



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Roland Gomeringer
Volker Menges
Stefan Oesterle

Thomas Rapp
Claudius Scholer
Andreas Stenzel

Andreas Stephan
Falko Wieneke
Jan Robert Ziebart

Tabellenbuch Metall

50. Auflage

Europa-Nr.: 10609 mit Formelsammlung
Europa-Nr.: 1060X ohne Formelsammlung
Europa-Nr.: 10706 XL, mit Formelsammlung und Keycard
Europa-Nr.: J1060X Jubiläumsausgabe, Hardcover

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren:

Roland Gomeringer	Meßstetten
Volker Menges	Lichtenstein
Stefan Oesterle	Amtzell
Thomas Rapp	Albstadt
Claudius Scholer	Metzingen
Andreas Stenzel	Balingen
Andreas Stephan	Marktoberdorf
Falko Wieneke	Essen
Jan Robert Ziebart	Werther

Lektorat:

Roland Gomeringer, Meßstetten

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter.

Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 382 bis 403) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelentwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart.

Das vorliegende Tabellenbuch wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen die Autoren und der Verlag für die Richtigkeit der Angaben sowie für eventuelle Satz- oder Druckfehler keine Haftung.

50. Auflage 2025, korrigierter Nachdruck 2025

Druck 6 5 4 3 2

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-1471-5 mit Formelsammlung
ISBN 978-3-7585-1427-2 ohne Formelsammlung
ISBN 978-3-7585-1428-9 XL, mit Formelsammlung und Keycard
ISBN 978-3-7585-1512-5 Jubiläumsausgabe (Hardcover)

Bei Fragen zur Produktsicherheit wenden Sie sich bitte an produktsicherheit@europa-lehrmittel.de.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2025 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Nourney Vollmer GmbH & Co. KG, 73760 Ostfildern

Umschlagfoto: Sauter Feinmechanik GmbH, 72555 Metzingen; © horizon, KI – stock.adobe.com

Druck: Himmer GmbH, 86167 Augsburg

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuches

- Metallberufe aus Handwerk und Industrie
- Technische Produktdesigner
- Meister- und Technikerausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den Formeln wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet. In den oft parallel zum Buch verwendeten „**Formeln für Metallberufe**“ sind dagegen die Einheiten angegeben, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben. Dies gilt auch für das Werk „**Formeln Metalltechnik PLUS***“, das in übersichtlicher Form und mit Formelumstellungen, neben einfachen Grundlagen auch weitergehende Inhalte bietet. Zur besseren Lesbarkeit von Zeichnungen wird auf eine vollständige Spezifikation verzichtet.

Mit der online & offline nutzbaren Ausgabe in der EUROPATHEK liegt das Tabellenbuch Metall in digitaler Form vor. Die neue Version ist geräte- und betriebssystemübergreifend in verschiedenen Varianten erhältlich. Berechnungsmöglichkeiten, Such- und Notizfunktionen sind integriert. Formeln und Einheiten können gewählt und umgestellt werden. Weitere Informationen zu den digitalen Angeboten unter www.europa-lehrmittel.de/tm50.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

Änderungen und Erweiterungen in der 50. Auflage

- Normänderungen bis Februar 2025.
- Aufnahme von „Freischneiden von Bauteilen“ und Ergänzungen im Bereich der Festigkeitslehre.
- Änderungen und Ergänzungen durch neue Normen der „Allgemeintoleranzen“ und „Oberflächenangaben“ nach geometrischer Produktspezifikation (GPS).
- Neustrukturierung des Kapitels „Fertigungstechnik“ mit inhaltlichen Änderungen und Ergänzungen beim Qualitätsmanagement und der spanenden Fertigung.
- Aufnahme neuer CNC-Zyklen von PAL.
- Änderungen und Ergänzungen in den Bereichen „GRAFCET“ und „Hydraulik“.

Autoren und Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweis und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

1 Technische Mathematik

9 ... 28

M

2 Technische Physik

29 ... 58

P

3 Technische Kommunikation

59 ... 130

K

4 Werkstofftechnik

131 ... 218

W

5 Maschinenelemente

219 ... 290

M

6 Fertigungstechnik

291 ... 442

F

7 Automatisierungstechnik

443 ... 488

A

Inhaltsverzeichnis

1 Technische Mathematik

9

1.1 Einheiten im Messwesen

SI-Basisgrößen und Basiseinheiten	10
Abgeleitete Größen und Einheiten	10
Einheiten außerhalb des SI	12

1.2 Formeln

Formelzeichen, mathem. Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Umstellen von Formeln	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung	17

1.3 Winkel und Dreiecke

Winkelarten, Satz des Pythagoras	18
Funktionen im Dreieck	19

1.4 Längen

Teilung von Längen	20
--------------------	----

Gestreckte Länge, Rohlänge	21
----------------------------	----

1.5 Flächen

Eckige Flächen	22
Dreiecke, Vielecke, Kreis	23
Kreisausschnitt, Kreisring	24
Ellipse	24

1.6 Volumen und Oberfläche

Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohlzylinder, Pyramide	25
Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt	26

1.7 Masse

Volumen zusammengesetzter Körper, Berechnung der Masse	27
---	----

1.8 Schwerpunkte

Linien- und Flächenschwerpunkte	28
---------------------------------	----

2 Technische Physik

29

2.1 Bewegungen

Konstante Bewegung, beschleunigte Bewegung	30
Geschwindigkeiten an Maschinen	31

2.2 Kräfte

Erkennen wirkender Kräfte	32
Darstellung von Kräften	33
Kräfteermittlung	34
Arten von Kräften	35
Drehmoment	36

