EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Roland Gomeringer
Roland Kilgus
Volker Menges
Stefan Oesterle
Thomas Rapp
Claudius Scholer
Andreas Stenzel
Andreas Stephan
Falko Wieneke

# Tabellenbuch Metall

49., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

**Europa-Nr.: 10609** mit Formelsammlung
**Europa-Nr.: 1060X** ohne Formelsammlung
**Europa-Nr.: 10706** XL, mit Formelsammlung und keycard

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Autoren:**

| | |
|---|---|
| Roland Gomeringer | Meßstetten |
| Roland Kilgus | Neckartenzlingen |
| Volker Menges | Lichtenstein |
| Stefan Oesterle | Amtzell |
| Thomas Rapp | Albstadt |
| Claudius Scholer | Metzingen |
| Andreas Stenzel | Balingen |
| Andreas Stephan | Marktoberdorf |
| Falko Wieneke | Essen |

**Lektorat:**
Roland Gomeringer, Meßstetten

**Bildbearbeitung:**
Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter.
Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 366 bis 380) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelentwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart. Das vorliegende Tabellenbuch wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen die Autoren und der Verlag für die Richtigkeit der Angaben sowie für eventuelle Satz- oder Druckfehler keine Haftung.

49. Auflage 2022, korrigierter Nachdruck 2024

Druck 6 5 4 3

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-1142-4 mit Formelsammlung
ISBN 978-3-7585-1143-1 ohne Formelsammlung
ISBN 978-3-7585-1144-8 XL, mit Formelsammlung und Keycard

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Umschlag: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar
Umschlagfoto: Sauter Feinmechanik GmbH, 72555 Metzingen
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

# Vorwort

**Zielgruppen des Tabellenbuches**

- Metallberufe aus Handwerk und Industrie
- Technische Produktdesigner
- Meister- und Technikerausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

**Inhalt**

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den **Formeln** wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet. In den oft parallel zum Buch verwendeten **„Formeln für Metallberufe“** sind dagegen die Einheiten angegeben, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben. Dies gilt auch für die **„Formelsammlung Metall plus+“**, die in kompakter Form neben einfachen Grundlagen auch weitergehende Inhalte bietet.

Mit der online & offline nutzbaren Ausgabe in der EUROPATHEK liegt das Tabellenbuch Metall in digitaler Form vor. Die neue Version ist geräte- und betriebssystemübergreifend in verschiedenen Varianten erhältlich. Berechnungsmöglichkeiten, Such- und Notizfunktionen sind integriert. Formeln und Einheiten können gewählt und umgestellt werden. Weitere Informationen zu den digitalen Angeboten unter www.europa-lehrmittel.de/tm49.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

**Änderungen und Erweiterungen in der 49. Auflage**

- Normänderungen bis November 2021.
- Neustrukturierung des Kapitels „Technische Kommunikation“ mit wichtigen inhaltlichen Änderungen und Ergänzungen durch neue Normen zur Produktdokumentation (TPD) und der Geometrischen Produktspezifikation (GPS) zur Darstellung in technischen Zeichnungen.
- Aufnahme der Tolerierung von Kunststoff-Formteilen.
- Aufnahme von Verfahren zur Additiven Fertigung mit den Werkstoffen zum Lasersintern.
- Aufnahme neuer CNC-Zyklen bei PAL.
- Neue Kennzeichnungen in Schaltplänen.
- Ergänzungen im Bereich GRAFCET.
- Aufnahme von Hydraulikpumpen mit Berechnungsformeln.

**Autoren und Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweise und Verbesserungsvorschläge** an lektorat@europa-lehrmittel.de **dankbar.**

Frühjahr 2022 Autoren und Verlag


**1 Technische Mathematik** 9 … 28 — M

**2 Technische Physik** 29 … 56 — P

**3 Technische Kommunikation** 57 … 124 — K

**4 Werkstofftechnik** 125 … 214 — W

**5 Maschinenelemente** 215 … 286 — M

**6 Fertigungstechnik** 287 … 432 — F

**7 Automatisierungstechnik** 433 … 476 — A

# Inhaltsverzeichnis


## 1 Technische Mathematik (M) 9

**1.1 Einheiten im Messwesen**
SI-Basisgrößen und Einheiten . . . . . 10
Abgeleitete Größen und Einheiten. . . 10
Einheiten außerhalb des SI . . . . . 12

**1.2 Formeln**
Formelzeichen, mathem. Zeichen. . . . 13
Formeln, Gleichungen, Diagramme . . 14
Umstellen von Formeln . . . . . 15
Größen und Einheiten . . . . . 16
Rechnen mit Größen . . . . . 17
Prozent- und Zinsrechnung . . . . . 17

**1.3 Winkel und Dreiecke**
Winkelarten, Satz des Pythagoras . . . 18
Funktionen im Dreieck . . . . . 19

**1.4 Längen**
Teilung von Längen . . . . . 20
Gestreckte Längen . . . . . 21
Rohlängen. . . . . 21

**1.5 Flächen**
Eckige Flächen . . . . . 22
Dreieck, Vielecke, Kreis. . . . . 23
Kreisausschnitt, -abschnitt, -ring. . . . . 24
Ellipse . . . . . 24

**1.6 Volumen und Oberfläche**
Würfel, Zylinder, Pyramide . . . . . 25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel . . . . . 26
Zusammengesetzte Körper . . . . . 27

**1.7 Masse**
Allgemeine Berechnung . . . . . 27
Längenbezogene Masse . . . . . 27
Flächenbezogene Masse . . . . . 27

**1.8 Schwerpunkte**
Linienschwerpunkte . . . . . 28
Flächenschwerpunkte . . . . . 28

## 2 Technische Physik (P) 29

**2.1 Bewegungen**
Konstante Bewegungen . . . . . 30
Beschleunigte Bewegungen . . . . . 30
Geschwindigkeiten an Maschinen . . . 31

**2.2 Kräfte**
Zusammensetzen und Zerlegen . . . . . 32
Kräftearten. . . . . 34
Drehmoment. . . . . 35

**2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad**
Mechanische Arbeit . . . . . 35
Einfache Maschinen . . . . . 36
Energie . . . . . 36
Leistung und Wirkungsgrad . . . . . 37

**2.4 Reibung**
Reibungskraft, Reibungszahlen . . . . . 38
Rollreibungszahlen. . . . . 38

**2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen**
Druck . . . . . 39
Auftrieb . . . . . 39
Hydraulische Kraftübersetzung. . . . . 39
Drucküberset zung . . . . . 40
Durchflussgeschwindigkeit . . . . . 40
Zustandsänderung bei Gasen. . . . . 40

**2.6 Festigkeitslehre**
Belastungsfälle, Grenzspannungen . . 41
Statische Festigkeit. . . . . 42
Elastizitätsmodul . . . . . 42
Zug, Druck, Flächenpressung . . . . . 43
Abscherung, Torsion, Biegung . . . . . 44
Biegebelastung auf Bauteile . . . . . 45
Widerstandsmomente . . . . . 46
Knickung, Zus. Beanspruchung . . . . . 47
Dynamische Festigkeit . . . . . 48
Gestaltfestigkeit . . . . . 49

**2.7 Wärmetechnik**
Temperaturen, Längenänderung . . . . 51
Schwindung . . . . . 51
Wärmemenge . . . . . 51
Heizwerte. . . . . 52

**2.8 Elektrotechnik**
Größen und Einheiten . . . . . 53
Ohmsches Gesetz. . . . . 53
Leiterwiderstand. . . . . 53
Stromdichte. . . . . 54
Schaltung von Widerständen . . . . . 54
Stromarten . . . . . 55
Elektrische Arbeit und Leistung . . . . . 56
Transformator . . . . . 56

## 3 Technische Kommunikation (K) 57


**3.1 Geometrische Grundkonstruktionen**
Kartesisches Koordinatensystem .... 58
Polarkoordinatensystem ..... 59
Flächendiagramme ..... 59
Strecken, Lote, Winkel ..... 60
Tangenten, Kreisbögen ..... 61
Inkreis, Ellipse, Spirale..... 62
Zykloide, Evolvente, Hyperbel ..... 63

**3.2 Zeichnungselemente**
Schriftzeichen ..... 64
Normzahlen, Radien, Maßstäbe..... 65
Zeichenblätter..... 66
Stücklisten, Positionsnummern ..... 67
Linienarten ..... 68

