



Silvia Ferdinand • Martin Kaulich • Falko Wieneke

Tabellenbuch Ingenieurwissenschaften

3. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 13668

Autoren:

Silvia Ferdinand
Martin Kaulich
Falko Wieneke

Oberstudienrätin
Dipl.-Ing., Studiendirektor
Dipl.-Ing., Studiendirektor

Gelsenkirchen
Soest
Essen

Lektorat:

Falko Wieneke

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neuesten Ausgaben. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

3. Auflage 2025

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler und kleine Normänderungen identisch sind.

ISBN 978-3-7585-1478-4

Bei Fragen zur Produktsicherheit wenden Sie sich bitte an
produktsicherheit@europa-lehrmittel.de.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2025 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: PER MEDIEN + MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig
Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Umschlagfotos: © Sauter Feinmechanik GmbH, Metzingen,
© Fluke Deutschland GmbH, Glottertal
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuchs

- Lernende des Beruflichen Gymnasiums mit dem Schwerpunkt Ingenieurwissenschaften
- Lernende der Höheren Berufsfachschule mit dem Schwerpunkt Ingenieurtechnik
- Lernende der technischen Fachschule mit ingenieurwissenschaftlichen Grundlagenfächern
- Studierende im ingenieurwissenschaftlichen bzw. ingenieurtechnischen Studium

Inhalt

Das **Tabellenbuch Ingenieurwissenschaften** beinhaltet die technischen Bereiche Bautechnik, Maschinenbautechnik und Elektrotechnik. Es verknüpft die drei Bereiche und bietet die Möglichkeit, übergreifende Aufgabenstellungen zu bearbeiten. Hierdurch erhalten Lernende einen Einblick in verschiedene Bereiche der Technik und erkennen realitätsnah die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Disziplinen.

Das Tabellenbuch findet insbesondere im Leistungskurs **Ingenieurwissenschaften** des Beruflichen Gymnasiums und in den technischen Fächern des Schwerpunkts **Ingenieurtechnik** der Höheren Berufsfachschule seinen Einsatz.

Der Inhalt des Buches ist in acht Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte angegeben sind. Es ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt.

Grundlage des Tabellenbuchs Ingenieurwissenschaften sind die Tabellenbücher Bautechnik, Metall und Elektrotechnik des Verlages. Die Autoren dieses Buches bedanken sich für die Möglichkeit, Seiten der jeweiligen Tabellenbücher zu entnehmen und für das vorliegende Buch anzupassen.

Das **Inhaltsverzeichnis** am Anfang des Buches wird durch Inhaltsverzeichnisse vor den Hauptkapiteln ergänzt.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält die wichtigsten Begriffe zum schnellen Auffinden der Formeln und Tabellen.

Änderungen und Erweiterungen in der 3. Auflage

- Normänderungen in verschiedenen Kapiteln
- Aktualisierung der Inhalte zum Gebäudeenergiegesetz (GEG)
- Neue Inhalte zum Energie- und Umweltmanagement sowie zum Mikrocontroller und zur Kleinsteuerung
- Umfangreiche Überarbeitung der Kapitel

Die Autoren und der Verlag sind allen Nutzern des Tabellenbuchs Ingenieurwissenschaften für kritische Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

Sommer 2025

Autoren und Verlag

1 Mathematisch
physikalische
Grundlagen

2 Festigkeits-
lehre

3 Technische
Kommunikation

4 Werkstoffe

5 Bautechnik

6 Maschinenbau-
technik

7 Elektrotechnik

8 Arbeitssicherheit
Schutz-
maßnahmen

Inhaltsverzeichnis

1 Mathematisch-physikalische Grundlagen

9

1.1 Einheiten und Formeln

Einheiten im Messwesen	10
Formelzeichen, mathematische Zeichen	13
Formeln, Gleichungen, Diagramme	14
Fehlerrechnung	15
Größen und Einheiten	16
Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung	17

1.2 Winkel, Dreiecke und Längen

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras	18
Funktionen im Dreieck	19
Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammen- gesetzte Länge	20
Gestreckte Länge, Federdrahtlänge, Rohlänge	21

1.3 Flächen, Oberflächen und Volumen

Eckige Flächen	22
Dreieck, Vieleck, Kreis	23
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring, Ellipse	24
Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohl- zylinder, Pyramide	25
Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt	26

1.4 Masse und Schwerpunkte

Volumen zusammengesetzter Körper, Berechnung der Masse	27
Linien- und Flächenschwerpunkte	28

1.5 Mechanik

Masse, Dichte, Wichte, Kraft	29
Überlagerung (Superposition) von zwei oder mehreren Kräften	30
Gewichtskraft, Gleichgewichtsbedingungen an der Rolle	31
Hooke'sches Gesetz	32
Reibung	33
Anziehungskräfte	34
Schiefe Ebene	35

1.6 Bewegung

Geradlinige Bewegung	36
Kreisförmige Bewegung, Kräfte und Momente	37
Arbeit, Leistung, Energie	38

1.7 Wirkungsgrad, Wärmetechnik

Wirkungsgrad	39
Auswirkung bei Temperaturänderung	39
Wärme beim Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen	40

1.8 Druck in Flüssigkeiten und Gasen

Druckarten, hydraulische Kraftübersetzung	41
Druckübersetzung, Durchfluss- geschwindigkeit, Zustandsänderung	42

