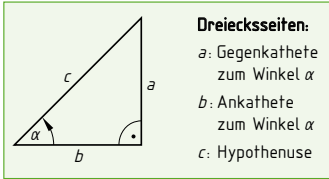


In der Elektrotechnik, insbesondere in der Wechselstromtechnik, sind Berechnungen mit Winkelfunktionen, z. B. der Sinusfunktion (**Seite 22**), wichtig. Die vier Winkelfunktionen Sinus, Cosinus, Tangens und Cotangens geben im rechtwinkligen Dreieck das Verhältnis zweier Seiten, z. B. a und c , in Bezug auf den Winkel α an.

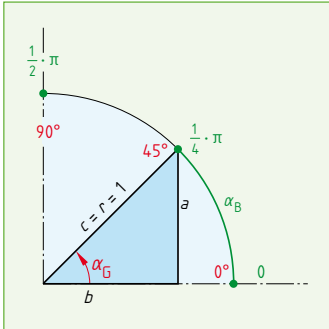


Winkel-funktion	Funktions-gleichung	Beispiel für $a = 0,707$; $b = 0,707$; $c = 1$; $\alpha = 45^\circ$
Sinus	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin 45^\circ = \frac{0,707}{1} = 0,707$
Cosinus	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cos 45^\circ = \frac{0,707}{1} = 0,707$
Tangens	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\tan 45^\circ = \frac{0,707}{0,707} = 1$
Cotangens	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$	$\cot 45^\circ = \frac{0,707}{0,707} = 1$

- Der Winkel α kann im Gradmaß α_G , z. B. $\alpha_G = 45^\circ$, oder im Bogenmaß α_B , z. B. $\alpha_B = 1/4 \cdot \pi$ rad = 0,785 rad, angegeben werden.
- Die Einheit des Winkels im Gradmaß ist ° (Grad), im Bogenmaß rad (Radiant).
- In einem Einheitskreis (Radius $r = 1$) ist α_B die Länge des Kreisbogens.

Umrechnung Gradmaß α_G in Bogenmaß α_B :

Bogenmaß $\alpha_B = \frac{\alpha_G \cdot \pi}{180^\circ}$			
Beispiele	$\alpha_G = 90^\circ$	$\alpha_G = 180^\circ$	$\alpha_G = 270^\circ$
α_B in rad	$\frac{1}{2} \cdot \pi \approx 1,57$	$\pi \approx 3,14$	$\frac{3}{2} \cdot \pi \approx 4,71$



Eingabe mit Taschenrechner:

- Bei Gradmaß auf DEG oder D,
- bei Bogenmaß auf RAD oder R.

Beispiele:
 $\alpha_G = 90^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 90 = 1$
 $\alpha_B = \pi/2 \Rightarrow R \Rightarrow \sin \left[\frac{\pi}{2} \right] = 1$

Umrechnung Bogenmaß α_B in Gradmaß α_G :

Gradmaß $\alpha_G = \frac{\alpha_B \cdot 180^\circ}{\pi}$			
Beispiele	$\alpha_B = \frac{3}{4} \cdot \pi = 2,36$	$\alpha_B = \frac{5}{4} \cdot \pi = 3,93$	$\alpha_B = \frac{7}{4} \cdot \pi = 5,50$
α_G in Grad	135°	225°	315°

Wertebereiche der Winkelfunktionen bei einem Kreisumlauf in den vier Quadranten:

Quadrant	sin α	cos α	tan α	cot α
1. (0° bis 90°)	0 bis +1	+1 bis 0	0 bis +∞	+∞ bis 0
2. (90° bis 180°)	+1 bis 0	0 bis -1	-∞ bis 0	0 bis -∞
3. (180° bis 270°)	0 bis -1	-1 bis 0	0 bis +∞	+∞ bis 0
4. (270° bis 360°)	-1 bis 0	0 bis +1	-∞ bis 0	0 bis -∞
Beispiele	$\sin 90^\circ = 1$ $\sin 225^\circ = -0,707$	$\cos 90^\circ = 0$ $\cos 180^\circ = -1$	$\tan 45^\circ = 1$ $\tan 89^\circ = 57,3$	$\cot 90^\circ = 0$ $\cot 359^\circ = -57,3$

