

Umgang mit Formeln leicht gemacht

Formeln nach gesuchter Variable umstellen

Formeln bzw. Gleichungen stellen Regeln oder Beziehungen zwischen **Zahlen** und **Variablen** dar. Sie enthalten auch **mathematische Operationen** wie Addition, Subtraktion, Multiplikation usw. Die physikalischen Größen der Formel werden durch **Formelzeichen**, mit a, b, c und vielen anderen ausgedrückt. Formeln bestehen aus **zwei Seiten**, die durch ein $=$ Zeichen verbunden sind. Formeln werden nach einer gesuchten Variable (Unbekannten) umgestellt, in dem auf **beiden Seiten** der Gleichung **dieselben Operationen** durchgeführt werden, bis die gesuchte Variable alleine auf einer Seite steht.

Formeln bestehen aus zwei Seiten

Ausgangsformel Formel bzw. Gleichung	Formelumstellung linke Seite = rechte Seite	Umgestellte Formel gesuchte Variable
---	--	---

Umstellen von Summen

$c = a + b$	$c - b = a + \cancel{b} - \cancel{b}$	$ -b$	$a = c - b$
$c = a - b$	$c + b = a - \cancel{b} + \cancel{b}$	$ +b$	$a = c + b$
$c = a - b$	$c + b = a - \cancel{b} + \cancel{b}$ $\cancel{c} + b - \cancel{c} = a - c$	$ +b$ $ -c$	$b = a - c$

Umstellen von Produkten

$c = a \cdot b$	$c = \frac{a \cdot b}{\cancel{b}}$	$ \div b$	$a = \frac{c}{b}$
-----------------	------------------------------------	-----------	-------------------

Umstellen von Brüchen

$c = \frac{a}{b}$	$c \cdot b = \frac{a \cdot \cancel{b}}{\cancel{b}}$	$ \cdot b$	$a = c \cdot b$
$c = \frac{a}{b}$	$c \cdot b = \frac{a \cdot \cancel{b}}{\cancel{b}}$ $\cancel{c} \cdot b = \frac{a}{\cancel{c}}$	$ \cdot b$ $ \div c$	$b = \frac{a}{c}$

Umstellen von Wurzeln

$c = \sqrt{a + b}$	$c^2 = (\sqrt{a + b})^2$ $c^2 - b = a + \cancel{b} - \cancel{b}$	$ \cdot ()^2$ $ -b$	$a = c^2 - b$
$c = \sqrt{a \cdot b}$	$c^2 = (\sqrt{a \cdot b})^2$ $\frac{c^2}{b} = \frac{a \cdot \cancel{b}}{\cancel{b}}$	$ \cdot ()^2$ $ \div b$	$a = \frac{c^2}{b}$
$c = a^2 \cdot b^2$	$\sqrt{c} = \sqrt{a^2 \cdot b^2}$ $\frac{\sqrt{c}}{b} = \frac{a \cdot b}{\cancel{b}}$	$ \sqrt{\quad}$ $ \div b$	$a = \frac{\sqrt{c}}{b}$

Umstellen von gemischten Formeln

$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$	$2 \cdot A = \frac{(a+c) \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} \cdot h$ $\frac{2 \cdot A}{h} = \frac{(a+c) \cdot \cancel{h}}{\cancel{h}}$ $\frac{2 \cdot A}{h} - c = a + \cancel{c} - \cancel{c}$	$ \cdot 2$ $ \div h$ $ -c$	$a = \frac{2 \cdot A}{h} - c$
$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$	$4 \cdot A = \frac{\pi \cdot \cancel{4}}{\cancel{4}} \cdot d^2$ $\frac{4 \cdot A}{\pi} = \frac{\pi \cdot \cancel{d^2}}{\cancel{\pi}}$ $\sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{d^2}$	$ \cdot 4$ $ \div \pi$ $ \sqrt{\quad}$	$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$
$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$	$4 \cdot V = \frac{\pi \cdot h \cdot \cancel{4}}{\cancel{4}} \cdot (D^2 - d^2)$ $\frac{4 \cdot V}{\pi} = \frac{\pi \cdot h}{\cancel{\pi}} \cdot (D^2 - d^2)$ $\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h} = \frac{h}{\cancel{h}} \cdot (D^2 - d^2)$ $\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h} + d^2 = D^2 - d^2 + d^2$ $\sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h} + d^2} = \sqrt{D^2}$	$ \cdot 4$ $ \div \pi$ $ \div h$ $ \div d^2$ $ \sqrt{\quad}$	$D = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h} + d^2}$



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Kunststoffberufe

Formeln Kunststofftechnik **PLUS⁺**

Basisinformationen - Formeln - Formelumstellungen

1. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 13770

Autorin und Autoren:

Hartmut Fritsche	Dipl.-Ing. (FH)	Massen
Werner Gradl	Ing. BEd.	Wartberg
Jörg Kolbinger	Dipl.-Ing. (FH), Studiendirektor	Windelsbach
Ulrike Rudolph	Dipl.-Ing.	Sonneberg
Werner Schröck	Dipl.-Ing. (FH), Studienrat	Pirmasens
Frank Schwarze	Dipl.-Ing.-Päd., Studienrat	Sonneberg

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises: Hartmut Fritsche

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

1. Auflage 2025

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-1377-0

Alle Rechte vorbehalten. Die Formelsammlung *PLUS+* ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag genehmigt werden.

© 2025 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co KG, D 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Umschlag: MediaCreativ, G. Kuhl, 40724 Hilden

Umschlagfotos: „ABS-Formteil-Füllstudie“: Werner Gradl, A-4224 Wartberg

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Formeln Kunststofftechnik PLUS+ enthält Basisinformationen und alle **Standardformeln** der Kunststofftechnik mit vielen wichtigen **Umformungen** und Abwandlungen. In handlichem Format ist das Buch eine schnelle Hilfe in unzähligen Situationen,

- ob an der Maschine oder Werkbank,
- im berufsbezogenen Unterricht und in der fachpraktischen Ausbildung,
- bei schriftlichen und praktischen Abschlussprüfungen,
- in der beruflichen Weiterbildung oder im Studium.

Diese Formelsammlung soll den **Umgang mit Formeln erleichtern**. Die meisten Formeln sind **nach** allen **Variablen umgestellt**. Jedes **Formelzeichen** ist erklärt und die jeweiligen **Einheiten** sind mit aufgeführt.

Diese Ausgabe beinhaltet des Weiteren **Tabellen** mit typischen **Eigenschaften** der gebräuchlichsten **Werkstoffe**, wie **Stoffwerte** und Anwendungen.

Die acht **Kapitel** dieser Formelsammlung sind angelehnt an die inhaltliche Struktur des Tabellenbuchs Kunststofftechnik.

1. **Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen**
2. **Technische Kommunikation**
3. **Werkstofftechnik**
4. **Maschinenelemente**
5. **Automatisierungstechnik**
6. **Fertigungstechnik**
7. **Verfahrenstechnik**
8. **Kunststofffenster und Bauphysik**

Beim Verwenden der Formelsammlung ist folgender Hinweis stets voranzustellen.

Fachhinweise der Hersteller zu Werkstoffangaben haben Vorrang.



Mit dieser **Symbolik** sind Tabellen markiert, die **ausschließlich Richtwerte** enthalten. Bei der praktischen Anwendung und Verarbeitung von Werkstoffen, insbesondere von Kunststoffen, haben die spezifischen Werkstoffangaben und Fachhinweise der Hersteller stets Vorrang.

Wir, das **Autorenteam** und der **Verlag**, sind allen **Nutzern** dieser Formelsammlung für allgemeine Rückmeldungen, Verbesserungsvorschläge und Fehlermeldungen sehr **dankbar**.

