



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Tabellenbuch für Metallbautechnik

Lektorat: Gerhard Lämmelin

Autoren:	M. Fehrmann	Dr. E. Ignatowitz	D. Köhler
	F. Köhler	G. Lämmelin	H.-J. Pahl
	A. Steinmüller	A. Weingartner	

10. Auflage

Europa-Nr.: 16011

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren

Fehrmann, Michael	Dipl.-Ing. (FH), Studiendirektor	Waiblingen
Ignatowitz, Eckhard	Dr.-Ing., Studienrat	Waldbronn
Köhler, Dagmar	Dipl.-Ing.-Päd.	Dresden
Köhler, Frank	Dipl.-Ing.-Päd.	Dresden
Lämmlein, Gerhard	Dipl.-Ing.; Studiendirektor	Neustadt/Weinstraße
Pahl, Hans-Joachim	Oberstudienrat	Hamburg
Steinmüller, Armin	Dipl.-Ing.	Hamburg
Weingartner, Alfred	Studiendirektor i. R.	München

Für die Mitarbeit an der 1. bis 5. Auflage dieses Buches dankt der Arbeitskreis Herrn Jürgen Hohenstein und Herrn Werner Röhrer; für die Mitarbeit an der 1. bis 6. Auflage Herrn Gunter Mahr. Ein besonderer Dank gilt Herrn Steinmüller für die Leitung des Arbeitskreises bis zur 9. Auflage.

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises: Lämmlein, Gerhard, Dipl.-Ing., StD

Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Die Angaben in diesem Tabellenbuch beziehen sich auf die neuesten Ausgaben der Normblätter und sonstiger amtlicher Regelwerke. Es sind jedoch nur auf das Wesentliche beschränkte ausgewählte Teile der Originale. Verbindlich für die Anwendung sind nur die Original-Normblätter mit dem neuesten Ausgabedatum des DIN (Deutsches Institut für Normung e.V.) selbst. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Auch andere Inhalte, die auf Verordnungen, Regelwerken oder Herstellervorgaben unterschiedlicher Herkunft basieren, dürfen nur an Hand der jeweils neuesten Ausgabe der Originalfassung angewendet werden. In diesem Nachschlagewerk stehen in der Regel nur Auszüge aus den oft umfangreichen Unterlagen.

Das vorliegende Werk wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie für eventuelle Satz- und Druckfehler keine Haftung.

Die in diesem Buch wiedergegebenen Namen und Bezeichnungen dürfen nicht als frei zur allgemeinen Benutzung im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung betrachtet werden. Bei der Entstehung dieses Buches wurde auf eventuelle Urheberrechte Dritter Rücksicht genommen. Sollten Rechteinhaber ihre Rechte verletzt sehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Hinweis: Die Seiten 40 bis 47 mussten neu geschrieben werden. Um die weiteren Seitenzahlen nicht ändern zu müssen, haben wir für diese Auflage auf die bisherigen Seiten 44, 45 und 46 verzichtet. Sie werden in die folgende Auflage wieder aufgenommen. Im Internet finden Sie diese Seiten inzwischen unter www.europa-lehrmittel.de/16011. In Zukunft werden wir Sie über wichtige Fehlerkorrekturen, Normänderungen oder andere Fakten unter dieser Adresse informieren.

10. Auflage 2018, korrigierter Nachdruck 2020

Druck 5 4 3

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf die korrigierten Druckfehler und kleine Normänderungen unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-1617-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2018 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: rkt, 51379 Leverkusen, www.rktypo.com

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Schlosserei Wendt, Braunschweig, Architekt Klaus Krüger, Braunschweig,

Asymptotische Gitterschale, Prof. Dr.-Ing. R. BarthelTUM und

Dipl.-Ing. Architekt Eike SchlingTUM; bauforumstahl e.V., Düsseldorf.

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Während der letzten Jahrzehnte hat sich die Berufsgruppe der Metallbauer und Konstruktionsmechaniker zusammen mit den Stahl- und Metallbauunternehmen stark entwickelt – sowohl auf Grund neuer Tendenzen in der Architektur als auch wegen erhöhter Anforderungen beim Wärmeschutz von Gebäuden als Beitrag zum Klimaschutz. Die für diese Berufe herausgegebene Fachbuchreihe des Verlages EUROPA-LEHRMITTEL besitzt mit diesem Tabellenbuch eine für Unterricht und Praxis notwendige aktuelle Basis an Daten und Fakten. Es ist aber auch unabhängig vom Schulunterricht als Nachschlagewerk geeignet.

In erster Linie ist diese Tabellen- und Formelsammlung für die Berufsausbildung der Metallbauer und Konstruktionsmechaniker bestimmt. Um den vielfältigen Anforderungen der beruflichen Weiterbildung Rechnung zu tragen, wurden darüber hinaus Informationen aufgenommen, die für den Unterricht in Meisterschulen und Fachschulen Bedeutung haben. Außerdem enthält dieses Nachschlagewerk für Studierende der Architektur und des Bauwesens viele wichtige Angaben und kann ein hilfreicher Wegweiser zu anderen Quellen mit weitergehenden Detailinformationen sein.

Der Inhalt des Buches gliedert sich in die nebenstehend aufgeführten acht Themenbereiche. Die Vielfalt der Informationen bedingt, dass hin und wieder Inhalte einer Überschrift zugeordnet werden, die möglicherweise auch an anderer Stelle stehen könnten.

Jeder der 8 Hauptteile enthält Formeln, Gleichungen, Tabellen, Definitionen und in manchen Fällen auch knappe Erläuterungen. Zur besseren Abgrenzung von den Formeln, werden die Einheitengleichungen mit einem blauen Rahmen versehen. In den Tabellen sind wesentliche Inhalte von DIN-Normen, Regeln der Behörden und Berufsgenossenschaften, Stoffwerte und Firmenangaben zu speziellen Verfahren und Konstruktionslösungen zu finden.

Zum schnellen Aufsuchen bestimmter Sachverhalte dienen die umfangreichen Teil-Inhaltsverzeichnisse sowie ein Sachwortverzeichnis mit englischer Übersetzung. Inhaltlich ähnliche Seiten wurden nach denselben grafischen Prinzipien benutzerfreundlich gestaltet. Bei Normteilen, Werkstoffen, vielen Bauteilen sowie bei Kurzangaben in Zeichnungen wird jeweils ein Bezeichnungsbeispiel aufgeführt.

Die jetzt vorliegende **10. Auflage** entspricht in der Abfolge von Seiten und Themen sowie der Seitenzahl der vorherigen. Alle Normangaben wurden überprüft und, falls notwendig, aktualisiert. In einigen Fällen waren wegen erneuerter oder ersetzter Normen größere Änderungen notwendig. Bei der Steuerungstechnik, den Schweißzeichnungen sowie Berechnungen im Stahlbau mussten Seiten komplett überarbeitet werden.

Der Umfang des gesamten Fachgebietes und die Vielfalt der Informationen aus den in permanenter Weiterentwicklung befindlichen einzelnen Sachgebieten des Metall- und Stahlbaus zwang uns im Interesse einer überschaubaren Seitenzahl dazu, manche von einzelnen Lesern gewünschte Sachverhalte nicht zu berücksichtigen.

Wir danken unseren Lesern für ihre Zuschriften und hoffen auch weiterhin auf ihre Meinungsäußerungen. Ebenso sind wir stets dankbar für Fehlerhinweise, Anregungen und Verbesserungsvorschläge, die wir Sie bitten, an lektorat@europa-lehrmittel.de zu schicken.