2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad

Einfache Maschinen und Energie	37
Leistung und Wirkungsgrad	38

2.4 Reibung

Reibungskraft, Reibungsarten, Reibungszahlen	39
---	----

2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen

Druckarten, Hydraulische Kraftübersetzung	40
Druckübersetzung, Durchflussgeschwindigkeit, Zustandsänderung	41

2.6 Festigkeitslehre

Belastungsfälle, Grenzspannungen	42
Festigkeitswerte, Sicherheitszahlen	43
Beanspruchungsarten	44
Beanspruchung auf Biegung, Flächenpressung	46
Tangentialspannungen	47
Flächen-, Widerstandsmomente	48
Knickung	49
Dynamische Festigkeit	50
Gestaltfestigkeit	51
Festigkeitsrechnung (Beispiel)	52

2.7 Wärmetechnik

Auswirkungen bei Temperaturänderungen	53
Wärme beim Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen	54

2.8 Elektrotechnik

Größen und Einheiten, Ohmsches Gesetz, Widerstand	55
Stromdichte, Schaltung von Widerständen	56
Stromarten	57
Elektrische Arbeit und Leistung, Transformator	58

3 Technische Kommunikation

59

3.1 Geometrische Grundkonstruktionen

Koordinatensystem	60
Flächendiagramme	61
Strecken, Lote, Winkel	62
Tangenten, Kreisbögen, Vielecke ...	63
Inkreis, Umkreis, Kreismittelpunkt, Evolvente, Parabel, Hyperbel	64

3.2 Zeichnungselemente

Schriftzeichen	65
Normzahlen, Radien, Maßstäbe	66
Zeichenblätter	67
Stücklisten, Positionsnummern	68
Linien	69

3.3 Darstellungen in Zeichnungen

Grundregeln für die Darstellung, Projektionsmethoden	71
Ansichten	73
Schnittdarstellung	75

3.4 Maßeintragung

Schraffuren, Systeme der Maßeintragung	77
Maßeintragung in Zeichnungen	78
Zeichnungsvereinfachung	84
Bemaßungsarten	85

3.5 GPS – Dimensionelle Tolerierung

ISO-GPS-System	86
Maßeintragung in Zeichnungen	87
Dimensionelle Tolerierung	88
ISO-System für Grenzmaße	89

Passungsempfehlungen, -auswahl ..	89
ISO-Passungen	91
Allgemeintoleranzen, Wälzlagerpassungen	98
Spezifikation und Modifikation	101
Hüllbedingung, Materialbedingung	102

3.6 Geometrische Tolerierung

Geometrische Tolerierung	103
--------------------------------	-----

3.7 GPS – Oberflächen- und Wärmebehandlungsangaben

Rauheitskenngrößen	109
Oberflächenangaben	110
Härteangaben	116

3.8 Werkstückelemente

Butzen, Werkstückkanten	117
Zentrierbohrungen, Rändel	118
Freistiche	119
Gewindeausläufe, -freistiche	120

3.9 Maschinenelemente

Gewinde und Schraubenverbindungen	121
Zahnräder	122
Wälzlager	124
Dichtungen	125
Sicherungsringe, Federn, Keilwellen	126

3.10 Schweißen und Löten

Symbole	127
Klebe-, Falz- und Druckfügeverbindungen	130

4 Werkstofftechnik

131

4.1 Stoffe

Stoffwerte	132
Periodisches System der Elemente	134
Chemikalien der Metalltechnik	135

4.2 Stähle, Bezeichnungssystem

Definition und Einteilung	136
Normung von Stahlprodukten	137
Werkstoffnummern	138
Bezeichnungssystem	139

4.3 Stähle, Stahlsorten

Erzeugnisse aus Stahl – Übersicht .	143
Stähle – Übersicht	144
Baustähle	146
Einsatzstähle	149
Vergütungsstähle	150
Nitrierstähle, Automatenstähle	151
Werkzeugstähle	152
Nichtrostende Stähle	153
Federstahl	155
Stähle für Blankstahlerzeugnisse ..	156

4.4 Stähle, Fertigerzeugnisse

Bleche und Bänder	158
Präzisionsstahlrohre	161
Stahlprofile	162
Längenbezogene Masse	171

4.5 Wärmebehandlung

Kristallgitter, Legierungen	172
Zustandsdiagramme	173
Wärmebehandlung der Stähle	175
Werkzeugstähle, Einsatzstähle	176
Vergütungsstähle	177
Nitrierstähle, Automatenstähle, Aluminiumlegierungen	178

4.6 Gusseisen

Bezeichnungssystem	179
Gusseisenwerkstoffe	180

4.7 Leichtmetalle

Aluminiumlegierungen – Übersicht	183
Aluminium-Knetlegierungen	184
Aluminium-Gusslegierungen	187
Aluminium-Profil	188
Magnesiumlegierungen, Titan, Titanlegierungen	191

4.8 Schwermetalle		Thermoplaste	202
Übersicht über die Schwermetalle .	192	Elastomere, Schaumstoffe	205
Bezeichnung	193	Kunststoffverarbeitung	206
Kupferlegierungen	194	Polyblends, Schichtpressstoffe	207
Feinzink-Legierungen	195	Kunststoffprüfung	210
4.9 Sonstige Werkstoffe		4.11 Werkstoffprüfung	
Verbundwerkstoffe, keramische		Übersicht	211
Werkstoffe	196	Zugversuch	213
Sintermetalle	197	Kerbschlag-, Umlaufbiegeversuch	214
4.10 Kunststoffe		Härteprüfung	215
Übersicht	198	4.12 Korrosion, Korrosionsschutz	
Duroplaste	201	Korrosion	218