Diese werden gern unter folgender E-Mail-Adresse entgegengenommen: lektorat@europa-lehrmittel.de

Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen

N

Technische Kommunikation

T

Werkstofftechnik

W

Maschinenelemente

M

Automatisierungstechnik

A

Fertigungstechnik

F

Verfahrenstechnik

V

Kunststofffenster und Bauphysik

K

Inhaltsverzeichnis

Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen

Allgemeine Grundlagen	7
Griechische Buchstaben und römische Zahlen	7
Technische Mathematik	8
Prozentrechnung und Zinsrechnung	8
Dreisatz	9
Verhältnisgleichung	9
Teilung von Längen und Bogenlänge bei gebogenen Werkstücken	10
Flächen und Winkelfunktionen bei rechtwinkligen Dreiecken	11
Sinussatz, Kosinussatz und Strahlensatz in schiefwinkligen Dreiecken	12
Flächeninhalt	13
Volumen, Oberfläche und Mantelfläche	18
Masse von geometrischen Körpern	23
Technische Physik	24
Physikalische Größen, Formelzeichen und Einheiten	24
Kräftedarstellung, Ersatzkraft, Kräftezerlegung und Gewichtskraft	26
Kräfte unterteilt in Kraftarten, sowie Reibungsmoment und Reibungsleistung	27
Drehmoment, Hebel, Auflagerkräfte	28
Mechanische Arbeit und Energie	29
Leistung, mechanische Arbeit und Wirkungsgrad	30
Geschwindigkeiten und Beschleunigungen bei verschiedenen Bewegungsarten	31
Geschwindigkeiten an Maschinen	32
Druck, Flächendruck, Unterdruck, Überdruck, Relativdruck und Differenzdruck in Gasen	35
Auftriebskraft, Kolbenkraft, Schweredruck und Kolbendruck	36
Druckübersetzung mit hydraulischer Presse	37
Druckübersetzung, Volumenstrom, Durchflussgeschwindigkeit, Gase bei beliebigen Drücken und Volumen	38
Grenzspannung, zulässige Spannung, Gestaltfestigkeit	39
Beanspruchung auf Zug bei Metallen und Kunststoffen	39
E- Modul, Beanspruchung auf Druck und Flächenpressung bei Metallen und Kunststoffen	40
Knickung, Abscherung und Scherschneiden	41
Biegespannung, Biegemoment und Durchbiegung	42
Biegemoment, Durchbiegung und Torsionsspannung	43
Flächenmomente und Widerstandsmomente für Rundstab, Rohr und quadratischem Vierkantstab	44
Flächenmomente und Widerstandsmomente für Sechskant und Rechteckquerschnitt	45
Flächenmomente und Widerstandsmomente für Vierkantrohre und ovale Stäbe	46
Temperaturskalen, thermische Ausdehnungen und Schwindung nach dem Entformen	47
Wärmemenge, Schmelzwärme und Verdampfungswärme, Verbrennungswärme und Wärmestrom	48
Spannung, Strom, Widerstand, Leitwert, Ohm'sches Gesetz und Stromdichte	49
Leiterwiderstand, Temperaturabhängigkeit des Widerstandes und Spannungsfall	50
Reihenschaltung und Parallelschaltung von Widerständen sowie elektrische Leistung für Heizungen und Motoren	51
Elektrische Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad, Verlustleistung, Wärme und Wärmenutzungsgrad	52
Gleichspannung, Gleichstrom, Wechselspannung, Wechselstrom und Dreiphasenwechselstrom	53
Magnetische Durchflutung, Feldstärke, Flussdichte, Felder und Transformator	54
Chemie	55
Periodensystem der Elemente	55

Inhaltsverzeichnis

Technische Kommunikation

ISO-System für Grenzmaße und Passungen	56
Grundbegriffe, Grenzmaße, Abmaße und Toleranzen bei Bohrungen und Wellen	56
Spielpassung, Übergangspassung und Übermaßpassung	57
ISO-Passungen, Berechnung von Grenzabmaßen für Wellen und Bohrungen	58
ISO-Passungen, Passungssystem Einheitsbohrung und Einheitswelle	58

Werkstofftechnik

Stoffwerte	59
Stoffwerte für Metalle, Halbmetalle, Nichtmetalle, Verbundstoffe sowie feste und flüssige Stoffverbindungen	59
Stoffwerte für gasförmige Stoffverbindungen	60
Stoffwerte für Thermoplaste, Duroplaste und Elastomere	60
Typische Eigenschaften für Kunststoffe	61
Kurzzeichen und Eigenschaften für Thermoplaste und Duroplaste (Duromere)	61
Kurzzeichen und Eigenschaften für Elastomere und TPE's	62
Prüfungen an metallischen Werkstoffen	63
Prüfung durch Kerbschlagbiegeversuch und Umlaufbiegeversuch	63
Härteprüfung nach Brinell, Rockwell und Vickers	64
Prüfung mittels Zugversuch und Härteprüfung nach Martens	65
Prüfungen an Kunststoffen	66
Zugversuch und Kugeleindruckversuch	66
Schlagbiegeversuch nach Charpy, Biegeeigenschaften und Bestimmung der Schüttdichte	67
Stopfdichte, Eintauchverfahren und Pyknometerverfahren	68
Korngrößenverteilung / Siebanalyse und RRSB-Körnungsnetz, Fließraten MFR bzw. MVR	69

Maschinenelemente

Schraubenverbindungen	70
Auslegung von Schraubverbindungen	70
Schraubenverbindungen und Senkungen	71
Auslegung für Zylinder- und Sechskantschrauben, Nachgiebigkeit und Senktiefe	71
Federn	72
Dimensionierung von zylindrischen Schrauben-Druckfedern	72
Zahnräder	73
Stirnräder mit Geradverzahnung	73
Riemen- und Zahnradtrieb	74
Übersetzungen bei Riementrieb, Zahnradtrieb und Schneckentrieb	74

Inhaltsverzeichnis

Automatisierungstechnik

Pneumatikzylinder	75
Kolbenkraftberechnung für einfach- und doppelwirkende Zylinder	75
Berechnung des Luftverbrauchs für einfach- und doppelwirkende Zylinder und bei Doppelhub	76
Sauggreifer, Hydraulikzylinder und Hydraulikpumpen	77
Haltekräfte von Sauggreifern	77
Hydraulikzylinder und Hydraulikpumpen, Kolbengeschwindigkeit und Pumpenleistung	77

Fertigungstechnik

Spanen	78
Kräfte und Leistungen beim Bohren und Drehen	78
Berechnung zu Zeitspannungsvolumen und Planfräsen	79
Spanen mittels Bohr-, Dreh- oder Fräsmaschine	80
Drehen mit HM-Werkzeugen, Drehzahl und Schnittgeschwindigkeit	81
Fräsen mit HSS-Walzenstirnfräsern, Drehzahl und Vorschubgeschwindigkeit	81
Qualitätsmanagement – QM	82
Statistische Auswertung, Fehlerwahrscheinlichkeit, Stichprobenprüfung und Normalverteilung	82
Maschinen- und Prozessfähigkeitsuntersuchung	82

Verfahrenstechnik

Verarbeitungsverfahren	83
Extrudieren – Ausstoßleistung und Masse	83
Extrudieren – Blasfolien, Folienlängen und Folienlagen	84
Blasformen – Zuhaltekraft und Aufblasverhältnis	85
Spritzgießen – Schwindung, Drehzahl, Drücke, Flächenquerschnitt und Geschwindigkeiten	86
Spritzgießen – Zuhaltekraft, Massen und Volumen	87
Spritzgießen – Zeiten	88
Pressen – Pressendruck, Schließgeschwindigkeit und Heizleistung	89
Laminieren – Mischungen und den Fasermassengehalt von Matrizen berechnen	90
Beschichten – Strömungsvorgänge	91
Schäumen – Rohdichte und Stauchhärte	91