**3.3 Darstellung**
Projektionsmethoden..... 70
Ansichten..... 72
Schnittdarstellung ..... 74
Schraffuren ..... 76

**3.4 Maßeintragung**
Maßlinien, Maßzahlen..... 77
Bemaßungsregeln ..... 78
Zeichnungsvereinfachung..... 83

**3.5 GPS – Dimensionelle Tolerierung**
ISO-GPS-System ..... 85
Dimensionelle Tolerierung..... 86
ISO-Passungen..... 88
Passungsempfehlungen, -auswahl .. 96
Allgemeintoleranzen ..... 97
Wälzlagerpassungen ..... 97
Spezifikationsmodifikatoren ..... 98
Hüllbedingung,
Maximal-Minimal-Bedingung..... 99

**3.6 GPS – Geometrische Tolerierung**
Aufbau der Toleranzangaben ..... 100
Toleranzindikatoren ..... 101
Zusätzliche Symbole, Modifikatoren . 102
Angaben in Zeichnungen ..... 103

**3.7 GPS – Oberflächenangaben**
Rauheitskenngrößen ..... 106
Oberflächenangaben ..... 107
Härteangaben ..... 110

**3.8 Werkstückelemente**
Butzen, Werkstückkanten..... 111
Zentrierbohrungen, Rändel..... 112
Freistiche..... 113
Gewindeausläufe, Gewindefreistiche 114

**3.9 Maschinenelemente**
Gewinde, Schraubenverbindungen .. 115
Zahnräder ..... 116
Wälzlager..... 118
Dichtungen ..... 119
Sicherungsringe, Federn, Keilwellen . 120

**3.10 Schweißen und Löten**
Symbole ..... 121
Bemaßungsbeispiele..... 123


## 4 Werkstofftechnik (W) 125


**4.1 Stoffe**
Stoffwerte ..... 126
Periodisches System der Elemente .. 128
Chemikalien der Metalltechnik ..... 129

**4.2 Bezeichnungssystem der Stähle**
Definition und Einteilung..... 130
Normung von Stahlprodukten ..... 131
Werkstoffnummern ..... 132
Bezeichnungssystem ..... 133

**4.3 Stahlsorten**
Erzeugnisse aus Stahl, Übersicht .... 137
Stähle, Übersicht ..... 138
Baustähle..... 140
Einsatzstähle..... 143
Vergütungsstähle ..... 144
Werkzeugstähle ..... 146
Nichtrostende Stähle ..... 147
Federstähle ..... 149
Stähle für Blankstahlerzeugnisse .... 150

**4.4 Stahl-Fertigerzeugnisse**
Bleche, Bänder, Rohre ..... 152
Profile..... 156
Längen- u. flächenbezogene Masse .. 165

**4.5 Wärmebehandlung**
Kristallgitter, Legierungssysteme .... 166
Eisen-Kohlenstoff-Diagramm ..... 167
Wärmebehandlung der Stähle ..... 168

**4.6 Gusseisen-Werkstoffe**
Bezeichnung, Werkstoffnummern.... 173
Gusseisenwerkstoffe ..... 174

**4.7 Gießereitechnik** ..... 177

**4.8 Leichtmetalle**
Übersicht Al-Legierungen ..... 179
Aluminium-Knetlegierungen ..... 181
Aluminium-Gusslegierungen ..... 183
Aluminium-Profile ..... 184
Magnesium- u. Titanlegierungen .... 187

**4.9 Schwermetalle** ..... 188
Bezeichnungssystem ..... 189
Kupfer- und Zinklegierungen..... 190

**4.10 Sonstige Werkstoffe** . . . . . 192
**4.11 Kunststoffe**
Übersicht . . . . . 194
Duroplaste . . . . . 197
Thermoplaste . . . . . 198
Elastomere, Schaumstoffe . . . . . 201
Kunststoffverarbeitung . . . . . 202
Polyblends, Schichtpressstoffe . . . . . 203
Kunststoffprüfung . . . . . 206
**4.12 Werkstoffprüfung**
Übersicht . . . . . 207
Zugversuch . . . . . 209
Kerbschlag-, Umlaufbiegeversuch . . . 210
Härteprüfung . . . . . 211
**4.13 Korrosion, Korrosionsschutz** . . . . . 214

## 5 Maschinenelemente (M) 215

**5.1 Gewinde**
Gewindearten, Übersicht . . . . . 216
Ausländische Gewinde-Normen . . . . . 217
Metrisches ISO-Gewinde . . . . . 218
Sonstige Gewinde . . . . . 219
Gewindetoleranzen . . . . . 221
**5.2 Schrauben**
Schraubenarten, Übersicht . . . . . 222
Bezeichnung . . . . . 223
Festigkeit . . . . . 224
Sechskantschrauben . . . . . 225
Zylinderschrauben . . . . . 228
Sonstige Schrauben . . . . . 229
Berechnung von Schrauben . . . . . 234
Schraubensicherungen, Übersicht . . . 238
Schraubenantriebe . . . . . 239
**5.3 Senkungen**
Senkungen für Senkschrauben . . . . . 240
Senkungen für Zylinderschrauben . . . 241
**5.4 Muttern**
Mutternarten, Übersicht . . . . . 242
Bezeichnung . . . . . 243
Festigkeit . . . . . 244
Sechskantmuttern . . . . . 245
Sonstige Muttern . . . . . 247
**5.5 Scheiben**
Bauarten, Übersicht . . . . . 249
Flache Scheiben . . . . . 249
Sonstige Scheiben . . . . . 251
**5.6 Stifte und Bolzen**
Bauarten, Übersicht . . . . . 252
Zylinderstifte, Spannstifte . . . . . 253
Kerbstifte, Bolzen . . . . . 254
**5.7 Welle-Nabe-Verbindungen**
Verbindung, Übersicht . . . . . 255
Keile . . . . . 256
Passfedern, Scheibenfedern . . . . . 257
Werkzeugkegel . . . . . 258
**5.8 Sonstige Maschinenelemente**
Federn . . . . . 259
Gewindestifte, Druckstücke,
Kugelköpfe . . . . . 262
Griffe, Aufnahmen . . . . . 263
Schnellspann-Bohrvorrichtung . . . . . 265
**5.9 Antriebselemente**
Riemen . . . . . 267
Stirnräder, Maße . . . . . 270
Kegel- u. Schneckenräder, Maße . . . . 272
Übersetzungen . . . . . 273
**5.10 Lager**
Gleitlager . . . . . 274
Wälzlager . . . . . 276
Schmieröle und Schmierfette . . . . . 285

## 6 Fertigungstechnik (F) 287

**6.1 Messtechnik**
Prüfmittel . . . . . 288
Messergebnis . . . . . 289
**6.2 Qualitätsmanagement**
Normen, Begriffe . . . . . 290
Qualitätsplanung, Qualitätsprüfung . . 292
Statistische Auswertung . . . . . 293
Qualitätsfähigkeit . . . . . 295
Statistische Prozesslenkung . . . . . 296
**6.3 Maschinenrichtlinie** . . . . . 299
**6.4 Industrie 4.0**
Y-Modell, Begriffe . . . . . 301
**6.5 Produktionsorganisation**
Erzeugnisgliederung . . . . . 303
Arbeitsplanung . . . . . 304
Kalkulation . . . . . 308
**6.6 Instandhaltung**
Wartung, Instandsetzung . . . . . 311
Instandhaltungskonzepte . . . . . 312

**6.7 Spanende Fertigung**
Zeitspanungsvolumen . . . . . 314
Kräfte beim Spanen . . . . . 315
Drehzahldiagramm . . . . . 316
Schneidstoffe . . . . . 318
Wendeschneidplatten. . . . . 320
Werkzeug-Aufnahmen . . . . . 321
Kühlschmierung . . . . . 322
Drehen . . . . . 324
Fräsen . . . . . 336
Bohren, Senken, Reiben . . . . . 347
Schleifen . . . . . 355
Honen . . . . . 360
CNC-Technik, Null- u. Bezugspunkte . 361
Werkzeug-/Bahnkorrekturen . . . . . 362
CNC-Fertigung nach DIN . . . . . 363
CNC-Drehen nach PAL . . . . . 366
CNC-Fräsen nach PAL . . . . . 372

**6.8 Abtragen**
Drahterodieren, Senkerodieren . . . . . 381
Einflüsse auf das Verfahren . . . . . 382

**6.9 Trennen durch Schneiden**
Schneidkraft, Pressen. . . . . 383
Schneidwerkzeug . . . . . 384
Werkzeug- und Werkstückmaße . . . . . 386
Streifenausnutzung . . . . . 387

**6.10 Umformen**
Biegen: Werkzeug, Verfahren. . . . . 388
Biegeradien, Zuschnitt . . . . . 390
Tiefziehen: Werkzeug, Verfahren. . . . . 392
Zuschnittdurchmesser, Ziehspalt . . . . 394