Darstellung der Sinusfunktion als Liniendiagramm für einen Kreisumlauf von $\alpha_G = 0^\circ$ bis 360° :

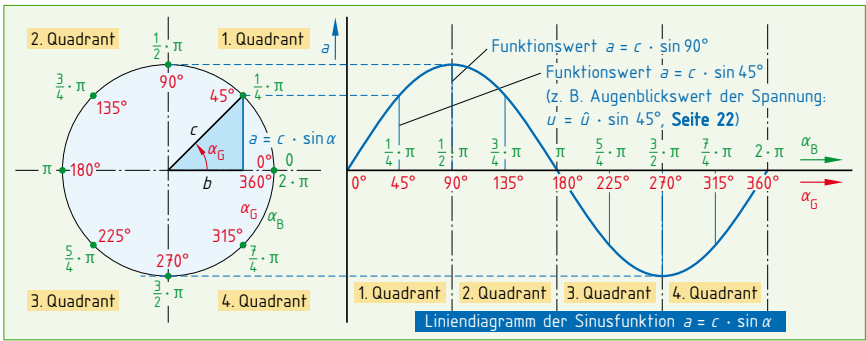





Tabelle: Berechnen von wichtigen Funktionswerten (Beispiele) mit dem ETR und in Excel

In der Elektrotechnik müssen häufig Funktionswerte, z.B. $\sin 45^\circ$, mit dem **elektronischen Taschenrechner (ETR)** oder mithilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen, z.B. Excel, berechnet werden. Für die Tastatureingabe am ETR sind, je nach Hersteller und Typ, bestimmte Schritte einzuhalten. Grundsätzlich ist zu beachten:




- Bei gängigen Taschenrechnern erfolgt die Eingabe der zu berechnenden Größen entsprechend der Schreibweise von links nach rechts (natürliches Display).
- Neben der ersten Tastenbelegung ist meist auch die Eingabe einer zweiten Tastenbelegung, die über der Taste steht und in der Regel auch andersfarbig gekennzeichnet ist, möglich. Die Zweitbelegung, z.B. die Funktion 10^x , wird üblicherweise durch Drücken einer separaten Taste, z.B. "SHIFT" oder "2nd", aufgerufen.
- Zusammengehörige Rechenschritte, z.B. eine Addition unter der Wurzel, müssen in Klammern gesetzt werden.
- In Excel wird der Ausdruck zur Berechnung des Funktionswertes in einer Zelle, z.B. A1, eingetragen.

Funktionsbeispiele mit zugehörigen Eingabeschritten*




2-te Wurzel und Quadrat, z.B. $\sqrt{202^2 + 110^2} = ?$ (Seite 23)

 ETR 1: $\sqrt{\square} \left[\left[202 \right] \left[x^2 \right] \left[+ \right] \left[110 \right] \left[x^2 \right] \right] \left[= \right] \Rightarrow 230$
 ETR 2: $\left[2nd \right] \left[x^2 \right] \left[\left(\left[202 \right] \left[x^2 \right] \left[+ \right] \left[110 \right] \left[x^2 \right] \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 230$
 Excel: =WURZEL(202^2+110^2) $\Rightarrow 230$




Hinweise

 $\sqrt{\square}$ über 1. Tastenbelegung
 $\sqrt{\square}$ über 2. Tastenbelegung $\left[2nd \right] \left[x^2 \right]$
 Excel: Statt z.B. 202^2 auch Potenz(202;2)




Zehnerpotenz, z.B. $2,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = ?$ (Seite 19)

 ETR 1: $2,5 \left[x \right] 8,85 \left[x10^x \right] \left[(-) \right] 12 \left[= \right] \Rightarrow 2,2125 \times 10^{-11}$
 ETR 2: $2,5 \left[x \right] 8,85 \left[x \right] \left[2nd \right] \left[LOG \right] \left[(-) \right] 12 \left[= \right] \Rightarrow 2,2125 \times 10^{-11}$
 Excel: =2,5*8,85*1E-12 $\Rightarrow 2,2125E-11$




Hinweise

 $x10^x$ über 1. Tastenbelegung
 10^x über 2. Tastenbelegung $\left[2nd \right] \left[LOG \right]$
 Excel: 1E-12 bedeutet: 10^{-12}
 Auch: =PRODUKT(2,5;8,85;1E-12)




