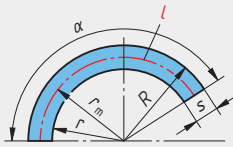
Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$

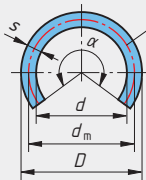
Gestreckte Länge, Federdrahtlänge, Rohlänge

Gestreckte Längen

Kreisringausschnitt mit Angabe des Radius



Kreisringausschnitt mit Angabe des Durchmessers



- R Außenradius
- r Innenradius
- r_m mittlerer Radius
- l gestreckte Länge
- s Dicke
- D Außendurchmesser
- d Innendurchmesser
- d_m mittlerer Durchmesser
- α Mittelpunktswinkel

Gestreckte Länge für $\alpha < 180^\circ$

$$l = \frac{\pi \cdot r_m \cdot \alpha}{180^\circ}$$

Gestreckte Länge für $\alpha > 180^\circ$

$$l = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Mittlerer Radius r_m

$$r_m = R - \frac{s}{2}$$

$$r_m = r + \frac{s}{2}$$

Mittlerer Durchmesser

$$d_m = D - s$$

$$d_m = d + s$$

Beispiel (Kreisringausschnitt):

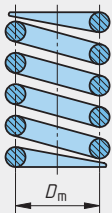
$$D = 36 \text{ mm}; s = 4 \text{ mm}; \alpha = 240^\circ; d_m = ?; l = ?$$

$$d_m = D - s = 36 \text{ mm} - 4 \text{ mm} = 32 \text{ mm}$$

$$l = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 32 \text{ mm} \cdot 240^\circ}{360^\circ} = 67,02 \text{ mm}$$

Federdrahtlänge

Beispiel: Druckfeder



- l gestreckte Länge der Schraubenlinie
- D_m mittlerer Windungsdurchmesser
- i Anzahl der federnden Windungen

Beispiel:

$$D_m = 16 \text{ mm}; i = 8,5; l = ?$$

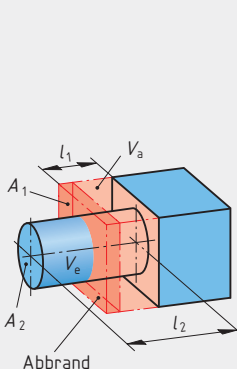
$$l = \pi \cdot D_m \cdot i + 2 \cdot \pi \cdot D_m = \pi \cdot 16 \text{ mm} \cdot 8,5 + 2 \cdot \pi \cdot 16 \text{ mm} = 528 \text{ mm}$$

Gestreckte Länge der Schraubenlinie

$$l = \pi \cdot D_m \cdot i + 2 \cdot \pi \cdot D_m$$

$$l = \pi \cdot D_m \cdot (i + 2)$$

Rohlänge von Schmiedeteilen und Presstücken



Beim Umformen ohne Abbrand ist das Volumen des Rohteiles gleich dem Volumen des Fertigteiles. Tritt Abbrand oder Gratbildung auf, wird dies durch einen Zuschlag zum Volumen des Fertigteiles berücksichtigt.

- V_a Volumen des Rohteiles
- V_e Volumen des Fertigteiles
- q Zuschlagfaktor für Abbrand oder Gratverluste
- A_1 Querschnittsfläche des Rohteiles
- A_2 Querschnittsfläche des Fertigteiles
- l_1 Ausgangslänge der Zugabe
- l_2 Länge des angeschmiedeten Teiles

Beispiel:

An einem Flachstahl $50 \times 30 \text{ mm}$ wird ein zylindrischer Zapfen mit $d = 24 \text{ mm}$ und $l_2 = 60 \text{ mm}$ abgesetzt. Der Verlust durch Abbrand beträgt 10%. Wie groß ist die Ausgangslänge l_1 der Schmiedezugabe?