**6.11 Spritzgießen**
Spritzgießwerkzeug . . . . . 396
Schwindung, Kühlung, Dosierung . . . 399

**6.12 Additive Fertigung**
Verfahren. . . . . 401
Lasersintern, Werkstoffe . . . . . 402

**6.13 Fügen**
Schmelzschweißen. . . . . 403
Schutzgasschweißen . . . . . 405
Lichtbogenschweißen . . . . . 407
Schweißanweisung . . . . . 409
Brennschneiden . . . . . 410
Kennzeichnung von Gasflaschen . . . . 412
Löten . . . . . 414
Kleben . . . . . 417

**6.14 Arbeits- und Umweltschutz**
Gefahren am Arbeitsplatz . . . . . 419
Gefahrstoffverordnung . . . . . 420
Verbots-, Warn-, Sicherheitszeichen . . 428
Kennzeichnung von Rohrleitungen . . 431
Schall und Lärm . . . . . 432

## 7 Automatisierungstechnik (A) 433

**7.1 Pneumatik, Hydraulik**
Schaltzeichen, Wegeventile . . . . . 434
Proportionalventile. . . . . 436
Schaltpläne, Kennzeichnungs-
systeme . . . . . 437
Pneumatische Steuerung . . . . . 441
Pneumatikzylinder . . . . . 442
Hydraulik-, Pneumatikzylinder,
Leistung von Pumpen . . . . . 443
Hydraulikpumpen. . . . . 444
Rohre . . . . . 446

**7.2 Grafcet**
Grundstruktur . . . . . 447
Schritte, Transitionen . . . . . 448
Aktionen . . . . . 449
Verzweigung . . . . . 451

**7.3 Elektropneumatik, Elektrohydraulik**
Schaltzeichen . . . . . 454
Stromlaufpläne, Kennzeichnung . . . . 455
Sensoren . . . . . 457
Elektropneumatische Steuerung . . . . 458

**7.4 SPS-Steuerungen**
SPS-Programmiersprachen. . . . . 459
Binäre Verknüpfungen . . . . . 463
Ablaufsteuerungen. . . . . 464

**7.5 Regelungstechnik**
Grundbegriffe, Kennbuchstaben. . . . . 466
Bildzeichen . . . . . 467
Regler. . . . . 468

**7.6 Handhabungs-, Robotertechnik**
Koordinatensysteme, Achsen . . . . . 470
Aufbau von Robotern. . . . . 471
Greifer, Arbeitssicherheit . . . . . 472

**7.7 Motoren und Antriebe**
Schutzmaßnahmen, Schutzarten . . . . 473
Elektromotoren, Berechnungen . . . . . 475
Kennzeichnung von Anschlüssen . . . . 476

## Normenverzeichnis 477

## Sachwortverzeichnis 482

# Normen und andere Regelwerke

## Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

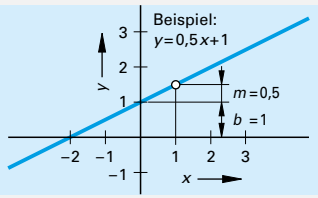
| Normbegriff | Beispiel | Erklärung |
|---|---|---|
| Norm | DIN 509 | Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: DIN 509 mit Formen und Maßen von Freistichen bei Drehteilen und Bohrungen. |
| Teil | DIN 30910-2 | Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben. |
| Beiblatt | DIN 743 Bbl 1 | Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen. |
| Entwurf | E DIN EN ISO 129-1 (2019-05) | Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die Norm DIN EN ISO 129-1 (2020-02) mit Grundlagen der Maß- und Toleranzangabe lag der Öffentlichkeit z. B. seit Mai 2019 als Entwurf vor. |
| Vornorm | DIN V 45696-1 (2006-02) | Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 45696-1 enthält z. B. technische Maßnahmen bei der Gestaltung von Maschinen, die Ganzkörper-Schwingungen auf den Menschen übertragen. |
| Ausgabedatum | DIN 76-1 (2016-08) | Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Ausläufe und Freistiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit August 2016 gültig. |

## Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

| Art | Kurzzeichen | Erklärung | Zweck und Inhalte |
|---|---|---|---|
| Internationale Normen (ISO-Normen) | ISO | **I**nternational **O**rganisation for **S**tandardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht) | Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern. |
| Europäische Normen (EN-Normen) | EN | **E**uropäische **N**ormungsorganisation CEN (Comunité Européen de Normalisation), Brüssel | Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa. |
| Deutsche Normen (DIN-Normen) | DIN | **D**eutsches **I**nstitut für **N**ormung e.V., Berlin | Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit. |
| | DIN EN | Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm | |
| | DIN ISO | Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde. | |
| | DIN EN ISO | Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat. | |
| | DIN VDE | Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat. | |
| VDI-Richtlinien | VDI | **V**erein **D**eutscher **I**ngenieure e.V., Düsseldorf | Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik. |
| VDE-Druckschriften | VDE | **V**erband **d**er **E**lektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V., Frankfurt am Main | |
| DGQ-Schriften | DGQ | **D**eutsche **G**esellschaft für **Q**ualität e.V., Frankfurt am Main | Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik. |
| REFA-Blätter | REFA | Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt | Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung. |

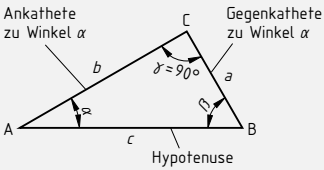
# 1 Technische Mathematik

**1.1 Einheiten im Messwesen**
SI-Basisgrößen und Einheiten . . . . . 10
Abgeleitete Größen und Einheiten . . . . . 10
Einheiten außerhalb des SI . . . . . 12

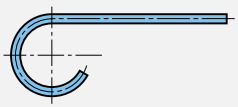


**1.2 Formeln**
Formelzeichen, mathematische Zeichen . . . . . 13
Formeln, Gleichungen, Diagramme . . . . . 14
Umstellen von Formeln . . . . . 15
Größen und Einheiten . . . . . 16
Rechnen mit Größen . . . . . 17
Prozent- und Zinsrechnung . . . . . 17

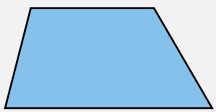





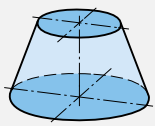
**1.3 Winkel und Dreiecke**
Winkelarten, Satz des Pythagoras. . . . . 18
Strahlensatz. . . . . 18
Funktionen im Dreieck . . . . . 19
Funktionen im rechtwinkligen Dreieck . . . . . 19
Funktionen im schiefwinkligen Dreieck . . . . . 19

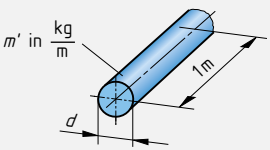

**1.4 Längen**
Teilung von Längen . . . . . 20
Bogenlänge . . . . . 20
Gestreckte Längen . . . . . 21
Federdrahtlänge . . . . . 21
Rohlänge . . . . . 21


**1.5 Flächen**
Eckige Flächen. . . . . 22
Dreieck, Vielecke, Kreis. . . . . 23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring . . . . . 24
Ellipse. . . . . 24

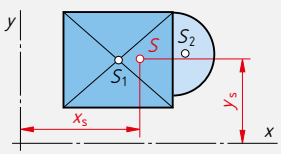




**1.6 Volumen und Oberfläche**
Würfel, Zylinder, Pyramide . . . . . 25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel. . . . . 26
Zusammengesetzte Körper . . . . . 27



**1.7 Masse**
Allgemeine Berechnung. . . . . 27
Längenbezogene Masse. . . . . 27
Flächenbezogene Masse . . . . . 27



**1.8 Schwerpunkte**
Linienschwerpunkte . . . . . 28
Flächenschwerpunkte. . . . . 28

M

# Einheiten im Messwesen

## SI[1]-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (2018-02)

| Basisgröße | Länge | Masse | Zeit | Elektrische Strom-stärke | Thermo-dynamische Temperatur | Stoff-menge | Lichtstärke |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Basis-einheit | Meter | Kilo-gramm | Sekunde | Ampere | Kelvin | Mol | Candela |
| Einheiten-zeichen | m | kg | s | A | K | mol | cd |

[1] Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = **S**ystème **I**nternational d'Unités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

## Basisgrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

| Größe | Formel-zeichen | Einheit Name | Einheit Zeichen | Beziehung | Bemerkung Anwendungsbeispiele |
|---|---|---|---|---|---|
| **Länge, Fläche, Volumen, Winkel** | | | | | |
| **Länge** | $l$ | **Meter** | m | 1 m = 10 dm = 100 cm<br>= 1000 mm<br>1 mm = 1000 µm<br>1 km = 1000 m | 1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm<br><br>In der Luft- und Seefahrt gilt:<br>1 internationale Seemeile = 1852 m |
| Fläche | $A$, $S$ | Quadratmeter<br><br>Ar<br>Hektar | m²<br><br>a<br>ha | 1 m² = 10 000 cm²<br>= 1 000 000 mm²<br>1 a = 100 m²<br>1 ha = 100 a = 10 000 m²<br>100 ha = 1 km² | Zeichen $S$ nur für Querschnittsflächen<br><br>Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken |
| Volumen | $V$ | Kubikmeter<br><br>Liter | m³<br><br>l, L | 1 m³ = 1000 dm³<br>= 1 000 000 cm³<br>1 l = 1 L = 1 dm³ = 10 dl =<br>0,001 m³<br>1 ml = 1 cm³ | Meist für Flüssigkeiten und Gase |
| ebener Winkel (Winkel) | $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ | Radiant<br><br>Grad<br><br>Minute<br>Sekunde | rad<br><br>°<br><br>′<br>″ | 1 rad = 1 m/m = 57,2957…°<br>= 180°/π<br>1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60′<br>1′ = 1°/60 = 60″<br>1″ = 1′/60 = 1°/3600 | 1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet.<br>Bei technischen Berechnungen statt $\alpha$ = 33° 17′ 27,6″ besser $\alpha$ = 33,291° verwenden. |
| Raumwinkel | $\Omega$ | Steradiant | sr | 1 sr = 1 m²/m² | Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit r = 1 m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_O$ = 1 m². |
| **Mechanik** | | | | | |
| **Masse** | $m$ | **Kilogramm**<br>Gramm<br><br>Megagramm<br>Tonne | kg<br>g<br><br>Mg<br>t | 1 kg = 1000 g<br>1 g = 1000 mg<br><br>1 t = 1000 kg = 1 Mg<br>0,2 g = 1 Kt | In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht.<br><br>Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt). |
| längen-bezogene Masse | $m'$ | Kilogramm pro Meter | kg/m | 1 kg/m = 1 g/mm | Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren. |
| flächen-bezogene Masse | $m''$ | Kilogramm pro Meter hoch zwei | kg/m² | 1 kg/m² = 0,1 g/cm² | Zur Berechnung der Masse von Blechen. |
| Dichte | $\varrho$ | Kilogramm pro Meter hoch drei | kg/m³ | 1000 kg/m³ = 1 t/m³<br>= 1 kg/dm³<br>= 1 g/cm³<br>= 1 g/ml<br>= 1 mg/mm³ | Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit<br><br>Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe. |

# Einheiten im Messwesen

M

**Größen und Einheiten** (Fortsetzung)

| Größe | Formelzeichen | Einheit Name | Einheit Zeichen | Beziehung | Bemerkung Anwendungsbeispiele |
|---|---|---|---|---|---|
| **Mechanik** | | | | | |
| Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades | $J$ | Kilogramm mal Meter hoch zwei | $kg \cdot m^2$ | Für homogenen Vollzylinder mit Masse $m$ und Radius $r$ gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$ | Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an. |
| Kraft<br>Gewichtskraft | $F$<br>$F_G$, $G$ | Newton | N | $1\ N = 1\ \frac{kg \cdot m}{s^2} = 1\ \frac{J}{m}$<br>$1\ MN = 10^3\ kN = 1\,000\,000\ N$ | Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s. |
| Drehmoment<br>Biegemoment<br>Torsionsmoment | $M$<br>$M_b$<br>$M_T$, $T$ | Newton mal Meter | $N \cdot m$ | $1\ N \cdot m = 1\ \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$ | 1 N · m ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt. |
| Impuls | $p$ | Kilogramm mal Meter pro Sekunde | $kg \cdot m/s$ | $1\ kg \cdot m/s = 1\ N \cdot s$ | Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit. |
| Druck<br>mechanische Spannung | $p$<br>$\sigma, \tau$ | Pascal<br>Newton pro Millimeter hoch zwei | Pa<br>$N/mm^2$ | $1\ Pa = 1\ N/m^2 = 0{,}01\ mbar$<br>$1\ bar = 100\,000\ N/m^2 = 10\ N/cm^2 = 10^5\ Pa$<br>$1\ mbar = 1\ hPa$<br>$1\ N/mm^2 = 10\ bar = 1\ MN/m^2 = 1\ MPa$<br>$1\ daN/cm^2 = 0{,}1\ N/mm^2$ | Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen $p_e$ verwendet (DIN 1314).<br>1 bar = 14,5 psi (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch) |
| Flächenmoment 2. Grades | $I$ | Meter hoch vier<br>Zentimeter hoch vier | $m^4$<br>$cm^4$ | $1\ m^4 = 100\,000\,000\ cm^4$ | früher: Flächenträgheitsmoment |
| Energie, Arbeit, Wärmemenge | $E$, $W$ | Joule | J | $1\ J = 1\ N \cdot m = 1\ W \cdot s = 1\ kg \cdot m^2/s^2$ | Joule für jede Energieart, kW · h bevorzugt für elektrische Energie. |
| Leistung, Wärmestrom | $P$<br>$\Phi$ | Watt | W | $1\ W = 1\ J/s = 1\ N \cdot m/s = 1\ V \cdot A = 1\ m^2 \cdot kg/s^3$ | Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde. |
| **Zeit** | | | | | |
| **Zeit,** Zeitspanne, Dauer | $t$ | **Sekunde**<br>Minute<br>Stunde<br>Tag<br>Jahr | s<br>min<br>h<br>d<br>a | $1\ min = 60\ s$<br>$1\ h = 60\ min = 3600\ s$<br>$1\ d = 24\ h = 86\,400\ s$ | 3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), $3^h$ bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z. B. $3^h24^m10^s$ geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden. |
| Frequenz | $f$, $\nu$ | Hertz | Hz | $1\ Hz = 1/s$ | 1 Hz ≙ 1 Schwingung in 1 Sekunde. |
| Drehzahl, Umdrehungsfrequenz | $n$ | 1 pro Sekunde<br>1 pro Minute | 1/s<br>1/min | $1/s = 60/min = 60\ min^{-1}$<br>$1/min = 1\ min^{-1} = \frac{1}{60\ s}$ | Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt. |
| Geschwindigkeit | $v$ | Meter pro Sekunde<br>Meter pro Minute<br>Kilometer pro Stunde | m/s<br>m/min<br>km/h | $1\ m/s = 60\ m/min = 3{,}6\ km/h$<br>$1\ m/min = \frac{1\ m}{60\ s}$<br>$1\ km/h = \frac{1\ m}{3{,}6\ s}$ | Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn):<br>1 kn = 1,852 km/h<br>mile per hour = 1 mile/h = 1 mph<br>1 mph = 1,60934 km/h |
| Winkelgeschwindigkeit | $\omega$ | 1 pro Sekunde<br>Radiant pro Sekunde | 1/s<br>rad/s | $\omega = 2\pi \cdot n$ | Bei einer Drehzahl von $n = 2/s$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4\pi/s$. |
| Beschleunigung | $a$, $g$ | Meter pro Sekunde hoch zwei | $m/s^2$ | $1\ m/s^2 = \frac{1\ m/s}{1\ s}$ | Formelzeichen $g$ nur für Fallbeschleunigung.<br>$g = 9{,}81\ m/s^2 \approx 10\ m/s^2$ |

# Einheiten im Messwesen

M

## Größen und Einheiten (Fortsetzung)

| Größe | Formelzeichen | Einheit Name | Einheit Zeichen | Beziehung | Bemerkung Anwendungsbeispiele |
|---|---|---|---|---|---|
| **Elektrizität und Magnetismus** | | | | | |
| **Elektrische Stromstärke** | $I$ | **Ampere** | A | | Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert. |
| Elektr. Spannung | $U$ | Volt | V | 1 V = 1 W/1 A = 1 J/C | |
| Elektr. Widerstand | $R$ | Ohm | Ω | 1 Ω = 1 V/1 A | |
| Elektr. Leitwert | $G$ | Siemens | S | 1 S = 1 A/1 V = 1/Ω | |
| Spezifischer Widerstand | $\varrho$ | Ohm mal Meter | Ω · m | $10^{-6}$ Ω · m = 1 Ω · mm²/m | $\varrho = \frac{1}{\varkappa}$ in $\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$ |
| Leitfähigkeit | $\gamma, \varkappa$ | Siemens pro Meter | S/m | | $\varkappa = \frac{1}{\varrho}$ in $\frac{\mathrm{m}}{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}$ |
| Frequenz | $f$ | Hertz | Hz | 1 Hz = 1/s<br>1000 Hz = 1 kHz | Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz |
| Elektr. Arbeit | $W$ | Joule | J | 1 J = 1 W · s = 1 N · m<br>1 kW · h = 3,6 MJ<br>1 W · h = 3,6 kJ | In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet. |
| Phasenverschiebungswinkel | $\varphi$ | – | – | für Wechselstrom gilt:<br>$\cos\varphi = \frac{P}{U \cdot I}$ | Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung. |
| Elektr. Feldstärke | $E$ | Volt pro Meter | V/m | | $E = \frac{F}{Q}$, $C = \frac{Q}{U}$, $Q = I \cdot t$ |
| Elektr. Ladung | $Q$ | Coulomb | C | 1 C = 1 A · 1 s; 1 A · h = 3,6 kC | |
| Elektr. Kapazität | $C$ | Farad | F | 1 F = 1 C/V | |
| Induktivität | $L$ | Henry | H | 1 H = 1 V · s/A | |
| Leistung Wirkleistung | $P$ | Watt | W | 1 W = 1 J/s = 1 N · m/s<br>= 1 V · A | In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung $S$ in V · A |