Mathematische
Grundlagen

M

Naturwissenschaftlich-
technische Grundlagen

N

Arbeitsplanung
Technische Kommunikation
Arbeitssicherheit
Umweltschutz

A

Werkstoffe

W

Bauteile
Befestigungsmittel
Verbindungsmittel

B

Fertigungstechnik

F

Konstruktionselemente
und Bauteile

K

Steuerungs- und
Regelungstechnik,
NC-Technik

S

4 Inhaltsübersicht

M Technische Mathematik 5

Formelzeichen, mathematische Zeichen	6
Einheiten, Umwandlungstabellen	7
Mathematische Grundlagen	10
Winkel	15
Längen	17
Flächen	18
Volumen, Oberflächen, Masse	23
Längenbezogene und flächenbezogene Masse	27
Schwerpunkte	28

N Naturwissenschaftlich-technische Grundlagen 29

Kräfte und Bewegungen	30
Arbeit, Leistung, Energie	34
Druck	36
Statik, Festigkeit	37
Einwirkungen auf Tragwerke	51
Elektrotechnik	59
Bauphysik	61
Chemie	76

A Arbeitsplanung – Technische Kommunikation – Arbeitssicherheit – Umweltschutz 79

Grundlagen der Technischen Kommunikation	80
Grundlagen des Technischen Zeichnens	81
Geometrische Grundkonstruktionen	96
Maßeintragung	103
Grenzmaße und Passungen	116
Oberflächenbeschaffenheit	124
Wärmebehandlungsangaben	126
Schweißzeichnungen	127
Metall- und Stahlbauzeichnungen	132
Rohrleitungsdarstellungen	141
Bauzeichnungen	143
Gestaltung	148
Gesundheit und Sicherheit am Arbeitsplatz	150
Gefahrstoffe	157

W Werkstoffe 159

Stoffwerte	160
Werkstoffnummern	162
Bezeichnungssystem für Stähle	164
Stahlsorten und Gusseisen	169
Harte Schneidstoffe	173
Stahlbleche	174
Warmgewalzte Stahlprofile	177
Rohre	188
Bauteile und Erzeugnisse aus Stahl	194
Flächen- und längenbezogene Massen	196
Nichteisenmetalle	198
Kunststoffe und Kunststoffserzeugnisse	203
Schmierstoffe und Hydrauliköle	207
Korrosionsschutz	209
Wärmebehandlung der Stähle	220
Werkstoffprüfung	223
RAL-Farbregister	227

B Bauteile, Befestigungsmittel, Verbindungsmittel 229

Gewinde	230
Schrauben, Eigenschaften und Belastungen	235
Schraubenarten	244
Muttern und Scheiben	258
Bolzen, Splinte, Kerbstifte	264
Niete	266
Befestigungselemente	269
Montagetechnik	282
Anschlagmittel, Handzeichen	284

F Fertigungstechnik 291

Biegen	292
Schmieden	302
Mechanisches und thermisches Trennen	303
Antriebstechnik	306
Spanende Fertigungsverfahren	311
Schweißen	318
Löten	338
Kleben	340
Kalkulation	341

K Konstruktionselemente und Bauteile 347

Schlösser	348
Türöffneranlage, Schließanlagen	354
Türen	357
Bänder	366
Tore	368
Treppen	377
Geländer	387
Fenster	397
Verglasungen	402
Fugendichtstoffe	419
Sonnenschutzrichtungen	421
Stahlbau	423
Metallbauelemente	442
Rohrrahmenprofile	444
Instandhaltung	452

S Steuerungs- und Regelungstechnik, CNC-Technik 453

Grundbegriffe der Steuerungs- und Regelungstechnik	454
Schaltalgebra und elektrotechnische Schaltzeichen	455
Logische Verknüpfungen	458
GRAFSET	462
Kennzeichnung von elektrischen Betriebsmitteln	464
Funktionsdiagramme	465
Pneumatik und Hydraulik	466
Steuerung von Werkzeugmaschinen	476
Datenverarbeitung und Internet	485

Normen und Regeln 487

Sachwortverzeichnis 490

Quellenverzeichnis 500

Allgemeine Grundlagen	6
Formelzeichen	6
Mathematische Zeichen	6
Einheiten im Messwesen	7
Umrechnung von Maßeinheiten	9
Mathematische Grundlagen	10
Bruchrechnung	10
Vorzeichenregeln	10
Klammerrechnung	10
Potenzieren – Radizieren	11
Umformen von Gleichungen	12
Umstellen von Formeln	13
Prozentrechnung	13
Schlussrechnung – Dreisatz	14
Mischungsrechnung	14
Winkel	15
Winkelarten	15
Strahlensatz	15
Zehnerpotenzen	15
Winkelsumme im Dreieck	15
Winkelfunktionen in rechtwinkligen Dreieck	16
Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck	16
Anwendungen des Sinus- und Kosinussatzes	16
Längen	17
Gestreckte Längen	17
Rohlängen von Schmiede- und Presstücken	17
Teilung von Längen, Randabstände	17
Flächen	18
Gradlinig begrenzte einfache Flächen	18
Lehrsatz des Pythagoras	19
Lehrsatz des Euklid	19
Höhensatz	19
Gleichseitiges Dreieck	19
Regelmäßiges und unregelmäßiges Vieleck	20
Kreis – Kreisring	20
Kreisringausschnitt – Kreisabschnitt	21
Kreisabschnitt – Ellipse	21
Zusammengesetzte Flächen	22
Verschnitt	22
Volumen – Oberflächen	23
Würfel – Vierkantprisma	23
Zylinder – Hohlzylinder – Torus	23
Pyramide – Pyramidenstumpf – Kegel – Kegelstumpf	24
Kugel – Kugelabschnitt – Kugelausschnitt	25
Flächen und Volumen nach der Guldin'schen Regel	25
Volumen – Masse	26
Volumen von Werkstücken	26
Masse von Werkstücken	26
Längenbezogene und flächenbezogene Masse	27
Schwerpunkte	28
Linien Schwerpunkte	28
Flächen Schwerpunkte	28

Erläuterungen zu den folgenden Teilinhaltsverzeichnissen:

Um eine optimale Übersichtlichkeit und schnelles Auffinden zu erreichen, wurden in den Verzeichnissen manchmal Überschriften verkürzt, zusammengefasst oder auch anders formuliert als auf den jeweiligen Seiten. Dabei bleiben die inhaltlichen Aussagen aber stets gewahrt.

6 Allgemeine Grundlagen

Formelzeichen

vgl. DIN 1304-1 (1994-03)

M

Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel		Mechanik		Wärme	
l	Länge	m	Masse	T, Θ	thermodynamische Temperatur ³⁾
b	Breite	m'	längenbezogene Masse	$\Delta T, \Delta t$	Temperaturdifferenz ³⁾
h	Höhe, Tiefe	m''	flächenbezogene Masse	$\Delta \vartheta$	Celsius-Temperatur ³⁾
r, R	Radius, Halbmesser	ρ	Dichte	t, ϑ	Längenausdehnungskoeffizient
d, D	Durchmesser	J	Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	α_v, α	Volumenausdehnungskoeffizient
s	Weglänge, Kurvenlänge	F	Kraft	Q	Wärme, Wärmemenge
λ	Wellenlänge	F_G, G	Gewichtskraft	λ	Wärmeleitfähigkeit
A, S	Fläche, Querschnittsfläche	M	Drehmoment	α	Wärmeübergangskoeffizient ³⁾
V	Volumen	T	Torsionsmoment	k	Wärmedurchgangskoeffizient ³⁾
α, β, γ	ebener Winkel	M_b	Biegemoment	Φ, \dot{Q}	Wärmestrom ³⁾
Ω	Raumwinkel	p	Druck	a	Temperaturleitfähigkeit
Zeit		p_{abs}	absoluter Druck	c	spez. Wärmekapazität
t	Zeit, Dauer	p_{amb}	Atmosphärendruck	H_i	spezifischer Heizwert
T	Periodendauer	σ	Normalspannung	Elektrizität	
f, ν	Frequenz	τ	Schubspannung	Q	Ladung, Elektrizitätsmenge
n	Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	A	Bruchdehnung ²⁾	U	Spannung
ω	Winkelgeschwindigkeit	ϵ	Dehnung, rel. Längenänderung	C	Kapazität
v, u	Geschwindigkeit	E	Elastizitätsmodul	ϵ	Permittivität
a	Beschleunigung	G	Schubmodul	I	Stromstärke
g	örtliche Fallbeschleunigung	μ, f	Reibungszahl	L	Induktivität
α	Winkelbeschleunigung	W	Widerstandsmoment	μ	Permeabilität
q_v, \dot{V}	Volumenstrom	I	Flächenmoment 2. Grades	R	Widerstand
Akustik		W, E	Arbeit, Energie	ϱ	spezifischer Widerstand
p	Schalldruck	W_{pot}, E_p	potenzielle Energie	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit
$dB(A)$	Schallpegel ¹⁾	W_{kin}, E_k	kinetische Energie	X	Blindwiderstand
c	Schallgeschwindigkeit	P	Leistung	Z	Scheinwiderstand
L_p	Schalldruckpegel	η	Wirkungsgrad	φ	Phasenverschiebungswinkel
L_N	Lautstärkepegel	Licht, elektromagnet. Strahlung		N	Windungszahl
I	Schallintensität	E_v	Beleuchtungsstärke		
N	Lautheit	f	Brennweite		
		n	Brechzahl		
		I_e	Strahlstärke		
		Q_{er}, W	Strahlungsenergie		

¹⁾ nicht in DIN 1304; siehe Seite 72

²⁾ nicht in DIN 1304; siehe Seite 169 ff.