2 Festigkeitslehre

43

2.1 Statik

Gleichgewichtsbedingungen	44
Zustandslinien, Beanspruchungsarten, Grenzspannungen	45
Beanspruchung auf Biegung	46
Flächen- und Widerstandsmomente	47

2.2 Festigkeitslehre in der Bautechnik

Sicherheitskonzept in der Bautechnik	48
Spannungen und Festigkeiten	50
Formänderung, Steifigkeit und Stabilität	52
Lastannahmen	53

2.3 Festigkeitslehre in der Maschinenbautechnik

Beanspruchung auf Zug, Druck, Flächen- pressung	63
Beanspruchung auf Abscherung, Torsion, Biegung	64
Knickung, zusammengesetzte Beanspruchung	65
Beispiel zur Biegebelastung, Belastungsfälle	66
Sicherheitskonzept bei statischer Belastung	67
Sicherheitskonzept bei dynamischer Belastung	68

3 Technische Kommunikation

69

3.1 Koordinatensysteme

Kartesisches Koordinatensystem, Polarkoordinatensystem	70
---	----

3.2 Darstellungen in Zeichnungen

Schriftzeichen	71
Maßstäbe in Bauzeichnungen, Maßstäbe und Radien im Maschinenbau	72
Zeichenblätter, Schriftfelder	73
Linienarten und Linienbreiten in der Bautechnik	74

Linien in Zeichnungen der Maschinentechnik	75
Schraffuren in der Bautechnik	76
Schnittdarstellungen im Maschinenbau	78
Projektionsmethoden	80

3.3 Technische Kommunikation in der Bautechnik

Bemaßung in Bauzeichnungen	82
Treppen	84
Dachformen	87

3.4 Technische Kommunikation in der Maschinenbautechnik

Maßeintragung in Zeichnungen der Maschinenbautechnik	88
Darstellung von Dichtungen und Wälzlagern	96
Darstellung von Sicherungsringen, Federn und Keilwellen	98
Butzen an Drehteilen, Werkstückkanten	99
Freistiche für Werkstückecken	100
Ausläufe und Freistiche für Gewinde	101
Darstellung von Gewinden und Schraubverbindungen	102
Zentrierbohrungen, Rändel	103
Gestaltabweichungen und Rauheitskenngrößen	104
Oberflächenangaben	105
Zuordnung von Rauheitswerten, Rauheit von Oberflächen	107
ISO-System für Grenzmaße und Passungen ..	108
ISO-Passungen	110
Allgemeintoleranzen, Wälzlagerpassungen ..	116
Passungsempfehlungen, Passungsauswahl ..	117
Geometrische Tolerierung	118

3.5 Technische Kommunikation in der Elektrotechnik

Grafische Darstellung von Kennlinien	121
Schaltpläne als funktionsbezogene Dokumente	122
Kennzeichnungen in Schaltplänen	123

Kennbuchstaben der Objekte (Betriebsmittel) in Schaltplänen	124
Kontaktkennzeichnung in Stromlaufplänen ..	125
Stromkreise und Schaltzeichen	126
Allgemeine Schaltzeichen	127
Zusatzschaltzeichen, Schalter in Energieanlagen	128
Schaltzeichen für Mess-, Melde- und Signaleinrichtungen	129
Schaltzeichen für Installationsschaltpläne und Installationspläne	130
Installationsschaltpläne	132
Spulen, Transformatoren, drehende Generatoren	133
Vergleich von Schaltzeichen	134
Kurzzeichen an elektrischen Betriebsmitteln (Beispiele)	136
Hydraulische und pneumatische Elemente ..	137
Elektrische Messgeräte und Messwerke	138
Piktogramme für die Messtechnik	139
Mess-Schaltungen zur Widerstandsbestimmung	140
Messbereichserweiterung	141
Messungen in elektrischen Anlagen	142
Elektrizitätszähler	145
Elektronische kWh-Zähler	146
Oszilloskope	147
Messen mit dem Oszilloskop	148

4 Werkstoffe

149

4.1 Stoffe

Stoffwerte	150
Periodisches System der Elemente	152

4.2 Werkstoffe in der Bautechnik

Ziegel und Klinker	153
Kalksandsteine	155
Mauersteine aus Beton/Betonsteine	156
Porenbetonsteine	157
Bindemittel	158
Zemente	158
Baukalke	160
Gesteinskörnungen	161
Kornzusammensetzung für Betone	163
Beton	166
Betonstähle	178
Holz	180
Holzwerkstoffe	186
Holzschutz	189
Bauglas, Glas	191
Kunststoffe in der Bautechnik	192

4.3 Werkstoffe in der Maschinenbautechnik

Einteilung der Stähle	193
Bezeichnungssystem der Stähle	194
Stähle – Übersicht	198
Stähle	200
Gusseisenwerkstoffe – Übersicht	208
Gusseisenwerkstoffe	209
Aluminium, Aluminium-Knetlegierungen – Übersicht	211

Aluminium, Aluminium-Knetlegierungen	212
Aluminium-Gusslegierungen	215
Schwermetalle – Übersicht	216
Bezeichnungssystem von Schwermetallen	217
Kupferlegierungen	218
Verbundwerkstoffe, keramische Werkstoffe ..	220
Sintermetalle	221
Kunststoffe in der Maschinenbautechnik	222