## Thermodynamik und Wärmeübertragung

| Größe | Formelzeichen | Einheit Name | Einheit Zeichen | Beziehung | Bemerkung Anwendungsbeispiele |
|---|---|---|---|---|---|
| **Thermodynamische Temperatur** | $T, \Theta$ | **Kelvin** | K | 0 K = – 273,15 °C<br>0 °C = 273,15 K | Kelvin (K) und Grad Celsius (°C) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet.<br>$t = T - T_0$; $T_0$ = 273,15 K<br>Umrechnung in °F: Seite 51 |
| Celsius-Temperatur | $t, \vartheta$ | Grad Celsius | °C | 0 °C = 32 °F<br>0 °F = – 17,77 °C | |
| Wärmemenge | $Q$ | Joule | J | 1 J = 1 W · s = 1 N · m<br>1 kW · h = 3600000 J = 3,6 MJ | 1 kcal ≙ 4,1868 kJ |
| Spezifischer Heizwert | $H_u$ | Joule pro Kilogramm | J/kg | 1 MJ/kg = 1000000 J/kg | Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes. |
| | | Joule pro Meter hoch drei | J/m³ | 1 MJ/m³ = 1000000 J/m³ | |

## Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

| Länge | Fläche | Volumen | Masse | Energie, Leistung |
|---|---|---|---|---|
| 1 inch (in) = 25,4 mm | 1 sq.in = 6,452 cm² | 1 cu.in = 16,39 cm³ | 1 oz = 28,35 g | 1 PSh = 0,735 kWh |
| 1 foot (ft) = 0,3048 m | 1 sq.ft = 9,29 dm² | 1 cu.ft = 28,32 dm³ | 1 lb = 453,6 g | 1 PS = 0,7355 kW |
| 1 yard (yd) = 0,9144 m | 1 sq.yd = 0,8361 m² | 1 cu.yd = 764,6 dm³ | 1 t = 1000 kg | 1 kcal = 4186,8 Ws |
| 1 Seemeile = 1,852 km | 1 acre = 4046,873 m² | 1 gallon (US) = 3,785 l | 1 short ton = 907,2 kg | 1 kcal = 1,166 Wh |
| 1 Landmeile = 1,6093 km | **Druck, Spannung** | 1 gallon (UK) = 4,546 l | 1 Karat = 0,2 g | 1 kpm/s = 9,807 W |
| | 1 bar = 14,5 pound/in² | 1 barrel (US) = 158,9 l | 1 pound/in³ = 27,68 g/cm³ | 1 Btu = 1055 Ws |
| | 1 N/mm² = 145,038 pound/in² | 1 barrel (UK) = 159,1 l | | 1 bhp = 745,7 W |

M

# Formelzeichen, mathematische Zeichen

## Formelzeichen

vgl. DIN 1304-1 (1994-03)

| Formelzeichen | Bedeutung | Formelzeichen | Bedeutung | Formelzeichen | Bedeutung |
|---|---|---|---|---|---|
| **Länge, Fläche, Volumen, Winkel** | | | | | |
| $l$ | Länge | $r, R$ | Radius | $\alpha, \beta, \gamma$ | ebener Winkel |
| $b$ | Breite | $d, D$ | Durchmesser | $\Omega$ | Raumwinkel |
| $h$ | Höhe | $A, S$ | Fläche, Querschnittsfläche | $\lambda$ | Wellenlänge |
| $s$ | Weglänge | $V$ | Volumen | | |
| **Mechanik** | | | | | |
| $m$ | Masse | $F$ | Kraft | $G$ | Schubmodul |
| $m'$ | längenbezogene Masse | $F_G, G$ | Gewichtskraft | $\mu, f$ | Reibungszahl |
| $m''$ | flächenbezogene Masse | $M$ | Drehmoment | $W$ | Widerstandsmoment |
| $\varrho$ | Dichte | $M_T, T$ | Torsionsmoment | $I$ | Flächenmoment 2. Grades |
| $J$ | Trägheitsmoment | $M_b$ | Biegemoment | $W, E$ | Arbeit, Energie |
| $p$ | Druck | $\sigma$ | Normalspannung | $W_p, E_p$ | potenzielle Energie |
| $p_{abs}$ | absoluter Druck | $\tau$ | Schubspannung | $W_k, E_k$ | kinetische Energie |
| $p_{amb}$ | Atmosphärendruck | $\varepsilon$ | Dehnung | $P$ | Leistung |
| $p_e$ | Überdruck | $E$ | Elastizitätsmodul | $\eta$ | Wirkungsgrad |
| **Zeit** | | | | | |
| $t$ | Zeit, Dauer | $f, \nu$ | Frequenz | $a$ | Beschleunigung |
| $T$ | Periodendauer | $v, u$ | Geschwindigkeit | $g$ | örtliche Fallbeschleunigung |
| $n$ | Umdrehungsfrequenz, Drehzahl | $\omega$ | Winkelgeschwindigkeit | $\alpha$ | Winkelbeschleunigung |
| | | | | $Q, \dot{V}, q_v$ | Volumenstrom |
| **Elektrizität** | | | | | |
| $Q$ | Ladung, Elektrizitätsmenge | $L$ | Induktivität | $X$ | Blindwiderstand |
| $U$ | Spannung | $R$ | Widerstand | $Z$ | Scheinwiderstand |
| $C$ | Kapazität | $\varrho$ | spezifischer Widerstand | $\varphi$ | Phasenverschiebungswinkel |
| $I$ | Stromstärke | $\gamma, \varkappa$ | elektrische Leitfähigkeit | $N$ | Windungszahl |
| **Wärme** | | | | | |
| $T, \Theta$ | thermodynamische Temperatur | $Q$ | Wärme, Wärmemenge | $\Phi, \dot{Q}$ | Wärmestrom |
| | | $\lambda$ | Wärmeleitfähigkeit | $a$ | Temperaturleitfähigkeit |
| $\Delta T, \Delta t, \Delta\vartheta$ | Temperaturdifferenz | $\alpha$ | Wärmeübergangskoeffizient | $c$ | spezifische Wärmekapazität |
| $t, \vartheta$ | Celsius-Temperatur | | | | |
| $\alpha_l, \alpha$ | Längenausdehnungskoeffizient | $k$ | Wärmedurchgangskoeffizient | $H_u$ | spezifischer Heizwert |
| **Licht, elektromagnetische Strahlung** | | | | | |
| $E_v$ | Beleuchtungsstärke | $f$ | Brennweite | $I_e$ | Strahlstärke |
| | | $n$ | Brechzahl | $Q_e, W$ | Strahlungsenergie |
| **Akustik** | | | | | |
| $p$ | Schalldruck | $L_P$ | Schalldruckpegel | $N$ | Lautheit |
| $c$ | Schallgeschwindigkeit | $I$ | Schallintensität | $L_N$ | Lautstärkepegel |

