



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Metallberufe

# Formeln Metallbau Konstruktionsmechanik **PLUS<sup>+</sup>**

Bearbeitet von Lehrern an beruflichen Schulen

1. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 13824**

**Autoren**

Bulling, Gerhard	München
Bahn Müller, Harald	Landshut
Dillinger, Josef	Hausen
Weingartner, Alfred	München

**Lektorat und Leitung des Arbeitskreises**

Alfred Weingartner

**Bildbearbeitung**

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

1. Auflage 2025

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-1382-4

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2025 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co KG, D 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Umschlag: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, 73760 Ostfildern

Umschlagfotos: Schlosserei Wendt, Braunschweig, Architekt Klaus Krüger, Braunschweig, Asymptotische Gitterschale, Prof. Dr.-Ing. R. Barthel TUM und Prof. Dr.-Ing. Eike Schling IEK-Universität Hannover

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

## Vorwort

Das vorliegende Buch **Formeln Metallbau, Konstruktionsmechanik PLUS<sup>+</sup>** ist eine Zusammenstellung der wichtigsten Formeln und mathematischen Beziehungen für den technischen Bereich des Metallbaus und der Konstruktionsmechanik. Dabei wird der Anspruch der Vollständigkeit nicht erhoben, da dies den Umfang und die Handhabbarkeit des Werkes weit übersteigen würde.

Die Inhalte orientieren sich an den bereits bestehenden Büchern im Verlag Europa-Lehrmittel **Technische Mathematik Metallbau, Konstruktionsmechanik** und der Formelsammlung **Formeln Metallbau, Konstruktionsmechanik**, den Lehrplänen und den praktischen Anforderungen. Dabei gehen die Inhalte und die formale Darstellung über die bisherige Formelsammlung hinaus.

Der Schwerpunkt liegt auf der ausführlichen Darstellung der Formeln und den mathematisch-technischen Beziehungen. Ausgehend von einer „Grundformel“ werde dabei die Umstellungen nach allen Größen einer Beziehung – soweit dies sinnvoll ist – aufgeführt. Damit soll den Benutzern einerseits ein schnelleres und zuverlässigeres Lösen von Aufgaben erleichtert werden und andererseits eine Kontrolle für eigenständige Umstellung von Formeln angeboten werden.

Im Anhang sind Arbeitshilfen für noch nicht so sichere Nutzer und weiterführende Tabellen eingefügt.

Für Anregungen und sachkritische Hinweise sind wir dankbar ([lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de)).

Frühjahr 2025

Autoren und Verlag

<b>1</b>	<b>Mathematische Grundlagen</b>	<b>6</b>	<b>2.4</b>	<b>Mechanische Arbeit und Energie</b>	<b>56</b>
1.1	Grundrechnungsarten	6	2.4.1	Mechanische Arbeit	56
1.2	Umrechnung von Einheiten	9	2.4.2	Hubarbeit; Potenzielle Energie (Lageenergie)	56
1.3	Winkelfunktionen	10	2.4.3	Arbeit an der schiefen Ebene und am Keil	57
1.4	Winkelarten	12	2.4.4	Arbeit an der Schraube	57
1.5	Winkelsumme im Dreieck	12	2.4.5	Reibarbeit	58
1.6	Strahlensatz	12	2.4.6	Federenergie, Potenzielle Energie	58
1.7	Mischung zweier Flüssigkeiten	13	2.4.7	Kinetische Energie – Energie der Bewegung	58
1.8	Prozentrechnen	13	<b>2.5</b>	<b>Mechanische Leistung und Wirkungsgrad</b>	<b>59</b>
1.9	Zinsrechnen (einfache Verzinsung)	13	2.5.1	Leistung bei geradliniger Bewegung	59
1.10	Längen	14	2.5.2	Leistung bei Drehbewegung	60
1.11	Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck	16	2.5.3	Einzelwirkungsgrad	61
1.12	Flächen	17	2.5.4	Gesamtwirkungsgrad	61
1.13	Verschnitt von Flächen (Tafeln)	24	<b>3</b>	<b>Fertigungstechnik</b>	<b>62</b>
1.14	Körper, Volumen und Oberfläche	24	3.1	<b>Metallbaukonstruktionen</b>	<b>62</b>
1.15	Masse	39	3.1.1	Berechnung der Anzahl notwendiger Gitterstäbe	62
<b>2</b>	<b>Naturwissenschaftliche Grundlagen</b>	<b>41</b>	3.1.2	Teilungslängen bei Gittern und Bauelementen	62
2.1	<b>Bewegungslehre</b>	<b>41</b>	3.1.3	Bestimmung der Lichten Weite bei Gittern mithilfe von Tabellen	63
2.1.1	Geradlinige unbeschleunigte Bewegung	41	3.1.4	Teilungslängen bei Metallbaukonstruktionen	63
2.1.2	Gleichförmige Kreisbewegung, Umfangsgeschwindigkeit	41	3.1.5	Teilungslängen gekrümmter Strecken	64
2.1.3	Gleichförmige Kreisbewegung, Winkelgeschwindigkeit	42	3.1.6	Zuschnittlängen gebogener Profile	65
2.1.4	<b>Vorschubgeschwindigkeit beim Bohren, Senken, Drehen und Fräsen</b>	<b>42</b>	3.1.7	Zuschnittlängen von Profilen für Systemkonstruktionen im Fensterbau	65
2.1.5	Vorschubgeschwindigkeit beim Fräsen	43	3.1.8	Zuschnittlängen von Profilen für Systemkonstruktionen im Türenbau	66
2.1.6	Vorschubgeschwindigkeit einer Gewindespindel	43	3.1.9	Berechnungen an Profilen und Blechen	68
2.1.7	Vorschubgeschwindigkeit der Zahnstange	44	3.1.10	Rohmaße von Schmiede- und Pressstücken	69
2.1.8	Umfangsgeschwindigkeit, Schnittgeschwindigkeit	44	3.1.11	Treppenberechnung	71
2.1.9	Schnittgeschwindigkeit	45	<b>3.2</b>	<b>Blechkonstruktionen</b>	<b>72</b>
2.1.10	Mittlere Kurbelgeschwindigkeit	45	3.2.1	Gestreckte Längen gekanteter Bleche	72
2.1.11	Mittlere Kolbengeschwindigkeit	45	3.2.2	Berechnung der Biegelinien	72
2.1.12	Geradlinige beschleunigte Bewegung	46	3.2.3	Ausgleichswerte	72
2.1.13	Wegstrecke bei beschleunigter Bewegung	46	3.2.4	Zugaben	73
2.2	<b>Kräfte</b>	<b>47</b>	3.2.5	Zugaben Falze	74
2.2.1	Darstellen von Kräften	47	3.2.6	Zugabe für Bördelnaht	74
2.2.2	Zeichnerische Ermittlung beim Zusammensetzen oder Zerlegen von Kräften	47	3.2.7	Abwicklungen	75
2.2.3	Seilkräfte bei Lastaufnahmeeinrichtungen	48	<b>3.3</b>	<b>Wärmetechnik</b>	<b>78</b>
2.2.4	Gewichtskraft, Beschleunigungskraft (Verzögerungskraft)	48	3.3.1	Temperatur	78
2.2.5	Federkraft	48	3.3.2	Wärmemenge	78
2.2.6	Rollen	49	3.3.3	Längenänderung	78
2.2.7	Rollenflaschenzug	49	3.3.4	Volumenänderung	79
2.2.8	Kräfte an der schiefen Ebene	50	3.3.5	Längenänderung Bestimmung mithilfe von Diagrammen	79
2.2.9	Keil	50	3.3.6	Verbrennungswärme fester oder flüssiger Brennstoffe	80
2.3	<b>Drehmoment und Hebel</b>	<b>51</b>	3.3.7	Wirkungsgrad der Verbrennungswärme	80
2.3.1	Drehmoment	51	3.3.8	Wärmestrom	80
2.3.2	Drehmoment am Hebel (Hebelgesetz)	51	3.3.9	Wärmedurchlasswiderstand einschichtiger Bauelemente	81
2.3.3	Drehmoment am Mehrfachhebel	52	3.3.10	Wärmedurchlasswiderstand mehrschichtiger Bauelemente	81
2.3.4	Drehmoment und Auflagerkräfte	53	3.3.11	Wärmedurchgangswiderstand	81
2.3.5	Drehmoment an der Schraube	54	3.3.12	Wärmedurchgangskoeffizient	81
2.3.6	Drehmoment an der Räderwinde	54	3.3.13	Wärmedurchgangskoeffizient für Fenster	82
2.3.7	Reibungskraft bei Haftreibung und Gleitreibung	55	3.3.14	Wasserdampfdiffusion	82
2.3.8	Reibungskraft bei Rollreibung	55	3.3.15	Tauwasserbildung auf Oberflächen	83
2.3.9	Reibungsmoment	55	3.3.16	Energiebilanzverfahren	84