Kunststoffenster und Bauphysik

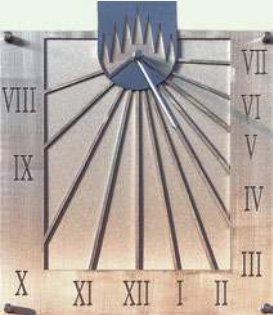
Kunststoffenster und Außentüren	92
Berechnungen zu Rohbaumaße, Stichmaßprüfung, Dichtstoffverbrauch und Glasscheibendicke	92
Bauphysik	93
Berechnungen zu Wärmedurchgang, Wärmestrahlung und Wärmedurchgangskoeffizient	93
Sachwortverzeichnis	94

Griechische Buchstaben und römische Zahlen

Griechisches Alphabet

Bezeichnung und Abbildung	Buchstabenname	Schreibweisen			
		groß und gerade	groß und kursiv	klein und gerade	klein und kursiv
	Alpha	A	<i>A</i>	α	<i>α</i>
	Beta	B	<i>B</i>	β	<i>β</i>
	Gamma	Γ	<i>Γ</i>	γ	<i>γ</i>
	Delta	Δ	<i>Δ</i>	δ	<i>δ</i>
	Epsilon	E	<i>E</i>	ε	<i>ε</i>
	Zeta	Z	<i>Z</i>	ζ	<i>ζ</i>
	Eta	H	<i>H</i>	η	<i>η</i>
	Theta	Θ	<i>Θ</i>	θ, θ	<i>θ, θ</i>
	Jota	I	<i>I</i>	ι	<i>ι</i>
	Kappa	K	<i>K</i>	κ, κ	<i>κ, κ</i>
	Lambda	Λ	<i>Λ</i>	λ	<i>λ</i>
	My	M	<i>M</i>	μ	<i>μ</i>
	Ny	N	<i>N</i>	ν	<i>ν</i>
	Xi (Ksi)	Ξ	<i>Ξ</i>	ξ	<i>ξ</i>
	Omikron	O	<i>O</i>	ο	<i>ο</i>
	Pi	Π	<i>Π</i>	π	<i>π</i>
	Rho	P	<i>P</i>	ρ, ρ	<i>ρ, ρ</i>
	Sigma	Σ	<i>Σ</i>	σ	<i>σ</i>
	Tau	T	<i>T</i>	τ	<i>τ</i>
	Ypsilon	Υ	<i>Υ</i>	υ	<i>υ</i>
Phi	Φ	<i>Φ</i>	φ	<i>φ</i>	
Chi	X	<i>X</i>	χ	<i>χ</i>	
Psi	Ψ	<i>Ψ</i>	ψ	<i>ψ</i>	
Omega	Ω	<i>Ω</i>	ω	<i>ω</i>	

Römische Zahlen

Bezeichnung und Abbildung	Gleichwertige arabische und römische Zahlen						
	0 ¹⁾	20 XX	40 XL	60 LX	1000	M²⁾	
	1 I²⁾	21 XXI	41 XLI	70 LXX	1001	MI	
	2 II	22 XXII	42 XLII	80 LXXX	1112	MCXII	
	3 III	23 XXIII	43 XLIII	90 XC	1223	MCCXXIII	
	4 IV	24 XXIV	44 XLIV	94 XCIV	1434	MCDXXXIV	
	5 V²⁾	25 XXV	45 XLV	95 XCV	1545	MDXLV	
	6 VI	26 XXVI	46 XLVI	96 XCVI	1656	MDCLVI	
	7 VII	27 XXVII	47 XLVII	97 XCVII	1767	MDCCLXVII	
	8 VIII	28 XXVIII	48 XLVIII	98 XCVIII	1878	MDCCLXXXVIII	
	9 IX	29 XXIX	49 XLIX	99 XCIX	1999	MCMXCIX	
	10 X²⁾	30 XXX	50 L²⁾	100 C²⁾	2000	MM	
	11 XI	31 XXXI	51 LI	200 CC	2021	MMXXI	
	12 XII	32 XXXII	52 LII	300 CCC	2022	MMXXII	
	13 XIII	33 XXXIII	53 LIII	400 CD	2023	MMXXIII	
	14 XIV	34 XXXIV	54 LIV	500 D²⁾	2024	MMXXIV	
	15 XV	35 XXXV	55 LV	600 DC	2025	MMXXV	
	16 XVI	36 XXXVI	56 LVI	700 DCC	2026	MMXXVI	
	17 XVII	37 XXXVII	57 LVII	800 DCCC	2027	MMXXVII	
	18 XVIII	38 XXXVIII	58 LVIII	900 CM	3000	MMM	
	19 XIX	39 XXXIX	59 LIX	999 CMXCIX	3999	MMMCMXCIX	

¹⁾ Es gibt kein Zeichen für die 0.²⁾ römische Grundziffern: I, V, X, L, C, D, M

Prozentrechnung und Zinsrechnung

Bezeichnung und Abbildung

Formeln und Formelumstellung

Formelzeichen

Einheiten

Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz

Prozentrechnung

Grundwert

$$G = \frac{W \cdot 100 \%}{p} \quad W = \frac{G \cdot p}{100 \%} \quad p = \frac{W \cdot 100 \%}{G}$$

G Grundwert

– (ohne Einheit)
oder mit Einheit,
z. B. kg

Prozentwert

$$W = \frac{G \cdot p}{100 \%} \quad G = \frac{W \cdot 100 \%}{p} \quad p = \frac{W \cdot 100 \%}{G}$$

W Prozentwert

– ohne Einheit
oder mit Einheit,
z. B. kg

Prozentsatz

$$p = \frac{W \cdot 100 \%}{G} \quad W = \frac{G \cdot p}{100 \%} \quad G = \frac{W \cdot 100 \%}{p}$$

p Prozentsatz

%

Erhöhter Grundwert

$$G_{\max} = G + W \quad G = G_{\max} - W \quad W = G_{\max} - G$$

G_{max} erhöhter
Grundwert– (ohne Einheit)
oder mit Einheit,
z. B. kg

$$G = \frac{G_{\max} \cdot 100 \%}{100 \% + p} \quad G_{\max} = \frac{G \cdot (100 \% + p)}{100 \%}$$

Verminderter Grundwert

$$G_{\min} = G - W \quad G = W + G_{\min} \quad W = G - G_{\min}$$

G_{min} verminderter
Grundwert– (ohne Einheit)
oder mit Einheit,
z. B. kg

$$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p} \quad G_{\min} = \frac{G \cdot (100 \% - p)}{100 \%}$$

Umrechnungen
 1 %
 = 1/100
 = 0,01


Zinsrechnung

Zinsrechnung

Kapital

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t} \quad Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%} \quad p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

K Kapital,
StartkapitalWährungseinheit,
z. B. EUR

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$$

Zinsen

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%} \quad K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t} \quad p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

Z Zinsen

Währungseinheit,
z. B. EUR

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$$

Zinssatz

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t} \quad Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%} \quad K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$$

p Zinssatz
t Laufzeit

Zeiteinheit, z. B. a

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$$

Laufzeit

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p} \quad Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%} \quad K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

Zinseszinsrechnen

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100 \%}\right)^n \quad K = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{p}{100 \%}\right)^n}$$

K_n Kapital nach n
Jahren
n Anzahl der JahreWährungseinheit,
z. B. EUR
– (ohne Einheit)

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K}} - 1\right) \cdot 100 \% \quad n = \frac{\lg\left(\frac{K_n}{K}\right)}{\lg\left(1 + \frac{p}{100 \%}\right)}$$

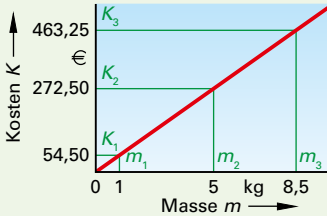
Beziehungen
 1 Zinsjahr
 = 360 Tage
 1 Zinsmonat
 = 30 Tage


Dreisatz

Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
---------------------------	------------------------------	---------------	-----------

Direkt proportionale Verhältnisse

Grafische Ermittlung



Je mehr vom einen, desto mehr vom anderen.