## Mathematische Zeichen

vgl. DIN 1302 (1999-12)

| Math. Zeichen | Sprechweise | Math. Zeichen | Sprechweise | Math. Zeichen | Sprechweise |
|---|---|---|---|---|---|
| $\approx$ | ungefähr gleich, rund, etwa | $\sim$ | proportional | log | Logarithmus (allgemein) |
| $\hat{=}$ | entspricht | $a^x$ | a hoch x, x-te Potenz von a | lg | dekadischer Logarithmus |
| ... | und so weiter | $\sqrt{\ }$ | Quadratwurzel aus | ln | natürlicher Logarithmus |
| $\infty$ | unendlich | $\sqrt[n]{\ }$ | n-te Wurzel aus | e | Eulersche Zahl (e = 2,718281...) |
| $=$ | gleich | $\lvert x \rvert$ | Betrag von x | sin | Sinus |
| $\neq$ | ungleich | $\perp$ | senkrecht zu | cos | Kosinus |
| $\stackrel{\text{def}}{=}$ | ist definitionsgemäß gleich | $\parallel$ | ist parallel zu | tan | Tangens |
| $<$ | kleiner als | $\uparrow\uparrow$ | gleichsinnig parallel | cot | Kotangens |
| $\leq$ | kleiner oder gleich | $\uparrow\downarrow$ | gegensinnig parallel | (), [], {} | runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu |
| $>$ | größer als | $\sphericalangle$ | Winkel | | |
| $\geq$ | größer oder gleich | $\triangle$ | Dreieck | $\pi$ | pi (Kreiszahl = 3,14159 ...) |
| $+$ | plus | $\cong$ | kongruent zu | | |
| $-$ | minus | $\Delta x$ | Delta x | $\overline{AB}$ | Strecke AB |
| $\cdot$ | mal, multipliziert mit | | (Differenz zweier Werte) | $\widehat{AB}$ | Bogen AB |
| $-, /, :$ | durch, geteilt durch, zu, pro | % | Prozent, vom Hundert | $a', a''$ | a Strich, a zwei Strich |
| $\Sigma$ | Summe | ‰ | Promille, vom Tausend | $a_1, a_2$ | a eins, a zwei |

# Formeln, Gleichungen, Diagramme

M

## Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. $v_c$ für die Schnittgeschwindigkeit, $d$ für den Durchmesser, $n$ für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. · für Multiplikation, + für Addition, – für Subtraktion, — (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. $\pi$ (pi) = 3,14159 …
- Zahlen, z. B. 10, 15 …

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit,** z. B. 4,5 m, 15 s

**Formel für die Schnittgeschwindigkeit**

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

**Beispiel:**

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit $v_c$ in m/min für $d$ = 200 mm und $n$ = 630/min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200\ \text{mm} \cdot 630\ \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200\ \text{mm} \cdot \frac{1\ \text{m}}{1000\ \text{mm}} \cdot 630\ \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395{,}84\ \frac{m}{min}}$$

## Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

**Zahlenwertgleichung für das Drehmoment**

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

| vorgeschriebene Einheiten | | |
|---|---|---|
| Bezeichnung | | Einheit |
| $M$ | Drehmoment | N · m |
| $P$ | Leistung | kW |
| $n$ | Drehzahl | 1/min |

**Beispiel:**

Wie groß ist das Drehmoment $M$ eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P$ = 15 kW und der Drehzahl $n$ = 750/min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750}\ \text{N} \cdot \text{m} = \mathbf{191\ N \cdot m}$$

## Gleichungen und Diagramme

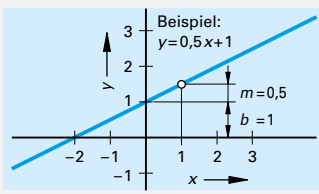
Bei Funktionsgleichungen ist $y$ die Funktion von $x$, mit $x$ als unabhängige und $y$ als abhängige Variable. Die Zahlenpaare ($x$, $y$) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im $x$-$y$-Koordinatensystem.

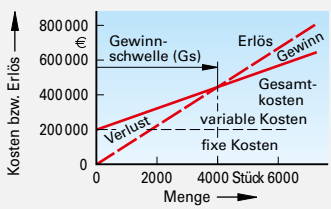
**Zuordnungsfunktion**

$$y = f(x)$$

**Lineare Funktion**

$$y = m \cdot x + b$$




**1. Beispiel:**

$y = 0{,}5\,x + 1$

| $x$ | –2 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | 1 | 2 | 2,5 |

**2. Beispiel:**

**Kostenfunktion und Erlösfunktion**

$K_G$ = 60 €/Stck · $M$ + 200 000 €

$E$ = 110 €/Stck · $M$

| $M$ | 0 | 4000 | 6000 |
|---|---|---|---|
| $K_G$ | 200 000 | 440 000 | 560 000 |
| $E$ | 0 | 440 000 | 660 000 |

$K_G$ Gesamtkosten → abhängige Variable
$M$ Menge → unabhängige Variable
$K_f$ Fixe Kosten → $y$-Koordinatenabschnitt
$K_v$ Variable Kosten → Steigung der Funktion
E Erlös → abhängige Variable

**Beispiele:**

**Kostenfunktion**

$$K_G = K_V \cdot M + K_f$$

**Erlösfunktion**

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$

M

# Umstellen von Formeln

## Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

| Veränderungen auf der linken Formelseite | = | Veränderungen auf der rechten Formelseite |
|---|---|---|

Formel

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

linke Formelseite = rechte Formelseite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$|\cdot t$ → beide Formelseiten werden mit $t$ multipliziert.

$|: F$ → beide Formelseiten werden durch $F$ dividiert.

## Umstellung von Summen

**Beispiel:** Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach $l_2$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $L = l_1 + l_2$ | $\mid - l_1$ | $l_1$ subtrahieren | 3 $L - l_1 = l_2$ | Seiten vertauschen |
| 2 | $L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$ | | subtrahieren durchführen | 4 $l_2 = L - l_1$ | umgestellte Formel |

## Umstellung von Produkten

**Beispiel:** Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach $l$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $A = l \cdot b$ | $\mid : b$ | dividieren durch $b$ | 3 $\frac{A}{b} = l$ | Seiten vertauschen |
| 2 | $\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$ | | kürzen mit $b$ | 4 $l = \frac{A}{b}$ | umgestellte Formel |

## Umstellung von Brüchen

**Beispiel:** Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach $s$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $n = \frac{l}{l_1 + s}$ | $\mid \cdot (l_1 + s)$ | mit $(l_1 + s)$ multiplizieren | 4 | $n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$ | $\mid : n$ subtrahieren dividieren durch $n$ |
| 2 | $n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)}$ | | rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen | 5 | $\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ | kürzen mit $n$ |
| 3 | $n \cdot l_1 + n \cdot s = l$ | $\mid - n \cdot l_1$ | $- n \cdot l_1$ subtrahieren | 6 | $s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ | umgestellte Formel |

## Umstellung von Wurzeln

**Beispiel:** Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach $a$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ | $\mid ()^2$ | Formel quadrieren | 4 | $a^2 = c^2 - b^2$ | $\mid \sqrt{\phantom{x}}$ radizieren |
| 2 | $c^2 = a^2 + b^2$ | $\mid - b^2$ | $b^2$ subtrahieren | 5 | $\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$ | Ausdruck vereinfachen |
| 3 | $c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$ | | subtrahieren, Seite tauschen | 6 | $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ | umgestellte Formel |

# Größen und Einheiten

M

## Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe

**10 mm**

Zahlenwert Einheit

Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert,** der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit,** z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

## Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

| Vorsatz-Zeichen | Vorsatz-Name | Zehnerpotenz | Mathematische Bezeichnung | Beispiele |
|---|---|---|---|---|
| T | Tera | $10^{12}$ | Billion | 12 000 000 000 000 N = 12 · $10^{12}$ N = 12 TN (Tera-Newton) |
| G | Giga | $10^{9}$ | Milliarde | 45 000 000 000 W = 45 · $10^{9}$ W = 45 GW (Giga-Watt) |
| M | Mega | $10^{6}$ | Million | 8 500 000 V = 8,5 · $10^{6}$ V = 8,5 MV (Mega-Volt) |
| k | Kilo | $10^{3}$ | Tausend | 12 600 W = 12,6 · $10^{3}$ W = 12,6 kW (Kilo-Watt) |
| h | Hekto | $10^{2}$ | Hundert | 500 l = 5 · $10^{2}$ l = 5 hl (Hekto-Liter) |
| da | Deka | $10^{1}$ | Zehn | 32 m = 3,2 · $10^{1}$ m = 3,2 dam (Deka-Meter) |
| – | – | $10^{0}$ | Eins | 1,5 m = 1,5 · $10^{0}$ m |
| d | Dezi | $10^{-1}$ | Zehntel | 0,5 l = 5 · $10^{-1}$ l = 5 dl (Dezi-Liter) |
| c | Zenti | $10^{-2}$ | Hundertstel | 0,25 m = 25 · $10^{-2}$ m = 25 cm (Zenti-Meter) |
| m | Milli | $10^{-3}$ | Tausendstel | 0,375 A = 375 · $10^{-3}$ A = 375 mA (Milli-Ampere) |
| µ | Mikro | $10^{-6}$ | Millionstel | 0,000 052 m = 52 · $10^{-6}$ m = 52 µm (Mikro-Meter) |
| n | Nano | $10^{-9}$ | Milliardstel | 0,000 000 075 m = 75 · $10^{-9}$ m = 75 nm (Nano-Meter) |
| p | Piko | $10^{-12}$ | Billionstel | 0,000 000 000 006 F = 6 · $10^{-12}$ F = 6 pF (Pico-Farad) |

## Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, $mm^2$ in $m^2$. Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

## Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

| Größe | Umrechnungsfaktoren, z. B. | Größe | Umrechnungsfaktoren, z. B. |
|---|---|---|---|
| Längen | $1 = \frac{10\ mm}{1\ cm} = \frac{1000\ mm}{1\ m} = \frac{1\ m}{1000\ mm} = \frac{1\ km}{1000\ m}$ | Zeit | $1 = \frac{60\ min}{1\ h} = \frac{3600\ s}{1\ h} = \frac{60\ s}{1\ min} = \frac{1\ min}{60\ s}$ |
| Flächen | $1 = \frac{100\ mm^2}{1\ cm^2} = \frac{100\ cm^2}{1\ dm^2} = \frac{1\ cm^2}{100\ mm^2} = \frac{1\ dm^2}{100\ cm^2}$ | Winkel | $1 = \frac{60'}{1°} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1°} = \frac{1°}{60\ s}$ |
| Volumen | $1 = \frac{1000\ mm^3}{1\ cm^3} = \frac{1000\ cm^3}{1\ dm^3} = \frac{1\ cm^3}{1000\ mm^3} = \frac{1\ dm^3}{1000\ cm^3}$ | Zoll | $1\ inch = 25{,}4\ mm;\ 1\ mm = \frac{1}{25{,}4}\ inch$ |

**1. Beispiel:**

Das Volumen $V = 3416\ mm^3$ ist in $cm^3$ umzurechnen.

Das Volumen $V$ wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit $cm^3$ und im Nenner die Einheit $mm^3$ aufweist.

$$V = 3416\ mm^3 = \frac{1\ cm^3 \cdot 3416\ mm^3}{1000\ mm^3} = \frac{3416\ cm^3}{1000} = \mathbf{3{,}416\ cm^3}$$

**2. Beispiel:**

Die Winkelangabe $\alpha = 42°16'$ ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel 16′ muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (′) hat.

$$\alpha = 42° + 16' \cdot \frac{1°}{60'} = 42° + \frac{16 \cdot 1°}{60} = 42° + 0{,}267° = \mathbf{42{,}267°}$$

M

# Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

## Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

- **Addition und Subtraktion**

  Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

  **Beispiel:**

  $L = l_1 + l_2 - l_3$ mit $l_1 = 124$ mm, $l_2 = 18$ mm, $l_3 = 44$ mm; $L = ?$

  $\boldsymbol{L} = 124\text{ mm} + 18\text{ mm} - 44\text{ mm} = (124 + 18 - 44)\text{ mm} = \mathbf{98\ mm}$

- **Multiplikation und Division**

  Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

  **Beispiel:**

  $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$ mit $F_1 = 180$ N, $l_1 = 75$ mm, $l_2 = 105$ mm; $F_2 = ?$

  $\boldsymbol{F_2} = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180\text{ N} \cdot 75\text{ mm}}{105\text{ mm}} = 128{,}57\ \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128{,}57\ N}$

- **Multiplizieren und Dividieren von Potenzen**

  Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

  **Beispiel:**

  $W = \frac{A \cdot a^2}{e}$ mit $A = 15\text{ cm}^2$, $a = 7{,}5$ cm, $e = 2{,}4$ cm; $W = ?$

  $\boldsymbol{W} = \frac{15\text{ cm}^2 \cdot (7{,}5\text{ cm})^2}{2{,}4\text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56{,}25\text{ cm}^{2+2}}{2{,}4\text{ cm}^1} = 351{,}56\text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351{,}56\ cm^3}$

**Regeln beim Potenzieren**

| | |
|---|---|
| $a$ | Basis |
| $m, n \ldots$ | Exponenten |

**Multiplikation von Potenzen**

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

**Division von Potenzen**

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

**Sonderformen**

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^1 = a \qquad a^0 = 1$$

## Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.
Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.
Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

$P_s$ Prozentsatz, Prozent $\quad P_w$ Prozentwert $\quad G_w$ Grundwert

**Beispiel:**

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$\boldsymbol{P_w} = \frac{G_w \cdot P_s}{100\,\%} = \frac{250\text{ kg} \cdot 2\,\%}{100\,\%} = \mathbf{5\ kg}$

**Prozentwert**

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\,\%}$$

## Zinsrechnung

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $K_0$ | Anfangskapital | $Z$ | Zinsen | $t$ | Laufzeit in Tagen, |
| $K_t$ | Endkapital | $p$ | Zinssatz pro Jahr | | Verzinsungszeit |

**1. Beispiel:**

$K_0 = 2800{,}00$ €; $p = 6\,\frac{\%}{a}$; $t = ½$ a; $Z = ?$

$\boldsymbol{Z} = \frac{2800{,}00\text{ €} \cdot 6\,\frac{\%}{a} \cdot 0{,}5\text{ a}}{100\,\%} = \mathbf{84{,}00\ €}$

**2. Beispiel:**

$K_0 = 4800{,}00$ €; $p = 5{,}1\,\frac{\%}{a}$; $t = 50$ d; $Z = ?$

$\boldsymbol{Z} = \frac{4800{,}00\text{ €} \cdot 5{,}1\,\frac{\%}{a} \cdot 50\text{ d}}{100\,\% \cdot 360\,\frac{d}{a}} = \mathbf{34{,}00\ €}$

**Zins**

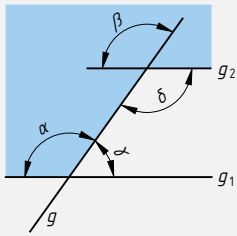
$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\,\% \cdot 360}$$

1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)
360 d = 12 Monate
1 Zinsmonat = 30 Tage

# Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

M

## Winkelarten




$g$ Gerade
$g_1, g_2$ parallele Geraden
$\alpha, \beta$ Stufenwinkel
$\beta, \delta$ Scheitelwinkel
$\alpha, \delta$ Wechselwinkel
$\alpha, \gamma$ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

**Stufenwinkel**

$$\alpha = \beta$$

**Scheitelwinkel**

$$\beta = \delta$$

**Wechselwinkel**

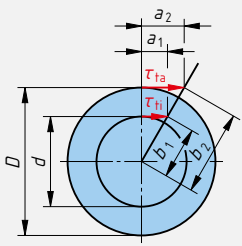
$$\alpha = \delta$$

**Nebenwinkel**

$$\alpha + \gamma = 180°$$

## Strahlensatz

$\tau_{ta}$ Torsionsspannung außen
$\tau_{ti}$ Torsionsspannung innen




Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

**Beispiel:**

$D = 40$ mm, $d = 30$ mm,
$\tau_{ta} = 135$ N/mm²; $\tau_{ti} = ?$

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

$$= \frac{135\ \text{N/mm}^2 \cdot 30\ \text{mm}}{40\ \text{mm}} = \mathbf{101{,}25\ N/mm^2}$$

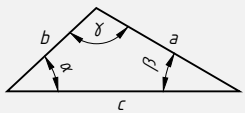
**Strahlensatz**

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{\frac{d}{2}}{\frac{D}{2}}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

## Winkelsumme im Dreieck




a, b, c Dreieckseiten
$\alpha, \beta, \gamma$ Winkel im Dreieck

**Beispiel:**

$\alpha = 21°$, $\beta = 95°$, $\gamma = ?$

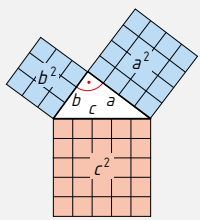
$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 21° - 95° = \mathbf{64°}$

**Winkelsumme im Dreieck**

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

## Lehrsatz des Pythagoras




Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

$a$ Kathete
$b$ Kathete
$c$ Hypotenuse

**1. Beispiel:**

$c = 35$ mm; $a = 21$ mm; $b = ?$

$\boldsymbol{b} = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35\ \text{mm})^2 - (21\ \text{mm})^2} = \mathbf{28\ mm}$

**2. Beispiel:**

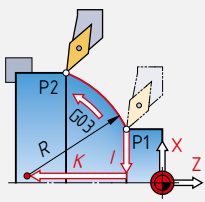
CNC-Programm mit $R = 50$ mm und $I = 25$ mm.
$K = ?$