³⁾ Abweichungen von DIN 1304 s.S. 61 bis 71

Mathematische Zeichen

Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
\approx	ungefähr gleich	π	pi (Kreiszahl = 3,14159...)	\ln	natürlicher Logarithmus
\cong	entspricht	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	\log	Logarithmus (allgemein)
\dots	und so weiter bis	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	\lg	dekadischer Logarithmus
$=$	gleich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	\sin	Sinus
\neq	ungleich	$ x $	Betrag von x	\cos	Kosinus
def	ist definitionsgemäß	∞	unendlich	\tan	Tangens
	gleich	\perp	senkrecht auf	\cot	Kotangens
$<$	kleiner	\parallel	ist parallel zu	\arcsin	Arcussinus
\leq	kleiner gleich	$\uparrow\uparrow$	gleichsinnig parallel	$\%$	Prozent, vom Hundert
$>$	größer	$\uparrow\downarrow$	gegensinnig parallel	$\%$	Promille, vom Tausend
\geq	größer gleich	\sphericalangle	Winkel	$(, [, \{$	runde, eckige, geschweifte Klammer auf und zu
$+$	plus	\triangle	Dreieck	\overline{AB}	Strecke AB
$-$	minus	\equiv	kongruent zu	\overline{AB}	Bogen AB
\cdot	mal, multipliziert mit	Δx	Delta x (Differenz zweier Werte)	a', a''	a Strich, a zwei Strich
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu			a_1, a_2	a eins, a zwei
Σ	Summe				
\sim	proportional				

Einheiten im Messwesen

Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = Systeme International) festgelegt. Es baut auf den sieben *Basiseinheiten* (Grundeinheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet werden. → vgl. DIN 1301-1 (2010-10)

Basisgrößen und Basiseinheiten

	Basisgröße	Basiseinheit	Einheitenzeichen
	Länge	Meter	m
	Masse	Kilogramm	kg
	Zeit	Sekunde	s
	elektrische Stromstärke	Ampere	A
	Temperatur	Kelvin	K
	Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candela	cd	

Größen und Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung
		Name	Zeichen		
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	<i>l</i>	Meter	m	$1\text{ m} = 10\text{ dm} = 100\text{ cm} = 1000\text{ mm}$ $1\text{ mm} = 1000\text{ }\mu\text{m}$ $1\text{ km} = 1000\text{ m}$	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	A, S	Quadratmeter	m ²	$1\text{ m}^2 = 10\,000\text{ cm}^2 = 1\,000\,000\text{ mm}^2$ $1\text{ a} = 100\text{ m}^2$ $1\text{ ha} = 100\text{ a} = 10\,000\text{ m}^2$ $100\text{ ha} = 1\text{ km}^2$	Zeichen S nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
		Ar Hektar	a ha		
Volumen	V	Kubikmeter	m ³	$1\text{ m}^3 = 1000\text{ dm}^3 = 1\,000\,000\text{ cm}^3$ $1\text{ l} = 1\text{ L} = 1\text{ dm}^3 = 10\text{ dl} = 0,001\text{ m}^3$ $1\text{ ml} = 1\text{ cm}^3$	Meist für Flüssigkeiten und Gase
		Liter	l, L		
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	Radian	rad	$1\text{ rad} = 1\text{ m/m} = 57,2957\dots^\circ = 180^\circ/\pi$	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei techn. Berechnungen z.B. nicht $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$, sondern besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
		Grad	°	$1^\circ = \frac{\pi}{180}\text{ rad} = 60'$	
		Minute	'	$1' = 1^\circ/60 = 60''$	
		Sekunde	"	$1'' = 1'/60 = 1^\circ/3600$	
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	<i>t</i>	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1\text{ min} = 60\text{ s}$ $1\text{ h} = 60\text{ min} = 3600\text{ s}$ $1\text{ d} = 24\text{ h}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.) 3 ^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. 3 ^h 24 ^m 10 ^s geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	<i>n</i>	1 durch Sekunde 1 durch Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60\text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1\text{ min}^{-1} = \frac{1}{60}\text{ s}$	
Geschwindigkeit	<i>v</i>	Meter durch Sekunde	m/s	$1\text{ m/s} = 60\text{ m/min} = 3,6\text{ km/h}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn). 1 kn = 1,852 km/h Mile per hour = 1 mile/h = 1 mph 1 mph = 1,60934 km/h
		Meter durch Minute Kilometer d. Stunde	m/min km/h	$1\text{ m/min} = \frac{1\text{ m}}{60\text{ s}}$ $1\text{ km/h} = \frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} = \frac{1\text{ m}}{3,6\text{ s}}$	
Beschleunigung	<i>a, g</i>	Meter durch Sekunde hoch zwei	m/s ²	$1\text{ m/s}^2 = \frac{1\text{ m/s}}{1\text{ s}}$	Formelzeichen <i>g</i> nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81\text{ m/s}^2$

Einheiten im Messwesen

vgl. DIN 1301-1 (2010-10)

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung
		Name	Zeichen		
Mechanik					
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	Gewicht im Sinne eines Wäageergebnisses oder eines Wägestückes ist eine Größe von der Art der Masse (Einheit kg). Masse für Edelsteine in Karat (Kt).
längenbezogene Masse	m'	Kilogramm durch Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Die längenbezogene Masse wird z.B. zur Berechnung der Masse (Gewicht) von Stabwerkstoffen, Profilen und Rohren verwendet.
flächenbezogene Masse	m''	Kilogramm durch Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²	Die flächenbezogene Masse wird z.B. zur Berechnung der Masse von Blechen verwendet.
Dichte	ρ	Kilogramm durch Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³	Die Dichte ist eine vom Ort unabhängige Größe.
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	kg · m ²		früher: Massenträgheitsmoment
Kraft	F	Newton	N	1 N = 1 $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ = 1 $\frac{\text{J}}{\text{m}}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Gewichtskraft	F_G, G			1 MN = 10 ³ kN = 1 000 000 N	
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M M_b T	Newton mal Meter	N · m		
Druck	p	Pascal	Pa	1 Pa = 1 N/m ² = 0,01 mbar 1 bar = 100 000 N/m ² = 10 N/cm ² = 10 ⁵ Pa 1 mbar = 1 hPa 1 N/mm ² = 10 bar = 1 MN/m ² = 1 MPa 1 bar = 0,1 N/mm ²	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. p_u – Überdruck p_{abs} – absoluter Druck p_{atm} – atmosphärischer Druck
mechanische Spannung	σ, τ	Newton durch Meter hoch zwei	N/m ²		
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m ⁴ cm ⁴	1 m ⁴ = 100 000 000 cm ⁴	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit Wärmemenge	E, W	Joule	J	1 J = 1 N · m = 1 W · s = 1 kg · m ² /s ²	Joule für jede Energieart, kW · h bevorzugt für elektrische Energie
Leistung Wärmestrom	P, Φ	Watt	W	1 W = 1 J/s = 1 N · m/s = 1 V · A = 1 m ² · kg/s ³	
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A		
Elektr. Spannung	U	Volt	V	1 V = 1 W/1 A = 1 J/C	
Elektr. Widerstand	R	Ohm	Ω	1 Ω = 1 V/1 A	
spez. Widerstand	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	10 ⁻⁶ $\Omega \cdot \text{m}$ = 1 $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$
Leitfähigkeit	γ, κ	Siemens durch Meter	S/m		$\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Frequenz	f	Hertz	Hz	1 Hz = $\frac{1}{\text{s}}$; 1000 Hz = 1 kHz	
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	1 J = 1 W · s = 1 N · m 1 kW · h = 3,6 MJ 1 W · h = 3,6 kJ	