5 Maschinenelemente

219

5.1 Gewinde			
Gewindearten, Übersicht .	220		
ausländische Normen (Auswahl) .	221		
Metrische Gewinde .	222		
Gewindetoleranzen .	225		
5.2 Schrauben			
Schrauben – Übersicht .	226		
Bezeichnung von Schrauben .	227		
Festigkeitsklassen .	228		
Sechskantschrauben .	229		
Zylinderschrauben .	232		
Berechnung von Schrauben .	238		
Schraubensicherungen .	242		
Antriebsarten von Schrauben .	243		
5.3 Senkungen			
Senkungen für Senkschrauben .	244		
Senkungen für Zylinderschrauben .	245		
5.4 Muttern			
Muttern – Übersicht .	246		
Bezeichnung von Muttern .	247		
Festigkeitsklassen, Sechskantmuttern .	248		
5.5 Scheiben			
Übersicht .	253		
Scheiben für Stahlkonstruktionen .	254		
		Scheiben für HV-Schrauben .	255
		5.6 Stifte und Bolzen	
		Übersicht .	256
		Zylinder-, Kegel-, Spannstifte .	257
		Kerbstifte, Kerbnägel, Bolzen .	258
		5.7 Welle-Nabe-Verbindung	
		Verbindungen – Übersicht .	259
		Keile .	260
		Passfedern, Scheibenfedern .	261
		Metrische Kegel, Morse-, Steilkegel .	262
		5.8 Sonstige Maschinenelemente	
		Federn .	263
		Gewindestifte, Druckstücke .	266
		Griffe, Aufnahme .	267
		Schnellspann-Bohrvorrichtung .	269
		5.9 Antriebsselemente	
		Riemen .	271
		Stirnräder .	274
		Kegelräder, Schneckentrieb .	276
		Übersetzungen .	277
		5.10 Lager	
		Gleitlager .	278
		Wälzlager .	280
		5.11 Schmierstoffe	
		Schmierstoffe .	289

6 Fertigungstechnik

291

6.1 Qualitätsmanagement			
Qualitätsmanagement .	292		
Umweltmanagement .	293		
Prüfmittel .	294		
Messergebnis, Prüfmittelfähigkeit .	295		
Qualitätsplanung, Qualitätslenkung, Qualitätsprüfung .	296		
Statistische Auswertung .	297		
Qualitätsfähigkeit .	300		
Statistische Prozesslenkung .	301		
Maschinenverordnung (MVO) .	304		
CE-Kennzeichnung .	305		
Y-Modell, Begriffe .	306		
		6.2 Produktionsorganisation	
		Erzeugnisgliederung .	308
		Fertigungssteuerung .	309
		Kalkulation .	313
		6.3 Instandhaltung	
		Wartung, Instandsetzung .	316
		Instandhaltungskonzepte .	317
		Arbeitssicherheit, Gesundheitsschutz .	318
		6.4 Gießen, Spritzgießen	
		Modelle, Modelleinrichtungen .	319
		Schwindmaße, Maßtoleranzen .	320
		Spritzgießwerkzeug .	321

6.5 Umformen	
Biegewerkzeug	326
Biegeverfahren	327
Biegeradien, Zuschnittsermittlung	328
Tiefziehwerkzeug	330
Tiefziehverfahren	331
6.6 Spanende Fertigung	
Zeitspannungsvolumen	334
Spezifische Schnittkraft	335
Drehzahldiagramm	336
Schneidstoffe	338
Wendeschneidplatten	340
Werkzeug-Aufnahmen	341
Kühlschmierstoffe	342
Drehen	344
Fräsen	356
Bohren, Tieflochbohren, Reiben	368
Gewindebohren, -formen, -fräsen	369
Schleifen	376
Honen	381
CNC-Technik, Null-, Bezugspunkte	382
Werkzeug-, Bahnkorrekturen	383
Programmaufbau, Wegbedingungen,	
Zusatzfunktionen	384
CNC-Fertigung nach DIN	385
Befehle nach PAL (Drehen)	387
Befehle nach PAL (Fräsen)	394
6.7 Abtragen	
Hauptnutzungszeit und Richtwerte	404
Verfahrenstechnische Einflüsse	405
6.8 Trennen durch Schneiden	
Schneidkraft, Pressen	406
Schneidwerkzeug	407
Werkzeug- und Werkstückmaße	409
Lage des Einspannzapfens, Streifenausnutzung	410
6.9 Additive Fertigung	
Verfahren	411
Lasersintern, Werkstoffe	412
6.10 Fügen	
Schmelzschweißen	413
Schutzgasschweißen	415
Lichtbogenschweißen	417
Qualitätssicherung	419
Strahlschneiden	420
Gasflaschen-Kennzeichnung	422
Lote und Flussmittel	424
Klebstoffe	427
6.11 Arbeits- und Umweltschutz	
Arbeits- und Umweltschutz	429
Global Harmonisiertes System (GHS)	431
Sicherheitsfarben, Verbotszeichen	437
Warnzeichen	438
Sicherheitskennzeichnung	439
Kennzeichnung von Rohrleitungen	441
Schall und Lärm	442