<b>3.4</b>	<b>Schmelzschweißen</b>	<b>85</b>	6.1.2	Achsabstand	113
3.4.1	Nahtquerschnitt und Elektrodenverbrauch beim Lichtbogenschmelzschweißen	85	6.1.3	Einfache Übersetzungen	113
3.4.2	Schweißzeitberechnung beim Lichtbogenhandschweißen	89	6.1.4	Mehrfache Übersetzungen	116
3.4.3	Verbrauch technischer Gase beim Gasschmelzschweißen	90	<b>6.2</b>	<b>Hauptnutzungszeit</b>	<b>119</b>
3.4.4	Schweißzeitberechnungen, Schmelzgasschweißen und Gasverbrauch	92	6.2.1	Hauptnutzungszeit beim Bohren	119
3.4.5	Rechnerische Schweißnahtlängen	93	6.2.2	Hauptnutzungszeit beim Reiben	120
			6.2.3	Hauptnutzungszeit beim Senken	121
			6.2.4	Hauptnutzungszeit beim Gewindeschneiden	121
			6.2.5	Hauptnutzungszeit beim Sägen	122
			6.2.6	Hauptnutzungszeit beim Drehen	124
			<b>6.3</b>	<b>Hydraulik und Pneumatik</b>	<b>128</b>
			6.3.1	Druck	128
			6.3.2	Schweredruck	128
			6.3.3	Luftdruck, absoluter Druck, Überdruck	128
			6.3.4	Druckausbreitung von Gasen	129
			6.3.5	Kolbenkräfte	129
			6.3.6	Kraftübersetzung	130
			6.3.7	Strömungsgeschwindigkeit	132
			6.3.8	Kolbengeschwindigkeit	133
			6.3.9	Luftverbrauch pneumatischer Zylinder	134
			<b>7</b>	<b>Logische Grundfunktionen</b>	<b>135</b>
			<b>8</b>	<b>Elektrotechnik</b>	<b>136</b>
<b>4</b>	<b>Statische Berechnungen</b>	<b>94</b>	8.1	Ohmsches Gesetz	136
4.1	Konstruktionselemente einer Stahlhalle	94	8.2	Leiterwiderstand	136
4.2	Charakteristische Eigenlasten stabförmiger Bauteile	94	8.3	Reihenschaltung von elektrischen Widerständen	137
4.3	Charakteristische Werte von Nutzlasten	94	8.4	Parallelschaltung von elektrischen Widerständen	138
4.4	Charakteristische Werte von Windlasten	95	8.5	Elektrische Leistung bei Gleichstrom und Wechselstrom mit Ohmscher Belastung	140
4.5	Charakteristische Werte von Schneelasten	96	8.6	Elektrische Leistung bei Wechselstrom mit induktiver oder kapazitiver Belastung	141
4.6	Umrechnung einwirkender Lasten	97	8.7	Elektrische Leistung bei Drehstrom	141
4.7	Kräfte im Inneren eines Bauteils („Beanspruchungen“)	97	8.8	Elektrische Arbeit	142
4.8	Umrechnen der charakteristischen Kraftwerte in Bemessungswerte	98	8.9	Energiekosten	142
4.9	Bemessungswert mehrerer Einwirkungen	98	8.10	Transformator	143
4.10	Beanspruchung von Querschnitten	99			
4.11	Beanspruchbarkeit bei Normalkraft $N$ (Zug oder Druck)	99	<b>9</b>	<b>Kostenrechnung</b>	<b>144</b>
4.12	Tragsicherheitsnachweis bei dominierender Normalkraft	99	9.1	Betriebskosten	144
4.13	Beanspruchbarkeit bei Querkraft $V$	100	9.1.1	Einzelkosten	144
4.14	Tragsicherheitsnachweis bei dominierender Querkraft	100	9.1.2	Gemeinkostenzuschlagssätze	144
4.15	Knickfestigkeitsnachweis	101	9.1.3	Herstellkosten und Selbstkosten	145
4.16	Festigkeit von Schweißverbindungen	103			
4.16.1	Festigkeit von Schraubenverbindungen	103	<b>10</b>	<b>Anhang</b>	<b>146</b>
4.17	Abscherbeanspruchung	104	10.1	Umstellen von Formeln	146
4.18	Lochleibungsbeanspruchung	104	10.2	Stoffwerte	148
			10.3	Heizwerte	149
			10.4	Längenbezogene Massen Rund-, Vierkantstahl	150
			10.5	Warmgewalzter Flachstahl	150
			10.6	Richtwerte zum Schweißen	151
			10.7	Werte zur Berechnung thermischer Verluste	152
			10.8	Richtwerte zum Trennen	157
			10.9	Richtwerte zur Reibung	158
			10.10	Richtwerte zur Pneumatik	158
				<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>159</b>
<b>5</b>	<b>Festigkeitsberechnungen im Maschinen- und Anlagenbau</b>	<b>105</b>			
5.1	Beanspruchung auf Zug	105			
5.2	Beanspruchung auf Druck	105			
5.3	Längenänderung bei Beanspruchungen auf Zug oder Druck „Gesetz von Hook“	106			
5.4	Beanspruchung auf Flächenpressung	106			
5.5	Beanspruchung auf Schub (Scherung)	107			
5.6	Festigkeit von Schweißverbindungen	107			
5.7	Beanspruchung auf Biegung	108			
5.8	Axiale Widerstandsmomente $W$ für übliche Querschnitte	109			
5.9	Beanspruchung auf Torsion (Verdrehung)	110			
<b>6</b>	<b>Maschinentechnik</b>	<b>112</b>			
6.1	Zahnradberechnungen	112			
6.1.1	Zahnradmaße für außenverzahnte Stirnräder mit Geradverzahnung	112			