Direkt proportional

1. gegeben: m_3 und K_3
2. gesucht: m_1 und K_1 (Zwischenschritt)
3. gesucht: m_2 und K_2

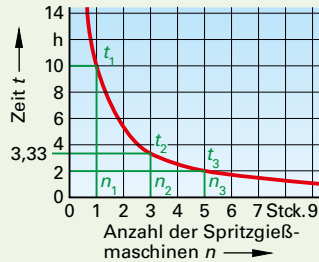
Lösung:

Masse	Kosten
1. $m_3 = 8,5$ kg	$K_3 = 463,25$ €
2. $m_1 = 8,5$ kg : $8,5 = 1$ kg	$K_1 = 463,25$ € : $8,5 = 54,50$ €
3. $m_2 = 1$ kg · $5 = 5$ kg	$K_2 = 54,50$ € · $5 = 272,50$ €

m_1	Masse 1	kg
m_2	Masse 2	kg
m_3	Masse 3	kg
K_1	Kosten 1	€
K_2	Kosten 2	€
K_3	Kosten 3	€

Indirekt proportionale Verhältnisse

Grafische Ermittlung



Je mehr vom einen, desto weniger vom anderen.

Indirekt proportional

1. gegeben: t_2 und n_2
2. gesucht: t_1 und n_1 (Zwischenschritt)
3. gesucht: t_3 und n_3

Lösung:

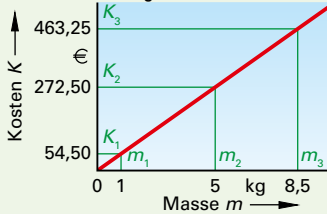
Zeit	Anzahl
1. $t_2 = 3,33$ h	$n_2 = 3$ Stück
2. $t_1 = 3,33$ h · $3 = 9,99$ h	$n_1 = 3$ Stück : $3 = 1$ Stück
3. $t_3 = 9,99$ h : $5 = 2$ h	$n_3 = 1$ Stück · $5 = 5$ Stück

n_1	Anzahl 1	Stück
n_2	Anzahl 2	Stück
n_3	Anzahl 3	Stück
t_1	Zeit 1	h
t_2	Zeit 2	h
t_3	Zeit 3	h

Verhältnigleichung

Direkt proportionale Verhältnisse

Grafische Ermittlung



Direkt proportional

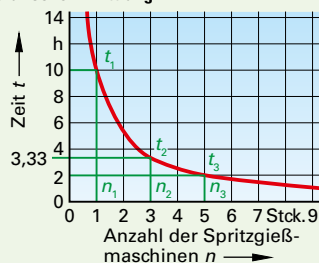
$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \quad K_1 = \frac{K_2 \cdot m_1}{m_2} \quad K_2 = \frac{K_1 \cdot m_2}{m_1}$$

$$m_1 = \frac{K_1 \cdot m_2}{K_2} \quad m_2 = \frac{K_2 \cdot m_1}{K_1}$$

m_1	Masse 1	kg
m_2	Masse 2	kg
m_3	Masse 3	kg
K_1	Kosten 1	€
K_2	Kosten 2	€
K_3	Kosten 3	€

Indirekt proportionale Verhältnisse

Grafische Ermittlung



Indirekt proportional

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad t_1 = \frac{t_2 \cdot n_2}{n_1} \quad t_2 = \frac{n_1 \cdot t_1}{n_2}$$

$$n_1 = \frac{t_2 \cdot n_2}{t_1} \quad n_2 = \frac{n_1 \cdot t_1}{t_2}$$

n_1	Anzahl 1	Stück
n_2	Anzahl 2	Stück
n_3	Anzahl 3	Stück
t_1	Zeit 1	h
t_2	Zeit 2	h
t_3	Zeit 3	h

Teilung von Längen und Bogenlänge bei gebogenen Werkstücken

Bezeichnung und Abbildung

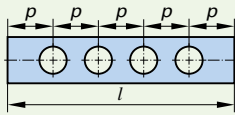
Formeln und Formelumstellung

Formelzeichen

Einheiten

Teilung bzw. Trennung von Längen

Gleicher Randabstand



Teilung (Randabstand = Teilung)

$$p = \frac{l}{n+1}$$

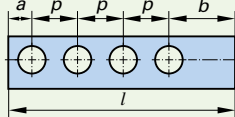
$$l = p \cdot (n+1)$$

$$n = \frac{l}{p} - 1$$

p Teilung
 l Gesamtlänge
 n Anzahl der Bohrungen

mm
mm
– (ohne Einheit)

Ungleicher Randabstand



Teilung (Randabstand \neq Teilung)

$$p = \frac{l - (a+b)}{n-1}$$

$$l = p \cdot (n-1) + a + b$$

$$a = l - p \cdot (n-1) - b$$

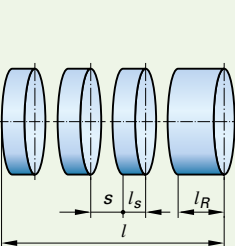
$$b = l - p \cdot (n-1) - a$$

$$n = \frac{l - (a+b)}{p} + 1$$

p Teilung
 l Gesamtlänge
 n Anzahl der Bohrungen
 a, b Randabstände

mm
mm
– (ohne Einheit)
mm

Trennung in Teilstücke



Anzahl der gleichlangen Teilstücke (keine Restlänge)

$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

$$l = z \cdot (l_s + s)$$

$$l_s = \frac{l}{z} - s$$

$$s = \frac{l}{z} - l_s$$

Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

$$l = l_R + z \cdot (l_s + s)$$

$$z = \frac{l - l_R}{l_s + s}$$

$$l_s = \frac{l - l_R}{z} - s$$

$$s = \frac{l - l_R}{z} - l_s$$

z Anzahl der Teilstücke
 l Gesamtlänge
 l_s Teillänge
 s Schnittbreite

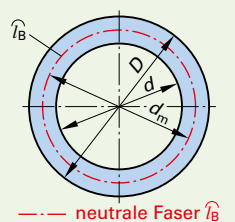
– (ohne Einheit)
mm
mm
mm

l_R Restlänge
 z Anzahl der Teilstücke
 l Gesamtlänge
 s Schnittbreite
 l_s Teillänge

mm
– (ohne Einheit)
mm
mm
mm

Bogenlänge bei gebogenen Werkstücken, gestreckte Länge

Vollkreisbogen (Ring)



Bogenlänge

$$\widehat{l}_B = d_m \cdot \pi$$

$$d_m = \frac{\widehat{l}_B}{\pi}$$

Bei symmetrischen Querschnitten (Rohr, Vierkant)

$$d_m = \frac{D+d}{2}$$

$$D = 2 \cdot d_m - d$$

$$d = 2 \cdot d_m - D$$

Weiteres auf [Seite 16](#)

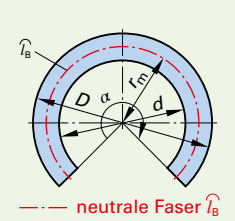
\widehat{l}_B Bogenlänge
 d_m mittlerer Durchmesser
 π Kreiszahl
 $\approx 3,141592654$

mm
mm
– (ohne Einheit)

D Außendurchmesser
 d Innendurchmesser

mm
mm

Teilkreisbogen



Bogenlänge

$$\widehat{l}_B = \frac{d_m \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$d_m = \frac{\widehat{l}_B \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}$$

$$\alpha = \frac{\widehat{l}_B \cdot 360^\circ}{\pi \cdot d_m}$$

$$\widehat{l}_B = \frac{r_m \cdot \pi \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$r_m = \frac{\widehat{l}_B \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \alpha}$$

$$\alpha = \frac{\widehat{l}_B \cdot 180^\circ}{\pi \cdot r_m}$$

Weiteres auf [Seite 17](#)