$$V_a = V_e \cdot (1 + q)$$

$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$

$$l_1 = \frac{A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)}{A_1}$$

$$= \frac{\pi \cdot (24 \text{ mm})^2 \cdot 60 \text{ mm} \cdot (1 + 0,1)}{4 \cdot 50 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}} = 20 \text{ mm}$$

Volumen ohne Abbrand

$$V_a = V_e$$

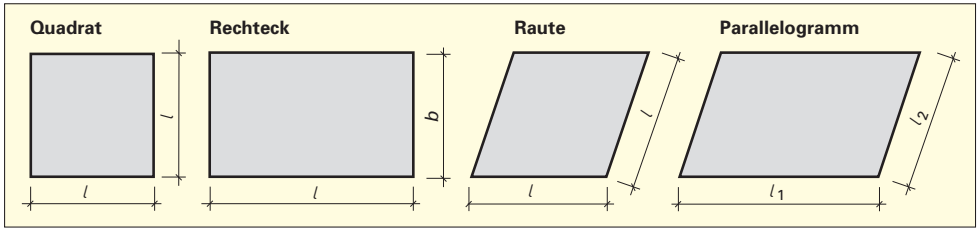
Volumen mit Abbrand

$$V_a = V_e + q \cdot V_e$$

$$V_a = V_e \cdot (1 + q)$$

$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$

Längenberechnung



$$U = 4 \cdot l$$

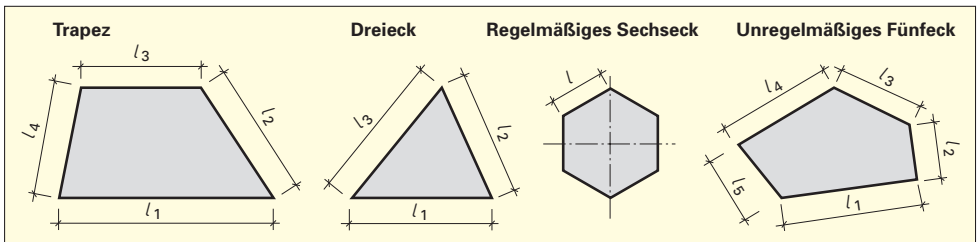
$$U = 2 \cdot l + 2 \cdot b$$

$$U = 2 \cdot (l + b)$$

$$U = 4 \cdot l$$

$$U = 2 \cdot l_1 + 2 \cdot l_2$$

$$U = 2 \cdot (l_1 + l_2)$$

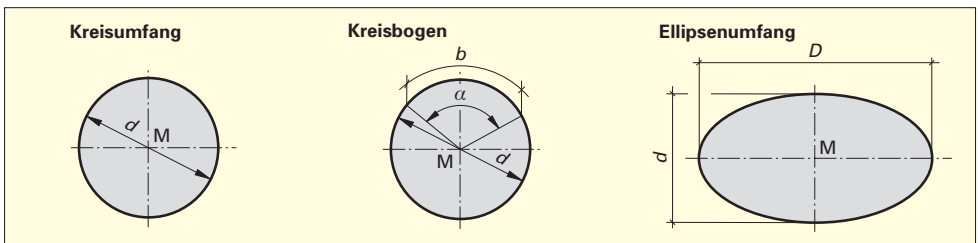


$$U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

$$U = l_1 + l_2 + l_3$$

$$U = 6 \cdot l$$

$$U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5$$



$$U = \pi \cdot d \quad d = \frac{U}{\pi}$$

$$b = \pi \cdot d \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$U \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2}$$

Lehrsatz des Pythagoras

Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Hypotenuse gleich der Summe der Quadrate über den Katheten.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

Im rechtwinklig gleichschenkligen Dreieck gilt:

$$c = a \sqrt{2}$$

$$c = a \cdot 1,414$$

Für die Berechnung der Seitenlängen gilt:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

