



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Kraftfahrzeugtechnik

Tabellenbuch Fahrradtechnik

Bearbeitet von Gewerbelehrern, Ingenieuren und Sachverständigen

Lektorat: Dipl. Ing. Michael Gressmann, Borken (Hessen)

7. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL • Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf Straße 23 • 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 23315

Autoren: Gressmann, Michael
Herkendell, Franz
Brust, Ernst
Muschweck, Oliver
Leiner, Jens

Borken (Hessen)
Bonn
Schweinfurt
Feucht
Bremen

Unter Mitwirkung der Arbeitskreise „Tabellenbuch Metall“, „Tabellenbuch für Metallbau-
technik“ sowie „Tabellenbuch Kraftfahrzeugtechnik“

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Michael Gressmann

Bildbearbeitung: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Betreuung der Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

7. Auflage 2023

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern
identisch sind.

ISBN 978-3-7585-2288-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich
geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2023 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Specialized Germany GmbH, Holzkirchen-Foching; Brose Antriebstechnik GmbH und Co., Berlin

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Das **Tabellenbuch Fahrradtechnik** ergänzt und erweitert das Lehr- und Fachbuchangebot des Verlages im Bereich Fahrradtechnik. Es soll den Auszubildenden eine Hilfestellung bei Klassenarbeiten und in Zwischen- und Abschlussprüfungen sein.

Es dient als Nachschlagewerk für alle Sachgebiete rund um das Fahrrad:

- Mathematik und Physik
- Werkstoffe
- Gewinde
- Gangschaltung
- Bremse
- Elektrik und Licht
- Wartung und Pflege
- Formelsammlung
- Fahrradbauarten
- Rahmen
- Lager
- Räder und Reifen
- Federung
- Vermessung und Ergonomie

Ein weiterer Schwerpunkt ist die Formelsammlung um die Fachgebiete Magnetismus, Gleichstrom-Elektromotoren und Akkutechnik. Auf aktuellen Stand gebracht wurden die Fachbegriffe rund um das Elektrofahrrad. Auszüge aus der neuen (seit 2017 gültigen) Verordnung (EU) 168/2013, die Bestimmungen der zwei- und dreirädrigen Kraftfahrzeuge regelt, sind aufgenommen. Beispiele: Le1-A für das Pedelec 25 und L1e-B für das „schnelle“ Pedelec 45. Nach der verkehrsrechtlichen Zulassung der E-Scooter sind die technischen und gesetzlichen Bestimmungen der EKF (= Elektrokleinstfahrzeuge) aufgeführt.

Eine ausführliche Vokabelsammlung Englisch-Deutsch und Deutsch-Englisch mit allen Fachbegriffen der Fahrradtechnik und eine umfangreiche Sammlung von Fachbegriffen erleichtern die Lektüre von Prospekten, Werkstatthandbüchern und Bedienungsanleitungen. In dem Kapitel „Werkstatt und Verkauf“ sind die Arbeitswerte (AW) für Fahrräder und E-Bikes auf den aktuellen Stand (12/2019) gebracht.

In der vorliegenden **7. Auflage** sind die technischen Daten von ausgewählten E-Bike-Akkus, Radnabenmotoren und Getriebemotoren aufgenommen. Im Kapitel „Fahrradkomponenten“ wurden die Daten von Steckachsen und Kettenlinien von Mehrfachkettenrädern und Mehrfachritzel ergänzt.

Die alte Norm DIN 8187 „Fahrradketten“ ist weiterhin enthalten, da sie immer noch in den Werkstätten Anwendung findet. Aktuell hinzugekommen sind Zahnriemen und Änderungen in den lichttechnischen Vorschriften. Ein Vergleich von verschiedenen gängigen Nabenge trieben erleichtert die Beratung im Fahrradhandel und die Kaufentscheidung von Kunden.

Der Verlag und die Autoren bedanken sich für Rückmeldungen und Verbesserungsvorschläge aus Industrie, Handwerk, Handel und Schule (Hinweise bitte an lektorat@europa-lehrmittel.de).

Sommer 2023

Autoren und Verlag

Mathematik/
Physik/Technik

M

Technologie

T

Bauteile
Zubehör
Gewinde
Anziehmomente

B

Fahrradtypen
Komponenten
Fachbegriffe

F

Vermessung
Ergonomie

V

Reinigung
Pflege

R

Werkstatt
Verkauf
Allgemeines

W

Normen
Vorschriften
Gesetze
Vokabeln

N

Der Verlag und die Autoren bedanken sich bei den aufgeführten Firmen und Institutionen für die Bereitstellung von Bild- und Informationsmaterial.

ADFC Bremen	Go-One Beyss Leichtfahrzeuge Straelen	Sapim Wilrijk (Belgien)
AVK Industrievereinigung verstärkte Kunststoffe e.V. Frankfurt/Main	Grofa GmbH Bad Camberg	Schaeffler Technologies Herzogenaurach
BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung Berlin	Hase Spezialräder GmbH Waltrop	Schmidt Maschinenbau (SON) Tübingen
Basta Deutschland Schwerte	HP Velotechnik Kriftel	Schwalbe (R. Bohle) Reichshof
Bernds GmbH Überlingen	Humpert Wickede/Ruhr	Shimano (Paul Lange & Co.) Stuttgart
Bike-Components.de Aachen	Handwerkskammer Rhein-Main Frankfurt/M	Shock Service Center Rodalben
Brose Antriebstechnik GmbH Berlin	Heinzmann GmbH Schönau	Sigma Neustadt/Weinstraße
Bundesinnungsverband für das deutsche Zweiradmechaniker-Handwerk Bonn	Magura Bad Urach	Sqlab GmbH Strasslach
Busch & Müller Meinerzhagen	NC-17 Frechen	SRAM Schweinfurt
Cannondale Europe B.V. Allschwil BL (Schweiz)	OTOUPALÍK-Bikes Radball- und Kunsträder Kuřim (Tschechien)	Stadt Bonn Amt für Abfallwirtschaft Bonn
Continental Korbach	Ottozeus GmbH Zorneding	Utopia Velo GmbH Saarbrücken
Croozer GmbH Köln	Paul Lange & Co. Stuttgart	Velodata Stolberg
EFBe Prüftechnik GmbH Waltrop	Puky GmbH & Co. KG Wülfrath	Velotech.de Schweinfurt
ExtraEnergy e.V. Tanna	Robert Bosch GmbH Reutlingen	velotraum Weil der Stadt
Felt Bikes Edeweicht	Rohloff AG Fulda	Verlag Delius Klasing Bielefeld
GfT Gesellschaft für Tribologie e.V. Aachen	Ruderer Klebetechnik GmbH Zorneding	Wulfhorst Gütersloh
	R&G Faserverbundwerkstoffe GmbH Waldenbuch	Zweirad-Industrie-Verband (ZIV) Bad Soden am Taunus

M Mathematik/Physik/Technik	
Zahlentabellen	8
Winkelfunktionen	9
Rechenregeln	11
Zeichen und Umrechnungen	21
Einheiten und Größe	22
Formelsammlung	26
Formelsammlung Elektrotechnik	37
T Technologie	
Werkstoffe	53
Stoffwerte	53
Stahl- und Stählegierungen	55
Stahlrohre	69
Stahlsorten im Fahrradbau	70
Wärmebehandlung	71
Schwermetalle	75
Aluminium	76
Aluminiumrohre	78
Titan	79
Magnesium, Beryllium, Scandium	80
Zugfestigkeit, E-Modul	81
Faserverbundwerkstoffe	82
CFK-Schäden	88
CFK-Werkstoffprüfung	89
Kunststoffe	90
Werkstoffprüfung	96
Kunststoffe	96
Metalle	97
Zugversuch	97
Härteprüfung	98
Kerbschlagbiegeversuch	101
Scherversuch	101
Dauerschwingversuch	102
Wöhlerkurve	103
Schleiffunktenbilder	104
Festigkeitslehre	105
Festigkeit und Steifigkeit	105
Zulässige Spannungen	106
Belastungen und Beanspruchungen	107
Flächenmomente	108
Gestaltfestigkeit	110
Kerbwirkung	110
Korrosion	112
Korrosionsarten	112
Elektrochemische Spannungsreihe	112
Korrosionsschutz	113
Tribologie	114
Tribologisches System	114
Reibung	117
Verschleiß	120
Fertigungsverfahren	125
Bohren	125
Reiben	126
Gewindebohren- und schneiden	127
Sägen, Feilen, Schleifen	128
Drehen	129
Biegen	130
Weichlöten	132
Hartlöten	133
Gasschmelzschweißen	134
Lichtbogenhandschweißen	135
Schutzgasschweißen	137
Nahtformen, Nahtarten	139
Brennschneiden	139
Kleben	140
Passungen und Toleranzen	144
Grenzmaße	144
Passungssysteme	145
Allgemeintoleranzen	145
Einheitsbohrung, Einheitswelle	146
B Bauteile	
Lager	148
Gleitlager	148
Wälzlager	150
Rillenkugellager am Fahrrad	152