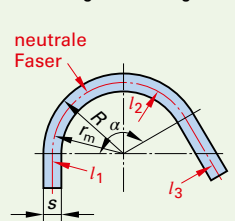
\widehat{l}_B Bogenlänge
 d_m mittlerer Durchmesser
 r_m mittlerer Radius

mm
mm
mm

α Mittelpunktswinkel
 π Kreiszahl
 $\approx 3,141592654$

° (Grad)
– (ohne Einheit)

Zusammengesetzte Länge



Gesamtlänge

$$L = l_1 + l_2 + \dots + l_n$$

$$l_1 = L - l_2 - \dots - l_n$$

$$l_2 = L - l_1 - \dots - l_n$$

Mittlerer Radius

$$r_m = R - \frac{s}{2}$$

$$R = r_m + \frac{s}{2}$$

$$s = 2 \cdot (R - r_m)$$

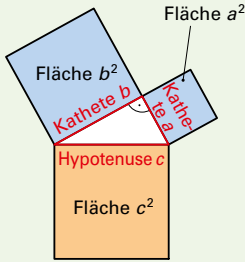
L Gesamtlänge
 l_1 Teillänge 1
 l_2 Teillänge 2
 l_3 Teillänge 2
 l_n Teillängen n
 r_m mittlerer Radius
 R Radius
 s Materialstärke
 α Mittelpunktswinkel

mm
mm
mm
mm
mm
mm
mm
mm
° (Grad)

Flächen und Winkelfunktionen bei rechtwinkligen Dreiecken

Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
---------------------------	------------------------------	---------------	-----------

Satz des Pythagoras



Satz des Pythagoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

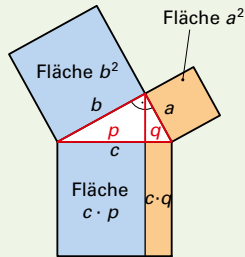
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse
- a² Fläche über a
- b² Fläche über b
- c² Fläche über c

- mm, cm, m
- mm, cm, m
- mm, cm, m
- mm², cm², m²
- mm², cm², m²
- mm², cm², m²

Satz des Euklid (Kathetensatz)



Satz des Euklid

$$a^2 = c \cdot q$$

$$a = \sqrt{c \cdot q}$$

$$c = \frac{a^2}{q}$$

$$q = \frac{a^2}{c}$$

$$b^2 = c \cdot p$$

$$b = \sqrt{c \cdot p}$$

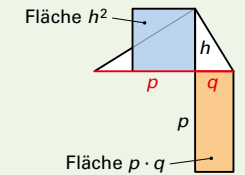
$$c = \frac{b^2}{p}$$

$$p = \frac{b^2}{c}$$

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse
- a² Fläche über a
- b² Fläche über b
- p Hypotenusenabschnitt
- q Hypotenusenabschnitt

- mm, cm, m
- mm, cm, m
- mm, cm, m
- mm², cm², m²
- mm², cm², m²
- mm, cm, m
- mm, cm, m

Höhensatz



Höhensatz

$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q}$$

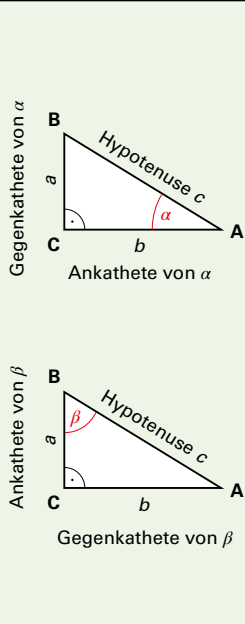
$$p = \frac{h^2}{q}$$

$$q = \frac{h^2}{p}$$

- h Höhe des Dreiecks
- p Hypotenusenabschnitt
- q Hypotenusenabschnitt
- h² Fläche über h

- mm, cm, m
- mm, cm, m
- mm, cm, m
- mm², cm², m²

Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck



Sinus

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$a = \sin \alpha \cdot c$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\alpha = \arcsin \alpha = \sin^{-1} \alpha$$

Kosinus

$$\text{Kosinus} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$b = \cos \alpha \cdot c$$

$$c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\alpha = \arccos \alpha = \cos^{-1} \alpha$$

Tangens

$$\text{Tangens} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$a = \tan \alpha \cdot b$$

$$b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

$$\alpha = \arctan \alpha = \tan^{-1} \alpha$$

Kotangens

$$\text{Kotangens} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

$$b = \cot \alpha \cdot a$$

$$a = \frac{b}{\cot \alpha}$$

$$\alpha = \text{arccot } \alpha = \cot^{-1} \alpha$$

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

- mm, cm, m
- mm, cm, m
- mm, cm, m

- α Winkel im Dreieck
- β Winkel im Dreieck

- ° (Grad)
- ° (Grad)

- sin Sinus
- cos Kosinus
- tan Tangens
- cot Kotangens

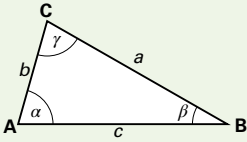
- arcsin Arcussinus
- arccos Arcuskosinus
- arctan Arcustangens
- arccot Arcus-
- kotangens

Sinussatz, Kosinussatz und Strahlensatz in schiefwinkligen Dreiecken

Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
---------------------------	------------------------------	---------------	-----------

Sinussatz

Sinussatz im schiefwinkligen Dreieck



Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$a = \frac{b}{\sin \beta} \cdot \sin \alpha \quad b = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b} \quad \sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$a = \frac{c}{\sin \gamma} \cdot \sin \alpha \quad c = \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \sin \gamma$$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c} \quad \sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a}$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$b = \frac{c}{\sin \gamma} \cdot \sin \beta \quad c = \frac{b}{\sin \beta} \cdot \sin \gamma$$

$$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \gamma}{c} \quad \sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \beta}{b}$$

a Kathete
b Kathete
c Hypotenuse

mm, cm, m

mm, cm, m

mm, cm, m

alpha Winkel im Dreieck

° (Grad)

beta Winkel im Dreieck

° (Grad)

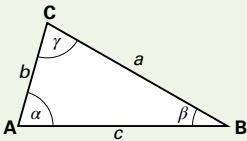
gamma Winkel im Dreieck

° (Grad)

sin Sinus

Kosinussatz

Kosinussatz im schiefwinkligen Dreieck



Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Seitenberechnungen

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha}$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$

Winkelberechnungen

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} \quad \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

a Kathete

mm, cm, m

b Kathete

mm, cm, m

c Hypotenuse

mm, cm, m

a² Fläche über a

mm², cm², m²

b² Fläche über b

mm², cm², m²

c² Fläche über c

mm², cm², m²

alpha Winkel im Dreieck

° (Grad)

beta Winkel im Dreieck

° (Grad)

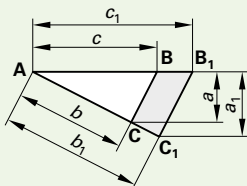
gamma Winkel im Dreieck

° (Grad)

cos Kosinus

Strahlensatz für Längenteilen

Strahlensatz



Festlegung:
Beim Punkt A beginnen zwei Strahlen.