Zehnerlogarithmus (lg), z.B. $20 \cdot \lg \frac{48}{14} = ?$ (Seite 45)

 ETR 1: $20 \left[x \right] \left[SHIFT \right] \left[(-) \right] \left[\left(\left[48 \right] \left[\div \right] \left[14 \right] \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 10,7$
 ETR 2: $20 \left[x \right] \left[LOG \right] \left[\left(\left[48 \right] \left[\div \right] \left[14 \right] \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 10,7$
 Excel: =20*LOG10(48/14) $\Rightarrow 10,7$



Hinweise

Der Zehnerlogarithmus (lg) hat die Zahl 10 als Basis.
 log über 2. Tastenbelegung $\left[SHIFT \right] \left[(-) \right]$
 $\left[LOG \right]$ über 1. Tastenbelegung
 Excel: Bei Basis 10 ist die Basisangabe 10 nicht unbedingt erforderlich.




Natürlicher Logarithmus (ln), z.B. $-2,4 \cdot \ln \left(\frac{24,6}{125} \right) = ?$ (Seite 19)

 ETR 1: $\left[(-) \right] 2,4 \left[x \right] \left[ln \right] \left[\left(\left[24,6 \right] \left[\div \right] \left[125 \right] \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 3,90$
 ETR 2: $\left[(-) \right] 2,4 \left[x \right] \left[LN \right] \left[\left(\left[24,6 \right] \left[\div \right] \left[125 \right] \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 3,90$
 Excel: =-2,4*LN(24,6/125) $\Rightarrow 3,90$



Hinweise

Der natürliche Logarithmus (ln) hat die Zahl $e = 2,71828\dots$ als Basis.
 $\left[ln \right]$ über 1. Tastenbelegung
 $\left[LN \right]$ über 1. Tastenbelegung




Exponentialfunktion (e-Funktion), z.B. $125 \cdot e^{-3,9/2,4} = ?$ (Seite 19)




 ETR 1: $125 \left[x \right] \left[SHIFT \right] \left[ln \right] \left[(-) \right] \left[\left(\left[3,9 \right] \left[\div \right] \left[2,4 \right] \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 24,6$
 ETR 2: $125 \left[x \right] \left[2nd \right] \left[LN \right] \left[(-) \right] \left[\left(\left[3,9 \right] \left[\div \right] \left[2,4 \right] \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 24,6$
 Excel: =125*EXP(-3,9/2,4) $\Rightarrow 24,6$

Hinweise


Die e-Funktion ist eine Exponentialfunktion mit der Basis $e = 2,71828\dots$
 e^x über 2. Tastenbelegung $\left[SHIFT \right] \left[ln \right]$
 e^x über 2. Tastenbelegung $\left[2nd \right] \left[LN \right]$

Trigonometrische Funktion (sin) a) im Gradmaß und b) im Bogenmaß, z.B. a) $325 \cdot \sin 45^\circ = ?$ b) $325 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = ?$ (Seite 22)




a) Einstellung: DEG bzw. D
 ETR 1: $325 \left[x \right] \left[sin \right] 45 \left[= \right] \Rightarrow 229,8$
 ETR 2: $325 \left[x \right] \left[SIN \right] 45 \left[= \right] \Rightarrow 229,8$
 Excel: =325*SIN(BOGEN MASS(45)) $\Rightarrow 229,8$

b) Einstellung: RAD bzw. R
 ETR 1: $325 \left[x \right] \left[sin \right] \left[\left(\left[SHIFT \right] \left[x10^x \right] \left[\div \right] 4 \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 229,8$
 ETR 2: $325 \left[x \right] \left[SIN \right] \left[\left(\left[\pi \right] \left[\div \right] 4 \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 229,8$
 Excel: =325*SIN(PI()/4) $\Rightarrow 229,8$



Hinweise

Am ETR muss bei Winkelangaben im Gradmaß, z.B. 45° , DEG bzw. D und bei Winkelangaben im Bogenmaß, z.B. $\pi/4$, RAD bzw. R eingestellt werden. Die Einstellung erfolgt z.B. im SETUP-Menü.
 π über 2. Tastenbelegung $\left[SHIFT \right] \left[x10^x \right]$
 Excel: Berechnet trigonometrische Funktionen immer im Bogenmaß. Winkel im Gradmaß werden mit der Funktion BOGENMASS() umgerechnet.