Nadellager	154	Fahrradanhänger	202
Lagerkugelgrößen, Fahrrad	154	Elektrofahrräder	203
Schrauben	155	EU-Richtlinie	206
Schraubenarten	155	E-Bike-Motoren	207
Torxschrauben	156	Bauteiletausch	215
Festigkeitsklassen von Schrauben	157	Akkumulatoren	217
Mindesteinschraubtiefen	157	Elektrokleinstfahrzeuge	218
Sechskantschrauben	158	Checkliste E-Scooter	221
Zylinderschrauben	159	Fachbegriffe Elektrofahrrad	223
Senkschrauben	160	Fachbegriffe Fahrrad	230
Blech schrauben	161	Messblatt Fahrrad	242
Muttern	163	Terminologie Rahmen	244
Mutternarten	163	Bodenfreiheit, Fußfreiheit	246
Festigkeitsklassen von Muttern	164	Rahmenhöhe, Rahmenkräfte	247
Sechskantmuttern, Splinte	165	Rahmengenometrie, (Auswahl)	248
Schraubensicherungen	166	Rahmeneigenschaften	251
Scheiben	169	Lenker	253
Stifte, Bolzen	170	Lenkparameter	257
Keile, Scheibenfedern	173	Gabel	258
Dichtelemente	173	Steuersatz	259
Blindniete	175	Naben, Einbaumaß	263
Druckfedern	176	Nabenarten	264
Schraubenfeder, Gasfeder	177	Tretlager (Innenlager)	265
Gewinde	178	Federung	269
Gewindeeinsätze	178	Getriebe	274
Schraubendreher	179	Planetengetriebe	276
Schlüsselweite	179	Kettenblatt	278
Reibungszahlen für Gewinde	181	Fahrradketten	279
Anziehmomente, Vorspannkräfte	182	Kettenlinie	282
Anziehmomente von Stahlschrauben	184	Zahnriemen	285
Gewinde im Fahrradbau	185	Ritzel	286
Fahrradgewinde DIN 79012	187	Q-Faktor	287
Britische Gewinde	188	Übersetzungen, Kettenschaltungen	288
Metrische ISO-Gewinde	189	Entfaltung, Nabenschaltungen	291
Rohrgewinde	190	Vergleich von Fahrradschaltungen	296
Anziehmomente, Fahrradteile	191	Kettenwerfer, Umwerfer	303
F Fahrradkomponenten		Schaltwerk, Schalthebel	304
Fahrradbauarten	195	Bremse	305
		Hydraulische Bremse	308

Scheibenbremse	311	W Werkstatt und Verkauf	Kennzeichnung von Gasflaschen	382	
Reifen	314		Sicherheitskennzeichen	383	
Rollwiderstand	320		Hautschutz	385	
Fahrradventile	323		Abfallbeseitigung	386	
Felgen	324		Werkzeugsatz	388	
Felgenband	329		Checkliste Fahrraddurchsicht	389	
Speichen	330		Checkliste Fahrradinnspektion	390	
Elektrik, Schaltzeichen	336		Werkstattkontrollbogen	391	
Dynamobauarten	338		Reparaturauftrag	392	
Reflektoren	341		Arbeitswerte Fahrrad und E-Bike	393	
Rücklichter	343		Fahrradmuseen	401	
Scheinwerfer	344		Zuschlagskalkulation	402	
Glühlampen	345		Berufsverbände, Schulen	403	
Lichttechnische Vorschriften	347				
V Vermessung, Ergonomie			N Normen, Gesetze, Vokabeln	Verkehrszeichen für Radfahrer	405
Luftwiderstand	349			Allgemeine Vorschriften für Radfahrer	407
Sitzgeometrie und Fahrradmaße	350	Bußgeldkatalog für Radfahrer		411	
Messblatt Fahrer	352	Radfahren mit Kindern		413	
Körpermaße	353	Benutzerinformation		417	
Positionsmaße	354	Unfallfasserfassung Fahrrad		418	
Tretkurbellänge	355	Unfallfasserfassung, Technische Fehler		419	
Rahmenhöhe	356	Fahrradrelevante Normen		420	
Sitzlänge	359	Normen Akkutechnik		423	
Stack to Reach	360	Reglement der UCI		425	
Sattel, Becken	360	Übersetzungsbeschränkungen im Radrennsport		429	
Fußstellung	362	Fachterminologie Englisch-Deutsch		430	
Hand	364	Fachterminologie Deutsch-Englisch		437	
Rücken, Sitzen	366	Fachbegriffe Fahrrad in 6 Sprachen	444		
Arbeit, Leistung, Energie	368	Sachwortverzeichnis	446		
Fachbegriffe Ergonomie	370				
R Reinigung und Pflege					
Reinigungs- und Konservierungsmittel	371				
Schmierstoffe	372				
Schmierfette	377				
Pasten, Sprays	379				

M

Quadratwurzel, Kreisfläche											
d	\sqrt{d}	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$	d	\sqrt{d}	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$	d	\sqrt{d}	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$	d	\sqrt{d}	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$
1	1,0000	0,7854	51	7,1414	2042,82	101	10,0499	8011,85	151	12,2882	17907,9
2	1,4142	3,1416	52	7,2111	2123,72	102	10,0995	8171,28	152	12,3288	18145,8
3	1,7321	7,0686	53	7,2801	2206,18	103	10,1489	8332,29	153	12,3693	18385,4
4	2,0000	12,5664	54	7,3485	2290,22	104	10,1980	8494,87	154	12,4097	18626,5
5	2,2361	19,6350	55	7,4162	2375,83	105	10,2470	8659,01	155	12,4499	18869,2
6	2,4495	28,2743	56	7,4833	2463,01	106	10,2956	8824,73	156	12,4900	19113,4
7	2,6458	38,4845	57	7,5498	2551,76	107	10,3441	8992,02	157	12,5300	19359,3
8	2,8284	50,2655	58	7,6158	2642,08	108	10,3923	9160,88	158	12,5698	19606,7
9	3,0000	63,6173	59	7,6811	2733,97	109	10,4403	9331,32	159	12,6095	19855,7
10	3,1623	78,5398	60	7,7460	2827,43	110	10,4881	9503,32	160	12,6491	20106,2
11	3,3166	95,0332	61	7,8102	2922,47	111	10,5357	9676,89	161	12,6886	20358,3
12	3,4641	113,097	62	7,8740	3019,07	112	10,5830	9852,03	162	12,7279	20612,0
13	3,6056	132,732	63	7,9373	3117,25	113	10,6301	10028,7	163	12,7671	20867,2
14	3,7417	153,938	64	8,0000	3216,99	114	10,6771	10207,0	164	12,8062	21124,1
15	3,8730	176,715	65	8,0623	3318,31	115	10,7238	10386,9	165	12,8452	21382,5
16	4,0000	201,062	66	8,1240	3421,19	116	10,7703	10568,3	166	12,8841	21642,4
17	4,1231	226,980	67	8,1854	3525,65	117	10,8167	10751,3	167	12,9228	21904,0
18	4,2426	254,469	68	8,2462	3631,68	118	10,8628	10935,9	168	12,9615	22167,1
19	4,3589	283,529	69	8,3066	3739,28	119	10,9087	11122,0	169	13,0000	22431,8
20	4,4721	314,159	70	8,3666	3848,45	120	10,9545	11309,7	170	13,0384	22698,0
21	4,5826	346,361	71	8,4261	3959,19	121	11,0000	11499,0	171	13,0767	22965,8
22	4,6904	380,133	72	8,4853	4071,50	122	11,0454	11689,9	172	13,1149	23235,2
23	4,7958	415,476	73	8,5440	4185,39	123	11,0905	11882,3	173	13,1529	23506,2
24	4,8990	452,389	74	8,6023	4300,84	124	11,1355	12076,3	174	13,1909	23778,7
25	5,0000	490,874	75	8,6603	4417,86	125	11,1803	12271,8	175	13,2288	24052,8
26	5,0990	530,929	76	8,7178	4536,46	126	11,2250	12469,0	176	13,2665	24328,5
27	5,1962	572,555	77	8,7750	4656,63	127	11,2694	12667,7	177	13,3041	24605,7
28	5,2915	615,752	78	8,8318	4778,36	128	11,3137	12868,0	178	13,3417	24884,6
29	5,3852	660,520	79	8,8882	4901,67	129	11,3578	13069,8	179	13,3791	25164,9
30	5,4772	706,858	80	8,9443	5026,55	130	11,4018	13273,2	180	13,4164	25446,9
31	5,5678	754,768	81	9,0000	5153,00	131	11,4455	13478,2	181	13,4536	25730,4
32	5,6569	804,248	82	9,0554	5281,02	132	11,4891	13684,8	182	13,4907	26015,5
33	5,7446	855,299	83	9,1104	5410,61	133	11,5326	13892,9	183	13,5277	26302,2
34	5,8310	907,920	84	9,1652	5541,77	134	11,5758	14102,6	184	13,5647	26590,4
35	5,9161	962,113	85	9,2195	5674,50	135	11,6190	14313,9	185	13,6015	26880,3
36	6,0000	1017,88	86	9,2736	5808,80	136	11,6619	14526,7	186	13,6382	27171,6
37	6,0828	1075,21	87	9,3274	5944,68	137	11,7047	14741,1	187	13,6748	27464,6
38	6,1644	1134,11	88	9,3808	6082,12	138	11,7473	14957,1	188	13,7113	27759,1
39	6,2450	1194,59	89	9,4340	6221,14	139	11,7898	15174,7	189	13,7477	28055,2
40	6,3246	1256,64	90	9,4868	6361,73	140	11,8322	15393,8	190	13,7840	28352,9
41	6,4031	1320,25	91	9,5394	6503,88	141	11,8743	15614,5	191	13,8203	28652,1
42	6,4807	1385,44	92	9,5917	6647,61	142	11,9164	15836,8	192	13,8564	28952,9
43	6,5574	1452,20	93	9,6437	6792,91	143	11,9583	16060,6	193	13,8924	29255,3
44	6,6332	1520,53	94	9,6954	6939,78	144	12,0000	16286,0	194	13,9284	29559,2
45	6,7082	1590,43	95	9,7468	7088,22	145	12,0416	16513,0	195	13,9642	29864,8
46	6,7823	1661,90	96	9,7980	7238,23	146	12,0830	16741,5	196	14,0000	30171,9
47	6,8557	1734,94	97	9,8489	7389,81	147	12,1244	16971,7	197	14,0357	30480,5
48	6,9282	1809,56	98	9,8995	7542,96	148	12,1655	17203,4	198	14,0712	30790,7
49	7,0000	1885,74	99	9,9499	7697,69	149	12,2066	17436,6	199	14,1067	31102,6
50	7,0711	1963,50	100	10,0000	7853,98	150	12,2474	17671,5	200	14,1421	31415,9