Strahlensatz

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{a_1}{c_1}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{b_1}{c_1}$$

Länge a $a = \frac{a_1}{b_1} \cdot b$ $a = \frac{a_1}{c_1} \cdot c$

Länge b $b = \frac{b_1}{a_1} \cdot a$ $b = \frac{b_1}{c_1} \cdot c$

Länge c $c = \frac{a}{a_1} \cdot c_1$ $c = \frac{c_1}{b_1} \cdot b$

Länge a₁ $a_1 = \frac{a}{b} \cdot b_1$ $a_1 = \frac{a}{c} \cdot c_1$

Länge b₁ $b_1 = \frac{b}{a} \cdot a_1$ $b_1 = \frac{b}{c} \cdot c_1$

Länge c₁ $c_1 = \frac{c}{a} \cdot a_1$ $c_1 = \frac{c}{b} \cdot b_1$

a Länge

mm, cm, m

b Länge

mm, cm, m

c Länge

mm, cm, m

a₁ Länge

mm, cm, m

b₁ Länge

mm, cm, m

c₁ Länge

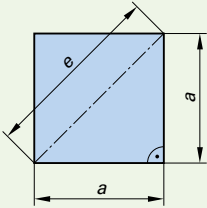
mm, cm, m

Flächeninhalt

Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
---------------------------	------------------------------	---------------	-----------

Geradlinig begrenzte Flächen

Quadrat



Fläche

$$A = a^2 \quad a = \sqrt{A}$$

Seitenlänge

$$a = \sqrt{A} \quad A = a^2$$

Eckenmaß

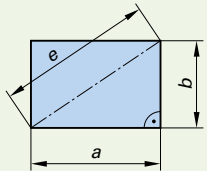
$$e = \sqrt{2} \cdot a \quad a = \frac{e}{\sqrt{2}}$$

Umfang

$$U = 4 \cdot a \quad a = \frac{U}{4}$$

A	Fläche	mm ² , cm ² , m ²
a	Seitenlängen	mm, cm, m
e	Eckenmaß oder Diagonalenlänge	mm, cm, m
U	Umfang	mm, cm, m

Rechteck



Fläche

$$A = a \cdot b \quad a = \frac{A}{b} \quad b = \frac{A}{a}$$

Seitenlänge

$$a = \frac{A}{b} \quad A = a \cdot b \quad b = \frac{A}{a}$$

Eckenmaß

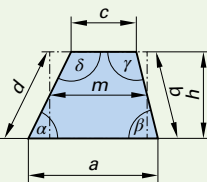
$$e = \sqrt{a^2 + b^2} \quad a = \sqrt{e^2 - b^2} \quad b = \sqrt{e^2 - a^2}$$

Umfang

$$U = 2 \cdot (a + b) \quad a = \frac{U}{2} - b \quad b = \frac{U}{2} - a$$

A	Fläche	mm ² , cm ² , m ²
a	Seitenlänge	mm, cm, m
b	Seitenlänge	mm, cm, m
e	Eckenmaß oder Diagonalenlänge	mm, cm, m
U	Umfang	mm, cm, m

Trapez



Fläche

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h \quad a = \frac{2 \cdot A}{h} - c \quad c = \frac{2 \cdot A}{h} - a$$

$$h = \frac{2 \cdot A}{a+c}$$

Mittlere Länge

$$m = \frac{a+c}{2} \quad a = 2 \cdot m - c$$

$$c = 2 \cdot m - a$$

Höhe

$$h = d \cdot \sin \alpha \quad d = \frac{h}{\sin \alpha} \quad \sin \alpha = \frac{h}{d}$$

Umfang

$$U = a + b + c + d$$

$$a = U - b - c - d$$

$$b = U - a - c - d$$

$$c = U - a - b - d$$

$$d = U - a - b - c$$

Winkelsumme

$$\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - \delta$$

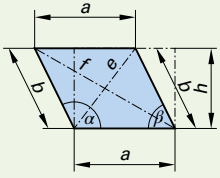
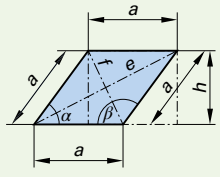
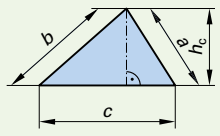
$$\beta = 180^\circ - \gamma$$

$$\gamma = 180^\circ - \beta$$

$$\delta = 180^\circ - \alpha$$

A	Fläche	mm ² , cm ² , m ²
a	Seitenlänge	mm, cm, m
b	Seitenlänge	mm, cm, m
c	Seitenlänge	mm, cm, m
d	Seitenlänge	mm, cm, m
m	mittlere Länge	mm, cm, m
h	Höhe	mm, cm, m
sin	Sinus	
U	Umfang	mm, cm, m
α	Winkel im Trapez	° (Grad)
β	Winkel im Trapez	° (Grad)
γ	Winkel im Trapez	° (Grad)
δ	Winkel im Trapez	° (Grad)

Flächeninhalt

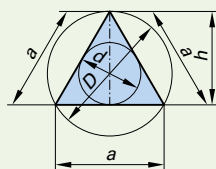
Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
Geradlinig begrenzte Flächen			
Parallelogramm, Rhomboid  <p>Beim Parallelogramm bzw. Rhomboid sind je zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang.</p>	Fläche $A = a \cdot h$ $A = a \cdot b \cdot \sin \alpha$ $a = \frac{A}{h}$ $a = \frac{A}{b \cdot \sin \alpha}$ $\sin \alpha = \frac{A}{a \cdot b}$ $h = \frac{A}{a}$ $b = \frac{A}{a \cdot \sin \alpha}$ Eckenmaß $e = \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \beta + b^2}$ $f = \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha + b^2}$ Höhe $h = \frac{A}{a}$ $a = \frac{A}{h}$ $A = a \cdot h$ Umfang $U = 2 \cdot (a + b)$ $a = \frac{U}{2} - b$ $b = \frac{U}{2} - a$	A Fläche h Höhe über a a Seitenlängen b Seitenlängen sin Sinus α Winkel im Parallelogramm e Diagonallänge f Diagonallänge cos Kosinus β Winkel im Parallelogramm α Winkel im Parallelogramm a Seitenlängen b Seitenlängen h Höhe über a A Fläche a Seitenlängen U Umfang a Seitenlängen b Seitenlängen	mm ² , cm ² , m ² mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m ° (Grad) mm, cm, m mm, cm, m ° (Grad) ° (Grad) mm, cm, m mm, cm, m mm ² , cm ² , m ² mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m
Raute, Rhombus Sonderform des Parallelogramms  <p>Bei der Raute bzw. Rhombus sind alle vier Seiten gleich lang.</p>	Fläche $A = a \cdot h$ $A = \frac{e \cdot f}{2}$ $a = \frac{A}{h}$ $a = \frac{2 \cdot A}{e}$ $a = \frac{2 \cdot A}{f}$ Umfang $U = 4 \cdot a$ $a = \frac{U}{4}$ Eckenmaß $e = 2 \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2}$ $a = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2}$ $f = 2 \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{e}{2}\right)^2}$	A Fläche h Höhe über a a Seitenlängen e Diagonallänge f Diagonallänge U Umfang a Seitenlängen e Diagonallänge α Winkel in der Raute β Winkel in der Raute	mm ² , cm ² , m ² mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m ° (Grad) ° (Grad)
Dreieck 	Fläche $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ $c = \frac{2 \cdot A}{h_c}$ $h_c = \frac{2 \cdot A}{c}$ Seitenlänge $c = \frac{2 \cdot A}{h_c}$ $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ $h_c = \frac{2 \cdot A}{c}$ Höhe $h_c = \frac{2 \cdot A}{c}$ $A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ $c = \frac{2 \cdot A}{h_c}$ Umfang $U = a + b + c$ $a = U - b - c$ $b = U - a - c$ $c = U - a - b$	A Fläche h _c Höhe über c c Seitenlänge h _c Höhe über c U Umfang a Seitenlänge b Seitenlänge c Seitenlänge	mm ² , cm ² , m ² mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m

Flächeninhalt

Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
---------------------------	------------------------------	---------------	-----------

Geradlinig begrenzte Flächen

Dreieck, gleichseitiges



Fläche

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

$$a = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\sqrt{3}}}$$

Höhe

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

$$a = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}}$$

Inkreisdurchmesser

$$d = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a$$

$$a = \frac{3 \cdot d}{\sqrt{3}}$$

Umkreisdurchmesser

$$D = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot a$$

$$a = \frac{3 \cdot D}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

A Fläche
a Seitenlängen

mm², cm², m²
mm, cm, m

h Höhe
a Seitenlängen

mm, cm, m
mm, cm, m

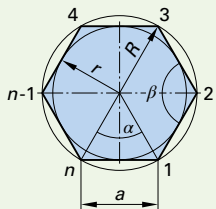
d Inkreisdurchmesser
a Seitenlängen

mm, cm, m
mm, cm, m

D Umkreisdurchmesser
a Seitenlängen

mm, cm, m
mm, cm, m

Vieleck, regelmäßiges



Festlegung:
Ein regelmäßiges Vieleck ist ein n-Eck, bei dem alle Seiten gleich lang sind. Die Innen- bzw. Außenwinkel sind alle gleich groß.