Umrechnung von Maßeinheiten

Längeneinheiten

Umrechnungszahl 10



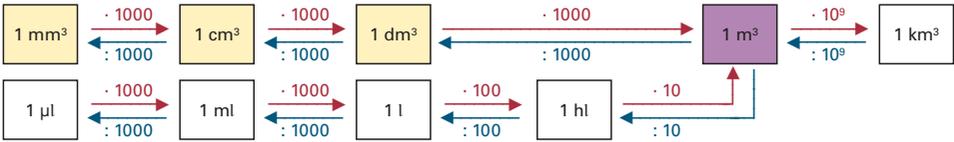
Flächeneinheiten

Umrechnungszahl 100



Volumeneinheiten

Umrechnungszahl 1000



Masseinheiten



Krafteinheiten



Druckeinheiten



1. Beispiel: ges: $4 \text{ m}^2 = ? \text{ cm}^2$

$$1 \text{ m}^2 \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} = 1 \cdot \frac{1}{10^4} \text{ m}^2 = 1 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 1 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^4 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 4 \text{ m}^2 = 4 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 = 40000 \text{ cm}^2$$

2. Beispiel: ges: $3400 \text{ mm}^3 = ? \text{ dm}^3$

$$1 \text{ mm}^3 \cdot 1000 \cdot 1000 = 1 \text{ dm}^3 \Rightarrow 1 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ dm}^3}{1000 \cdot 1000}$$

$$\Rightarrow 3400 \text{ mm}^3 = \frac{3400 \cdot 1 \text{ dm}^3}{1000 \cdot 1000} = 3400 \cdot 10^{-6} \text{ dm}^3$$

$$= 0,0034 \text{ dm}^3$$

Vorsätze zur Bezeichnung von dezimalen Teilen und Vielfachen der Einheiten

Vorsatz	Piko	Nano	Mikro	Milli	Zenti	Dezi	Deka	Hekto	Kilo	Mega	Giga	Tera
Vorsatzzeichen	P	N	µ	m	c	d	da	h	k	M	G	T
Zehnerpotenz	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^1	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{12}
	Teile (z.B. $1 \text{ µm} = 10^{-6} \text{ m} = 0,000001 \text{ m}$)						Vielfache (z.B. $1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N} = 1000 \text{ N}$)					

Besondere Längeneinheiten		Besondere Flächeneinheiten		Besondere Volumeneinheiten	
1 Zoll (")	= 2,54 cm	1 km ²	= 100 ha	1 hl	= 100 l
1 cm	= 0,394 Zoll (")	1 ha	= 100 a	1 barrel	= 1,59 hl
1 inch	= 1 Zoll	1 a	= 100 m ²	1 gallone	= 4,55 l
1 USmile	= 1609 m	1 Morgen	= 25 a	1 l	= 1 dm ³

Bruchrechnung

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Gleichnamige Brüche werden addiert oder subtrahiert, indem man die Zähler addiert oder subtrahiert und die Nenner unverändert lässt.	$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5+2-1}{8}$ $= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	$\frac{5}{a} - \frac{3}{a} + \frac{7}{a} = \frac{5-3+7}{a}$ $= \frac{9}{a}$
Bei ungleichnamigen Brüchen muss zuerst der Hauptnenner gebildet werden, um sie addieren bzw. subtrahieren zu können. Der Hauptnenner ist der kleinste gemeinsame Nenner, in dem die Nenner aller Brüche ganzzahlig enthalten sind. Die Brüche werden durch Erweitern auf den Hauptnenner gebracht.	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} =$ <p style="text-align: center;">Hauptnenner = 12</p> $= \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3}$ $= \frac{6}{12} + \frac{8}{12} - \frac{9}{12}$ $= \frac{6+8-9}{12} = \frac{5}{12}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} =$ <p style="text-align: center;">Hauptnenner = $b \cdot d$</p> $= \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{b \cdot d}$ $= \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$
Ein Bruch wird mit einem anderen multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
Ein Bruch wird durch einen anderen Bruch dividiert, indem man den Dividenden (Bruch im Zähler) mit dem Kehrwert des Divisors (Bruch im Nenner) multipliziert.	$\frac{3}{4} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 3}$ $= \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Vorzeichenregeln

Haben zwei Faktoren gleiche Vorzeichen, so wird das Produkt positiv .	$2 \cdot 5 = 10$ $(-2) \cdot (-5) = 10$	$a \cdot x = ax$ $(-a) \cdot (-x) = ax$
Haben zwei Faktoren unterschiedliche Vorzeichen, so wird das Produkt negativ .	$3 \cdot (-8) = -24$ $(-3) \cdot 8 = -24$	$a \cdot (-x) = -ax$ $(-a) \cdot x = -ax$
Haben Zähler und Nenner bzw. Dividend und Divisor gleiche Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient positiv .	$\frac{15}{3} = 15 : 3 = 5$ $\frac{-15}{-3} = (-15) : (-3) = 5$	$\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Haben Zähler und Nenner bzw. Dividend und Divisor unterschiedliche Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient negativ .	$\frac{15}{-3} = 15 : (-3) = -5$ $\frac{-15}{3} = (-15) : 3 = -5$	$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$
Punktrechnungen (\cdot und $:$) müssen vor Strichrechnungen ($+$ und $-$) ausgeführt werden.	$8 \cdot 4 - 18 \cdot 3 = 32 - 54 = -22$ $\frac{16}{4} + \frac{20}{5} - \frac{18}{3} = 4 + 4 - 6 = 2$	$8a \cdot b - c \cdot 3d = 8ab - 3cd$

Klammerrechnung

Klammern, vor denen ein Pluszeichen steht, können weggelassen werden. Die Vorzeichen der Glieder bleiben dann unverändert.	$16 + (9 - 5)$ $= 16 + 9 - 5$ $= 20$	$a + (b - c)$ $= a + b - c$
Klammern, vor denen ein Minuszeichen steht, können nur aufgelöst (weggelassen) werden, wenn alle Summanden (Glieder in der Klammer) entgegengesetzte Vorzeichen erhalten.	$16 - (9 - 5)$ $= 16 - 9 + 5$ $= 12$	$a - (b - c)$ $= a - b + c$

Fortsetzung auf Seite 11

Klammerrechnung (Fortsetzung)

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Ein Klammerausdruck wird mit einem Faktor multipliziert, indem man jedes Glied der Klammer mit dem Faktor multipliziert.	$7 \cdot (4 + 5)$ $= 7 \cdot 4 + 7 \cdot 5 = 63$	$a \cdot (b + c)$ $= ab + ac$
Ein Klammerausdruck wird mit einem Klammerausdruck multipliziert, indem man jedes Glied der einen Klammer mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert.	$(3 + 5) \cdot (10 - 7)$ $= 3 \cdot 10 + 3 \cdot (-7)$ $+ 5 \cdot 10 + 5 \cdot (-7)$ $= 30 - 21 + 50 - 35 = 24$	$(a + b) \cdot (c - d)$ $= ac - ad + bc - bd$
Ein Klammerausdruck wird durch einen Wert (Zahl, Buchstabe, Klammerausdruck) dividiert, indem man jedes Glied in der Klammer durch diesen Wert dividiert.	$(16 - 4) : 4$ $= 16 : 4 - 4 : 4$ $= 4 - 1 = 3$	$(a + b) : c = a : c + b : c$ $\frac{a - b}{b} = \frac{a}{b} - 1$
Ein Bruchstrich fasst Ausdrücke in gleicher Weise zusammen wie eine Klammer.	$\frac{3 + 4}{2} = (3 + 4) : 2$	$\frac{a + b}{2} \cdot h = (a + b) \cdot \frac{h}{2}$
Bei gemischten Punkt- und Strichrechnungen mit Klammerausdrücken müssen zuerst die Klammern aufgelöst und danach die Punkt- und dann die Strichrechnung ausgeführt werden.	$= 8 \cdot (3 - 2) + 4 \cdot (16 \cdot 5)$ $= 8 \cdot 1 + 4 \cdot 11$ $= 8 + 44 = 52$	$= a \cdot (3x - 5x) - b \cdot (12y - 2y)$ $= a \cdot (-2x) - b \cdot 10y$ $= -2ax - 10by$