7 Automatisierungstechnik

443

7.1 Pneumatik, Hydraulik	
Schaltzeichen	444
Wegeventile	445
Proportionalventile	446
Kennzeichnung	447
Pneumatische Steuerung	451
Pneumatikzylinder	452
Pumpenleistung	453
Hydraulikpumpen	454
Rohre	457
7.2 GRAFCET	
Grundbegriffe, Grundstruktur	458
Schritte, Transitionen	459
Aktionen	460
Verzweigung	462
7.3 Elektropneumatik, Elektrohdraulik	
Schaltzeichen	465
Stromlaufpläne	466
Elektrohdraulische Steuerung	467
Sensoren	468
Elektropneumatische Steuerung	469
7.4 Speicherprogrammierbare Steuerungen	
SPS-Programmiersprachen	470
Binäre Verknüpfungen	473
Ablaufsteuerung	474
7.5 Regelungstechnik	
Grundbegriffe, Prozessleittechnik	478
Bildzeichen für Orte und Geräte	479
Regler	480
7.6 Handhabungs- und Robotertechnik	
Koordinatensysteme, Achsen	482
Aufbau von Robotern	483
Greifer, Arbeitssicherheit	484
7.7 Motoren und Antriebe	
Schutzmaßnahmen	485
Elektromotoren	487

Normenverzeichnis

489

Sachwortverzeichnis

493

Normen und andere Regelwerke

Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen zum Nutzen der Allgemeinheit.

Normbegriff	Beispiel	Erklärung
Norm	DIN 509	Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: DIN 509 mit Formen und Maßen von Freistichen bei Drehteilen und Bohrungen.
Teil	DIN 30910-2	Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben.
Beiblatt	DIN 743 Bbl 1	Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen.
Entwurf	E DIN EN ISO 129-1 (2019-05)	Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die Norm DIN EN ISO 129-1 (2020-02) mit Grundlagen der Maß- und Toleranzangabe lag in dieser Fassung der Öffentlichkeit z. B. seit Mai 2019 als Entwurf vor.
Vornorm	DIN V 45696-1 (2006-02)	Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 45696-1 enthält z. B. technische Maßnahmen bei der Gestaltung von Maschinen, die Ganzkörper-Schwingungen auf den Menschen übertragen.
Ausgabedatum	DIN 76-1 (2016-08)	Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Ausläufe und Freistiche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit August 2016 gültig.

Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

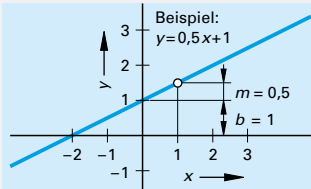
Art	Kurzzeichen	Erklärung	Zweck und Inhalte
Internationale Normen (ISO-Normen)	ISO	International Organization for Standardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht)	Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern.
Europäische Normen (EN-Normen)	EN	Europäische Normungsorganisation CEN (Comunité Européen de Normalisation), Brüssel	Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa.
Deutsche Normen (DIN-Normen)	DIN	Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin	Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit.
	DIN EN	Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm	
	DIN ISO	Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde.	
	DIN EN ISO	Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat.	
	DIN VDE	Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat.	
VDI-Richtlinien	VDI	Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf	Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik.
VDE-Druckschriften	VDE	Verband der Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik e.V., Frankfurt am Main	
DGQ-Schriften	DGQ	Deutsche Gesellschaft für Qualität e.V., Frankfurt am Main	Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik.
REFA-Blätter	REFA	Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt	Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung.

1 Technische Mathematik



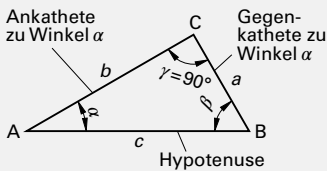
1.1 Einheiten im Messwesen

SI-Basisgrößen und Basiseinheiten	10
Abgeleitete Größen und Einheiten	10
Einheiten außerhalb des SI	12



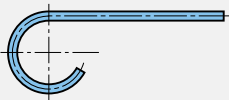
1.2 Formeln

Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Umstellen von Formeln	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen	17
Prozent- und Zinsrechnung	17



1.3 Winkel und Dreiecke

Winkelarten, Strahlensatz	18
Satz des Pythagoras	18
Funktionen im Dreieck	19
Funktionen im rechtwinkligen Dreieck	19
Funktionen im schiefwinkligen Dreieck	19



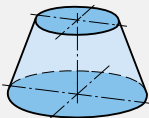
1.4 Längen

Teilung von Längen	20
Bogenlänge	20
Gestreckte Längen	21
Federdrahtlänge	21
Rohrlänge	21



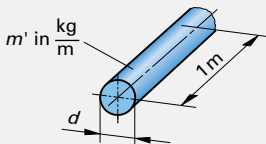
1.5 Flächen

Eckige Flächen	22
Dreieck, Vielecke, Kreis	23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring	24
Ellipse	24



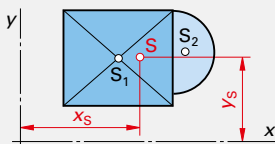
1.6 Volumen und Oberfläche

Würfel, Zylinder, Pyramide	25
Kegel, Kegelstumpf, Kugel	26
Zusammengesetzte Körper	27



1.7 Masse

Allgemeine Berechnung	27
Längenbezogene Masse	27
Flächenbezogene Masse	27



1.8 Schwerpunkte

Linienschwerpunkte	28
Flächenschwerpunkte	28

SI¹⁾-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (2018-02)