Die für \sqrt{d} und A angegebenen Werte sind gerundet.

Winkelfunktionen Sinus und Cosinus																	
Grad	Sinus 0° ... 45°								Grad	Sinus 45° ... 90°							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	0'		10'	20'	30'	40'	50'	60'		
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89	45	0,7071	0,7092	0,7112	0,7133	0,7153	0,7173	0,7193	44
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88	46	0,7193	0,7214	0,7234	0,7254	0,7274	0,7294	0,7314	43
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494	0,0523	87	47	0,7314	0,7333	0,7353	0,7373	0,7392	0,7412	0,7431	42
3	0,0523	0,0552	0,0581	0,0610	0,0640	0,0669	0,0698	86	48	0,7431	0,7451	0,7470	0,7490	0,7509	0,7528	0,7547	41
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843	0,0872	85	49	0,7547	0,7566	0,7585	0,7604	0,7623	0,7642	0,7660	40
5	0,0872	0,0901	0,0929	0,0958	0,0987	0,1016	0,1045	84	50	0,7660	0,7679	0,7698	0,7716	0,7735	0,7753	0,7771	39
6	0,1045	0,1074	0,1103	0,1132	0,1161	0,1190	0,1219	83	51	0,7771	0,7790	0,7808	0,7826	0,7844	0,7862	0,7880	38
7	0,1219	0,1248	0,1276	0,1305	0,1334	0,1363	0,1392	82	52	0,7880	0,7898	0,7916	0,7934	0,7951	0,7969	0,7986	37
8	0,1392	0,1421	0,1449	0,1478	0,1507	0,1536	0,1564	81	53	0,7986	0,8004	0,8021	0,8039	0,8056	0,8073	0,8090	36
9	0,1564	0,1593	0,1622	0,1650	0,1679	0,1708	0,1736	80	54	0,8090	0,8107	0,8124	0,8141	0,8158	0,8175	0,8192	35
10	0,1736	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	79	55	0,8192	0,8208	0,8225	0,8241	0,8258	0,8274	0,8290	34
11	0,1908	0,1937	0,1965	0,1994	0,2022	0,2051	0,2079	78	56	0,8290	0,8307	0,8323	0,8339	0,8355	0,8371	0,8387	33
12	0,2079	0,2108	0,2136	0,2164	0,2193	0,2221	0,2250	77	57	0,8387	0,8403	0,8418	0,8434	0,8450	0,8465	0,8480	32
13	0,2250	0,2278	0,2306	0,2334	0,2363	0,2391	0,2419	76	58	0,8480	0,8496	0,8511	0,8526	0,8542	0,8557	0,8572	31
14	0,2419	0,2447	0,2476	0,2504	0,2532	0,2560	0,2588	75	59	0,8572	0,8587	0,8601	0,8616	0,8631	0,8646	0,8660	30
15	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	74	60	0,8660	0,8675	0,8689	0,8704	0,8718	0,8732	0,8746	29
16	0,2756	0,2784	0,2812	0,2840	0,2868	0,2896	0,2924	73	61	0,8746	0,8760	0,8774	0,8788	0,8802	0,8816	0,8829	28
17	0,2924	0,2952	0,2979	0,3007	0,3035	0,3062	0,3090	72	62	0,8829	0,8843	0,8857	0,8870	0,8884	0,8897	0,8910	27
18	0,3090	0,3118	0,3145	0,3173	0,3201	0,3228	0,3256	71	63	0,8910	0,8923	0,8936	0,8949	0,8962	0,8975	0,8988	26
19	0,3256	0,3283	0,3311	0,3338	0,3365	0,3393	0,3420	70	64	0,8988	0,9001	0,9013	0,9026	0,9038	0,9051	0,9063	25
20	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	69	65	0,9063	0,9075	0,9088	0,9100	0,9112	0,9124	0,9135	24
21	0,3584	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3746	68	66	0,9135	0,9147	0,9159	0,9171	0,9182	0,9194	0,9205	23
22	0,3746	0,3773	0,3800	0,3827	0,3854	0,3881	0,3907	67	67	0,9205	0,9216	0,9228	0,9239	0,9250	0,9261	0,9272	22
23	0,3907	0,3934	0,3961	0,3987	0,4014	0,4041	0,4067	66	68	0,9272	0,9283	0,9293	0,9304	0,9315	0,9325	0,9336	21
24	0,4067	0,4094	0,4120	0,4147	0,4173	0,4200	0,4226	65	69	0,9336	0,9346	0,9356	0,9367	0,9377	0,9387	0,9397	20
25	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	64	70	0,9397	0,9407	0,9417	0,9426	0,9436	0,9446	0,9455	19
26	0,4384	0,4410	0,4436	0,4462	0,4488	0,4514	0,4540	63	71	0,9455	0,9465	0,9474	0,9483	0,9492	0,9502	0,9511	18
27	0,4540	0,4566	0,4592	0,4617	0,4843	0,4669	0,4695	62	72	0,9511	0,9520	0,9528	0,9537	0,9546	0,9555	0,9563	17
28	0,4695	0,4720	0,4746	0,4772	0,4797	0,4823	0,4848	61	73	0,9563	0,9572	0,9580	0,9588	0,9596	0,9605	0,9613	16
29	0,4848	0,4874	0,4899	0,4924	0,4950	0,4975	0,5000	60	74	0,9613	0,9621	0,9628	0,9636	0,9644	0,9652	0,9659	15
30	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	59	75	0,9659	0,9667	0,9674	0,9681	0,9689	0,9696	0,9703	14
31	0,5150	0,5175	0,5200	0,5225	0,5250	0,5275	0,5299	58	76	0,9703	0,9710	0,9717	0,9724	0,9730	0,9737	0,9744	13
32	0,5299	0,5324	0,5348	0,5373	0,5398	0,5422	0,5446	57	77	0,9744	0,9750	0,9757	0,9763	0,9769	0,9775	0,9781	12
33	0,5446	0,5471	0,5495	0,5519	0,5544	0,5568	0,5592	56	78	0,9781	0,9787	0,9793	0,9799	0,9805	0,9811	0,9816	11
34	0,5592	0,5616	0,5640	0,5664	0,5688	0,5712	0,5736	55	79	0,9816	0,9822	0,9827	0,9833	0,9838	0,9843	0,9848	10
35	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	54	80	0,9848	0,9853	0,9858	0,9863	0,9868	0,9872	0,9877	9
36	0,5878	0,5901	0,5925	0,5948	0,5972	0,5995	0,6018	53	81	0,9877	0,9881	0,9886	0,9890	0,9894	0,9899	0,9903	8
37	0,6018	0,6041	0,6065	0,6088	0,6111	0,6134	0,6157	52	82	0,9903	0,9907	0,9911	0,9914	0,9918	0,9922	0,9925	7
38	0,6157	0,6180	0,6202	0,6225	0,6248	0,6271	0,6293	51	83	0,9925	0,9929	0,9932	0,9936	0,9939	0,9942	0,9945	6
39	0,6293	0,6316	0,6338	0,6361	0,6383	0,6406	0,6428	50	84	0,9945	0,9948	0,9951	0,9954	0,9957	0,9959	0,9962	5
40	0,6428	0,6450	0,6472	0,6494	0,6517	0,6539	0,6561	49	85	0,9962	0,9964	0,9967	0,9969	0,9971	0,9974	0,9976	4
41	0,6561	0,6583	0,6604	0,6626	0,6648	0,6670	0,6691	48	86	0,9976	0,9978	0,9980	0,9981	0,9983	0,9985	0,9986	3
42	0,6691	0,6713	0,6734	0,6756	0,6777	0,6799	0,6820	47	87	0,9986	0,9988	0,9989	0,9990	0,9992	0,9993	0,9994	2
43	0,6820	0,6841	0,6862	0,6884	0,6905	0,6926	0,6947	46	88	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	1
44	0,6947	0,6967	0,6988	0,7009	0,7030	0,7050	0,7071	45	89	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,0000	0