Potenzieren

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.	$3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ $= 3^5$ oder $3^2 \cdot 3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5$	$x^4 \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ $= x^6$ oder $x^4 \cdot x^2 = x^{(4+2)} = x^6$
Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.	$\frac{4^3}{4^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4} = 4$ oder $4^3 : 4^2 = 4^{(3-2)} = 4^1 = 4$	$\frac{m^2}{m^3} = \frac{m \cdot m}{m \cdot m \cdot m} = \frac{1}{m} = m^{-1}$ oder $m^2 : m^3 = m^{(2-3)} = m^{-1} = \frac{1}{m}$
Werden Potenzen mit einem Faktor multipliziert, so muss zuerst die Potenz berechnet werden. Potenzrechnung geht vor Punktrechnung.	$6 \cdot 10^3 = 6 \cdot 1000$ $= 6000$ $7 \cdot 10^{-2} = 7 \cdot \frac{1}{100} = 0,07$	$a \cdot 10^2 = a \cdot 100 = 100a$ $b \cdot 10^{-1} = b \cdot \frac{1}{10} = 0,1b$
Jede Potenz mit dem Exponenten Null hat den Wert 1.	$\frac{10^4}{10^4} = 10^{(4-4)} = 10^0 = 1$	$(m + n)^0 = 1$

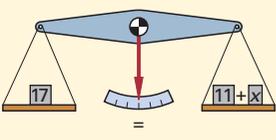
Radizieren

Ist der Radikand ein Produkt, so kann die Wurzel entweder aus dem Produkt oder aus jedem einzelnen Faktor gezogen werden.	$\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12$ oder $\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$	$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$
Ist der Radikand eine Summe oder eine Differenz, so kann nur aus dem Ergebnis die Wurzel gezogen werden.	$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$	$\sqrt[3]{a - b} = \sqrt[3]{(a - b)}$
Eine Wurzel kann als Potenz geschrieben werden.	$\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}} = 3^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 3^1 = 3$	$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

Umformen von Gleichungen

Gleichheitsgrundsatz

Beide Seiten einer Gleichung können vertauscht werden.



Die beiden Seiten einer Gleichung sind mit dem Gleichgewicht einer Waage vergleichbar.

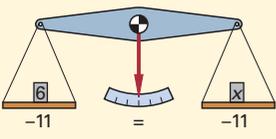
$$\begin{aligned} 17 &= 11 + x \\ 11 + x &= 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 48 &= 6 \cdot y \\ 6 \cdot y &= 48 \end{aligned}$$

Anwendung des Kommutativgesetzes

Veränderungsoperationen

Die Veränderungen müssen so erfolgen, dass das Gleichgewicht erhalten bleibt.



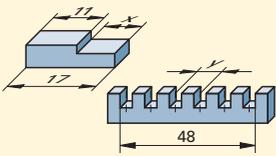
Auf beiden Seiten der Gleichung müssen die gleichen Rechenoperationen ausgeführt werden.

Auf beiden Seiten das Gleiche **addieren** oder **subtrahieren**.

Auf beiden Seiten mit dem Gleichen **multiplizieren** oder durch das Gleiche **dividieren**.

Grundregel

Beim Seitentausch einer Größe ändert sich das Operationszeichen.



Die gesuchte Größe soll auf der linken Seite der Gleichung isoliert werden. Nach der Seitenwechselregel folgt:

aus + wird - aus - wird +

aus \cdot wird $:$ aus $:$ wird \cdot

$$\begin{aligned} 11 + x &= 17 \\ x &= 17 - 11 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \cdot y &= 48 \\ y &= \frac{48}{6} = 8 \end{aligned}$$

Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Durch Addition der gleichen Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$\begin{aligned} y - 5 &= 9 \\ y - 5 + 5 &= 9 + 5 \\ y &= 14 \end{aligned}$	$\begin{aligned} y - c &= d \\ y - c + c &= d + c \\ y &= d + c \end{aligned}$
Durch Subtraktion der gleichen Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$\begin{aligned} x + 7 &= 18 \\ x + 7 - 7 &= 18 - 7 \\ x &= 11 \end{aligned}$	$\begin{aligned} x + a &= b \\ x + a - a &= b - a \\ x &= b - a \end{aligned}$
Durch Division durch die gleiche Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$\begin{aligned} 6 \cdot x &= 23 \\ \frac{6 \cdot x}{6} &= \frac{23}{6} \\ x &= \frac{23}{6} = 3 \frac{5}{6} \end{aligned}$	$\begin{aligned} a \cdot x &= b \\ \frac{a \cdot x}{a} &= \frac{b}{a} \\ x &= \frac{b}{a} \end{aligned}$
Durch Multiplikation mit der gleichen Zahl oder Größe auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$\begin{aligned} \frac{y}{3} &= 7 \\ \frac{y \cdot 3}{3} &= 7 \cdot 3 \\ y &= 21 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{y}{c} &= d \\ \frac{y \cdot c}{c} &= d \cdot c \\ y &= d \cdot c \end{aligned}$
Durch Potenzieren auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$\begin{aligned} \sqrt{x} &= 4 \\ (\sqrt{x})^2 &= 4^2 \\ x &= 16 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \sqrt{x} &= a + b \\ (\sqrt{x})^2 &= (a + b)^2 \\ x &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$
Durch Radizieren auf beiden Seiten steht die gesuchte Größe allein auf der linken Seite.	$\begin{aligned} x^2 &= 36 \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{36} \\ x &= \pm 6 \end{aligned}$	$\begin{aligned} x^2 &= a + b \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{a + b} \\ x &= \pm \sqrt{a + b} \end{aligned}$

Umstellen von Formeln

$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Linke Formelseite

Rechte Formelseite

Wenn die zu ermittelnde Größe in einer Formel nicht allein auf einer Seite steht, dann ist es erforderlich die Formel umzustellen. Hier kommen die gleichen Regeln zur Anwendung wie beim Umformen von Gleichungen. Demnach gilt für alle Schritte der Umstellung:

Veränderung auf der linken Formelseite

=

Veränderung auf der rechten Formelseite

Beispiel: Formel umstellen nach v

Handlungsschritte

- 1 Multiplikation mit 2 auf beiden Seiten
- 2 Kürzen von 2 auf der rechten Formelseite
- 3 Beide Seiten durch m dividieren
- 4 Kürzen von m auf der rechten Formelseite
- 5 Formelseiten vertauschen
- 6 Beide Formelseiten radizieren

Lösungsschritte

$$\begin{aligned}
 W_k &= \frac{m \cdot v^2}{2} & | \cdot 2 \\
 2 \cdot W_k &= \frac{\cancel{2} \cdot m \cdot v^2}{\cancel{2}} \\
 \frac{2 \cdot W_k}{m} &= \frac{m \cdot v^2}{m} & | : m \\
 \frac{2 \cdot W_k}{m} &= \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{\cancel{m}} \\
 v^2 &= \frac{2 \cdot W_k}{m} & | \sqrt{} \\
 \sqrt{v^2} &= \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}} & \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_k}{m}}
 \end{aligned}$$

Prozentrechnung

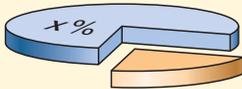
Bei der Prozentrechnung werden anteilige Größen vom Ganzen berechnet.