## 1.1 Grundrechnungsarten

Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division zählen zu den Grundrechnungsarten. Man unterscheidet dabei zwischen den beiden Gruppen Strich- und Punktrechnung.

Rechnungsart	Rechnungsvorgang	Rechenzeichen	Ergebnis	Gruppe
Addition Subtraktion	addieren subtrahieren	+ plus - minus	Summe Differenz	Strichrechnung
Multiplikation Division	multiplizieren dividieren	· mal : geteilt	Produkt Quotient	Punktrechnung

### Strichrechnungen

Bei Strichrechnungen handelt es sich um Summierungen, d. h. Additionen und Subtraktionen.

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Nur Zahlen mit gleichen Variablen können summiert werden.	–	$18 \cdot a + a - 3 \cdot a + 2 \cdot b = 16 \cdot a + 2 \cdot b$
Zahlen und Buchstaben können vertauscht werden (Kommutativgesetz).	$3 - 9 + 7 = 7 + 3 - 9$ $= -9 + 3 + 7 = -9 + 7 + 3$	$a - b + c = a + c - b$ $= -b + a + c = c + a - b$
Einzelne Glieder können zu Teilsummen zusammengefasst werden (Assoziativgesetz).	$3 + 7 - 9 = (3 + 7) - 9$	$a + b - c = (a + b) - c$

### Klammern

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Klammern, vor denen ein Pluszeichen steht, können weggelassen werden. Die Vorzeichen der Glieder bleiben dann unverändert.	$16 + (9 - 5) = 16 + 9 - 5 = 20$	$a + (b - c) = a + b - c$
Klammern, vor denen ein Minuszeichen steht, können aufgelöst (weggelassen) werden, wenn alle Glieder in der Klammer entgegengesetzte Vorzeichen erhalten.	$16 - (9 - 5) = 16 - 9 + 5 = 12$	$a - (b - c) = a - b + c$

### Punktrechnungen

Punktrechnungen sind Multiplikationen und Divisionen.

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Faktor · Faktor = Produkt	$2 \cdot 5 = 10$	$a \cdot b = c$
Faktoren dürfen vertauscht werden (Kommutativgesetz).	$3 \cdot 4 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 \cdot 4 = 5 \cdot 4 \cdot 3$	$a \cdot b \cdot c = b \cdot a \cdot c = c \cdot b \cdot a = c \cdot a \cdot b$
Einzelne Faktoren dürfen zu Teilprodukten zusammengefasst werden (Assoziativgesetz).	$3 \cdot 4 \cdot 5 = (3 \cdot 4) \cdot 5 = 3 \cdot (4 \cdot 5)$	$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Haben zwei Faktoren gleiche Vorzeichen, so wird das Produkt (Ergebnis) positiv. + mal + = +; - mal - = +	$2 \cdot 5 = 10$ $(-2) \cdot (-5) = 10$	$a \cdot b = ab$ $(-a) \cdot (-b) = ab$

## Grundrechnungsarten Fortsetzung

### Punktrechnungen

Punktrechnungen sind Multiplikationen und Divisionen.

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Haben zwei Faktoren verschiedene Vorzeichen, so wird das Produkt (Ergebnis) negativ. <b>+ mal - = -; - mal + = -</b>	$3 \cdot (-8) = -24$ $(-3) \cdot 8 = -24$	$a \cdot (-b) = -a \cdot b$ $(-a) \cdot b = -a \cdot b$
Ein Klammerausdruck wird mit einem Faktor multipliziert, indem man jedes Glied der Klammer mit dem Faktor multipliziert. Man kann auch zuerst den Inhalt der Klammer berechnen und danach das Ergebnis mit dem Faktor multiplizieren.	$7 \cdot (4 + 8) = 7 \cdot 4 + 7 \cdot 8 = 84$ oder $7 \cdot (4 + 8) = 7 \cdot 12 = 84$	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ oder $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
Ein Klammerausdruck wird mit einem Klammerausdruck multipliziert, indem man jedes Glied der einen Klammer mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert. Bei Zahlen können auch erst die Klammerausdrücke berechnet und danach hieraus das Produkt gebildet werden.	$(3 + 5) \cdot (10 - 7) =$ $3 \cdot 10 + 3 \cdot (-7) + 5 \cdot 10 + 5 \cdot (-7) =$ $30 - 21 + 50 - 35 = 24$ oder $(3 + 5) \cdot (10 - 7) = 8 \cdot 3 = 24$	$(a + b) \cdot (c - d) =$ $a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$ $(a - b) \cdot (c + d) =$ $a \cdot c + a \cdot d - b \cdot c - b \cdot d$

### Gemischte Punkt- und Strichrechnungen

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Punktrechnungen müssen vor Strichrechnungen gelöst werden.	$8 \cdot 4 - 18 \cdot 3$ $= 32 - 54 = -22$	$a \cdot b + c - d =$ $c + a \cdot b - d$
	$\frac{16}{4} + \frac{20}{5} - \frac{18}{3}$ $= 4 + 4 - 6 = 2$	$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} + \frac{e}{f} =$ $\frac{a \cdot d \cdot f - c \cdot b \cdot f + e \cdot b \cdot d}{b \cdot d \cdot f}$
Sind in einer gemischten Punkt- und Strichrechnung auch Klammerausdrücke vorhanden, so werden, wenn möglich, zuerst die Klammern berechnet. Danach wird die Punkt- und dann die Strichrechnung durchgeführt.	$8 \cdot (3 - 2) + 4 \cdot (16 - 5) =$ $8 \cdot 1 + 4 \cdot 11 =$ $8 + 44 = 52$	$b \cdot (3 \cdot a - 6 \cdot a) - c \cdot (5 \cdot d - 2 \cdot d) =$ $b \cdot (-3 \cdot a) - c \cdot (3 \cdot d) =$ $-3 \cdot a \cdot b - 3 \cdot c \cdot d$