4.4 Werkstoffe der Elektrotechnik

Leitende Werkstoffe der Elektrotechnik (Nichteisenmetalle)	229
Magnetisierungskennlinien	230
Magnetwerkstoffe	231
Lote, Thermobimetalle, Kohlebürsten	232
Kontaktwerkstoffe, Freileitungen	233
Isolierstoffe	234
Hilfsstoffe	236
Starkstromleitungen	238
Weitere Leitungen für feste Verlegung	240
Leitungen zum Anschluss ortsveränderlicher Betriebsmittel	241
Leitungen und Kabel für Melde- und Signalanlagen	242
Leitungen in Datennetzen	243
Code zur Farbkennzeichnung, Starkstromkabel	244
Steckvorrichtungen der Energietechnik	245
Steckverbinder	246

5.1 Baurecht		
Kosten von Hochbauten	248	
Grundflächen und Rauminhalte	250	
Rauminhalte	251	
Wohnflächenverordnung	252	
Baugesetzbuch	253	
Elemente des Baurechts	254	
Maß der baulichen Nutzung (BauNVO)	256	
5.2 Betonbau, Stahlbetonbau und Spannbetonbau		
Bemessung von Beton	257	
Bemessung der Querkraft	262	
Biegen von Betonstählen	263	
Querkraftbewehrung	263	
Querkraftbewehrung/Bügel	264	
Konstruktionshinweise für Balken und Platten	264	
Querschnittstafeln für Balken- und Plattenbewehrungen	265	
Betonstahlmatten	266	
5.3 Bauphysik		
Bauphysik – Übersicht	267	
Dämmstoffe	268	
Dichtstoffe und Sperrstoffe	269	
Dichtstoffe	270	
Wärmeschutztechnische Rechenwerte	271	
Wärme- und feuchteschutztechnische Bemessungswerte	273	
Auswahl von Dämmstoffen	274	
Wärmeschutz	276	
Luftschichten	278	
Gebäudeenergiegesetz (GEG)	287	
Feuchteschutz und Tauwasserschutz	300	
Bauliche Schutzmaßnahmen	301	
		Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz
		Feuchteschutztechnische Berechnungen
		Wasserdampfsättigungsmenge
		Sättigungsdruck und -menge in Abhängigkeit von der Temperatur
		Wasserdampfsättigungsdruck p_{sat} in Abhängigkeit von der Temperatur
		Luftfeuchte
		Schimmelbildung
		Schallschutz
		Schalldämmung
		Brandschutz
5.4 Mauerwerksbau		
Maßordnung im Hochbau	325	
Gemauerte Wände	326	
Charakteristische Druckfestigkeiten von Mauerwerk	327	
Vereinfachte Bemessungsmethode für tragende Mauerwände	328	
Kelleraußenwände	330	
Nicht tragende innere Trennwände	331	
Statische und konstruktive Maßnahmen	332	
5.5 Holzbau		
Einstufungen im Holzbau	333	
Festigkeitswerte	334	
Bemessungsregeln	335	
Querschnittswerte	336	
Zimmermannsmäßige Holzverbindungen	337	
Versätze	339	
Verbindungsmittel	339	
Holzverbinder, Blechformteile	341	
Bolzen, Passbolzen und Stabdübel	342	

6.1 Erzeugnisse aus Stahl		
Bleche und Bänder	344	
Rohre	346	
Stabprofile	347	
Hohlprofile	355	
6.2 Maschinenelemente		
Gewinde	356	
Schrauben	360	
Muttern	374	
Scheiben, Stifte, Bolzen	380	
Welle-Nabe-Verbindungen	383	
Federn	386	
Zahnräder, Getriebe	389	
Gleitlager, Wälzlager	393	
Nadellager, Nutmutter, Sicherungsbleche	400	
Sicherungsringe, Sicherungsscheiben	401	
Dichtungen, Schmierstoffe	402	
6.3 Wärmebehandlung		
Abkühlungskurve, Kristallgitter, Legierungen	404	
Zustandsdiagramme, Temperaturbereiche	405	
Wärmebehandlung der Stähle	407	
6.4 Werkstoffprüfung		
Werkstoffprüfverfahren	408	
Zugversuch, Kerbschlagbiegeversuch	410	
		Härteprüfung nach Brinell und Rockwell
		Härteprüfung nach Vickers, Umrechnungstabelle
6.5 Fertigungstechnik		
Zerspanungsvorgänge	413	
Spezifische Schnittkraft	414	
Drehzahldiagramm	415	
Schneidstoffe	416	
Drehen	419	
Fertigungsplanung beim Drehen	420	
Kräfte und Leistungen beim Drehen	428	
Hauptnutzungszeit beim Drehen	429	
Fräsen	430	
Fertigungsplanung beim Fräsen	431	
Kräfte und Leistungen beim Fräsen	436	
Hauptnutzungszeit beim Fräsen	437	
Bohren, Gewindebohren, Reiben	438	
Schnittdaten beim Bohren und Senken	439	
Schnittdaten beim Gewindebohren, Kräfte und Leistungen	441	
Bohren, Hauptnutzungszeit, Reiben	442	
Schleifen	443	
Biegen	445	
Tiefziehen	448	
Scherschneiden	451	
Schmelzschweißen	454	

6.6 CNC-Technik

Koordinatensysteme, Nullpunkte	455
Werkzeugkorrekturen, Bahnkorrekturen	456
CNC-Drehen und CNC-Fräsen nach DIN	457
CNC-Drehen nach PAL	460
CNC-Fräsen nach PAL	466