P_s Prozentsatz, Prozent
 P_w Prozentwert
 G_w Grundwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%}$$

Prozentsatz

Der Prozentsatz gibt den Teil des Grundwertes in Hunderstel an.



z. B.

$$\frac{75}{100} \text{ vom Ganzen} \cong 75 \% \quad | \quad \frac{1}{100} \text{ vom Ganzen} \cong 1 \%$$

Grundwert

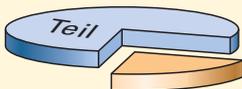
Der Grundwert ist der Wert einer Größe, von dem die Prozente zu berechnen sind.



Der Grundwert ist immer eine Größe.
 (Größe = Zahlenwert · Einheit), z. B. 500 cm²
 reiner Grundwert = 100 %
 vermehrter Grundwert = 100 % + Prozentsatz
 verminderter Grundwert = 100 % - Prozentsatz

Prozentwert

Der Prozentwert ist der Betrag der Größe des Grundwertes, den die Prozente des Grundwertes ergeben.



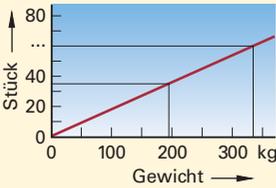
z. B. $\frac{\text{Prozentsatz}}{75 \%}$ von $\frac{\text{Grundwert}}{500 \text{ cm}^2}$ \cong $\frac{\text{Prozentwert}}{375 \text{ cm}^2}$

Beispiel: Werkstückrohling 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz); Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100 \%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2 \%}{100 \%} = 5 \text{ kg}$$

Schlussrechnung, Mischungsrechnung

Dreisatz für direkt proportionale Verhältnisse



Beispiel: 60 Rohrkrümmen besitzen die Masse von 330 kg. Wie groß ist die Masse von 35 Rohrkrümmern?

1. Satz: Vorgabe 60 Rohrkrümmen besitzen die Masse von 330 kg

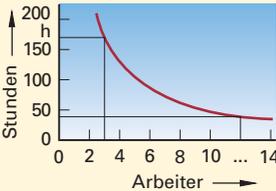
2. Satz: Berechnung der Einheit: Durch Dividieren

1 Rohrkrümmen hat die Masse von $\frac{330 \text{ kg}}{60}$

3. Satz: Berechnung der Mehrheit: Durch Multiplizieren

35 Rohrkrümmen haben die Masse von $\frac{330 \text{ kg} \cdot 35}{60} = 192,5 \text{ kg}$

Dreisatz für indirekt proportionale Verhältnisse



Beispiel: 3 Arbeiter erledigen einen Auftrag in 170 Stunden. Wie viele Stunden benötigen 12 Arbeiter für den gleichen Auftrag?

1. Satz: Vorgabe 3 Arbeiter benötigen 170 Stunden

2. Satz: Berechnung der Einheit: Durch Multiplizieren

1 Arbeiter benötigt $3 \cdot 170 \text{ h}$

3. Satz: Berechnung der Mehrheit: Durch Dividieren

12 Arbeiter benötigen $\frac{3 \cdot 170 \text{ h}}{12} = 42,5 \text{ h}$

Dreisatz mit mehrgliedrigen Verhältnissen

Beispiel:

660 Werkstücke werden durch 5 Maschinen in 24 Tagen hergestellt.

In welcher Zeit können 312 Werkstücke gleicher Art von 9 Maschinen angefertigt werden?

1. Dreisatz: 5 Maschinen fertigen 660 Werkstücke in 24 Tagen
1 Maschine fertigt 660 Werkstücke in $24 \cdot 5$ Tagen

9 Maschinen fertigen 660 Werkstücke in $\frac{24 \cdot 5}{9}$ Tagen

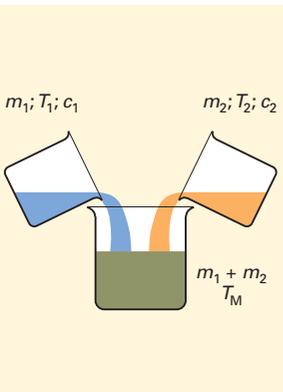
2. Dreisatz: 9 Maschinen fertigen 660 Werkstücke in $\frac{24 \cdot 5}{9}$ Tagen

9 Maschinen fertigen 1 Werkstück in $\frac{24 \cdot 5}{9 \cdot 660}$ Tagen

9 Maschinen fertigen 312 Werkstücke in $\frac{24 \cdot 5 \cdot 312}{9 \cdot 660}$

= 6,3 Tagen

Mischungsrechnung



m_1, m_2 Teilmassen
 T_1, T_2 Temperaturen der Teilmassen in K
 c_1, c_2 spez. Wärmekapazitäten¹⁾ der Teilmassen
 T_M Temperatur der Mischung

Temperatur der Mischung

$$T_M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$$

Beispiel:

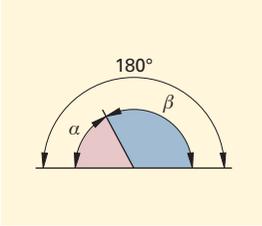
Ein Stahlbehälter mit $m_1 = 6 \text{ kg}$ und $T_1 = 293 \text{ K}$ wird mit $m_2 = 24 \text{ l}$ Wasser von $T_2 = 318 \text{ K}$ vollständig gefüllt. Welche Temperatur T_M stellt sich ein?

$$T_M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2} = \frac{0,49 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 6 \text{ kg} \cdot 293 \text{ K} + 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 24 \text{ kg} \cdot 318 \text{ K}}{0,49 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 6 \text{ kg} + 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 24 \text{ kg}} = 317,29 \text{ K} \cong 44,1 \text{ }^\circ\text{C}$$

¹⁾ Spezifische Wärmekapazität Seite 160 und Seite 161

Winkelarten

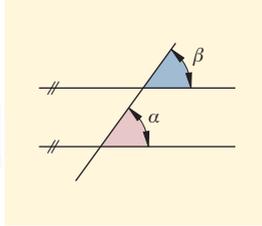
Nebenwinkel



Nebenwinkel ergänzen sich zu 180° .

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

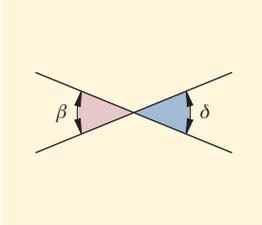
Stufenwinkel



Stufenwinkel sind gleich groß.

$$\alpha = \beta$$

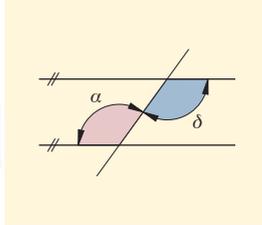
Scheitelwinkel



Scheitelwinkel sind gleich groß.

$$\beta = \delta$$

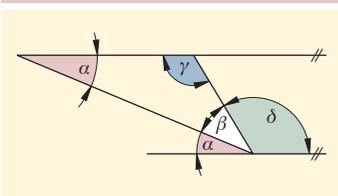
Wechselwinkel



Wechselwinkel sind gleich groß.

$$\alpha = \delta$$

Winkelsumme im Dreieck



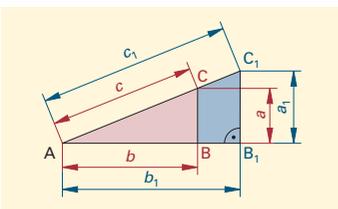
In jedem Dreieck ist die Summe der Innenwinkel gleich 180° .