### Potenzen

#### Zehnerpotenzen

Schreibweise als			Schreibweise als		
ausgeschriebene Zahl	Zehnerpotenz	Vorsatz bei Einheiten	ausgeschriebene Zahl	Zehnerpotenz	Vorsatz bei Einheiten
1 000 000	$10^6$	Mega (M)	1	$10^0$	–
100 000	$10^5$	–	0,1	$10^{-1}$	deci (d)
10 000	$10^4$	–	0,01	$10^{-2}$	centi (c)
1 000	$10^3$	kilo (k)	0,001	$10^{-3}$	milli (m)
100	$10^2$	hekto (h)	0,000 1	$10^{-4}$	–
10	$10^1$	deka (da)	0,000 01	$10^{-5}$	–
1	$10^0$	–	0,000 001	$10^{-6}$	mikro (q)

## Grundrechnungsarten Fortsetzung

### Potenzieren

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel	
Potenzen dürfen nur addiert oder subtrahiert werden, wenn sie sowohl denselben Exponenten als auch dieselbe Basis haben.	$2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^2 =$ $= 5^2(2 + 4) = 6 \cdot 5^2$ $\frac{2}{3^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{2}{3^2} = 2 \cdot 3^{-2}$	$a^3 + a^3 = 2 \cdot a^3$ $\frac{7}{d^n} - \frac{4}{d^n} = \frac{3}{d^n} = 3 \cdot d^{-n}$	$a \cdot x^n + b \cdot x^n$ $= x^n \cdot (a + b)$ $\frac{a}{x^n} = a \cdot x^{-n}$
Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.	$3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$ <p style="text-align: center;">oder</p> $3^2 \cdot 3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5 = 243$	$x^4 \cdot x^2 =$ $= x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^6$ <p style="text-align: center;">oder</p> $x^4 \cdot x^2 = x^{(4+2)} = x^6$	$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert, indem man ihre Basen multipliziert und den Exponenten beibehält.	$4^2 \cdot 6^2 = (4 \cdot 6)^2 = 24^2$ $= 576$	$6 \cdot x^2 \cdot 3 \cdot y^2$ $= 18 \cdot x^2 \cdot y^2$ $= 18 \cdot (x \cdot y)^2$	$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$
Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.	$\frac{4^3}{4^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4} = 4$ <p style="text-align: center;">oder:</p> $4^3 \cdot 4^{-2} = 4^{3-2} = 4^1 = 4$	$\frac{m^3}{m^2} = \frac{m \cdot m \cdot m}{m \cdot m} = m$ <p style="text-align: center;">oder</p> $m^3 \cdot m^{-2} = m^{3-2} = m^1 = m$	$\frac{x^m}{x^n} = x^m \cdot x^{-n} = x^{m-n}$
Potenzen mit gleichem Exponenten werden dividiert, indem man ihre Basen dividiert und den Exponenten beibehält.	$\frac{15^2}{3^2} = \left(\frac{15}{3}\right)^2 = 5^2 = 25$	$\frac{a^3}{b^3} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
Jede Potenz mit dem Exponenten Null hat den Wert 1.	$\frac{10^4}{10^4} = 10^{4-4} = 10^0 = 1$	$(m+n)^0 = 1$	$a^0 = 1; a \neq 0$

### Radizieren (Wurzelziehen)

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel	
Wurzeln dürfen nur dann addiert oder subtrahiert werden, wenn sie gleiche Exponenten und Radikanden haben. Man addiert (subtrahiert) die Faktoren und behält die Wurzel bei.	$2 \cdot \sqrt{6} + 3 \cdot \sqrt{6}$ $= (2+3) \cdot \sqrt{6}$ $= 5 \cdot \sqrt{6}$	$8 \cdot \sqrt{m} - 3 \cdot \sqrt{m}$ $= (8-3) \cdot \sqrt{m}$ $= 5 \cdot \sqrt{m}$	$a \cdot \sqrt{m} + b \cdot \sqrt{m}$ $= (a+b) \cdot \sqrt{m}$
Ist der Radikand ein Produkt, so kann die Wurzel entweder aus dem Produkt oder aus jedem einzelnen Faktor gezogen werden.	$\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12$ <p style="text-align: center;">oder</p> $\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16}$ $= 3 \cdot 4 = 12$	$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
Ist der Radikand eine Summe oder eine Differenz, so kann nur aus dem Ergebnis die Wurzel gezogen werden.	$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{5^2-4^2} = \sqrt{25-16}$ $= \sqrt{9} = 3$	$\sqrt[3]{a-b} = \sqrt[3]{(a-b)}$	$\sqrt[n]{a-b} = \sqrt[n]{(a-b)}$
Ist der Radikand ein Quotient (Bruch), so kann die Wurzel aus dem Quotienten oder aus Zähler und Nenner getrennt gezogen werden.	$\sqrt{\frac{9}{25}} = \sqrt{0,36} = 0,6$ <p style="text-align: center;">oder</p> $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5} = 0,6$	$\sqrt[4]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{b}}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