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = *Système International d'Unités*) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Basisgrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	l	Meter	m	$1\text{ m} = 10\text{ dm} = 100\text{ cm}$ $= 1000\text{ mm}$ $1\text{ mm} = 1000\text{ }\mu\text{m}$ $1\text{ km} = 1000\text{ m}$	$1\text{ inch} = 1\text{ Zoll} = 25,4\text{ mm}$ In der Luft- und Seefahrt gilt: $1\text{ internationale Seemeile} = 1852\text{ m}$
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m^2 a ha	$1\text{ m}^2 = 10\,000\text{ cm}^2$ $= 1\,000\,000\text{ mm}^2$ $1\text{ a} = 100\text{ m}^2$ $1\text{ ha} = 100\text{ a} = 10\,000\text{ m}^2$ $100\text{ ha} = 1\text{ km}^2$	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m^3 l, L	$1\text{ m}^3 = 1000\text{ dm}^3$ $= 1\,000\,000\text{ cm}^3$ $1\text{ l} = 1\text{ L} = 1\text{ dm}^3 = 10\text{ dl}$ $= 0,001\text{ m}^3$ $1\text{ ml} = 1\text{ cm}^3$	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	α, β, γ ...	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	$1\text{ rad} = 1\text{ m/m} = 57,2957\ldots^\circ$ $= \frac{180^\circ}{\pi}$ $1^\circ = \frac{\pi}{180}\text{ rad} = 60'$ $1' = 1^\circ/60 = 60''$ $1'' = 1'/60 = 1^\circ/3600$	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	Ω	Steradian	sr	$1\text{ sr} = 1\text{ m}^2/\text{m}^2$	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1\text{ m}$ die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1\text{ m}^2$.
Mechanik					
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	$1\text{ kg} = 1000\text{ g}$ $1\text{ g} = 1000\text{ mg}$ $1\text{ t} = 1000\text{ kg} = 1\text{ Mg}$ $0,2\text{ g} = 1\text{ Kt}$	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	$1\text{ kg/m} = 1\text{ g/mm}$	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	$1\text{ kg/m}^2 = 0,1\text{ g/cm}^2$	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	$1000\text{ kg/m}^3 = 1\text{ t/m}^3$ $= 1\text{ kg/dm}^3$ $= 1\text{ g/cm}^3$ $= 1\text{ g/ml}$ $= 1\text{ mg/mm}^3$	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.



Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogenen Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft	F	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Gewichtskraft	F_G, G			$1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M, M_b, M_T, T	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck	p	Pascal	Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_e verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
mechanische Spannung	σ, τ	Newton pro Millimeter hoch zwei	N/mm^2		
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m^4 cm^4	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, $\text{kW} \cdot \text{h}$ bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P, Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. $3^h 24^m 10^s$ geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \hat{=} 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ mile per hour = 1 mile/h = 1 mph $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4 \pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s^2	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Spannung	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J/C}$	
Elektr. Widerstand	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
Elektr. Leitwert	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand	ϱ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\varrho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\varrho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Leitfähigkeit	γ, κ	Siemens pro Meter	S/m		
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	E	Volt pro Meter	V/m	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$ $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$ $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$	$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	Q	Coulomb	C		
Elektr. Kapazität	C	Farad	F		
Induktivität	L	Henry	H		
Leistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in $\text{V} \cdot \text{A}$
Wirkleistung					
Thermodynamik und Wärmeübertragung					
Thermodynamische Temperatur	T, θ	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ($^\circ\text{C}$) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in $^\circ\text{F}$: Seite 101
Celsius Temperatur	t, ϑ	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	
Wärmemenge	Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} \triangleq 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ/kg} = 1000000 \text{ J/kg}$ $1 \text{ MJ/m}^3 = 1000000 \text{ J/m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m ³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI**Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI**

Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung
1 inch(in) = 25,4 mm	1 sq.in = 6,452 cm ²	1 cu.in = 16,39 cm ³	1 oz = 28,35 g	1 PSh = 0,735 kWh
1 foot(ft) = 0,3048 m	1 sq.ft = 9,29 dm ²	1 cu.ft = 28,32 dm ³	1 lb = 453,6 g	1 PS = 0,7355 kW
1 yard (yd) = 0,9144 m	1 sq.yd = 0,8361 m ²	1 cu.yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws
1 Seemeile = 1,852 km	1 acre = 4046,873 m ²	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh
1 Landmeile = 1,6093 km	Druck, Spannung	1 gallon (UK) = 4,546 l	1 Karat = 0,2 g	1 kpm/s = 9,807 W
		1 barrel (US) = 158,9 l	1 pound/in ² = 27,68 g/cm ³	1 Btu = 1055 Ws
		1 barrel (UK) = 159,1 l		1 bhp = 745,7 W
	1 bar = 14,5 pound/in ²			
	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²			



Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen				vgl. DIN 1304-1 (1994-03)	
Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ρ	Dichte	M_T, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_p, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ε	Dehnung	P	Leistung
p_e	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, v	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				Q, V, q_v	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ϱ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	$\Phi, \dot{Q}$	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \theta$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
t, θ	Celsius-Temperatur	α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität
a_l, a	Längenausdehnungskoeffizient	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_u	spezifischer Heizwert
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	n	Brechzahl	Q_e, W	Strahlungsenergie
f	Brennweite	I_e	Strahlstärke		
Akustik					
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel
Mathematische Zeichen				vgl. DIN 1302 (1999-12)	
Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
$\approx$	ungefähr gleich, rund, etwa	$\sim$	proportional	$\log$	Logarithmus (allgemein)
$\triangleq$	entspricht	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	$\lg$	dekadischer Logarithmus
$\dots$	und so weiter	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	$\ln$	natürlicher Logarithmus
∞	unendlich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	e	Eulersche Zahl ($e = 2,718281\dots$)
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	$\sin$	Sinus
$\neq$	ungleich	$\perp$	senkrecht zu	$\cos$	Kosinus
$\equiv$	ist definitionsgemäß gleich	$\parallel$	ist parallel zu	$\tan$	Tangens
$<$	kleiner als	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	$\cot$	Kotangens
$\leq$	kleiner oder gleich	$\nparallel$	gegenseitig parallel	$(, [, \{$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
$>$	größer als	$\triangle$	Dreieck	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
$\geq$	größer oder gleich	$\cong$	kongruent zu		
$+$	plus				
$-$	minus	Δx	Delta x (Differenz zweier Werte)	$\overline{AB}$	Strecke AB
$\cdot$	mal, multipliziert mit	$\%$	Prozent, vom Hundert	$\widehat{AB}$	Bogen AB
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro	$\%$	Promille, vom Tausend	a', a''	a Strich, a zwei Strich
Σ	Summe	$\%$		a_1, a_2	a eins, a zwei



Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. $\cdot$ für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $—$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (π) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Beispiel

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

Beispiel

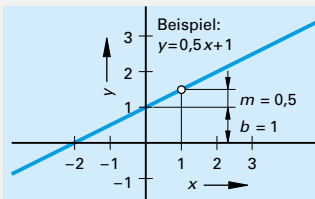
Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

vorgeschriebene Einheiten	
Bezeichnung	Einheit
M Drehmoment	$\text{N} \cdot \text{m}$
P Leistung	kW
n Drehzahl	1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

2. Beispiel:

Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

K_G Gesamtkosten $\rightarrow$ abhängige Variable

M Menge $\rightarrow$ unabhängige Variable

K_f Fixe Kosten $\rightarrow$ y -Koordinatenabschnitt

k_v Variable Kosten $\rightarrow$ Steigung der Funktion

E Erlös $\rightarrow$ abhängige Variable

Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

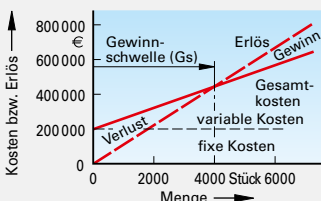
Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = k_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$



Umstellen von Formeln

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt:

Veränderungen auf der
linken Formelseite

=

Veränderungen auf der
rechten Formelseite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

$|\cdot t$ → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

$|\div F$ → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

Formel

$$p = \frac{F \cdot s}{t}$$

linke
Formel-
seite = rechte
Formel-
seite

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

1 $L = l_1 + l_2$ $|-l_1$ l_1 subtrahieren

3 $L - l_1 = l_2$ Seiten vertauschen

2 $L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$ subtrahieren durchführen

4 $l_2 = L - l_1$ umgestellte Formel

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

1 $A = l \cdot b$ $|\div b$ dividieren durch b

3 $\frac{A}{b} = l$ Seiten vertauschen

2 $\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$ kürzen mit b

4 $l = \frac{A}{b}$ umgestellte Formel

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

1 $n = \frac{l}{l_1 + s}$ $|\cdot (l_1 + s)$ mit $(l_1 + s)$ multiplizieren

4 $n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$ $|\div n$ subtrahieren dividieren durch n

2 $n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)}$ rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen

5 $\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ kürzen mit n

3 $n \cdot l_1 + n \cdot s = l$ $|-n \cdot l_1$ $-n \cdot l_1$ subtrahieren

6 $s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ umgestellte Formel

Umstellung von Wurzeln

Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

1 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $|\uparrow^2$ Formel quadrieren

4 $a^2 = c^2 - b^2$ $|\sqrt{\quad}$ radizieren

2 $c^2 = a^2 + b^2$ b^2 subtrahieren

5 $\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$ Ausdruck vereinfachen

3 $c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$ subtrahieren, Seite tauschen

6 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ umgestellte Formel

Größen und Einheiten

Zahlenwerte und Einheiten



Physikalische Größen, z.B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z.B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z.B. 0,004 mm = 4 µm.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2 (1978-02)