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Im rechtwinkligen Dreieck ist $\gamma = 90^\circ$, die Winkel α und β ergänzen sich zu 90° .

$$\alpha + \beta + \delta = 180^\circ$$

Strahlensatz



Werden zwei von einem Punkt ausgehende Strahlen von zwei Parallelen geschnitten, bilden die Abschnitte der Parallelen und die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}$$

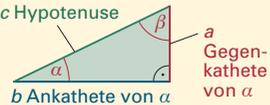
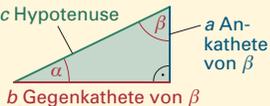
$$\frac{b}{c} = \frac{b_1}{c_1}$$

Zehnerpotenzen

Ziffer	Schreibweise als Zehnerpotenz	Einheiten-Vorsatz	Ziffer	Schreibweise als Zehnerpotenz	Einheiten-Vorsatz
1000 000	10^6	Mega (M)	1	10^0	-
100 000	10^5	-	0,1	10^{-1}	Deci (d)
10 000	10^4	-	0,01	10^{-2}	Centi (c)
1 000	10^3	Kilo (k)	0,001	10^{-3}	Milli (c)
100	10^2	Hekto (h)	0,000 1	10^{-4}	-
10	10^1	Deka (da)	0,000 01	10^{-5}	-
1	10^0	-	0,000 001	10^{-6}	Mikro (μ)

Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

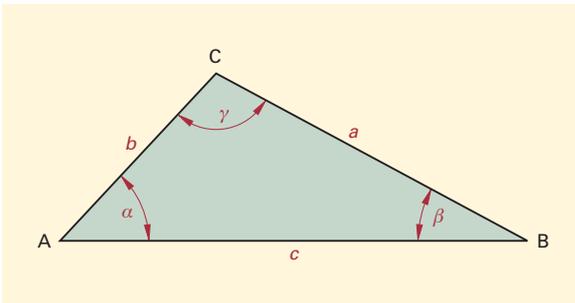
M

Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck	Bezeichnungen der Seitenverhältnisse	Anwendung für	
		α	β
für α : 	Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin \beta = \frac{b}{c}$
	Kosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$
für β : 	Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
	Kotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$	$\cot \beta = \frac{a}{b}$

Funktionswerte für ausgewählte Winkel

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2} = 0,5000$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 0,7071$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 0,8660$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = 0,7071$	$\frac{1}{2} = 0,5000$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5774$	1	$\sqrt{3} = 1,7321$	∞	0	∞	0
cot	∞	$\sqrt{3} = 1,7321$	1	$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = 0,5774$	0	∞	0	∞

Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck



Sinussatz

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2 \cdot c \cdot a \cdot \cos \beta$$

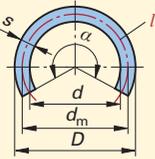
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Anwendungen des Sinus- und Kosinussatzes

Seitenberechnung	Winkelberechnung		Flächenberechnung
$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$	$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{b} = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}$	$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$	$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}$
$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$	$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{c}$	$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$	$A = \frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2}$
$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$	$\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \alpha}{a} = \frac{a \cdot \sin \beta}{b}$	$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$	$A = \frac{a \cdot c \cdot \sin \beta}{2}$

Gestreckte Längen

Kreisringausschnitt



- D Außendurchmesser
- d Innendurchmesser
- d_m mittlerer Durchmesser
- s Dicke
- l gestreckte Länge
- l_1, l_2 Teillänge
- L zusammengesetzte Länge
- Siehe auch Seite 293 ff.

Gestreckte Länge beim Kreisring

$$l = \pi \cdot d_m$$

Gestreckte Länge beim Kreisringausschnitt

$$l = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Mittlerer Durchmesser

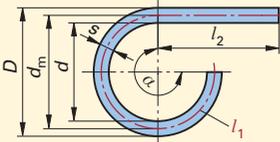
$$d_m = D - s$$

$$d_m = d + s$$

Zusammengesetzte Längen

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$

Zusammengesetzte Länge



Beispiel:

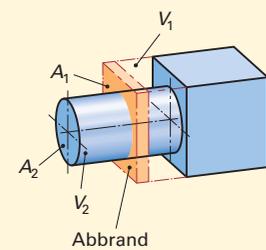
Zusammengesetzte Länge (Bild links)
 $D = 360 \text{ mm}$; $s = 5 \text{ mm}$; $\alpha = 270^\circ$;
 $l_2 = 70 \text{ mm}$; $d_m = ?$; $L = ?$

$$d_m = D - s = 360 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 355 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2$$

$$= \frac{\pi \cdot 355 \text{ mm} \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70 \text{ mm} = 906,45 \text{ mm}$$

Rohlängen von Schmiede- und Pressstücken



Beim Umformen ohne Abbrand ist das Volumen des Rohteils gleich dem Volumen des Fertigteil. Tritt Abbrand oder eine Gratbildung auf, so wird dies durch einen Zuschlag zum Volumen des Fertigteil berücksichtigt.

Volumen ohne Abbrand

$$V_1 = V_2$$

Volumen mit Abbrand

$$V_1 = V_2 + q \cdot V_2$$

$$V_1 = V_2 \cdot (1 + q)$$

$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$

- V_1 Volumen des Rohteils
- V_2 Volumen des Fertigteil
- q Zuschlagsfaktor für Abbrand oder Gratverluste
- A_1 Querschnittsfläche des Rohteils
- A_2 Querschnittsfläche des Fertigteil
- l_1 Ausgangslänge der Zugabe
- l_2 Länge des angeschmiedeten Teiles
- Siehe auch Seite 302.

Beispiel:

Wie groß muss die Ausgangslänge l_1 der Schmiedezugabe sein, wenn an einem Flachstahl $50 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ ein zylindrischer Zapfen mit $d = 24 \text{ mm}$ und $l_2 = 60 \text{ mm}$ abgesetzt werden soll? Der Verlust durch Abbrand beträgt 10%.

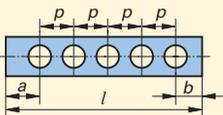
$$V_1 = V_2 \cdot (1 + q)$$

$$A_1 \cdot l_1 = A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)$$

$$l_1 = \frac{A_2 \cdot l_2 \cdot (1 + q)}{A_1} = \frac{\pi \cdot (24 \text{ mm})^2 \cdot 60 \text{ mm} \cdot (1 + 0,1)}{4 \cdot 50 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}} = 19,9 \text{ mm} \approx 20 \text{ mm}$$

Teilung von Längen, Randabstände

Randabstand \neq Teilung



- l Gesamtlänge
- n Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte
- p Teilung
- a, b Randabstand

Teilung

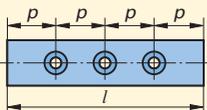
$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Beispiel: $l = 1950 \text{ mm}$; $a = 100 \text{ mm}$;
 $b = 50 \text{ mm}$; $n = 25$ Bohrungen;
 $p = ?$

$$l = p(n - 1) + (a + b)$$

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1} = \frac{1950 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{25 - 1} = 75 \text{ mm}$$

Randabstand = Teilung



- l Gesamtlänge
- n Anzahl der Bohrungen, Sägeschnitte, ...
- p Teilung
- z Anzahl der Teile

Teilung

$$p = \frac{l}{n + 1}$$

Beispiel: $l = 2 \text{ m}$; $n = 24$ Bohrungen; $p = ?$

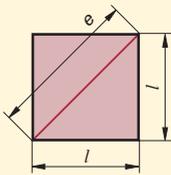
Anzahl der Teile

$$z = n + 1$$

$$p = \frac{l}{n + 1} = \frac{2000 \text{ mm}}{24 + 1} = 80 \text{ mm}$$

Geradlinig begrenzte einfache Flächen

Quadrat



A Fläche e Eckenmaß
l Seitenlänge

Beispiel:
l = 14 mm; A = ?; e = ?
A = l² = (14 mm)² = **196 mm²**
e = √2 · l = √2 · 14 mm = **19,8 mm**

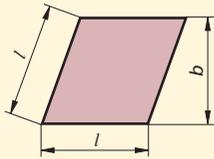
Fläche

$$A = l^2$$

Eckenmaß

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

Raute (Rhombus)



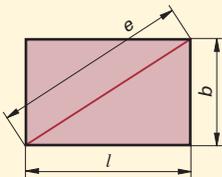
A Fläche b Breite
l Seitenlänge

Beispiel:
l = 9 mm; b = 8,5 mm; A = ?
A = l · b = 9 mm · 8,5 mm = **76,5 mm²**

Fläche

$$A = l \cdot b$$

Rechteck



A Fläche b Breite
l Länge e Eckenmaß

Beispiel:
l = 12 mm; b = 11 mm; A = ?; e = ?
A = l · b = 12 mm · 11 mm = **132 mm²**
e = √(l² + b²) = √((12 mm)² + (11 mm)²)
= √265 mm² = **16,28 mm**