## 1.2 Umrechnung von Einheiten

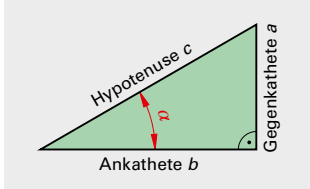
Länge			Fläche		
1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm			1 m <sup>2</sup> = 100 dm <sup>2</sup> = 10 000 cm <sup>2</sup> = 1 000 000 mm <sup>2</sup>		
1 m = 10 <sup>1</sup> dm = 10 <sup>2</sup> cm = 10 <sup>3</sup> mm			1 m <sup>1</sup> = 10 <sup>2</sup> dm <sup>2</sup> = 10 <sup>4</sup> cm <sup>2</sup> = 10 <sup>6</sup> mm <sup>2</sup>		
10 kleine Einheiten geben die nächst größere Einheit. Bei den Längenmaßen ist die Umrechnungszahl 10.			100 kleine Einheiten geben die nächst größere Einheit. Bei den Flächenmaßen ist die Umrechnungszahl 100.		
Bei Umrechnung der <b>Längenmaße</b> rückt das Komma von Einheit zu Einheit um <b>eine Stelle</b> .			Bei Umrechnung der <b>Flächenmaße</b> rückt das Komma von Einheit zu Einheit um <b>zwei Stellen</b> .		
Volumen			Masse		
1 m <sup>3</sup> = 1 000 dm <sup>3</sup> = 1 000 000 cm <sup>3</sup> = 1 000 000 000 mm <sup>3</sup>			1 t = 1 000 kg = 1 000 000 g = 1 000 000 000 mg		
1 m <sup>3</sup> = 10 <sup>3</sup> dm <sup>3</sup> = 10 <sup>6</sup> cm <sup>3</sup> = 10 <sup>9</sup> mm <sup>3</sup>			1 t = 10 <sup>3</sup> kg = 10 <sup>6</sup> g = 10 <sup>9</sup> mg		
1 000 kleine Einheiten geben die nächst größere Einheit. Bei den Volumenmaßen ist die Umrechnungszahl 1 000.			1 000 kleine Einheiten geben die nächst größere Einheit. Bei den Massen ist die Umrechnungszahl 1 000.		
Bei Umrechnung der <b>Volumenmaße</b> rückt das Komma von Einheit zu Einheit um <b>drei Stellen</b> .			Bei Umrechnung der <b>Masse</b> rückt das Komma von Einheit zu Einheit um <b>drei Stellen</b> .		
Hohlmaß			Kraft		
Den Inhalt von Gefäßen misst man in Litern. 1 l = 1 dm <sup>3</sup> ; 1 dl = 0,1 dm <sup>3</sup> ; 1 cl = 0,01 dm <sup>3</sup> ; 1 ml = 0,01 dm <sup>3</sup> = 1 cm <sup>3</sup>			1 MN = 1 000 kN = 1 000 000 N = 1 000 000 000 mN 1 MN = 10 <sup>3</sup> kN = 10 <sup>6</sup> N = 10 <sup>9</sup> mN		
<b>Umrechnung von Zollmaßen</b>					
1 Inch = 1 Zoll = 25,4 mm; 1 mm = 1/25,4 inch 1 foot = 12 inches = 304,8 mm; 1 m = 39,37 inches = 3,28 feet					
Vergrößernde Vorsätze			Verkleinernde Vorsätze		
Vorsatz	Bedeutung	Beispiel	Vorsatz	Bedeutung	Beispiel
da = Deko-	10-fach	1 daN = 10 N	D = Dezi-	10tel	1 dm = 1/10 m
h = Hekto-	100-fach	1 hl = 100 l	c = Zenti-	100stel	1 cm = 1/100 m
k = Kilo-	1 000-fach	1 kW = 1 000 W	m = Milli-	1 000stel	1 mV = 1/1 000 V
M = Mega-	1 000 000-fach	1 MN = 1 000 000 N	μ = Mikro-	1 000 000stel	1 μm = 1/1 000 000 m = 0,001 mm

## 1.3 Winkelfunktionen

## Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

## Formel Gleichung

Geometrisches Erklärungsmodell

Für Winkel  $\alpha$ :

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot \sin \alpha$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\alpha = \arcsin^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$b = c \cdot \cos \alpha$$

$$c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\alpha = \arccos^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$a = b \cdot \tan \alpha$$

$$b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

$$\alpha = \arctan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

$$b = a \cdot \cot \alpha$$

$$a = \frac{b}{\cot \alpha}$$

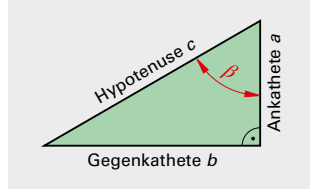
Wichtige Beziehungen:

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Geometrisches Erklärungsmodell

Für Winkel  $\beta$ :

$$\sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$b = c \cdot \sin \beta$$

$$c = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\beta = \arcsin^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot \cos \beta$$

$$c = \frac{a}{\cos \beta}$$

$$\beta = \arccos^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$$

$$\tan \beta = \frac{b}{a}$$

$$b = a \cdot \tan \beta$$

$$a = \frac{b}{\tan \beta}$$

$$\beta = \arctan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\cot \beta = \frac{a}{b}$$

$$a = b \cdot \cot \beta$$

$$b = \frac{a}{\cot \beta}$$

$$\cot \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \frac{1}{\tan \beta}$$

$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Formelzeichen  
BezeichnungFür Winkel  $\alpha$ : $\alpha$  Winkel $a$  Gegenkathete zu  $\sphericalangle \alpha$  $b$  Ankathete zu  $\sphericalangle \alpha$  $c$  Hypotenuse zum  $\sphericalangle$ Für Winkel  $\beta$ : $\beta$  Winkel $b$  Gegenkathete zu  $\sphericalangle \beta$  $a$  Ankathete zu  $\sphericalangle \beta$  $c$  Hypotenuse zum  $\sphericalangle$ 

## Einheit

° Grad

mm, cm, m

mm, cm, m

mm, cm, m

° Grad

mm, cm, m

mm, cm, m

mm, cm, m

# Winkelfunktionen Fortsetzung

## Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck Merkgel

Bild Grafik	Erklärung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
<p>Geometrisches Hilfsmodell</p> <p style="text-align: center;">Ankathete      Gegenkathete</p> <p style="text-align: center;"> <math>\frac{G}{H}</math>    <math>\frac{A}{H}</math>    <math>\frac{G}{A}</math>    <math>\frac{A}{G}</math>  <math>\sin \alpha</math>   <math>\cos \alpha</math>   <math>\tan \alpha</math>   <math>\cot \alpha</math> </p>	<p>Vorgehensweise</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Die Seiten nach Lage des gegebenen bzw. gesuchten Winkels in <b>Gegenkathete</b>, <b>Ankathete</b> und <b>Hypotenuse</b> festlegen.</li> <li>Mithilfe der Merkgel ermitteln, welche zwei gegebenen Größen und die gesuchte Größe in den Winkelfunktionen vorkommen.</li> <li>Die gewählte Winkelfunktion nach der gesuchten Größe umstellen. (s. S. 10)</li> </ol>	<p>G Gegenkathete A Ankathete H Hypotenuse <math>\alpha</math> Winkel</p>	<p>mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m ° Grad</p>

### Funktionswerte für ausgewählte Winkel

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2} = 0,5000$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 07071$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 07071$	$\frac{1}{2} = 0,5000$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5774$	1	$\sqrt{3} = 1,7321$	$\infty$	0	$\infty$	0
cot	$\infty$	$\sqrt{3} = 1,7321$	1	$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5771$	0	$\infty$	0	$\infty$

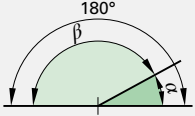
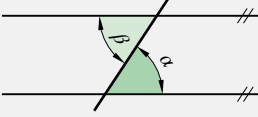
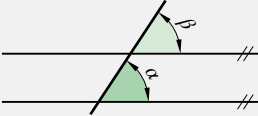