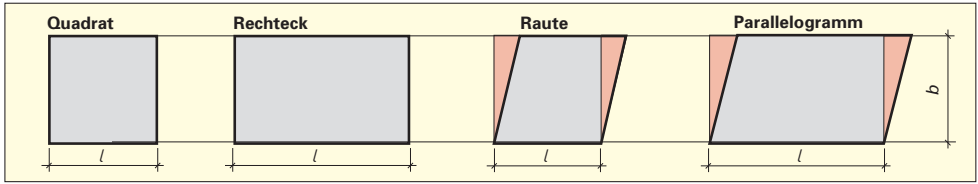
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Ein Dreieck mit dem Seitenverhältnis

$$a : b : c = 3 : 4 : 5$$

ist ein rechtwinkliges Dreieck.

Flächenberechnung



Flächeninhalt = Länge · Breite

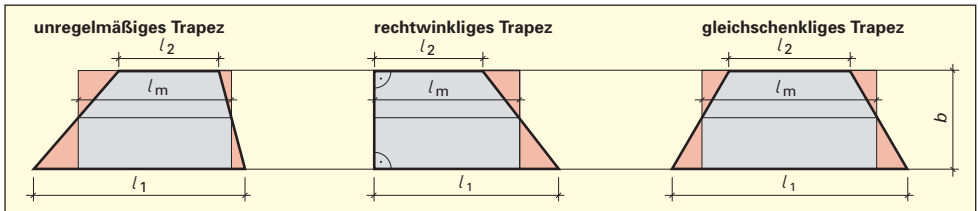
$$A = l \cdot b$$

Länge = $\frac{\text{Flächeninhalt}}{\text{Breite}}$

$$l = \frac{A}{b}$$

Breite = $\frac{\text{Flächeninhalt}}{\text{Länge}}$

$$b = \frac{A}{l}$$

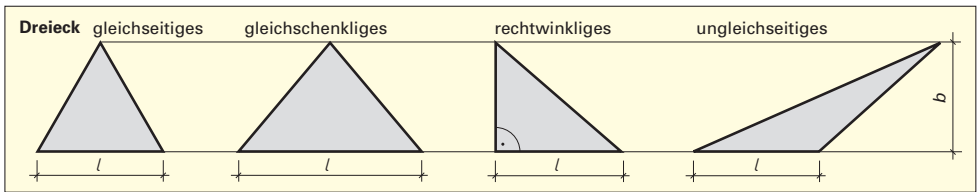


Flächeninhalt = Mittlere Länge · Breite

$$A = l_m \cdot b$$

Mittlere Länge = $\frac{\text{Länge 1} + \text{Länge 2}}{2}$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$



Flächeninhalt = $\frac{\text{Länge} \cdot \text{Breite}}{2}$

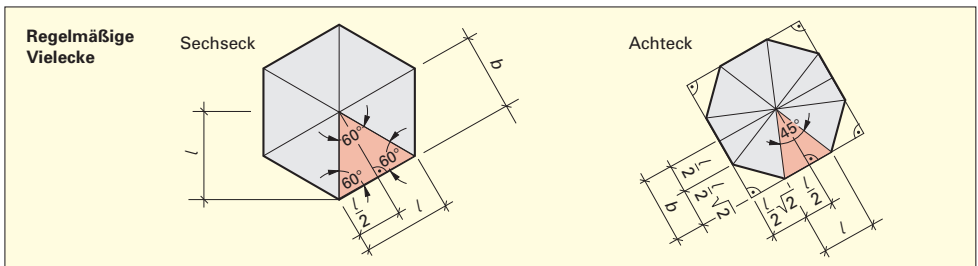
$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