Minuten ← Grad
Cosinus 45° ... 90°

Minuten ← Grad
Cosinus 0° ... 45°

M

Winkelfunktionen Tangens und Cotangens

Tangens 0° ... 45°								Tangens 45° ... 90°									
Grad	Minuten							Grad	Minuten								
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89	45	1,0000	1,0058	1,0117	1,0176	1,0235	1,0295	1,0355	44
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88	46	1,0355	1,0416	1,0477	1,0538	1,0599	1,0661	1,0724	43
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524	87	47	1,0724	1,0786	1,0850	1,0913	1,0977	1,1041	1,1106	42
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699	86	48	1,1106	1,1171	1,1237	1,1303	1,1369	1,1436	1,1504	41
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875	85	49	1,1504	1,1571	1,1640	1,1708	1,1778	1,1847	1,1918	40
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84	50	1,1918	1,1988	1,2059	1,2131	1,2203	1,2276	1,2349	39
6	0,1051	0,1080	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228	83	51	1,2349	1,2423	1,2497	1,2572	1,2647	1,2723	1,2799	38
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405	82	52	1,2799	1,2876	1,2954	1,3032	1,3111	1,3190	1,3270	37
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584	81	53	1,3270	1,3351	1,3432	1,3514	1,3597	1,3680	1,3764	36
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763	80	54	1,3764	1,3848	1,3934	1,4019	1,4106	1,4193	1,4281	35
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	79	55	1,4281	1,4370	1,4460	1,4550	1,4641	1,4733	1,4826	34
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126	78	56	1,4826	1,4919	1,5013	1,5108	1,5204	1,5301	1,5399	33
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2247	0,2278	0,2309	77	57	1,5399	1,5497	1,5597	1,5697	1,5798	1,5900	1,6003	32
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493	76	58	1,6003	1,6107	1,6213	1,6318	1,6426	1,6534	1,6643	31
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2679	75	59	1,6643	1,6753	1,6864	1,6977	0,7090	1,7205	1,7321	30
15	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74	60	1,7321	1,7438	1,7556	1,7675	1,7796	1,7917	1,8041	29
16	0,2867	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3026	0,3057	73	61	1,8041	1,8165	1,8291	1,8418	1,8546	1,8676	1,8807	28
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249	72	62	1,8807	1,8940	1,9074	1,9210	1,9347	1,9486	1,9626	27
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443	71	63	1,9626	1,9768	1,9912	2,0057	2,0204	2,0353	2,0503	26
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640	70	64	2,0503	2,0655	2,0809	2,0965	2,1123	2,1283	2,1445	25
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69	65	2,1445	2,1609	2,1775	2,1943	2,2113	2,2286	2,2460	24
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4006	0,4040	68	66	2,2460	2,2637	2,2817	2,2998	2,3183	2,3369	2,3559	23
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4210	0,4245	67	67	2,3559	2,3750	2,3945	2,4142	2,4342	2,4545	2,4751	22
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4417	0,4452	66	68	2,4751	2,4960	2,5172	2,5387	2,5605	2,5826	2,6051	21
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663	65	69	2,6051	2,6279	2,6511	2,6746	2,6985	2,7228	2,7475	20
25	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64	70	2,7475	2,7725	2,7980	2,8239	2,8502	2,8770	2,9042	19
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095	63	71	2,9042	2,9319	2,9600	2,9887	3,0178	3,0475	3,0777	18
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317	62	72	3,0777	3,1084	3,1397	3,1716	3,2041	3,2371	3,2709	17
28	0,5317	0,5354	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5543	61	73	3,2709	3,3052	3,3402	3,3759	3,4124	3,4495	3,4874	16
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5658	0,5696	0,5735	0,5774	60	74	3,4874	3,5261	3,5656	3,6059	3,6470	3,6891	3,7321	15
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5939	0,5989	0,6009	59	75	3,7321	3,7760	3,8208	3,8667	3,9136	3,9617	4,0108	14
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6249	58	76	4,0108	4,0611	4,1126	4,1653	4,2193	4,2747	4,3315	13
32	0,6249	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494	57	77	4,3315	4,3897	4,4494	4,5107	4,5736	4,6383	4,7046	12
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745	56	78	4,7046	4,7729	4,8430	4,9152	4,9894	5,0658	5,1446	11
34	0,6745	0,6787	0,6833	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002	55	79	5,1446	5,2257	5,3093	5,3955	5,4845	5,5764	5,6713	10
35	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54	80	5,6713	5,7694	5,8708	5,9758	6,0844	6,1970	6,3138	9
36	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536	53	81	6,3138	6,4348	6,5605	6,6912	6,8269	6,9682	7,1154	8
37	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813	52	82	7,1154	7,2687	7,4287	7,5958	7,7704	7,9530	8,1444	7
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098	51	83	8,1444	8,3450	8,5556	8,7769	9,0098	9,2553	9,5144	6
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391	50	84	9,5144	9,7882	10,0780	10,3854	10,7119	11,0594	11,4301	5
40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49	85	11,4301	11,8262	12,2505	12,7062	13,1969	13,7267	14,3007	4
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004	48	86	14,3007	14,9244	15,6048	16,3499	17,1693	18,0750	19,0811	3
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325	47	87	19,0811	20,2056	21,4704	22,9038	24,5418	26,4316	28,6363	2
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657	46	88	28,6363	31,2416	34,3678	38,1885	42,9641	49,1039	57,2900	1
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1,0000	45	89	57,2900	68,7501	85,9398	114,5887	171,8854	343,7737	∞	0
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad		60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad
	Cotangens 45° ... 90°								Cotangens 0° ... 45°								

Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

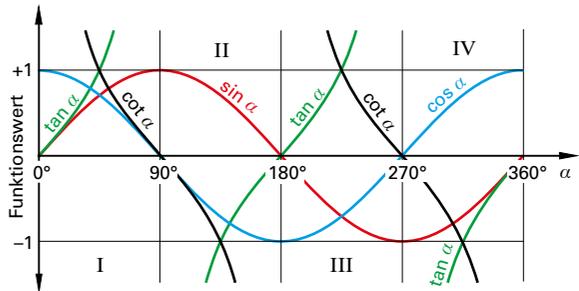
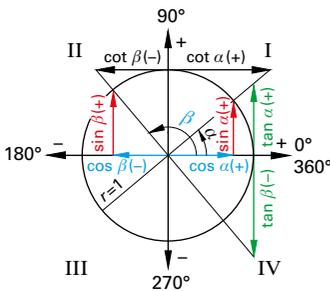
Definitionen

Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck	Bezeichnungen der Seitenverhältnisse	Anwendungen	
		für α	für β
<p>c Hypotenuse a Gegenkathete von α b Ankathete von α</p>	<p>Sinus = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$</p>	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin \beta = \frac{b}{c}$
	<p>Cosinus = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$</p>	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$
<p>c Hypotenuse a Ankathete von β b Gegenkathete von β</p>	<p>Tangens = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$</p>	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
	<p>Cotangens = $\frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$</p>	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$	$\cot \beta = \frac{a}{b}$

Verlauf der Winkelfunktionen zwischen 0° und 360°

Darstellung am Einheitskreis

Verlauf der Winkelfunktionen



Die Werte der Winkelfunktionen von Winkeln $> 90^\circ$ können auf die Werte der Winkel zwischen 0° und 90° zurückgeführt und dann aus Tabellen abgelesen werden. Das Vorzeichen der Funktionswerte ergibt sich aus dem Verlaufsdiagramm. Taschenrechner mit Winkelfunktionen geben die Werte und das Vorzeichen für beliebige Winkel direkt aus.

Beispiel: Bezeichnungen für den II. Quadranten

Beziehungen	Beispiel: Funktionswerte für den Winkel 120° ($\alpha = 30^\circ$ in den Formeln)		
$\sin(90^\circ + \alpha) = +\cos \alpha$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$	$\sin(90^\circ + 30^\circ) = \sin 120^\circ = +0,8660$ $\cos(90^\circ + 30^\circ) = \cos 120^\circ = -0,5000$ $\tan(90^\circ + 30^\circ) = \tan 120^\circ = -1,7321$	$\cos 30^\circ = +0,8660$ $-\sin 30^\circ = -0,5000$ $-\cot 30^\circ = -1,7321$	

Funktionswerte für ausgewählte Winkel

Funktion	0°	90°	180°	270°	360°	Funktion	0°	90°	180°	270°	360°
sin	0	+1	0	-1	0	tan	0	∞	0	∞	0
cos	+1	0	-1	0	+1	cos	∞	0	∞	0	∞

Beziehungen zwischen den Funktionen eines Winkels

	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$
	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
	<p>Beispiel: Berechnung von $\tan \alpha$ aus $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ für $\alpha = 30^\circ$: $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha = 0,5000 / 0,8660 = 0,5774$</p>	

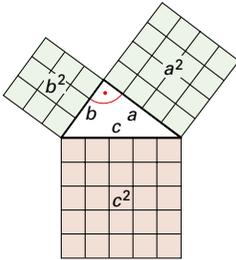
M

Klammerrechnung		
Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Ein Klammerausdruck wird mit einem Faktor multipliziert, indem man jedes Glied der Klammer mit dem Faktor multipliziert.	$7 \cdot (4 + 5)$ $= 7 \cdot 4 + 7 \cdot 5 = 63$	$a \cdot (b + c)$ $= ab + ac$
Ein Klammerausdruck wird mit einem Klammerausdruck multipliziert, indem man jedes Glied der einen Klammer mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert.	$(3 + 5) \cdot (10 - 7)$ $= 3 \cdot 10 + 3 \cdot (-7) + 5 \cdot 10 + 5 \cdot (-7)$ $= 30 - 21 + 50 - 35 = 24$	$(a + b) \cdot (c - d)$ $= ac - ad + bc - bd$
Ein Klammerausdruck wird durch einen Wert (Zahl, Buchstabe, Klammerausdruck) dividiert, indem man jedes Glied in der Klammer durch diesen Wert dividiert.	$(16 - 4) : 4$ $= 16 : 4 - 4 : 4$ $= 4 - 1 = 3$	$(a + b) : c = a : c + b : c$ $\frac{a - b}{b} = \frac{a}{b} - 1$
Ein Bruchstrich fasst Ausdrücke in gleicher Weise zusammen wie eine Klammer.	$\frac{3 + 4}{2} = (3 + 4) : 2$	$\frac{a + b}{2} \cdot h = (a + b) \cdot \frac{h}{2}$
Bei gemischten Punkt- und Strichrechnungen mit Klammerausdrücken müssen zuerst die Klammern aufgelöst und danach die Punkt- und dann die Strichrechnung ausgeführt werden.	$= 8 \cdot (3 - 2) + 4 \cdot (16 \cdot 5)$ $= 8 \cdot 1 + 4 \cdot 11$ $= 8 + 44 = 52$	$= a \cdot (3x - 5x) - b \cdot (12y - 2y)$ $= a \cdot (-2x) - b \cdot 10y$ $= -2ax - 10by$
Potenzieren		
Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.	$3^2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ $= 3^5$ oder $3^2 \cdot 3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5$	$x^4 \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ $= x^6$ oder $x^4 \cdot x^2 = x^{(4+2)} = x^6$
Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.	$\frac{4^3}{4^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4} = 4$ oder $4^3 : 4^2 = 4^{(3-2)} = 4^1 = 4$	$\frac{m^2}{m^3} = \frac{m \cdot m}{m \cdot m \cdot m} = \frac{1}{m} = m^{-1}$ oder $m^2 : m^3 = m^{(2-3)} = m^{-1}$
Werden Potenzen mit einem Faktor multipliziert, so muss zuerst die Potenz berechnet werden. Potenzrechnung geht vor Punktrechnung.	$6 \cdot 10^3 = 6 \cdot 1000$ $= 6000$ $7 \cdot 10^{-2} = 7 \cdot \frac{1}{100} = 0,07$	$a \cdot 10^2 = a \cdot 100 = 100a$ $b \cdot 10^{-1} = b \cdot \frac{1}{10} = 0,1b$
Jede Potenz mit dem Exponenten Null hat den Wert 1.	$\frac{10^4}{10^4} = 10^{(4-4)} = 10^0 = 1$	$(m + n)^0 = 1$
Radizieren und Wurzelziehen		
Ist der Radikand ein Produkt, so kann die Wurzel entweder aus dem Produkt oder aus jedem einzelnen Faktor gezogen werden.	$\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12$ oder $\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$	$\sqrt[3]{(a \cdot b)} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$
Ist der Radikand eine Summe oder eine Differenz, so kann nur aus dem Ergebnis die Wurzel gezogen werden.	$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$	$\sqrt[3]{a - b} = \sqrt[3]{(a - b)}$
Eine Wurzel kann als Potenz geschrieben werden.	$\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}} = 3^3 \cdot \frac{1}{2} = 3^{\frac{3}{2}} = 3^1 = 3$	$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