Fläche

$$A = \frac{n \cdot a \cdot r}{2}$$

$$a = \frac{2 \cdot A}{n \cdot r} \quad n = \frac{2 \cdot A}{a \cdot r}$$

$$r = \frac{2 \cdot A}{a \cdot n}$$

Seitenlänge

$$a = 2 \cdot R \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

$$R = \frac{a}{2 \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$$

$$\sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = \frac{a}{2 \cdot R}$$

Inkreisradius

$$r = \frac{a}{2 \cdot \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$$

$$a = 2 \cdot \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right) \cdot r$$

$$\tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = \frac{a}{2 \cdot r}$$

Umkreisradius

$$R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + 4 \cdot r^2}$$

$$a = \sqrt{4 \cdot (R^2 - r^2)}$$

$$r = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$$

Mittelpunktswinkel

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

$$n = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

Eckenwinkel

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

$$\alpha = 180^\circ - \beta$$

Umfang

$$U = n \cdot a$$

$$a = \frac{U}{n} \quad n = \frac{U}{a}$$

A Fläche
a Seitenlängen
r Inkreisradius
n Eckenzahl

mm², cm², m²
mm, cm, m
mm, cm, m
– (ohne Einheit)

a Seitenlängen
R Umkreisradius
n Eckenzahl
sin Sinus

mm, cm, m
mm, cm, m
– (ohne Einheit)

r Inkreisradius
a Seitenlängen
n Eckenzahl
tan Tangens

mm, cm, m
mm, cm, m
– (ohne Einheit)

R Umkreisradius
a Seitenlängen
r Inkreisradius

mm, cm, m
mm, cm, m
mm, cm, m

α Mittelpunktswinkel des Vielecks
n Eckenzahl

° (Grad)
– (ohne Einheit)

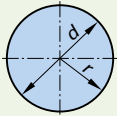
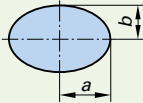
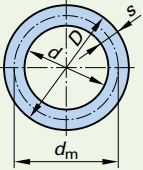
α Mittelpunktswinkel
β Eckenwinkel

° (Grad)
° (Grad)

U Umfang
n Eckenzahl
a Seitenlängen

mm, cm, m
– (ohne Einheit)
mm, cm, m

Flächeninhalt

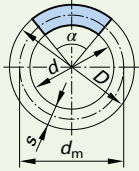
Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
Kreisförmig und bogenförmig begrenzte Flächen			
Kreis 	Fläche $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$ $d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$ $A = \pi \cdot r^2$ $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ Durchmesser $d = 2 \cdot r$ $r = \frac{d}{2}$ Radius $r = \frac{d}{2}$ $d = 2 \cdot r$ Umfang $U = \pi \cdot d$ $d = \frac{U}{\pi}$ $U = 2 \cdot \pi \cdot r$ $r = \frac{U}{2 \cdot \pi}$	A Fläche π Kreiszahl $\cong 3,141592654$ d Durchmesser r Radius d Durchmesser r Radius U Umfang π Kreiszahl $\cong 3,141592654$ d Durchmesser r Radius	$\text{mm}^2, \text{cm}^2, \text{m}^2$ – (ohne Einheit) $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$
Ellipse 	Fläche $A = \pi \cdot a \cdot b$ $a = \frac{A}{\pi \cdot b}$ $b = \frac{A}{\pi \cdot a}$ Umfang (Näherungsformel) $U \cong \pi \cdot \sqrt{2 \cdot (a^2 + b^2)}$ $a \cong \sqrt{\frac{U^2}{2 \cdot \pi^2} - b^2}$ $b \cong \sqrt{\frac{U^2}{2 \cdot \pi^2} - a^2}$	A Fläche a große Halbachse b kleine Halbachse U Umfang a große Halbachse b kleine Halbachse π Kreiszahl $\cong 3,141592654$	$\text{mm}^2, \text{cm}^2, \text{m}^2$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ – (ohne Einheit)
Kreisring 	Fläche $A = \pi \cdot d_m \cdot s$ $d_m = \frac{A}{\pi \cdot s}$ $s = \frac{A}{\pi \cdot d_m}$ $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ $D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi} + d^2}$ $d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$ Ringbreite $s = \frac{D - d}{2}$ $D = d + 2 \cdot s$ $d = D - 2 \cdot s$ Mittlerer Durchmesser Weiteres auf Seite 10 $d_m = D - s$ $D = d_m + s$ $s = D - d_m$ Außendurchmesser $D = d + 2 \cdot s$ $d = D - 2 \cdot s$ $s = \frac{D - d}{2}$ Innendurchmesser $d = D - 2 \cdot s$ $D = d + 2 \cdot s$ $s = \frac{D - d}{2}$	A Fläche π Kreiszahl $\cong 3,141592654$ d_m mittlerer Durchmesser s Ringbreite, Dicke, Materialstärke D Außendurchmesser d Innendurchmesser s Ringbreite, Dicke, Materialstärke d_m mittlerer Durchmesser D Außendurchmesser d Innendurchmesser	$\text{mm}^2, \text{cm}^2, \text{m}^2$ – (ohne Einheit) $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$ $\text{mm}, \text{cm}, \text{m}$

Flächeninhalt

Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
---------------------------	------------------------------	---------------	-----------

Kreisförmig und bogenförmig begrenzte Flächen

Kreisringausschnitt



Fläche Weiteres auf Seite 10

$$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$D = \sqrt{d^2 + \frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}}$$

$$\alpha = \frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot (D^2 - d^2)}$$

Mittlerer Durchmesser

$$d_m = D - s$$

$$D = d_m + s$$

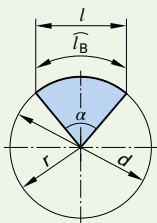
$$s = D - d_m$$

A Fläche
 π Kreiszahl
 ≈ 3,141592654
 D Außendurchmesser
 d Innendurchmesser
 α Mittelpunktswinkel des Kreisringausschnitts

d_m mittlerer Durchmesser
 s Kreisringbreite, Dicke

mm², cm², m²
 – (ohne Einheit)
 mm, cm, m
 mm, cm, m
 ° (Grad)

Kreisausschnitt, Sektor



Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}} \quad \alpha = \frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot d^2}$$

$$A = \frac{\widehat{l}_B \cdot r}{2}$$

$$\widehat{l}_B = \frac{2 \cdot A}{r}$$

$$r = \frac{2 \cdot A}{\widehat{l}_B}$$

Sehnenlänge

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$r = \frac{l}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{l}{2 \cdot r}$$

Bogenlänge

$$\widehat{l}_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$r = \frac{\widehat{l}_B \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \alpha}$$

$$\alpha = \frac{\widehat{l}_B \cdot 180^\circ}{\pi \cdot r}$$

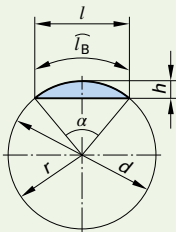
A Fläche
 d Durchmesser
 α Mittelpunktswinkel des Kreisausschnitts
 π Kreiszahl
 ≈ 3,141592654

l Sehnenlänge
 sin Sinus

l_B Bogenlänge
 r Radius

mm², cm², m²
 mm, cm, m
 ° (Grad)
 – (ohne Einheit)