6.7 Pneumatik, Hydraulik

Schaltzeichen, Wegeventile	475
Binäre Verknüpfungen (SPS, Pneumatik, E-Pneumatik)	477
Kennzeichnung industrieller Systeme	478
Schaltpläne, Aufbau und Kennzeichnung	480
Pneumatische Steuerung	482
Pneumatikzylinder	483
Kolbenkraft, Geschwindigkeit und Leistung ..	484

7 Elektrotechnik**485****7.1 Grundlagen**

Ladung, Spannung, Stromstärke, Widerstand	486
Elektrische Leistung, elektrische Arbeit	487
Elektrisches Feld, Kondensator	488
Wechselgrößen, Wellenlänge, Leistung	489
Magnetisches Feld	491
Schaltungen von Widerständen	493
Ersatzspannungsquelle, Ersatzstromquelle, Anpassung	495
Grundsicherungen von Induktivitäten und Kapazitäten	496
Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)	502
Widerstände und Kondensatoren	504
Halbleiterelemente	506

7.2 Elektrische Installation

Arbeiten an elektrischen Anlagen, Leitungs- verlegung	513
Installationsschaltungen	514
Hausanschluss mit Schutzpotenzialausgleich	516
Fundamenterder im Beton oder in Erde	517
Leitungsführung in Wohngebäuden	518
Leitungsberechnung ohne Verzweigung	519
Überlastschutz und Kurzschlusschutz von Leitungen	521
Verlegearten für feste Verlegung	522
Strombelastbarkeiten für Kabel und Leitungen bei $\theta_U = 30^\circ\text{C}$	523
Umrechnungsfaktoren für die Strombelast- barkeit	524
Mindest-Leiterquerschnitte, Strombelastbarkeit von Starkstromkabeln ..	525
Überstrom-Schutzeinrichtungen	526

7.3 Energieversorgung

Transformatoren	529
Umweltmanagement	534
Kraftwerksarten	536
Drehende Generatoren	537
Netze der Energietechnik	538

7.4 Automatisierungs- und Antriebstechnik

Zahlensysteme	539
ASCII-Code im Unicode	541
Schaltalgebra und binäre Verknüpfungen	542
Entwicklung von Schaltnetzen	544
Code-Umsetzer	545
Komparatoren, Flipflops, Zähler und Schiebe- register	546
DA-Umsetzer und AD-Umsetzer	549
Modulation und Demodulation	550
Netze der Informationstechnik	551
Komponenten für Datennetze	552
Ethernet-Netzwerk	553
Signalübertragung	556
Struktogramme und Programmablaufpläne (PAP)	557
Mikrocontroller (Arduino)	558
Kleinststeuerung	559
Speicherprogrammierbare Steuerung SPS	560
Steueranweisungen für SPS	561
Programmstruktur für SPS S7	563
Ablaufsteuerungen mit GRAFCET	564
Hilfsstromkreise	566
Geräte der Steuertechnik	567
Schüttschaltungen und Motorschutz	569
Sensor-Anschlussstechnik	572
Berechnungsformeln für drehende elektrische Motoren	573
Konventionelle Gleichstromantriebe	574
Leistungsschilder von drehenden elektrischen Maschinen	575
Drehstrommotoren	576
Einphasen-Wechselstrommotoren	577
Gleichstrommotoren	578
Anlassen von Kurzschlussläufermotoren	579
Kompensation der Blindleistung	580

8 Arbeitssicherheit, Schutzmaßnahmen**581****8.1 Arbeitssicherheit**

Erste Hilfe am Arbeitsplatz	582
Persönliche Schutzausrüstung PSA	583
Arbeits- und Umweltschutz	584
Global Harmonisiertes System (GHS)	586
Sicherheitsfarben, Verbotsschilder	587
Sicherheitskennzeichnung	588

8.2 Schutzmaßnahmen

Berührungsarten, Stromgefährdung, Fehlerarten	591
Schutzmaßnahmen	592

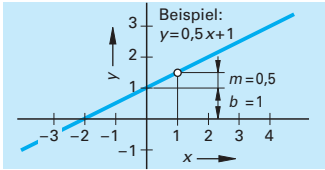
Verteilungssysteme (Netzformen)	593
Netzunabhängiger Fehlerschutz	594
Differenzstromgeräte	595
Fehlerschutz durch automatische Abschaltung der Stromversorgung	596
Weitere Schutzmaßnahmen	598
Weiterer Fehlerschutz in fachlich überwachten Anlagen	599
Prüfen von elektrischen Geräten	600
Schutzarten elektrischer Betriebsmittel	602
Schall und Lärm	603

Normen**604**

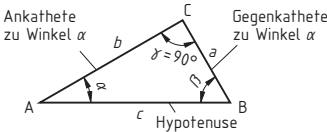
Normen	
Normen und andere Regelwerke	604

Sachwortverzeichnis**605**

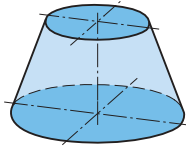
1 Mathematisch-physikalische Grundlagen



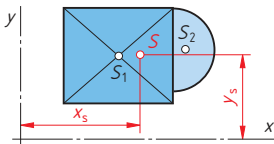
1.1 Einheiten und Formeln
 Einheiten im Messwesen 10
 Formelzeichen, mathematische Zeichen 13
 Formeln, Gleichungen, Diagramme 14
 Fehlerrechnung 15
 Größen und Einheiten 16
 Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung 17