Vorsatz-Zeichen	Vorsatz-Name	Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10^{12}	Billion	$12000000000000\text{ N} = 12 \cdot 10^{12}\text{ N} = 12\text{ TN}$ (Tera-Newton)
G	Giga	10^9	Milliarde	$45000000000\text{ W} = 45 \cdot 10^9\text{ W} = 45\text{ GW}$ (Giga-Watt)
M	Mega	10^6	Million	$8500000\text{ V} = 8,5 \cdot 10^6\text{ V} = 8,5\text{ MV}$ (Mega-Volt)
k	Kilo	10^3	Tausend	$12600\text{ W} = 12,6 \cdot 10^3\text{ W} = 12,6\text{ kW}$ (Kilo-Watt)
h	Hekto	10^2	Hundert	$500\text{ l} = 5 \cdot 10^2\text{ l} = 5\text{ hl}$ (Hekto-Liter)
da	Deka	10^1	Zehn	$32\text{ m} = 3,2 \cdot 10^1\text{ m} = 3,2\text{ dam}$ (Deka-Meter)
–	–	10^0	Eins	$1,5\text{ m} = 1,5 \cdot 10^0\text{ m}$
d	Dezi	10^{-1}	Zehntel	$0,5\text{ l} = 5 \cdot 10^{-1}\text{ l} = 5\text{ dl}$ (Dezi-Liter)
c	Zenti	10^{-2}	Hundertstel	$0,25\text{ m} = 25 \cdot 10^{-2}\text{ m} = 25\text{ cm}$ (Zenti-Meter)
m	Milli	10^{-3}	Tausendstel	$0,375\text{ A} = 375 \cdot 10^{-3}\text{ A} = 375\text{ mA}$ (Milli-Ampere)
µ	Mikro	10^{-6}	Millionstel	$0,000052\text{ m} = 52 \cdot 10^{-6}\text{ m} = 52\text{ µm}$ (Mikro-Meter)
n	Nano	10^{-9}	Milliardstel	$0,000000075\text{ m} = 75 \cdot 10^{-9}\text{ m} = 75\text{ nm}$ (Nano-Meter)
p	Piko	10^{-12}	Billionstel	$0,000000000006\text{ F} = 6 \cdot 10^{-12}\text{ F} = 6\text{ pF}$ (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z.B. mm in m, h in s, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z.B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z.B.
Längen	$1 = \frac{10\text{ mm}}{1\text{ cm}} = \frac{1000\text{ mm}}{1\text{ m}} = \frac{1\text{ m}}{1000\text{ mm}} = \frac{1\text{ km}}{1000\text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60\text{ min}}{1\text{ h}} = \frac{3600\text{ s}}{1\text{ h}} = \frac{60\text{ s}}{1\text{ min}} = \frac{1\text{ min}}{60\text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100\text{ mm}^2}{1\text{ cm}^2} = \frac{100\text{ cm}^2}{1\text{ dm}^2} = \frac{1\text{ cm}^2}{100\text{ mm}^2} = \frac{1\text{ dm}^2}{100\text{ cm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60\text{ s}}$
Volumen	$1 = \frac{1000\text{ mm}^3}{1\text{ cm}^3} = \frac{1000\text{ cm}^3}{1\text{ dm}^3} = \frac{1\text{ cm}^3}{1000\text{ mm}^3} = \frac{1\text{ dm}^3}{1000\text{ cm}^3}$	Zoll	$1\text{ inch} = 25,4\text{ mm}; 1\text{ mm} = \frac{1}{25,4}\text{ inch}$

1. Beispiel

Das Volumen $V = 3416\text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

$$V = 3416\text{ mm}^3 = \frac{1\text{ cm}^3 \cdot 3416\text{ mm}^3}{1000\text{ mm}^3} = \frac{3416\text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416\text{ cm}^3}$$

2. Beispiel

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel $16'$ muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$



Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel

$$W = \frac{A \cdot a^2}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis
 $m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.
Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.
Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen, Verzinsungszeit
 K_t Endkapital p Zinssatz pro Jahr

1. Beispiel

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a$$

$$Z = \frac{\quad}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

2. Beispiel

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}$$

$$Z = \frac{\quad}{100\% \cdot 360 \frac{d}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

Prozentwert

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

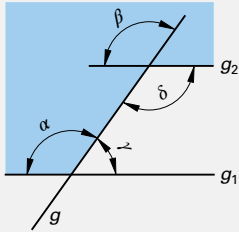
360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage



Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
 g_1, g_2 parallele Geraden
 α, β Stufenwinkel
 β, δ Scheitelwinkel
 α, δ Wechselwinkel
 α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

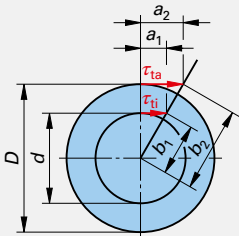
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

τ_{ta} Torsionsspannung außen
 τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel

$$\begin{aligned}
 D &= 40 \text{ mm}, d = 30 \text{ mm}, \\
 \tau_{ta} &= 135 \text{ N/mm}^2; \tau_{ti} = ? \\
 \frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} &= \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \tau_{ta} \cdot \frac{d}{D} \\
 &= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2
 \end{aligned}$$

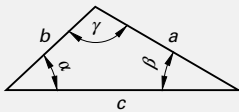
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



- a, b, c Dreiecksseiten
 α, β, γ Winkel im Dreieck

Beispiel

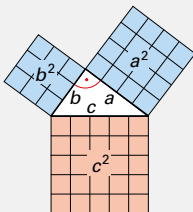
$$\begin{aligned}
 \alpha &= 21^\circ, \beta = 95^\circ, \gamma = ? \\
 \gamma &= 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 21^\circ - 95^\circ = 64^\circ
 \end{aligned}$$

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180° .