Kreisabschnitt, Segment



Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} - \frac{l \cdot (r - h)}{2}$$

$$d = \sqrt{\frac{720^\circ \cdot (2 \cdot A + l \cdot (r - h))}{\pi \cdot \alpha}}$$

$$A = \frac{\widehat{l}_B \cdot r - l \cdot (r - h)}{2}$$

$$\widehat{l}_B = \frac{2 \cdot A + l \cdot (r - h)}{r}$$

Höhe

$$h = r \cdot \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$r = \frac{h}{\left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{h}{r}$$

Sehnenlänge

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{l}{2 \cdot r}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (2 \cdot r - h)}$$

$$r = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{l^2}{4 \cdot h} + h\right)$$

$$h = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}$$

A Fläche
 π Kreiszahl
 ≈ 3,141592654
 d Durchmesser
 α Mittelpunktswinkel des Kreisabschnitts

r Radius
 l Sehnenlänge
 l_B Bogenlänge

h Höhe oder Breite
 sin Sinus
 cos Kosinus

l Sehnenlänge

mm², cm², m²
 – (ohne Einheit)
 mm, cm, m
 ° (Grad)

mm, cm, m
 mm, cm, m
 mm, cm, m

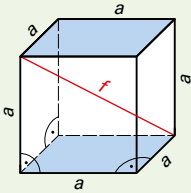
mm, cm, m

Volumen, Oberfläche und Mantelfläche

Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
---------------------------	------------------------------	---------------	-----------

Geometrische Grundkörper

Würfel



Volumen

$$V = a^3$$

$$a = \sqrt[3]{V}$$

Raumdiagonale

$$f = \sqrt{3} \cdot a$$

$$a = \frac{f}{\sqrt{3}}$$

Oberfläche

$$A_0 = 6 \cdot a^2$$

$$a = \sqrt{\frac{A_0}{6}}$$

Seitenlängen

$$a = \sqrt[3]{V}$$

$$V = a^3$$

V Volumen
 a Seitenlängen

mm³, cm³, m³
mm, cm, m

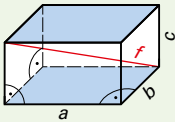
f Diagonalenlänge

mm, cm, m

A_0 Oberfläche bzw. Körperfläche

mm², cm², m²

Prisma, Quader



Volumen

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$a = \frac{V}{b \cdot c}$$

$$b = \frac{V}{a \cdot c} \quad c = \frac{V}{a \cdot b}$$

Raumdiagonale

$$f = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$a = \sqrt{f^2 - b^2 - c^2}$$

$$b = \sqrt{f^2 - a^2 - c^2}$$

$$c = \sqrt{f^2 - a^2 - b^2}$$

Oberfläche

$$A_0 = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

$$a = \frac{A_0 - 2 \cdot b \cdot c}{2 \cdot (b + c)}$$

$$b = \frac{A_0 - 2 \cdot a \cdot c}{2 \cdot (a + c)}$$

$$c = \frac{A_0 - 2 \cdot a \cdot b}{2 \cdot (a + b)}$$

V Volumen

mm³, cm³, m³

a Seitenlänge
 b Breite
 c Höhe

mm, cm, m
mm, cm, m
mm, cm, m

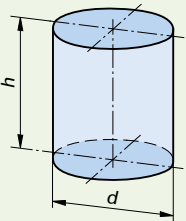
f Diagonalenlänge

mm, cm, m

A_0 Oberfläche bzw. Körperfläche

mm², cm², m²

Zylinder



Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}} \quad h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$$

Oberfläche

$$A_0 = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot A_0}{\pi} + h^2} - h$$

$$h = \frac{A_0}{\pi \cdot d} - \frac{d}{2}$$

$$A_0 = A_M + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot (A_0 - A_M)}{\pi}}$$

Mantelfläche

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

$$d = \frac{A_M}{\pi \cdot h} \quad h = \frac{A_M}{\pi \cdot d}$$

V Volumen
 d Durchmesser
 h Höhe
 π Kreiszahl
 $\cong 3,141592654$

mm³, cm³, m³
mm, cm, m
mm, cm, m
– (ohne Einheit)

A_0 Oberfläche bzw. Körperfläche

mm², cm², m²

d Durchmesser
 h Höhe
 π Kreiszahl
 $\cong 3,141592654$

mm, cm, m
mm, cm, m
– (ohne Einheit)

A_M Mantelfläche

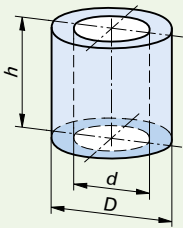
mm², cm², m²

Volumen, Oberfläche und Mantelfläche

Bezeichnung und Abbildung	Formeln und Formelumstellung	Formelzeichen	Einheiten
---------------------------	------------------------------	---------------	-----------

Geometrische Grundkörper

Hohlzylinder



Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h} + d^2}$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot (D^2 - d^2)}$$

Oberfläche

$$A_0 = \pi \cdot (D + d) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (D - d) + h \right]$$

$$h = \frac{A_0}{\pi \cdot (D + d)} - \frac{D - d}{2}$$

$$D = \sqrt{h^2 + \frac{2 \cdot A_0}{\pi} + d^2 - 2 \cdot h \cdot d} - h$$

Formel **nur gültig**, wenn $d < h$

$$d = h - \sqrt{h^2 - \frac{2 \cdot A_0}{\pi} + D^2 + 2 \cdot h \cdot D}$$

Formel **gilt**, wenn $d > h$

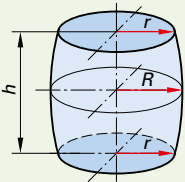
$$d = h + \sqrt{h^2 - \frac{2 \cdot A_0}{\pi} + D^2 + 2 \cdot h \cdot D}$$

V	Volumen	mm ³ , cm ³ , m ³
D	Außen-durchmesser	mm, cm, m
d	Innendurchmesser	mm, cm, m
h	Höhe	mm, cm, m

A ₀	Oberfläche bzw. Körperfläche (alle Flächen, einschließlich der Innenfläche des Hohlzylinders)	mm ² , cm ² , m ²
----------------	---	--

π	Kreiszahl ≈ 3,141592654	– (ohne Einheit)
---	----------------------------	------------------

Fass (rotationssymmetrisch)



Volumen

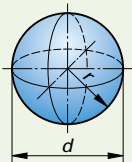
$$V = \frac{1}{15} \cdot \pi \cdot h \cdot (8 \cdot R^2 + 4 \cdot R \cdot r + 3 \cdot r^2)$$

$$h = \frac{15 \cdot V}{\pi \cdot (8 \cdot R^2 + 4 \cdot R \cdot r + 3 \cdot r^2)}$$

V	Volumen	mm ³ , cm ³ , m ³
R	Radius der Fass-mitte	mm, cm, m
r	Radius der Grund- und Deckfläche	mm, cm, m
h	Höhe	mm, cm, m

π	Kreiszahl ≈ 3,141592654	– (ohne Einheit)
---	----------------------------	------------------

Kugel



Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$$

Oberfläche

$$A_0 = \pi \cdot d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$$

$$A_0 = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A_0}{4 \cdot \pi}}$$

V	Volumen	mm ³ , cm ³ , m ³
d	Kugeldurchmesser	mm, cm, m
r	Kugelradius	mm, cm, m

A ₀	Oberfläche bzw. Körperfläche	mm ² , cm ² , m ²
----------------	------------------------------	--

π	Kreiszahl ≈ 3,141592654	– (ohne Einheit)
---	----------------------------	------------------