Bruchrechnung		
Regel	Zahlenbeispiel	Algebraisches Beispiel
Gleichnamige Brüche werden addiert oder subtrahiert, indem man die Zähler addiert oder subtrahiert und die Nenner unverändert lässt.	$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5+2-1}{8}$ $= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	$\frac{5}{a} - \frac{3}{a} + \frac{7}{a} = \frac{5-3+7}{a}$ $= \frac{9}{a}$
Bei ungleichnamigen Brüchen muss zuerst der Hauptnenner gebildet werden, um sie addieren bzw. subtrahieren zu können. Der Hauptnenner ist der kleinste gemeinsame Nenner, in dem die Nenner aller Brüche ganzzahlig enthalten sind. Die Brüche werden durch Erweitern auf den Hauptnenner gebracht.	$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} =$ <p style="text-align: center;">Hauptnenner = 12</p> $= \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3}$ $= \frac{6}{12} + \frac{8}{12} - \frac{9}{12}$ $= \frac{6+8-9}{12} = \frac{5}{12}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} =$ <p style="text-align: center;">Hauptnenner = $b \cdot d$</p> $= \frac{a \cdot b}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{b \cdot d}$ $= \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$
Ein Bruch wird mit einem anderen multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$	$\frac{a}{d} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
Ein Bruch wird durch einen anderen Bruch dividiert, indem man den Dividenten (Bruch im Zähler) mit dem Kehrwert des Divisors (Bruch im Nenner) multipliziert.	$\frac{3}{4} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 3}$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$
Vorzeichenregeln		
Haben zwei Faktoren gleiche Vorzeichen, so wird das Produkt positiv .	$2 \cdot 5 = 10$ $(-2) \cdot (-5) = 10$	$a \cdot x = ax$ $(-a) \cdot (-x) = ax$
Haben zwei Faktoren unterschiedliche Vorzeichen, so wird das Produkt negativ .	$3 \cdot (-8) = -24$ $(-3) \cdot 8 = -24$	$a \cdot (-x) = -ax$ $(-a) \cdot x = -ax$
Haben Zähler und Nenner bzw. Divident und Divisor gleiche Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient positiv .	$\frac{15}{3} = 15 : 3 = 5$ $-15 / -3 = (-15) : (-3) = 5$	$\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Haben Zähler und Nenner bzw. Divident und Divisor unterschiedliche Vorzeichen, so ist der Bruch bzw. der Quotient negativ .	$\frac{15}{-3} = 15 : (-3) = -5$ $\frac{-15}{3} = (-15) : 3 = -5$	$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$
Punktrechnungen (· und :) müssen vor Strichrechnungen (+ und -) ausgeführt werden.	$8 \cdot 4 - 18 \cdot 3 = 32 - 54$ $= -22$ $\frac{16}{4} + \frac{20}{5} - \frac{18}{3} = 4 + 4 - 6$ $= 2$	$8a \cdot b - c \cdot 3d$ $= 4ab - 3cd$
Klammerrechnung		
Klammern, vor denen ein Pluszeichen steht, können weggelassen werden. Die Vorzeichen der Glieder bleiben dann unverändert.	$16 + (9 - 5)$ $= 16 + 9 - 5$ $= 20$	$a + (b - c)$ $= a + b - c$
Klammern, vor denen ein Minuszeichen steht, können nur aufgelöst (weggelassen) werden, wenn alle Summanden (Glieder in der Klammer) entgegengesetzte Vorzeichen erhalten.	$16 - (9 - 5)$ $= 16 - 9 + 5$ $= 12$	$a - (b - c)$ $= a - b + c$

Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck

Lehrsatz des Pythagoras



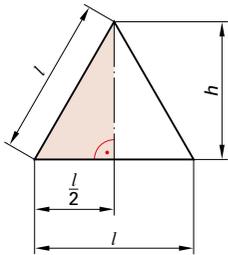
Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

a Kathete *c* Hypotenuse
b Kathete

$$c^2 = a^2 + b^2$$

1. Beispiel: $a = 9 \text{ mm}; b = 12 \text{ mm}; c = ?$
 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(9 \text{ mm})^2 + (12 \text{ mm})^2} = 15 \text{ mm}$

2. Beispiel: $c = 35 \text{ mm}; a = 21 \text{ mm}; b = ?$
 $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$



Im **gleichseitigen Dreieck** ergibt sich für die Höhe nach dem Lehrsatz des Pythagoras:

h Höhe *A* Fläche
l Seitenlänge

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

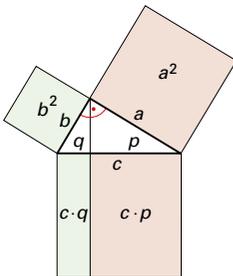
Beispiel: Gleichseitiges Dreieck:
 $l = 50 \text{ mm}; A = ?; h = ?$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot (50 \text{ mm})^2 = 1082,5 \text{ mm}^2$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 50 \text{ mm} = 43,3 \text{ mm}$$

Lehrsatz des Euklid (Kathetensatz)



Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich einem Rechteck aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt.

a, b Fläche *p, q* Hypotenusenabschnitt
c Hypotenuse

$$a^2 = c \cdot p$$

Beispiel: Ein Rechteck mit $c = 6 \text{ cm}$ und $p = 3 \text{ cm}$ soll in ein flächengleiches Quadrat verwandelt werden.

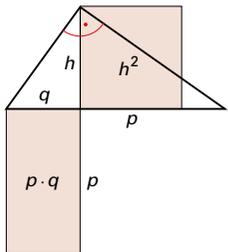
$$b^2 = c \cdot q$$

Wie groß ist die Quadratseite *a*?

$$a^2 = c \cdot p$$

$$a = \sqrt{c \cdot p} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}} = 4,24 \text{ cm}$$

Höhensatz



Das Quadrat über der Höhe *h* ist flächengleich dem Rechteck aus Hypotenusenabschnitt *p* und *q*.

h Höhe *p, q* Hypotenusenabschnitt

$$h^2 = p \cdot q$$

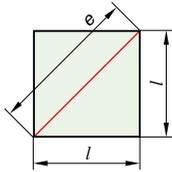
Beispiel: Rechtwinkliges Dreieck
 $p = 6 \text{ cm}; q = 2 \text{ cm}; h = ?$

$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} = \sqrt{12 \text{ cm}^2} = 3,46 \text{ cm}$$

Flächen

Quadrat



A Fläche e Eckenmaß
 l Seitenlänge

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

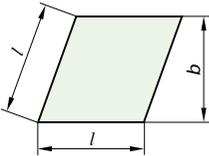
Beispiel: $l = 14 \text{ mm}$; $A = ?$; $e = ?$

$$A = l^2 = (14 \text{ mm})^2 = 196 \text{ mm}^2$$

$$e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2} \cdot 14 \text{ mm} = 19,8 \text{ mm}$$

$$A = l^2$$

Rhombus (Raute)



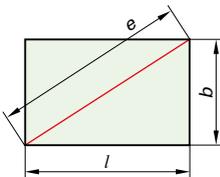
A Fläche b Breite
 l Seitenlänge

Beispiel: $l = 9 \text{ mm}$; $b = 8,5 \text{ mm}$; $A = ?$

$$A = l \cdot b = 9 \text{ mm} \cdot 8,5 \text{ mm} = 76,5 \text{ mm}^2$$

$$A = l \cdot b$$

Rechteck



A Fläche b Breite
 l Länge e Eckenmaß

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

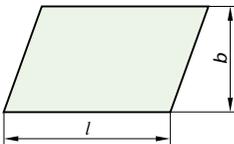
Beispiel: $l = 12 \text{ mm}$; $b = 11 \text{ mm}$; $A = ?$; $e = ?$

$$A = l \cdot b = 12 \text{ mm} \cdot 11 \text{ mm} = 132 \text{ mm}^2$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(12 \text{ mm})^2 + (11 \text{ mm})^2} = \sqrt{265 \text{ mm}^2} = 16,28 \text{ mm}$$

$$A = l \cdot b$$

Rhomboid (Parallelogramm)



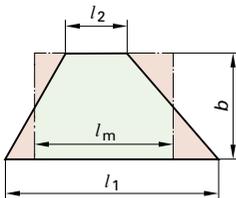
A Fläche b Breite
 l Länge

Beispiel: $l = 36 \text{ mm}$; $b = 15 \text{ mm}$; $A = ?$

$$A = l \cdot b = 36 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm} = 540 \text{ mm}^2$$

$$A = l \cdot b$$

Trapez



A Fläche l_m mittlere Länge
 l_1 große Länge b Breite
 l_2 kleine Länge

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

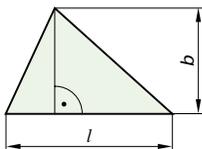
Beispiel: $l_1 = 23 \text{ mm}$; $l_2 = 20 \text{ mm}$; $b = 17 \text{ mm}$;

$$A = ?$$

$$A = \frac{l_2 + l_1}{2} \cdot b = \frac{23 \text{ mm} + 20 \text{ mm}}{2} \cdot 17 \text{ mm} = 365,5 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

Dreieck



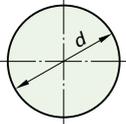
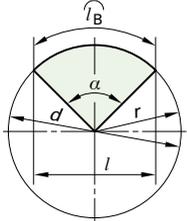
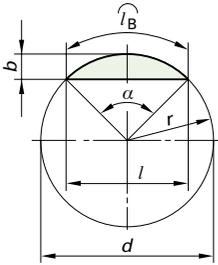
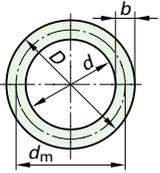
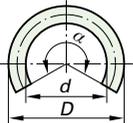
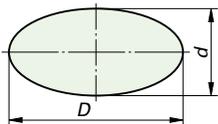
A Fläche b Breite
 l Seitenlänge