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
 b Kathete
 c Hypotenuse

1. Beispiel

$$\begin{aligned}
 c &= 35 \text{ mm}; a = 21 \text{ mm}; b = ? \\
 b &= \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

2. Beispiel

$$\begin{aligned}
 \text{CNC-Programm mit } R &= 50 \text{ mm und } l = 25 \text{ mm.} \\
 K &= ? \\
 c^2 &= a^2 + b^2 \\
 R^2 &= l^2 + K^2 \\
 K &= \sqrt{R^2 - l^2} = \sqrt{50^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2} \\
 K &= 43,3 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

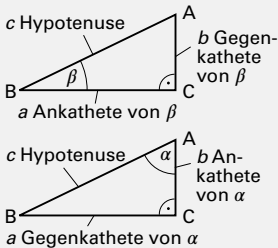
Länge der Katheten

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Funktionen im Dreieck

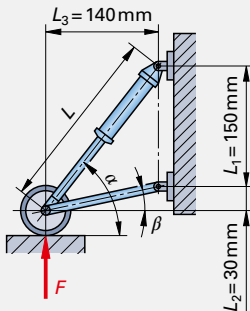
Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



c Hypotenuse (längste Seite)
 a, b Katheten
 Bezogen auf den Winkel α ist
 – b die Ankathete und
 – a die Gegenkathete
 α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
 $\sin$ Schreibweise für Sinus
 $\cos$ Schreibweise für Kosinus
 $\tan$ Schreibweise für Tangens
 $\sin \alpha$ Sinus des Winkels α

Länge der Katheten

Sinus	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Kosinus	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
Kotangens	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$



1. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}$, $L_2 = 30 \text{ mm}$, $L_3 = 140 \text{ mm}$;
 Winkel $\alpha = ?$

$$\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$$

Winkel $\alpha = 52^\circ$

2. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}$, $L_2 = 30 \text{ mm}$, $\alpha = 52^\circ$;
 Länge des Stoßdämpfers $L = ?$

$$L = \frac{L_1 + L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = 228,42 \text{ mm}$$

Bezogen auf den Winkel α ist:

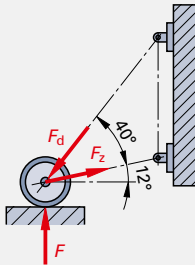
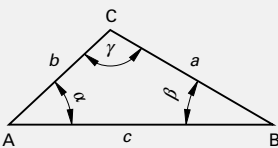
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Bezogen auf den Winkel β ist:

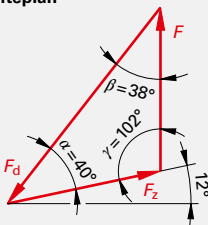
$$\sin \beta = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. $\arcsin$.

Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Kräfteplan



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

Seite $a \rightarrow$ Gegenwinkel α

Seite $b \rightarrow$ Gegenwinkel β

Seite $c \rightarrow$ Gegenwinkel γ

Beispiel

$F = 800 \text{ N}$, $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 38^\circ$; $F_z = ?$, $F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$$

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \gamma} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. $\arccos$.

Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$$

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

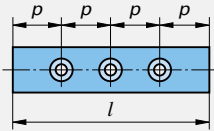
Umstellung, z. B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

Teilung von Längen

Randabstand = Teilung



l Gesamtlänge n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung

Teilung

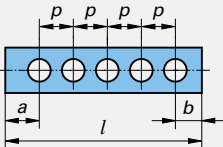
$$p = \frac{l}{n+1}$$

Beispiel

$l = 2 \text{ m}$; $n = 24$ Bohrungen; $p = ?$

$$p = \frac{l}{n+1} = \frac{2000 \text{ mm}}{24+1} = 80 \text{ mm}$$

Randabstand $\neq$ Teilung



l Gesamtlänge n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung a, b Randabstände

Teilung

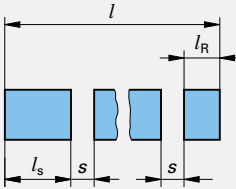
$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Beispiel

$l = 1950 \text{ mm}$; $a = 100 \text{ mm}$; $b = 50 \text{ mm}$;
 $n = 25$ Bohrungen; $p = ?$

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1} = \frac{1950 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{25 - 1} = 75 \text{ mm}$$

Trennung von Teilstücken



l Gesamtlänge s Sägeschnittbreite
 z Anzahl der Teile l_R Restlänge
 l_s Teillänge

Anzahl der Teile

$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

Beispiel

$l = 6 \text{ m}$; $l_s = 230 \text{ mm}$; $s = 1,2 \text{ mm}$; $z = ?$; $l_R = ?$

$$z = \frac{l}{l_s + s} = \frac{6000 \text{ mm}}{230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}} = 25,95 = 25 \text{ Teile}$$

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s) = 6000 \text{ mm} - 25 \cdot (230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}) = 220 \text{ mm}$$

Gesamtlänge

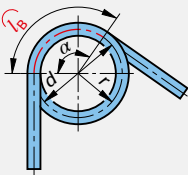
$$l = l_s \cdot z + s \cdot (z - 1)$$

Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

Bogenlänge

Beispiel: Schenkelfeder



l_B Bogenlänge α Mittelpunktswinkel
 r Radius d Durchmesser

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

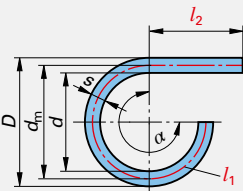
Beispiel

$r = 36 \text{ mm}$; $\alpha = 120^\circ$; $l_B = ?$

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 36 \text{ mm} \cdot 120^\circ}{180^\circ} = 75,36 \text{ mm}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Zusammengesetzte Länge



D Außendurchmesser d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser s Dicke
 l_1, l_2 Teillängen L zusammengesetzte Länge
 α Mittelpunktswinkel

Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$

Beispiel (Zusammengesetzte Länge, Bild links)

$D = 360 \text{ mm}$; $s = 5 \text{ mm}$; $\alpha = 270^\circ$; $l_2 = 70 \text{ mm}$;
 $d_m = ?$; $L = ?$

$$d_m = D - s = 360 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 355 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2 = \frac{\pi \cdot 355 \text{ mm} \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70 \text{ mm} = 906,45 \text{ mm}$$