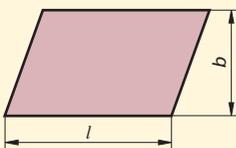
Fläche

$$A = l \cdot b$$

Eckenmaß

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

Parallelogramm (Rhomboid)



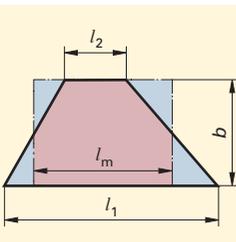
A Fläche b Breite
l Länge

Beispiel:
l = 36 mm; b = 15 mm; A = ?
A = l · b = 36 mm · 15 mm = **540 mm²**

Fläche

$$A = l \cdot b$$

Trapez



A Fläche l_m mittlere Länge
l₁ große Länge b Breite
l₂ kleine Länge

Beispiel:
l₁ = 23 mm; l₂ = 20 mm; b = 17 mm;
A = ?
A = $\frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{23 \text{ mm} + 20 \text{ mm}}{2} \cdot 17 \text{ mm}$
= **365,5 mm²**

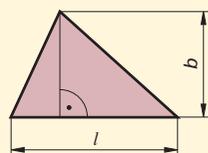
Fläche

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

Mittlere Länge

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

Dreieck



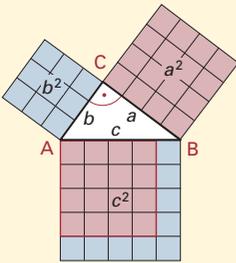
A Fläche b Breite
l Seitenlänge

Beispiel:
l₁ = 62 mm; b = 29 mm; A = ?
A = $\frac{l \cdot b}{2} = \frac{62 \text{ mm} \cdot 29 \text{ mm}}{2} = \mathbf{899 \text{ mm}^2}$

Fläche

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

a Kathete *c* Hypotenuse
b Kathete

1. Beispiel:
c = 35 mm; *a* = 21 mm; *b* = ?

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$$

2. Beispiel:
a = 9 mm; *b* = 12 mm; *c* = ?

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(9 \text{ mm})^2 + (12 \text{ mm})^2} = 15 \text{ mm}$$

Hypotenusenquadrat

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Hypotenuse

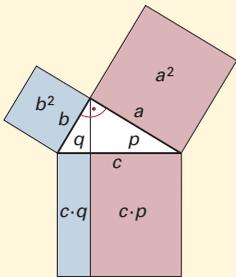
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Katheten

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Lehrsatz des Euklid (Kathetensatz)



Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich einem Rechteck aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt.

a, b Kathete *p, q* Hypotenusenabschnitt
c Hypotenuse

Beispiel:
 Ein Rechteck mit *c* = 6 cm und *p* = 3 cm soll in ein flächengleiches Quadrat verwandelt werden. Wie groß ist die Quadratseite *a*?

$$a^2 = c \cdot p$$

$$a = \sqrt{c \cdot p} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}} = 4,24 \text{ cm}$$

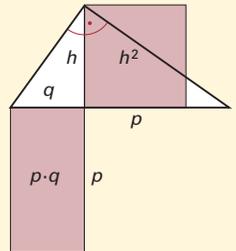
Kathetenquadrat

$$b^2 = c \cdot q$$

Kathetenquadrat

$$a^2 = c \cdot p$$

Höhensatz



Das Quadrat über der Höhe *h* ist flächengleich dem Rechteck aus den Hypotenusenabschnitten *p* und *q*.

h Höhe *p, q* Hypotenusenabschnitt

Beispiel:
 Rechtwinkliges Dreieck

p = 6 cm; *q* = 2 cm; *h* = ?

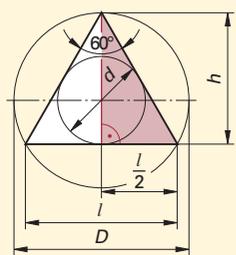
$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} = \sqrt{12 \text{ cm}^2} = 3,46 \text{ cm}$$

Höhensquadrat

$$h^2 = p \cdot q$$

Gleichseitiges Dreieck



A Fläche
h Höhe
d Inkreisdurchmesser
D Umkreisdurchmesser
l Seitenlänge

Beispiel:
l = 42 cm; *A* = ?; *h* = ?

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot (42 \text{ mm})^2 = 763,9 \text{ mm}^2$$

Umkreisdurchmesser

$$D = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = 2 \cdot d$$

Fläche

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

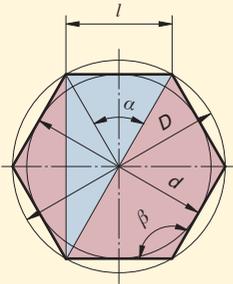
Inkreisdurchmesser

$$d = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = \frac{D}{2}$$

Dreieckshöhe

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

Regelmäßiges Vieleck



- A Fläche
- l Seitenlänge
- D Umkreisdurchmesser
- d Inkreisdurchmesser
- n Eckenzahl
- α Mittelpunktswinkel
- β Eckenwinkel

Inkreisdurchmesser

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

Vielecksfläche

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

Umkreisdurchmesser

$$D = \sqrt{d^2 + l^2}$$

Seitenlänge

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$$

Beispiel:
Sechseck mit $D = 80 \text{ mm}$
 $l = ?$; $d = ?$; $A = ?$

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right) = 80 \text{ mm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{6}\right) = 40 \text{ mm}$$

$$d = \sqrt{D^2 - l^2} = \sqrt{6400 \text{ mm}^2 - 1600 \text{ mm}^2} = 69,282 \text{ mm}$$

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4} = \frac{6 \cdot 40 \text{ mm} \cdot 69,282 \text{ mm}}{4} = 4156,92 \text{ mm}^2$$

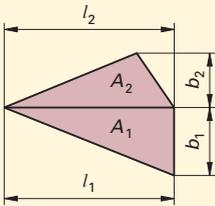
Mittelpunktswinkel

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

Eckenwinkel

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

Unregelmäßiges Vieleck



- A Gesamtfläche
- l_1, l_2 Länge
- A_1, A_2 Teilfläche
- b_1, b_2 Breite

Gesamtfläche

$$A = A_1 + A_2 + \dots$$

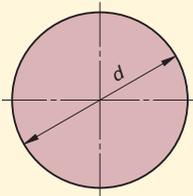
Beispiel:
 $l_1 = 80 \text{ mm}$; $l_2 = 80 \text{ mm}$; $b_1 = 40 \text{ mm}$;
 $b_2 = 30 \text{ mm}$
 $A_1 = ?$; $A_2 = ?$; $A = ?$

$$A_1 = \frac{l_1 \cdot b_1}{2} = \frac{80 \text{ mm} \cdot 40 \text{ mm}}{2} = 1600 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \frac{l_2 \cdot b_2}{2} = \frac{80 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm}}{2} = 1200 \text{ mm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 = 1600 \text{ mm}^2 + 1200 \text{ mm}^2 = 2800 \text{ mm}^2$$

Kreis



- A Fläche
- U Umfang
- d Durchmesser

Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Beispiel:
 $d = 60 \text{ mm}$; $A = ?$; $U = ?$

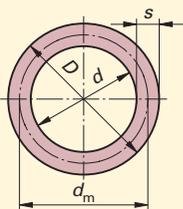
$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (60 \text{ mm})^2}{4} = 2827 \text{ mm}^2$$

$$U = \pi \cdot d = \pi \cdot 60 \text{ mm} = 188,5 \text{ mm}$$

Umfang

$$U = \pi \cdot d$$

Kreisring



- A Fläche
- s Dicke
- d_m mittlerer Durchmesser
- D Außendurchmesser
- d Innendurchmesser

Fläche

$$A = \pi \cdot d_m \cdot b$$

Beispiel: $D = 160 \text{ mm}$; $d = 125 \text{ mm}$; $A = ?$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot (160^2 \text{ mm}^2 - 125^2 \text{ mm}^2) = 7834 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$