Beispiel: $l_1 = 14 \text{ mm}$; $b = 29 \text{ mm}$; $A = ?$

$$A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{62 \text{ mm} \cdot 29 \text{ mm}}{2} = 899 \text{ mm}^2$$

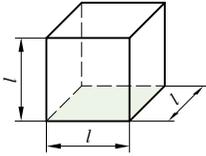
$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

M

<p>Kreis</p> 	<p>A Fläche U Umfang b Durchmesser Beispiel: $d = 60 \text{ mm}$; $A = ?$; $U = ?$ $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (60 \text{ mm})^2}{4} = 2827 \text{ mm}^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 60 \text{ mm} = 188,5 \text{ mm}$</p>	$U = \pi \cdot d$ $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$
<p>Kreisausschnitt</p> 	<p>A Fläche l Sehnenlänge d Durchmesser r Radius l_B Bogenlänge α Mittelpunktswinkel Beispiel: $d = 48 \text{ mm}$; $\alpha = 110^\circ$; $l_B = ?$; $A = ?$ $l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 24 \text{ mm} \cdot 110^\circ}{180^\circ} = 46,1 \text{ mm}$ $A = \frac{l_B \cdot r}{2} = \frac{46,1 \text{ mm} \cdot 24 \text{ mm}}{2} = 553 \text{ mm}^2$</p>	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ $A = \frac{l_B \cdot r}{2}$ $l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ $l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$
<p>Kreisabschnitt</p> 	<p>A Fläche b Breite d Durchmesser r Radius l_B Bogenlänge α Mittelpunktswinkel l Sehnenlänge Beispiel: $b = 15,1 \text{ mm}$; $l_B = 62,83 \text{ mm}$; $l = 52 \text{ mm}$; $d = 60 \text{ mm}$; $A = ?$ $A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$ $= \frac{(62,83 \cdot 30) \text{ mm}^2 - 52 \cdot (30 - 15,1) \text{ mm}^2}{2}$ $= 555,1 \text{ mm}^2$</p>	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$ $A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r - b)}{2}$ $l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ $l = 2 \cdot \sqrt{b \cdot (2 \cdot r - b)}$ $b = \frac{l}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{4}; \quad b = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}$ $l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}; \quad r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$
<p>Kreisring</p> 	<p>A Fläche d_m mittlerer Durchmesser D Außendurchmesser b Breite d Innendurchmesser Beispiel: $D = 160 \text{ mm}$; $d = 125 \text{ mm}$; $A = ?$ $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ $= \frac{\pi}{4} \cdot (160^2 \text{ mm}^2 - 125^2 \text{ mm}^2) = 7834 \text{ mm}^2$</p>	$A = \pi \cdot d_m \cdot b$ $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$
<p>Kreisringausschnitt</p> 	<p>A Fläche d Innendurchmesser D Außendurchmesser α Mittelpunktswinkel Beispiel: $D = 120 \text{ mm}$; $d = 80 \text{ mm}$; $\alpha = 110^\circ$; $A = ?$ $A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi \cdot 110^\circ}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (120^2 - 80^2) \text{ mm}^2 = 1920 \text{ mm}^2$</p>	$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2)$
<p>Ellipse</p> 	<p>A Fläche d kleine Achse D große Achse U Umfang Beispiel: $D = 65 \text{ mm}$; $d = 20 \text{ mm}$; $\alpha = 110^\circ$; $A = ?$ $A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4} = \frac{\pi \cdot 65 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm}}{4} = 1021 \text{ mm}^2$</p>	$U = \frac{\pi}{2} \cdot (D + d)$ $A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$

Volumen

Würfel



V Volumen l Seitenlänge

A_0 Oberfläche

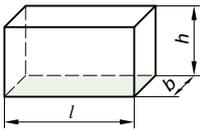
$$A_0 = 6 \cdot l^2$$

Beispiel: $l = 20 \text{ mm}; V = ?$

$$V = l^3 = (20 \text{ mm})^3 = 8000 \text{ mm}^3$$

$$V = l^3$$

Vierkantprisma



V Volumen h Höhe

A_0 Oberfläche b Breite

$$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

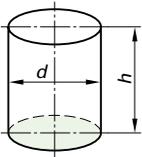
l Seitenlänge

Beispiel: $l = 6 \text{ cm}; b = 3 \text{ cm}; h = 2 \text{ cm}; V = ?$

$$V = l \cdot b \cdot h = 6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^3$$

$$V = l \cdot b \cdot h$$

Zylinder



V Volumen d Durchmesser

A_0 Oberfläche h Höhe

$$A_0 = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

A_M Mantelfläche

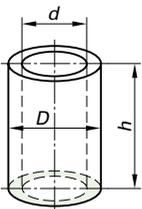
$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

Beispiel: $d = 14 \text{ mm}; h = 25 \text{ mm}; V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot (14 \text{ mm})^2}{4} \cdot 25 \text{ mm} = 3848 \text{ mm}^3$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

Hohlzylinder



V Volumen D, d Durchmesser $A_0 = \pi \cdot (D + d) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (D - d) + h \right]$

A_0 Oberfläche h Höhe

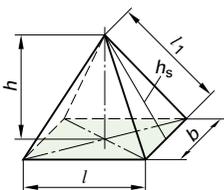
$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

Beispiel: $D = 42 \text{ mm}; d = 20 \text{ mm};$

$h = 80 \text{ mm}; V = ?$

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi \cdot 80 \text{ mm}}{4} \cdot (42^2 \text{ mm}^2 - 20^2 \text{ mm}^2) = 85703 \text{ mm}^3$$

Pyramide



V Volumen l Seitenlänge

h Höhe l_1 Kantenlänge

h_s Mantelhöhe b Breite

$$l_1 = \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}; h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$$

Beispiel: $l = 16 \text{ mm}; b = 21 \text{ mm};$

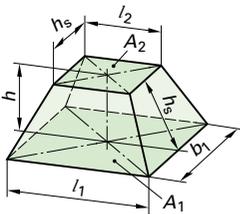
$h = 45 \text{ mm}; V = ?$

$$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3} = \frac{16 \text{ mm} \cdot 21 \text{ mm} \cdot 45 \text{ mm}}{3} = 5040 \text{ mm}^3$$

$$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$$

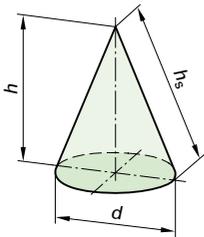
M

Pyramidenstumpf



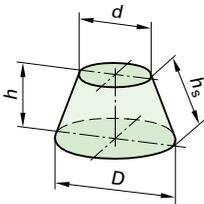
V Volumen l_1, l_2 Seitenlänge b_1, b_2 Breiten
 A_1 Grundfläche A_2 Deckfläche h Höhe Volumen
 h_s Mantelhöhe
Beispiel: $l_1 = 40 \text{ mm}; l_2 = 22 \text{ mm}; b_1 = 28 \text{ mm};$
 $b_2 = 15 \text{ mm}; h = 50 \text{ mm}; V = ?$ $V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$
 $V = \frac{h}{3} \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$ Mantelhöhe
 $= \frac{50 \text{ mm}}{3} \cdot (1120 + 330 + \sqrt{1120 \cdot 330}) \text{ mm}^2$ $h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{l_1 - l_2}{2}\right)^2}$
 $= 34299 \text{ mm}^2$

Kegel



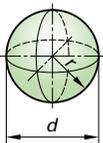
V Volumen h Höhe Volumen
 A_M Mantelfläche h_s Mantelhöhe $V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3}$
 d Durchmesser
Beispiel: $d = 52 \text{ mm}; h = 110 \text{ mm}; V = ?$ Mantelfläche
 $V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{h}{3}$ $A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot h_s}{2}$
 $= \frac{\pi \cdot (52 \text{ mm})^2}{4} \cdot \frac{110 \text{ mm}}{3}$ Mantelhöhe
 $= 77870 \text{ mm}^3$ $h_s = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$

Kegelstumpf



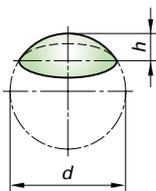
V Volumen h Höhe Volumen
 A_M Mantelfläche h_s Mantelhöhe $V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$
 D großer Durchmesser d kleiner Durchmesser Mantelfläche
Beispiel: $D = 100 \text{ mm}; d = 62 \text{ mm}; h = 80 \text{ mm}; V = ?$ $A_M = \frac{\pi \cdot h_s}{2} \cdot (D + d)$
 $V = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$ Mantelhöhe
 $= \frac{\pi \cdot 80 \text{ mm}}{12} \cdot (100^2 + 62^2 + 100 \cdot 62) \text{ mm}^2$ $h_s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{D-d}{2}\right)^2}$
 $= 419800 \text{ mm}^3$