## Winkelfunktionen in einem nicht rechtwinkligen Dreieck

Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
<p>Geometrisches Erklärungsmodell</p>	<p>Sinussatz</p> $a \div b \div c = \sin \alpha \div \sin \beta \div \sin \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$ <p>Cosinussatz</p> $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$	<p>a Kathete b Kathete c Hypotenuse <math>\alpha</math> Winkel <math>\beta</math> Winkel <math>\gamma</math> Winkel A Fläche <math>h_c</math> Höhe des Dreiecks mit der Grundlänge c</p>	<p>mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m ° Grad ° Grad ° Grad mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup> mm, cm, m</p>

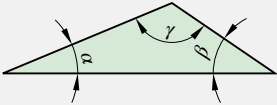
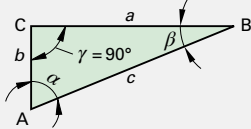
### Anwendung von Sinus- und Cosinussatz

Seitenberechnung	Winkelberechnung		Flächenberechnung
$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$ $b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$ $c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$	$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b} = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}$ $\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{c}$ $\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{c \cdot \sin \beta}{b}$	$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$ $\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$ $\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$	$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}$ $A = \frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2}$ $A = \frac{a \cdot c \cdot \sin \beta}{2}$

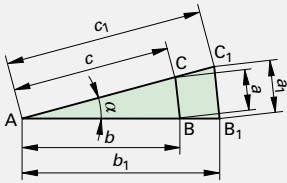
## 1.4 Winkelarten

Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
Nebenwinkel 	$\alpha + \beta = 180^\circ$ $\alpha = 180^\circ - \beta$ $\beta = 180^\circ - \alpha$	Nebenwinkel ergänzen sich zu $180^\circ$ .	° Grad
Wechselwinkel 	$\alpha = \beta$	Wechselwinkel sind gleich groß.	° Grad
Stufenwinkel 	$\alpha = \beta$	Stufenwinkel sind gleich groß.	° Grad
Scheitelwinkel 	$\alpha = \beta$	Scheitelwinkel sind gleich groß.	° Grad

## 1.5 Winkelsumme im Dreieck

Winkelsumme im Dreieck 	In jedem Dreieck ist die Summe der Innenwinkel gleich $180^\circ$ . Im <b>rechtwinkligen Dreieck</b> ist $\gamma = 90^\circ$ , die Winkel $\alpha$ und $\beta$ ergänzen sich zu $90^\circ$ .	In jedem Dreieck ist die Summe der Innenwinkel gleich $180^\circ$ .	° Grad
Winkelsumme im rechtwinkligen Dreieck 	$\alpha + \beta = 90^\circ$ $\alpha = 90^\circ - \beta$ $\beta = 90^\circ - \alpha$	Im rechtwinkligen Dreieck ist $\gamma = 90^\circ$ , die Winkel $\alpha$ und $\beta$ ergänzen sich zu $90^\circ$ .	° Grad

## 1.6 Strahlensatz

Strahlensatz 	Werden zwei von einem Punkt ausgehende Strahlen von zwei Parallelen geschnitten, bilden die Abschnitte der Parallelen und die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.	$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$ $\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$ $\frac{b}{c} = \frac{b_1}{c_1}$	mm, cm, m
		$a = \frac{a_1 \cdot b}{b_1} = \frac{a_1 \cdot c}{c_1}$ ; $b = \frac{b_1 \cdot a}{a_1} = \frac{b_1 \cdot c}{c_1}$ ; $c = \frac{c_1 \cdot a}{a_1} = \frac{c_1 \cdot b}{b_1}$	
		$a_1 = \frac{a \cdot b_1}{b} = \frac{a \cdot c_1}{c}$ ; $b_1 = \frac{b \cdot a_1}{a} = \frac{b \cdot c_1}{c}$ ; $c_1 = \frac{c \cdot a_1}{a} = \frac{c \cdot b_1}{b}$	

### 1.7 Mischung zweier Flüssigkeiten

Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
<p>Mischung zweier Flüssigkeiten</p>	$T_M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$ $T_1 = \frac{T_M \cdot (c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2) - c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1}$ $T_2 = \frac{T_M \cdot (c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2) - c_1 \cdot m_1 \cdot T_1}{c_2 \cdot m_2}$	<p><math>m_1, m_2</math> Teilmassen  <math>T_1, T_2</math> Temperaturen der Teilmassen  <math>c_1, c_2</math> spez. Wärmekapazitäten der Teilmassen  <math>T_M</math> Temperatur der Mischung</p>	<p>kg  <math>K, ^\circ C</math>  <math>kJ/kg \cdot K, kJ/kg \cdot ^\circ C</math>  <math>K, ^\circ C</math></p>

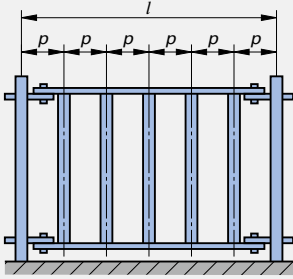
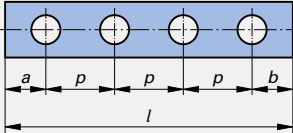

### 1.8 Prozentrechnen

Prozentrechnen	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
<p>Prozentsatz 45 %</p> <p>Prozentwert  <math>45\% = 45 : 100 = 0,45</math></p> <p>Grundwert  <math>0,45 \times 500 = 225</math></p>	$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%}$ $G_w = \frac{P_w \cdot 100 \%}{P_s}$ $P_s = \frac{P_w \cdot 100 \%}{G_w}$	<p><math>P_w</math> Prozentwert  <math>P_s</math> Prozentsatz  <math>G_w</math> Grundwert</p>	<p>z. B. €, kg, mm  <math>\%</math>  z. B. €, kg, mm</p>

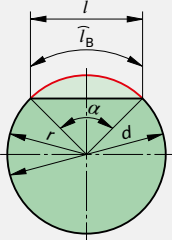
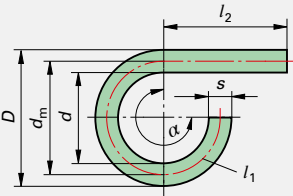
### 1.9 Zinsrechnen (einfache Verzinsung)

Kapitalentwicklung	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
	$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{100 \%}$ $k = \frac{z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$ $p = \frac{z \cdot 100 \%}{k \cdot t}$ $t = \frac{z \cdot 100 \%}{k \cdot p}$	<p><math>z</math> Zinswert  <math>p</math> Zinssatz pro Jahr  <math>k</math> Kapital  <math>t</math> Zeit in Jahre, Tage</p>	<p>EUR  <math>\%</math>  EUR  Jahre, Tage</p>