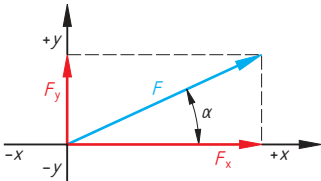
1.2 Winkel, Dreiecke und Längen
 Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck,
 Satz des Pythagoras 18
 Funktionen im Dreieck 19
 Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge... 20
 Gestreckte Länge, Federdrahtlänge, Rohlänge 21



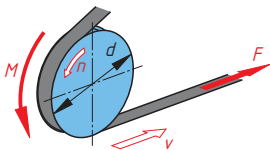
1.3 Flächen, Oberflächen und Volumen
 Eckige Flächen 22
 Dreieck, Vieleck, Kreis 23
 Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisring, Ellipse 24
 Würfel, Vierkantprisma, Zylinder, Hohlzylinder, Pyramide... 25
 Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel, Kugelabschnitt 26



1.4 Masse und Schwerpunkte
 Volumen zusammengesetzter Körper,
 Berechnung der Masse 27
 Linien- und Flächenschwerpunkte 28

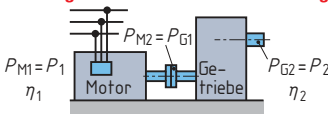


1.5 Mechanik
 Masse, Dichte, Wichte, Kraft 29
 Überlagerung (Superposition) von zwei
 oder mehreren Kräften 30
 Gewichtskraft, Gleichgewichtsbedingungen an der Rolle 31
 Hooke'sches Gesetz 32
 Reibung 33
 Anziehungskräfte 34
 Schiefe Ebene 35

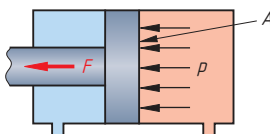


1.6 Bewegung
 Geradlinige Bewegung 36
 Kreisförmige Bewegung, Kräfte und Momente 37
 Arbeit, Leistung, Energie 38

zugeführte Leistung **abgegebene Leistung**



1.7 Wirkungsgrad, Wärmetechnik
 Wirkungsgrad 39
 Auswirkung bei Temperaturänderung 39
 Wärme beim Schmelzen, Verdampfen, Verbrennen 40



1.8 Druck in Flüssigkeiten und Gasen
 Druckarten, hydraulische Kraftübersetzung 41
 Druckübersetzung, Durchflussgeschwindigkeit,
 Zustandsänderung 42

Einheiten im Messwesen

SI¹⁾-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1: 2010-10, -2: 1978-02, -3: 2018-02

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheitenzeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = **S**ystème **I**nternational d'**U**nités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Größen und ihre Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	l	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 μ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m ² a ha	1 m ² = 10000 cm ² = 1000000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10000 m ² 100 ha = 1 km ²	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m ³ l, L	1 m ³ = 1000 dm ³ = 1000000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radian Grad Minute Sekunde	rad ° ' "	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ π 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	Ω	Steradian	sr	1 sr = 1 m ² /m ²	Der Raumwinkel von 1 sr umschließt auf der Oberfläche einer Kugel mit $r = 1$ m die Fläche eines Kugelabschnitts mit $A_0 = 1$ m ² .
Mechanik					
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	In der Alltagssprache bezeichnet man die Masse eines Körpers auch als Gewicht. Massenangabe für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³	Dichte = Masse eines Stoffes pro Volumeneinheit Für homogene Körper ist die Dichte eine vom Ort unabhängige Größe.

Einheiten im Messwesen

Größen und ihre Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	kg · m ²	Für homogene Vollzylinder mit Masse m und Radius r gilt: $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	Das Trägheitsmoment gibt den Widerstand eines starren, homogenen Körpers gegen die Änderung seiner Rotationsbewegung um eine Drehachse an.
Kraft Gewichtskraft	F F_G, G	Newton	N	$1 \text{ N} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Dreh-, Biege-, Torsionsmoment	M M_b M_T, T	Newton mal Meter	N · m	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$	1 N · m ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	kg · m/s	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm ²	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2$ $= 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2$ $= 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_e verwendet (DIN 1314). 1 bar = 14,5 psi (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier; Zentimeter hoch vier	m ⁴ cm ⁴	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$ $= 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, kW · h bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}/\text{s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3 ^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z. B. 3 ^h 24 ^m 10 ^s geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	1 Hz $\hat{=}$ 1 Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60 \text{ s}}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min}$ $= 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): 1 kn = 1,852 km/h mile per hour = 1 mile/h = 1 mph 1 mph = 1,60934 km/h
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2 \pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4 \pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s ²	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

Einheiten im Messwesen

Größen und ihre Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke Elektr. Spannung Elektr. Widerstand Elektr. Leitwert	I	Ampere	A		Bewegte elektrische Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potenzialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$	
	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand Leitfähigkeit	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
	γ, χ	Siemens pro Meter	S/m		
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke Elektr. Ladung Elektr. Kapazität Induktivität	E	Volt pro Meter	V/m		$E = \frac{f}{Q}; C = \frac{Q}{U}; Q = I \cdot t$
	Q	Coulomb	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$	
	C	Farad	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$	
	L	Henry	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$	
Leistung Wirkleistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in $\text{V} \cdot \text{A}$
Thermodynamik und Wärmeübertragung					
Thermodynamische Temperatur Celsius-Temperatur	T, θ	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,78 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ($^\circ\text{C}$) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Umrechnung in $^\circ\text{F}$: Seite 39
	t, θ	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$		
Wärmemenge	Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	$1 \text{ kcal} \triangleq 4,1868 \text{ kJ}$
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ}/\text{kg} = 1000000 \text{ J}/\text{kg}$ $1 \text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000 \text{ J}/\text{m}^3$	Freierwerdende Wärmeenergie je kg (bzw. je m ³) Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.

Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI

Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung
1 inch = 25,4 mm (in)	1 sq.in = 6,452 cm ² 1 sq.ft = 9,29 dm ²	1 cu.in = 16,39 cm ³ 1 cu.ft = 28,32 dm ³	1 oz = 28,35 g 1 lb = 453,6 g	1 PSh = 0,735 kWh 1 PS = 0,7355 kW
1 foot = 0,3048 m (ft)	1 sq.yd = 0,8361 m ² 1 acre = 4046,856 m ²	1 cu.yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws 1 kcal = 1,166 Wh
1 yard = 0,9144 m (yd)	Druck, Spannung	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kpm/s = 9,807 W 1 Btu = 1055 Ws
1 See-meile = 1,852 km	1 bar = 14,5 pound/in ²	1 gallon (UK) = 4,546 l	1 Karat = 0,2 g	1 hp = 745,7 W
1 Land-meile = 1,6093 km	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²	1 barrel = 158,8 l	1 pound/in ³ = 27,68 g/cm ³	

Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen

vgl. DIN 1304-1: 1994-03

Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ρ	Dichte	M_T, T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_{pr}, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ϵ	Dehnung	P	Leistung
p_e	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, ν	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				Q, \dot{V}, q_v	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ρ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	Φ, \dot{Q}	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \theta$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
t, θ	Celsius-Temperatur	α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität
α_l, α	Längenausdehnungskoeffizient	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_u	spezifischer Heizwert
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	f	Brennweite	I_e	Strahlstärke
		n	Brechzahl	Q_e, W	Strahlungsenergie
Akustik					
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel
Mathematische Zeichen					
vgl. DIN 1302: 1999-12					
Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise
\approx	ungefähr gleich, rund, etwa entspricht	Σ	Summe	\log	Logarithmus (allgemein)
\triangleq	und so weiter	\sim	proportional	\lg	dekadischer Logarithmus
\dots	unendlich	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	\ln	natürlicher Logarithmus
∞	gleich	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	e	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
$=$	ungleich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	\sin	Sinus
\neq	ist definitionsgemäß gleich	$ x $	Betrag von x	\cos	Kosinus
\leq	kleiner als	\perp	senkrecht zu	\tan	Tangens
$<$	kleiner oder gleich	\parallel	ist parallel zu	\cot	Kotangens
\leq	größer als	\sphericalangle	Winkel	$(, [, \{$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
$>$	größer oder gleich	\cong	kongruent zu	\overline{AB}	Strecke AB
\geq	plus	Δx	Delta x (Differenz zweier Werte)	\overline{AB}	Bogen AB
$+$	minus	$\%$	Prozent, vom Hundert	a', a''	a Strich, a zwei Strich
$-$	mal, multipliziert mit	‰	Promille, vom Tausend	a_1, a_2	a eins, a zwei
\cdot	durch, geteilt durch, zu, pro	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)		

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. \cdot für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $-$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (π) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seiten 10 bis 12).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

Beispiel:

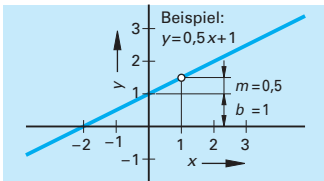
Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

vorgeschriebene Einheiten	
Bezeichnung	Einheit
M	Drehmoment N · m
P	Leistung kW
n	Drehzahl 1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

2. Beispiel:

Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

K_G Gesamtkosten \rightarrow abhängige Variable

M Menge \rightarrow unabhängige Variable

K_f Fixe Kosten \rightarrow y -Koordinatenabschnitt

K_v Variable Kosten \rightarrow Steigung der Funktion

E Erlös \rightarrow abhängige Variable

Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

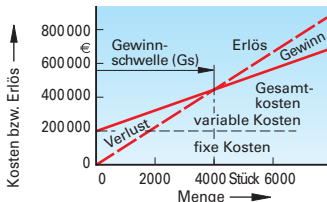
Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$



Fehlerrechnung

Fehlerrechnung

Aufgabe einer physikalischen Messung ist es, den Zahlenwert einer physikalischen Größe festzustellen.

Jeder **Messwert** weicht von dem fehlerfreien, grundsätzlich unbekanntem, Ergebnis, dem **wahren Wert** dieser Größe, ab.

Die Abweichung wird als **wahrer Fehler** der Messung bezeichnet.

Messwert x

wahrer Wert X^*

wahrer Fehler ΔX^*

$$\Delta X^* = x - X^*$$

Systematische Fehler

Systematische Fehler haben ihre Ursache im Messsystem. Sie sind reproduzierbar und treten bei Wiederholung in gleicher Richtung und Größe auf (z. B. fehlerhafte Kalibrierung der Skalen, verschobene Nullstelle). Diese können durch Kontrolle und Verbesserung der Messmethode verringert werden.