Kugel



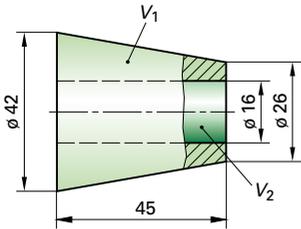
V Volumen d Kugeldurchmesser Volumen
 A_O Oberfläche $V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$
Beispiel: $d = 9 \text{ mm}; V = ?$ Oberfläche
 $V = \frac{\pi \cdot d^3}{6} = \frac{\pi \cdot (9 \text{ mm})^3}{6} = 382 \text{ mm}^3$ $A_O = \pi \cdot d^2$

Kugelabschnitt



V Fläche d Kugeldurchmesser Volumen
 A_M Durchmesser h Höhe $V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3}\right)$
 A_O Bogenlänge
Beispiel: $d = 8 \text{ mm}; h = 6 \text{ mm}; V = ?$ Oberfläche
 $V = \pi \cdot h^2 \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{h}{3}\right)$ $A_M = \pi \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)$
 $= \pi \cdot 6^2 \text{ mm}^2 \cdot \left(\frac{8 \text{ mm}}{2} - \frac{6 \text{ mm}}{3}\right)$ Mantelfläche
 $= 226 \text{ mm}^3$ $A_M = \pi \cdot d \cdot h$

Volumen zusammengesetzter Körper



Zusammengesetzte Körper werden zur Berechnung ihres Volumens in Teilkörper zerlegt, die addiert oder subtrahiert werden.

V Gesamtvolumen
 $V_1, V_2, V_3 \dots$ Teilvolumen

Beispiel: Kegelhülse; $V = ?$

$$V = V_1 + V_2 + \dots - V_3 + V_4$$

$$V_1 = \frac{\pi \cdot h}{12} \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d)$$

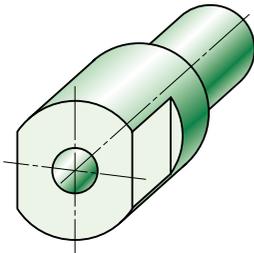
$$= \frac{\pi \cdot 45 \text{ mm}}{12} \cdot (45^2 + 26^2 + 42 \cdot 26) \text{ mm}^2 = 41610 \text{ mm}^3$$

$$V_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot 16^2 \text{ mm}^2}{4} \cdot 45 \text{ mm} = 9048 \text{ mm}^3$$

$$V = V_1 - V_2 = 41610 \text{ mm}^3 - 9048 \text{ mm}^3 = 32562 \text{ mm}^3$$

Berechnung der Masse

Masse, allgemein



Die Masse eines Körpers wird aus seinem Volumen und seiner Dichte berechnet.

m Masse ρ Dichte
 V Volumen

$$m = V \cdot \rho$$

Beispiel: Werkstück aus Aluminium;

$$V = 6,4 \text{ dm}^3; \quad \rho = 2,7 \text{ kg/dm}^3;$$

$$1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3$$

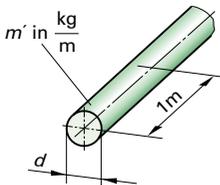
$$1 \text{ kg/dm}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$m = ?$$

$$m = V \cdot \rho = 6,4 \text{ dm}^3 \cdot 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 17,28 \text{ kg}$$

Bei festen und flüssigen Stoffen wird die Dichte meist in kg/dm^3 , bei gasförmigen Stoffen in kg/m^3 angegeben.

Längenbezogene Masse¹⁾



m Masse l Länge
 m' längenbezogene Masse

Beispiel: Rundstahl mit $d = 14 \text{ mm}$

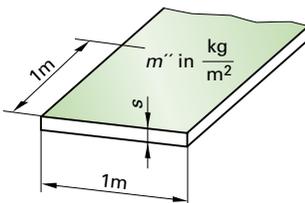
$$m' = 1,21 \text{ kg/m}; \quad l = 3,86 \text{ m}; \quad m = ?$$

$$m = m' \cdot l$$

$$m = m' \cdot l = 1,21 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 3,86 \text{ m}$$

$$= 4,67 \text{ kg}$$

Flächenbezogene Masse¹⁾



m Masse A Fläche
 m'' flächenbezogene Masse

Beispiel: Stahlblech

$$s = 1,5 \text{ mm}; \quad m'' = 11,8 \text{ kg/m}^2$$

$$A = 7,5 \text{ m}^2; \quad m = ?$$

$$m = m'' \cdot A$$

$$m = m'' \cdot A = 11,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 7,5 \text{ m}^2$$

$$= 88,5 \text{ kg}$$

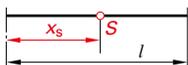
¹⁾ Die Masse von Halbzeugen wird häufig mithilfe von Tabellen berechnet. Hier sind die längenbezogenen Massen m' für 1 m bei Profilstählen, Rohren, Drähten oder die flächenbezogenen Massen m'' für 1 m^2 , z. B. bei Blechen oder Belägen, enthalten.

M

Linienschwerpunkte

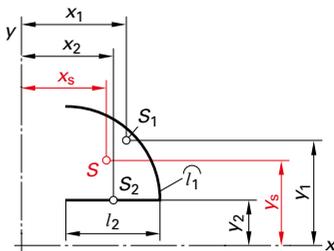
l, l_1, l_2 Länge der Linien S, S_1, S_2 Schwerpunkte der Linien
 x_s, x_1, x_2 waagerechte Abstände der Linienschwerpunkte von der y -Achse
 y_s, y_1, y_2 senkrechte Abstände der Linienschwerpunkte von der x -Achse

Strecke



$$x_s = \frac{l}{2}$$

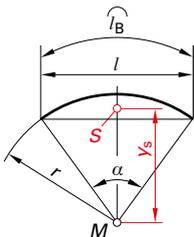
zusammengesetzter Linienzug



$$x_s = \frac{l_1 \cdot x_1 + l_2 \cdot x_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots}$$

$$y_s = \frac{l_1 \cdot y_1 + l_2 \cdot y_2 + \dots}{l_1 + l_2 + \dots}$$

Kreisbogen



allgemein

$$y_s = \frac{r \cdot l}{l_B}$$

$$y_s = \frac{l \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \alpha}$$

Halbkreisbogen

$$y_s \approx 0,6366 \cdot r$$

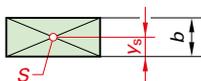
Viertelkreisbogen

$$y_s \approx 0,9003 \cdot r$$

Flächenschwerpunkte

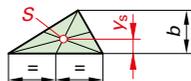
A, A_1, A_2 Flächen S, S_1, S_2 Schwerpunkte der Flächen
 x_s, x_1, x_2 waagerechte Abstände der Linienschwerpunkte von der y -Achse
 y_s, y_1, y_2 senkrechte Abstände der Linienschwerpunkte von der x -Achse

Rechteck



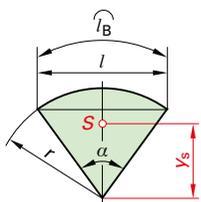
$$y_s = \frac{b}{2}$$

Dreieck



$$y_s = \frac{b}{3}$$

Kreisausschnitt



allgemein

$$y_s \approx \frac{2 \cdot r \cdot l}{3 \cdot l_B}$$

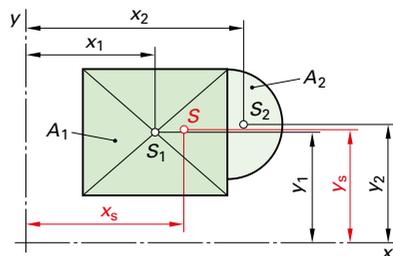
Halbkreisfläche

$$y_s \approx 0,4244 \cdot r$$

Viertelkreisfläche

$$y_s \approx 0,6002 \cdot r$$

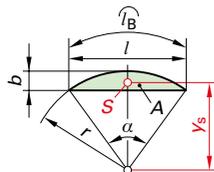
zusammengesetzte Flächen



$$x_s = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + \dots}{A_1 + A_2 + \dots}$$

$$y_s = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + \dots}{A_1 + A_2 + \dots}$$

Kreisabschnitt



$$y_s = \frac{l^3}{12 \cdot A}$$