$c^2 = a^2 + b^2$

$R^2 = I^2 + K^2$

$K = \sqrt{R^2 - I^2} = \sqrt{50^2\ \text{mm}^2 - 25^2\ \text{mm}^2}$

$\boldsymbol{K} = \mathbf{43{,}3\ mm}$




**Quadrat über der Hypotenuse**

$$c^2 = a^2 + b^2$$

**Länge der Hypotenuse**

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

**Länge der Katheten**

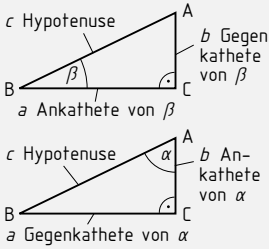
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

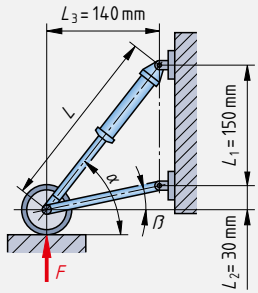
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

M

# Funktionen im Dreieck

## Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)




| | |
|---|---|
| $c$ | Hypotenuse (längste Seite) |
| $a$, $b$ | Katheten<br>Bezogen auf den Winkel $\alpha$ ist<br>– $b$ die Ankathete und<br>– $a$ die Gegenkathete |
| $\alpha, \beta, \gamma$ | Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90°$ |
| sin | Schreibweise für Sinus |
| cos | Schreibweise für Kosinus |
| tan | Schreibweise für Tangens |
| $\sin\alpha$ | Sinus des Winkels $\alpha$ |

**1. Beispiel**

$L_1 = 150$ mm, $L_2 = 30$ mm, $L_3 = 140$ mm; Winkel $\alpha = ?$

$$\tan\alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180\text{ mm}}{140\text{ mm}} = 1{,}286$$

**Winkel $\alpha = 52°$**

**2. Beispiel**

$L_1 = 150$ mm, $L_2 = 30$ mm, $\alpha = 52°$; Länge des Stoßdämpfers $L = ?$

$$L = \frac{L_1 + L_2}{\sin\alpha} = \frac{180\text{ mm}}{\sin 52°} = \mathbf{228{,}42\text{ mm}}$$

**Winkelfunktionen**

| | | |
|---|---|---|
| Sinus | = | $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ |
| Kosinus | = | $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$ |
| Tangens | = | $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$ |
| Kotangens | = | $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$ |

Bezogen auf den Winkel $\alpha$ ist:

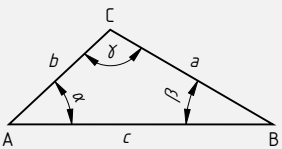
| | | |
|---|---|---|
| $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ | $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ | $\tan\alpha = \frac{a}{b}$ |

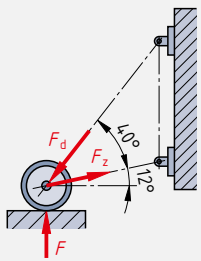
Bezogen auf den Winkel $\beta$ ist:

| | | |
|---|---|---|
| $\sin\beta = \frac{b}{c}$ | $\cos\beta = \frac{a}{c}$ | $\tan\beta = \frac{b}{a}$ |

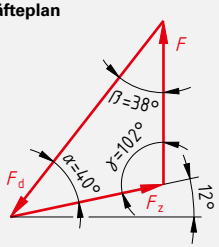
Die Berechnung eines Winkels in Grad (°) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. arcsin.

## Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)




**Kräfteplan**




Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite $a$ → Gegenwinkel $\alpha$
Seite $b$ → Gegenwinkel $\beta$
Seite $c$ → Gegenwinkel $\gamma$

**Beispiel**

$F = 800$ N, $\alpha = 40°$, $\beta = 38°$; $F_z = ?$, $F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

$$\frac{F}{\sin\alpha} = \frac{F_z}{\sin\beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin\beta}{\sin\alpha}$$

$$F_z = \frac{800\text{ N} \cdot \sin 38°}{\sin 40°} = \mathbf{766{,}24\text{ N}}$$

$$\frac{F}{\sin\alpha} = \frac{F_d}{\sin\varphi} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin\varphi}{\sin\alpha}$$

$$F_d = \frac{800\text{ N} \cdot \sin 102°}{\sin 40°} = \mathbf{1217{,}38\text{ N}}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad (°) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. arccos.

**Sinussatz**

$$a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

| |
|---|
| $a = \frac{b \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$ |
| $b = \frac{a \cdot \sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{c \cdot \sin\beta}{\sin\gamma}$ |
| $c = \frac{a \cdot \sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{b \cdot \sin\gamma}{\sin\beta}$ |

**Kosinussatz**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$$

Umstellung, z. B.

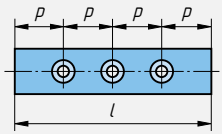
$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

# Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

M

## Teilung von Längen

**Randabstand = Teilung**




$l$ Gesamtlänge
$p$ Teilung
$n$ Anzahl der Bohrungen

**Beispiel:**

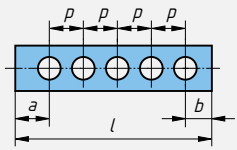
$l = 2$ m; $n = 24$ Bohrungen; $p = ?$

$$\boldsymbol{p} = \frac{l}{n+1} = \frac{2000\text{ mm}}{24+1} = \mathbf{80\ mm}$$

**Teilung**

$$p = \frac{l}{n+1}$$

**Randabstand ≠ Teilung**




$l$ Gesamtlänge
$p$ Teilung
$n$ Anzahl der Bohrungen
$a, b$ Randabstände

**Beispiel:**

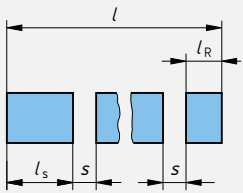
$l = 1950$ mm; $a = 100$ mm; $b = 50$ mm;
$n = 25$ Bohrungen; $p = ?$

$$\boldsymbol{p} = \frac{l - (a+b)}{n-1} = \frac{1950\text{ mm} - 150\text{ mm}}{25-1} = \mathbf{75\ mm}$$

**Teilung**

$$p = \frac{l - (a+b)}{n-1}$$

**Trennung von Teilstücken**




$l$ Gesamtlänge
$z$ Anzahl der Teile
$l_s$ Teillänge
$s$ Sägeschnittbreite
$l_R$ Restlänge

**Beispiel:**

$l = 6$ m; $l_s = 230$ mm; $s = 1{,}2$ mm; $z = ?$; $l_R = ?$

$$\boldsymbol{z} = \frac{l}{l_s + s} = \frac{6000\text{ mm}}{230\text{ mm} + 1{,}2\text{ mm}} = \mathbf{25{,}95 = 25\ Teile}$$

$$\boldsymbol{l_R} = l - z \cdot (l_s + s) = 6000\text{ mm} - 25 \cdot (230\text{ mm} + 1{,}2\text{ mm}) = \mathbf{220\ mm}$$

**Anzahl der Teile**

$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

**Gesamtlänge**

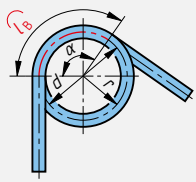
$$l = l_s \cdot z + s \cdot (z - 1)$$

**Restlänge**

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

## Bogenlänge

**Beispiel: Schenkelfeder**




$l_B$ Bogenlänge
$r$ Radius
$\alpha$ Mittelpunktswinkel
$d$ Durchmesser

**Beispiel:**

$r = 36$ mm; $\alpha = 120°$; $l_B = ?$

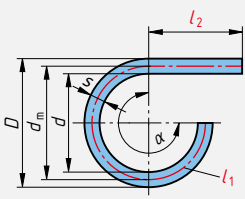
$$\boldsymbol{l_B} = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180°} = \frac{\pi \cdot 36\text{ mm} \cdot 120°}{180°} = \mathbf{75{,}36\ mm}$$

**Bogenlänge**

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180°}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360°}$$

## Zusammengesetzte Länge




D Außendurchmesser
$d_m$ mittlerer Durchmesser
$l_1, l_2$ Teillängen
$\alpha$ Mittelpunktswinkel
$d$ Innendurchmesser
$s$ Dicke
$L$ zusammengesetzte Länge

**Beispiel** (Zusammengesetzte Länge, Bild links):

$D = 360$ mm; $s = 5$ mm; $\alpha = 270°$; $l_2 = 70$ mm;
$d_m = ?$; $L = ?$

$$\boldsymbol{d_m} = D - s = 360\text{ mm} - 5\text{ mm} = \mathbf{355\ mm}$$

$$\boldsymbol{L} = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360°} + l_2$$

$$= \frac{\pi \cdot 355\text{ mm} \cdot 270°}{360°} + 70\text{ mm} = \mathbf{906{,}45\ mm}$$

**Zusammengesetzte Länge**

$$L = l_1 + l_2 + \ldots$$