Zufällige Fehler (Mittelwert, Standardabweichung, Fehlerfortpflanzung)

Zufällige Fehler lassen sich im Gegensatz dazu grundsätzlich nicht vermeiden. Innerhalb einer Messreihe unterscheiden sie sich nach Größe und Betrag. Durch Messwiederholungen können sie reduziert werden. Diese (auch „statistisch“ genannten) Fehler sind durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung charakterisiert.

Arithmetischer Mittelwert

Der arithmetische Mittelwert berechnet sich durch die Summe aller Einzelmessungen und anschließender Division durch die Anzahl der Messungen

\bar{x} Mittelwert

n Anzahl der Messungen

x_i Einzelmessung

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Mittlerer Fehler des Einzelwertes

Die Standardabweichung ist ein Maß für die Breite der Streuung des Mittelwertes.

s Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x)^2}{n - 1}} \quad n > 1$$

Statistische Messunsicherheit

Die Standardabweichung des Mittelwertes ist ein Maß für den mittleren (statistischen) Fehler des Mittelwertes

u Standardabweichung des Mittelwertes

$$u = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{1}{n}(\sum x)^2}{n(n - 1)}} \quad n > 1$$

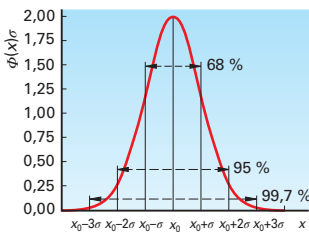
Fehlerfortpflanzung

Möglicher Fehler bei der Messung mehrerer (verschiedenen) Parameter x zur Bestimmung der physikalischen Größe y

Δy_{\max} größtmöglicher Gesamtfehler bei mehreren Einzelmessungen der physikalischen Größe y

$$(\Delta y)_{\max} = \left| \frac{\delta y}{\delta x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\delta y}{\delta x_2} \Delta x_2 \right| + \dots$$

Normal- oder Gauß'sche Verteilung



Funktion $\phi(x)$ der Normalverteilung mit wahrscheinlichstem Wert x_0

Sehr häufig sind die Messwerte x_i normalverteilt. Ihre relative Häufigkeit kann dann durch die sogenannte **Normal- oder Gauß'sche Verteilung** beschrieben werden.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

$$P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \Phi(x) dx$$

Durch das Integral von $\Phi(x)$ über die Grenzen von x_1 bis x_2 kann die Wahrscheinlichkeit $P(x_1, x_2)$ bestimmt werden, mit der die Messwerte x_i im Intervall (x_1, x_2) liegen

Größen und Einheiten

Zahlenwerte und Einheiten

Physikalische Größe

10 mm

Zahlenwert Einheit

Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich durch Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 µm.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-2: 1978-02

Vorsatz- Zeichen	Name	Zehner- potenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10^{12}	Billion	12 000 000 000 000 N = $12 \cdot 10^{12}$ N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10^9	Milliarde	45 000 000 000 W = $45 \cdot 10^9$ W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10^6	Million	8 500 000 V = $8,5 \cdot 10^6$ V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10^3	Tausend	12 600 W = $12,6 \cdot 10^3$ W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10^2	Hundert	500 l = $5 \cdot 10^2$ l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10^1	Zehn	32 m = $3,2 \cdot 10^1$ m = 3,2 dam (Deka-Meter)
–	–	10^0	Eins	1,5 m = $1,5 \cdot 10^0$ m
d	Dezi	10^{-1}	Zehntel	0,5 l = $5 \cdot 10^{-1}$ l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10^{-2}	Hundertstel	0,25 m = $25 \cdot 10^{-2}$ m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10^{-3}	Tausendstel	0,375 A = $375 \cdot 10^{-3}$ A = 375 mA (Milli-Ampere)
µ	Mikro	10^{-6}	Millionstel	0,000 052 m = $52 \cdot 10^{-6}$ m = 52 µm (Mikro-Meter)
n	Nano	10^{-9}	Milliardstel	0,000 000 075 m = $75 \cdot 10^{-9}$ m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10^{-12}	Billionstel	0,000 000 000 006 F = $6 \cdot 10^{-12}$ F = 6 pF (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, h in s, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2}$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3}$	Zoll	1 inch = 25,4 mm

1. Beispiel:

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = \mathbf{3,416 \text{ cm}^3}$$

2. Beispiel:

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad (°) auszudrücken.

Der Teilwinkel 16' muss in Grad (°) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad (°) und im Nenner die Einheit Minute (') hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = \mathbf{42,267^\circ}$$

Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = \frac{128,57 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$$W = \frac{A \cdot a^e}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis
 $m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an.
Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind.
Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel:

Werkstückrohteilgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2% (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2 \%}{100 \%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen,
 K_1 Endkapital p Zinssatz pro Jahr Verzinsungszeit

1. Beispiel:

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6 \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6 \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100 \%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

2. Beispiel:

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1 \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1 \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100 \% \cdot 360 \frac{d}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100 \% \cdot 360}$$

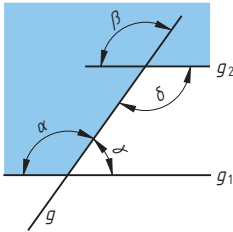
1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
- g₁, g₂ parallele Geraden
- α, β Stufenwinkel
- β, δ Scheitelwinkel
- α, δ Wechselwinkel
- α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

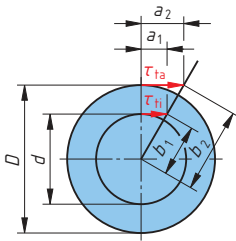
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

- τ_{ta} Torsionsspannung außen
- τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

D = 40 mm, d = 30 mm,
τ_{ta} = 135 N/mm²; τ_{ti} = ?