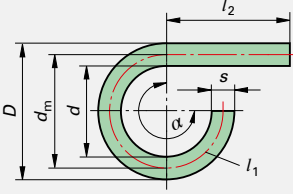
## 1.10 Längen

Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
<b>Teilung von Längen</b>			
<p>Randabstand = Teilung</p> 	$p = \frac{l}{n + 1}$ $l = p \cdot (n + 1)$ $n = \frac{l}{p} - 1$	<p><math>p</math> Teilung</p> <p><math>l</math> Teilungslänge</p> <p><math>n</math> Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte, ...</p>	<p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>–</p>
<p>Randabstand + Teilung</p> 	$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$ $l = p \cdot (n - 1) + a + b$ $a = l - b - p \cdot (n - 1)$ $b = l - a - p \cdot (n - 1)$ $n = \frac{l - (a + b)}{p} + 1$	<p><math>p</math> Teilung</p> <p><math>l</math> Gesamtlänge</p> <p><math>a, b</math> Randabstände</p> <p><math>n</math> Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte, ...</p>	<p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>–</p>
<p>Ablängen von Profilen</p> 	$n = \frac{l}{l_s + s}$ $l_s = \frac{l}{n} - s$ $s = \frac{l}{n} - l_s$ $l_R = l - (l_s + s) \cdot n$ $l = l_R + (l_s + s) \cdot n$ $n = \frac{l - l_R}{l_s + s}$ $l_s = \frac{l - l_R}{n} - s$ $s = \frac{l - l_R}{n} - l_s$	<p><math>n</math> Anzahl der Teilelemente, z. B. Sägeschnitte, Stäbe, Bohrungen</p> <p><math>l_s</math> Teillänge beim Trennen</p> <p><math>s</math> Sägeschnittbreite</p> <p><math>l_R</math> Restlänge</p> <p><math>l</math> Gesamtlänge, Stablänge</p>	<p>–</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm,</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p>

Längen Fortsetzung

Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
<b>Teilung von Längen</b>			
<p>Kreisumfänge und Kreisteilungen</p> 	$U = \pi \cdot d$ $d = \frac{U}{\pi}$ $p = \frac{U}{n} = \pi \cdot \frac{d}{n}$ $U = p \cdot n$ $n = \frac{U}{p}$ $l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$ $l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ $r = \frac{l}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}$ $\alpha = 2 \cdot \sin^{-1} \left( \frac{l}{2 \cdot r} \right)$	<p><math>U</math> Umfang</p> <p><math>d</math> Durchmesser</p> <p><math>p</math> Teilung</p> <p><math>\pi</math> Kreiszahl Pi = 3,14...</p> <p><math>n</math> Anzahl der Teilelemente, z.B. Sägeschnitte, Stäbe, ...</p> <p><math>l_B</math> Kreisbogenlänge</p> <p><math>l</math> Sehnenlänge</p> <p><math>r</math> Radius</p> <p><math>\alpha</math> Zentriwinkel</p>	<p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>–</p> <p>–</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>° (Grad)</p>
<p>Gestreckte Länge und zusammengesetzte Längen</p> 	$L = l_1 + l_2 + l_3 + \dots$ $l = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$ $d_m = \frac{l \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}$ $\alpha = \frac{l \cdot 360^\circ}{\pi \cdot d_m}$ $d_m = \frac{D + d}{2}$ $D = 2 \cdot d_m - d$ $d = 2 \cdot d_m - D$	<p><math>L</math> zusammengesetzte Länge</p> <p><math>l_1, l_2</math> Teillängen</p> <p><math>l</math> gestreckte Länge</p> <p><math>d_m</math> Mittlerer Durchmesser</p> <p><math>\alpha</math> Biegewinkel</p> <p><math>\pi</math> Kreiszahl Pi = 3,14...</p> <p><math>D</math> Außendurchmesser</p> <p><math>d</math> Innendurchmesser</p>	<p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>° (Grad)</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p>

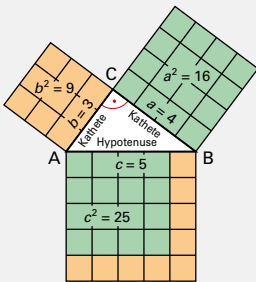
## Längen Fortsetzung

Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
Gestreckte Länge und zusammengesetzte Längen (Fortsetzung) 	$d_m = d + s$	s Dicke	mm, cm, m
	$d = d_m - s$ $s = d_m - d$	D Außendurchmesser	mm, cm, m
	$d_m = D - s$	d Innendurchmesser	mm, cm, m
	$D = d_m + s$ $s = D - d_m$	d_m Mittlerer Durchmesser	mm, cm, m

## 1.11 Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck

## Lehrsatz des Pythagoras

Geometrisches Erklärungsmodell

Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

a Kathete

mm, cm, m

b Kathete

mm, cm, m

c Hypotenuse

mm, cm, m

∠ rechter Winkel

90°

Gleichseitiges Dreieck

Im **gleichseitigen Dreieck** ergibt sich für die Höhe nach dem Lehrsatz des Pythagoras:

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

$$l = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

$$l = \sqrt{\frac{A \cdot 4}{\sqrt{3}}}$$

h Höhe

mm, cm, m

A Fläche

mm², cm², m²

l Seitenlänge

mm, cm, m

∠ rechter Winkel

90°

## Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck Fortsetzung

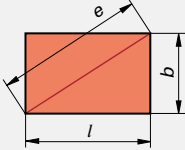
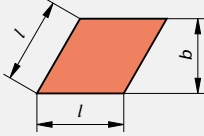
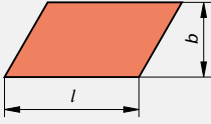
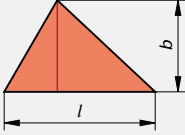
Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
<b>Lehrsatz des Euklid (Kathetensatz)</b>			
<p>Geometrisches Erklärungsmodell</p>	<p>Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich einem Rechteck aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt.</p> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>a^2 = c \cdot p</math></div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>b^2 = c \cdot q</math></div> <p><math>a = \sqrt{c \cdot p}</math></p> <p><math>b = \sqrt{c \cdot q}</math></p> <p><math>c = \frac{a^2}{p}</math></p> <p><math>p = \frac{a^2}{c}</math></p>		
		$a, b$ Kathete	mm, cm, m
		$p, q$ Hypotenusenabschnitt	mm, cm, m
		$c$ Hypotenuse	mm, cm, m
		$\sphericalangle$ rechter Winkel	90°

<b>Lehrsatz des Euklid (Höhensatz)</b>			
<p>Geometrisches Erklärungsmodell</p>	<p>Das Quadrat über der Höhe <math>h</math> ist flächengleich dem Rechteck aus den Hypotenusenabschnitten <math>p</math> und <math>q</math>.</p> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>h^2 = p \cdot q</math></div> <p><math>h = \sqrt{p \cdot q}</math></p> <p><math>p = \frac{h^2}{q}</math></p> <p><math>q = \frac{h^2}{p}</math></p>		
		$p, q$ Hypotenusenabschnitt	mm, cm, m
		$h$ Höhe	mm, cm, m
		$\sphericalangle$ rechter Winkel	90°