Länge = $\frac{2 \cdot \text{Flächeninhalt}}{\text{Breite}}$

$$l = \frac{2 \cdot A}{b}$$

Breite = $\frac{2 \cdot \text{Flächeninhalt}}{\text{Länge}}$

$$b = \frac{2 \cdot A}{l}$$



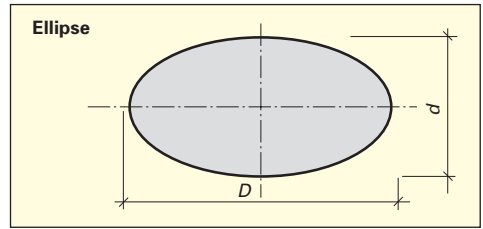
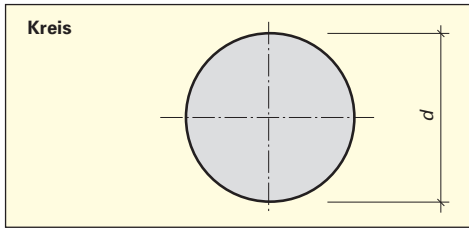
Flächeninhalt_{Vieleck} = Eckenzahl · Flächeninhalt_{Teildreieck}

$$A_{\text{Vieleck}} = n \cdot \frac{l \cdot b}{2}$$

$$l = \frac{2 \cdot A}{n \cdot b}$$

$$b = \frac{2 \cdot A}{n \cdot l}$$

Flächenberechnung (Fortsetzung)

**Kreisfläche**

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$$

$$A \approx 0,785 \cdot d^2$$

Kreisdurchmesser

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

Fläche der Ellipse

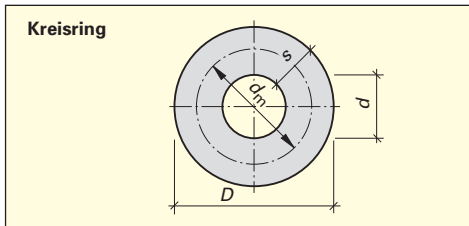
$$A = \frac{\pi}{4} \cdot D \cdot d$$

$$A \approx 0,785 \cdot D \cdot d$$

Ellipsendurchmesser

$$D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d}$$

$$d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$



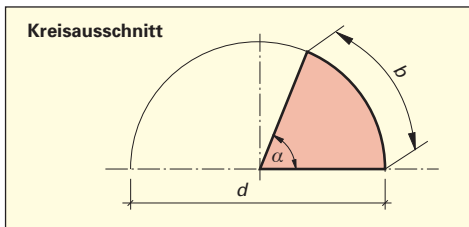
$$A_{\text{Kreisring}} = A_{\text{Außenkreis}} - A_{\text{Innenkreis}}$$

$$A_{\text{Kreisring}} = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 - \frac{\pi}{4} \cdot d^2$$

$$A_{\text{Kreisring}} = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

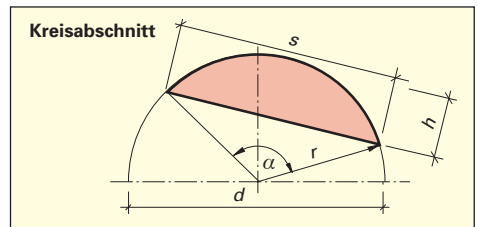
$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot \text{Dicke} \cdot (\text{äußerer Durchmesser} - \text{Dicke})$$

$$A_{\text{Kreisring}} = \pi \cdot s \cdot (D - s)$$



$$A_{\text{Kreisausschnitt}} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$A_{\text{Kreisausschnitt}} \approx 0,785 \cdot d^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$



$$A_{\text{Kreisabschnitt}} = A_{\text{Kreisausschnitt}} - A_{\text{Dreieck}}$$

$$A_{\text{Kreisabschnitt}} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{s \cdot (r - h)}{2}$$