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \tau_{ta} \cdot \frac{d}{D}$$

$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

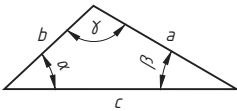
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



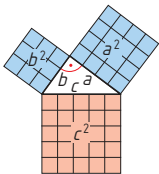
- a, b, c Dreiecksseiten
- α, β, γ Winkel im Dreieck

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

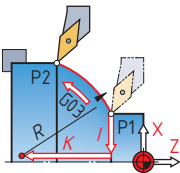
Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$



Beispiel:

CNC-Programm mit R = 50 mm und l = 25 mm.
K = ?

$$c^2 = a^2 + b^2$$

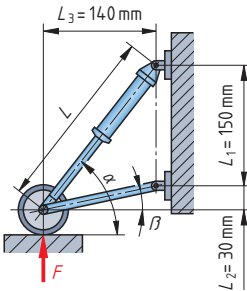
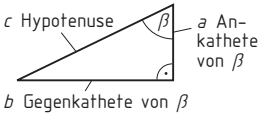
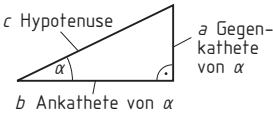
$$R^2 = l^2 + K^2$$

$$K = \sqrt{R^2 - l^2} = \sqrt{60^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2}$$

$$K = 43,3 \text{ mm}$$

Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



- c Hypotenuse (längste Seite)
- a, b Katheten
Bezogen auf den Winkel α ist $\rightarrow b$ die Ankathete und $\rightarrow a$ die Gegenkathete
- α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
- sin Schreibweise für Sinus
- cos Schreibweise für Kosinus
- tan Schreibweise für Tangens
- sin α Sinus des Winkels α

Beispiel:

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, L_3 = 140 \text{ mm}; \text{Winkel } \alpha = ?$
 $\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$
Winkel $\alpha = 52^\circ$

Winkelfunktionen

Sinus	$= \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Kosinus	$= \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	$= \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
Kotangens	$= \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$

Bezogen auf den Winkel α ist:

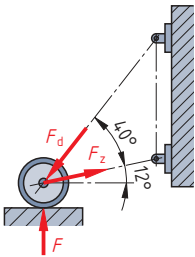
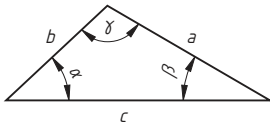
$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Bezogen auf den Winkel β ist:

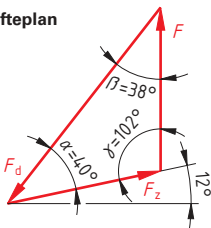
$\sin \beta = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
----------------------------	----------------------------	----------------------------

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit einer Arcus-Funktion, z.B. arcsin.

Beziehungen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Kräfteplan



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

- Seite a \rightarrow Gegenwinkel α
- Seite b \rightarrow Gegenwinkel β
- Seite c \rightarrow Gegenwinkel γ

Beispiel:

$F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$
 Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$
 $F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$
 $\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \gamma} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$
 $F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit einer Arcus-Funktion, z.B. arccos.

Sinussatz

$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$

$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$

$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$

Kosinussatz

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$

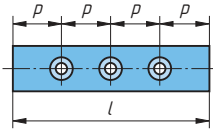
Umstellung ebenfalls möglich, z.B.

$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$

Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

Teilung von Längen

Randabstand = Teilung

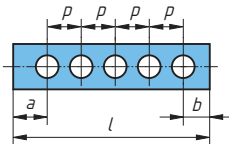


- l Gesamtlänge
- n Anzahl der Bohrungen
- p Teilung

Teilung

$$p = \frac{l}{n+1}$$

Randabstand \neq Teilung

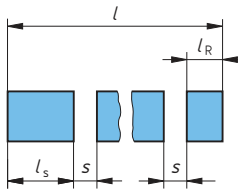


- l Gesamtlänge
- n Anzahl der Bohrungen
- p Teilung
- a, b Randabstände

Teilung

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Trennung von Teilstücken



- l Stablänge
- s Sägeschnittbreite
- z Anzahl der Teile
- l_R Restlänge
- l_s Teillänge

Anzahl der Teile

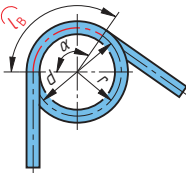
$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

Bogenlänge

Beispiel: Schenkelfeder



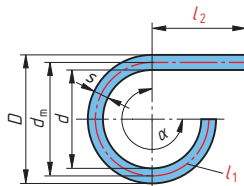
- l_B Bogenlänge
- α Mittelpunktswinkel
- r Radius
- d Durchmesser

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Zusammengesetzte Länge



- D Außendurchmesser
- d Innendurchmesser
- d_m mittlerer Durchmesser
- s Dicke
- l_1, l_2 Teillängen
- L zusammengesetzte Länge
- α Mittelpunktswinkel

Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$