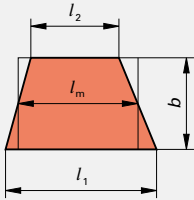
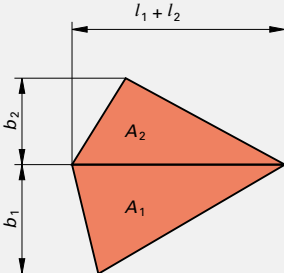
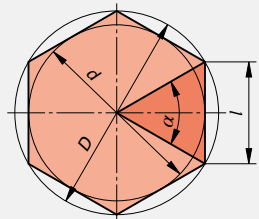
## 1.12 Flächen

<p>Quadrat</p>	<div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>A = l^2</math></div> <p><math>l = \sqrt{A}</math></p> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"><math>e = l \cdot \sqrt{2}</math></div> <p><math>l = \frac{e}{\sqrt{2}}</math></p>		<p><math>A</math> Fläche</p> <p><math>l</math> Seitenlänge</p> <p><math>e</math> Eckmaß (Diagonale)</p>	<p>mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup></p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p>
----------------	--	--	---	--

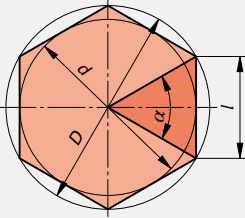
## Flächen Fortsetzung

Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
Rechteck 	$A = l \cdot b$ $l = \frac{A}{b}$ $b = \frac{A}{l}$ $e = \sqrt{l^2 + b^2}$ $l = \sqrt{e^2 - b^2}$ $b = \sqrt{e^2 - l^2}$	A Fläche l Länge b Breite e Eckmaß	mm <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m
Raute (Rhombus) 	$A = l \cdot b$ $l = \frac{A}{b}$ $b = \frac{A}{l}$	A Fläche l Länge b Breite	mm <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> mm, cm, m mm, cm, m
Parallelogramm 	$A = l \cdot b$ $l = \frac{A}{b}$ $b = \frac{A}{l}$	A Fläche l Länge b Breite	mm <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> mm, cm, m mm, cm, m
Dreieck 	$A = \frac{l \cdot b}{2}$ $l = \frac{2 \cdot A}{b}$ $b = \frac{2 \cdot A}{l}$	A Fläche l Länge b Höhe für Grundlänge c	mm <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> mm, cm, m mm, cm, m

**Flächen** Fortsetzung

Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
<p>Trapez</p> 	$A = \left( \frac{l_1 + l_2}{2} \right) \cdot b$ $b = \frac{2 \cdot A}{(l_1 + l_2)}$ $l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$ $l_2 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_1$ $A = l_m \cdot b$ $l_m = \frac{A}{b}$ $b = \frac{A}{l_m}$ $l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$	<p>A Fläche</p> <p><math>l_1</math> große Länge</p> <p><math>l_2</math> kleine Länge</p> <p><math>l_m</math> mittlere Länge</p> <p>b Breite</p>	<p>mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup></p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p>
<p>Unregelmäßiges Vieleck</p> 	$A = A_1 + A_2 + \dots$ $A_1 = A - A_2 - \dots$ $A_2 = A - A_1 - \dots$ $A_1 = \frac{l_1 \cdot b_1}{2}$ $A_2 = \frac{l_2 \cdot b_2}{2}$	<p>A Gesamtfläche</p> <p><math>A_1, A_2, \dots</math> Teilflächen</p> <p><math>l_1, l_2</math> Längen</p> <p><math>b_1, b_2</math> Breiten</p>	<p>mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup></p> <p>mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup></p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p>
<p>Regelmäßiges Vieleck</p> 	$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$ $n = \frac{A \cdot 4}{l \cdot d}$ $l = \frac{A \cdot 4}{n \cdot d}$ $d = \frac{A \cdot 4}{n \cdot l}$	<p>A Fläche</p> <p>l Seitenlänge</p> <p>D Umkreisdurchmesser</p> <p>d Inkreisdurchmesser</p> <p>n Eckenzahl</p> <p><math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel</p>	<p>mm<sup>2</sup>, cm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup></p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>mm, cm, m</p> <p>–</p> <p>°Grad</p>

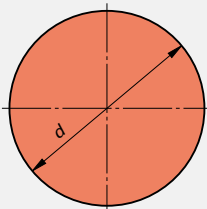
## Flächen Fortsetzung

Bild Grafik	Formel Gleichung	Formelzeichen Bezeichnung	Einheit
Regelmäßiges Vieleck 	$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ $D = \frac{l}{\sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$ $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$ $n = \frac{360^\circ}{\alpha}$ $D^2 = d^2 + l^2$ $D = \sqrt{d^2 + l^2}$ $l = \sqrt{D^2 - d^2}$ $d = \sqrt{D^2 - l^2}$ $A \approx 0,649 \cdot D^2 \approx 0,866 \cdot d^2$	A Fläche l Seitenlänge D Umkreisdurchmesser d Inkreisdurchmesser n Eckenzahl alpha Mittelpunktswinkel	mm <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> mm, cm, m mm, cm, m mm, cm, m – °Grad
	Im regelmäßigen Sechseck ist: $D \approx 1,155 \cdot d$		

## Berechnung regelmäßiger Vielecke mithilfe der Tabelle

Eckenzahl n	Fläche A ≈			Umkreisdurchmesser D ≈		Inkreisdurchmesser d ≈		Seitenlänge l ≈	
	D <sup>2</sup> mal	d <sup>2</sup> mal	l <sup>2</sup> mal	l mal	d mal	l mal	D mal	D mal	d mal
3	0,325	1,299	0,433	1,154	2,000	0,578	0,500	0,867	1,732
4	0,500	1,000	1,000	1,414	1,414	1,000	0,707	0,707	1,000
5	0,595	0,908	1,721	1,702	1,236	1,376	0,809	0,588	0,727
6	0,649	0,866	2,598	2,000	1,155	1,732	0,866	0,500	0,577
8	0,707	0,829	4,828	2,614	1,082	2,414	0,924	0,383	0,414
10	0,735	0,812	7,694	3,236	1,052	3,078	0,951	0,309	0,325
12	0,750	0,804	11,196	3,864	1,035	3,732	0,966	0,259	0,268

## Kreis



$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ $d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$ $A \approx 0,785 \cdot d^2$ $d \approx \sqrt{\frac{A}{0,785}}$ $U = \pi \cdot d$ $d = \frac{U}{\pi}$	A Fläche d Durchmesser U Umfang pi Kreiszahl Pi = 3,14...	m <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , mm <sup>2</sup> m, cm, mm m, cm, mm
---	--	--