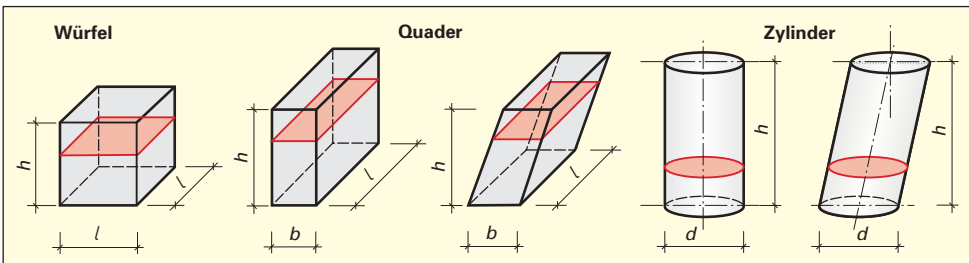
$$r = \frac{s^2}{8h} + \frac{h}{2}$$

$$A_{\text{Kreisausschnitt}} = \frac{b \cdot d}{4}$$

$$\text{Bogenlänge } b = \pi \cdot d \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$A_{\text{Kreisabschnitt}} \approx \frac{2}{3} \cdot \text{Sehne} \cdot \text{Höhe}$$

$$A_{\text{Kreisabschnitt}} \approx \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$$



$$V = A \cdot h$$

$$h = \frac{V}{A}$$

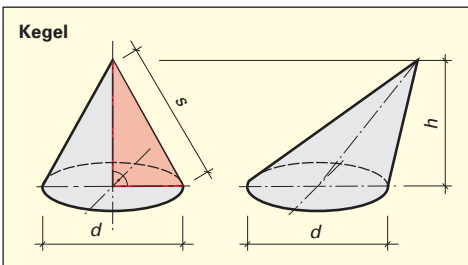
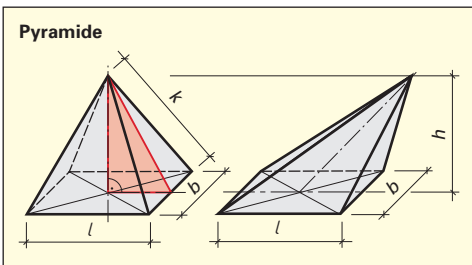
$$A = \frac{V}{h}$$

Oberfläche = Mantelfläche + Grundfläche + Deckfläche

$$O = M + A_{\text{Grundfläche}} + A_{\text{Deckfläche}}$$

Mantelfläche = Körperumfang · Körperhöhe

$$M = U \cdot h$$



Volumen = $\frac{1}{3}$ · Grundfläche · Körperhöhe

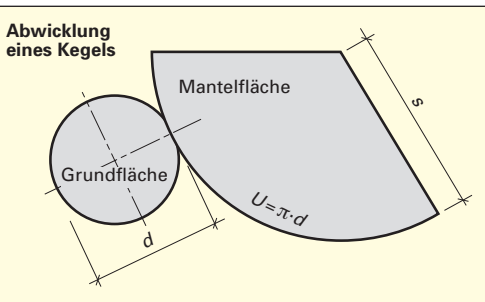
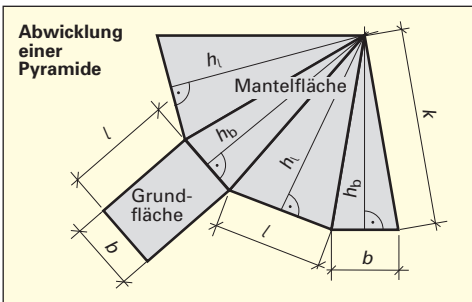
$$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$$

Körperhöhe = $\frac{3 \cdot \text{Volumen}}{\text{Grundfläche}}$

$$h = \frac{3 \cdot V}{A}$$

Grundfläche = $\frac{3 \cdot \text{Volumen}}{\text{Körperhöhe}}$

$$A = \frac{3 \cdot V}{h}$$



Oberfläche = Mantelfläche + Grundfläche

$$O = M + A$$

$$M = l \cdot h_1 + b \cdot h_b$$

$$M = \frac{\pi \cdot d \cdot s}{2}$$