Umkehrfunktion des Sinus (arcsin), z.B. $\arcsin \left(\frac{230}{325} \right) = ?$ (Seite 22)

 ETR 1: $\left[SHIFT \right] \left[sin \right] \left[\left(\left[230 \right] \left[\div \right] \left[325 \right] \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 45 \left(45^\circ \right)$
 ETR 2: $\left[2nd \right] \left[SIN \right] \left[\left(\left[230 \right] \left[\div \right] \left[325 \right] \right) \right] \left[= \right] \Rightarrow 45 \left(45^\circ \right)$
 Excel: =GRAD(ARCSIN(230/325)) $\Rightarrow 45 \left(45^\circ \right)$

Hinweise

Zu einem Sinuswert, z.B. $0,707$, wird der zugehörige Winkel im Gradmaß, hier 45° , mit \sin^{-1} (= arcsin) berechnet.
 \sin^{-1} über 2. Tastenbelegung $\left[SHIFT \right] \left[sin \right]$ bzw. $\left[2nd \right] \left[SIN \right]$
 Excel: GRAD liefert den Winkel im Gradmaß.

* Die Eingabeschritte am elektronischen Taschenrechner sind beispielhaft und können je nach Modell abweichen.

Formelzeichen*	Größe	Einheit, Einheitenname	Einheitenzeichen	Formelzeichen*	Größe	Einheit, Einheitenname	Einheitenzeichen
----------------	-------	------------------------	------------------	----------------	-------	------------------------	------------------

1. Länge und ihre Potenzen

l Δl	Länge, Abstand Längenänderung, Längendifferenz	Meter	m
b h	Breite Höhe, Tiefe		
d, δ r, R	Dicke, Schichtdicke Radius, Halbmesser, Abstand		
d, D s	Durchmesser Weglänge, Kurvenlänge		
A, S S, q	Flächeninhalt, Fläche, Oberfläche Querschnittsfläche, Querschnitt		
V ΔV	Volumen, Rauminhalt Volumenänderung, Volumendifferenz	Kubikmeter	m^3
α, β, γ	ebener Winkel	Grad (DEG)	$^\circ$ (Grad)
φ	Drehwinkel	Radian (RAD)	$rad = \frac{m}{m} = 1$
Ω, ω	Raumwinkel	Steradian	sr

2. Raum und Zeit

t Δt	Zeit, Dauer Zeitdifferenz, Zeitänderung	Sekunde	s
T τ, T	Periodendauer, Schwingungsdauer Zeitkonstante		
f, ν f_c f_r	Frequenz Grenzfrequenz Resonanzfrequenz	Hertz	$Hz = 1/s$
ω	Kreisfrequenz, Pulsatanz	-	$rad/s = 1/s$
n	Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	-	$1/s$
ω, Ω	Winkelgeschwindigkeit, Drehgeschwindigkeit	Radian je Sekunde	rad/s
λ	Wellenlänge	Meter	m
v, u, w c	Geschwindigkeit Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle	Meter je Sekunde	m/s
a g	Beschleunigung, Verzögerung örtliche Fallbeschleunigung	Meter je Sekunde hoch zwei	m/s^2

3. Mechanik

m	Masse, Gewicht als Wägeergebnis	Kilogramm	kg
ρ, ρ_m	Dichte, Massendichte, volumenzbezogene Masse	Kilogramm je Kubikmeter	kg/m^3
F F_G, G	Kraft Gewichtskraft	Newton	N
M	Kraftmoment, Drehmoment	Newtonmeter	Nm
p	Druck	Pascal	Pa
ϵ	Dehnung, relative Längenänderung	-	1
μ	Reibungszahl	-	1
W	Arbeit, Energie	Joule	J
P	Leistung	Watt	W
η	Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)		
ξ	Arbeitsgrad** Nutzungsgrad (Arbeitsverhältnis, Energieverhältnis) Übersetzungsverhältnis	-	1
i			

4. Wärme und Wärmeübertragung

T, θ $\Delta T, \Delta t, \Delta \vartheta$	thermodynamische Temperatur Temperaturdifferenz	Kelvin	K
t, ϑ	Celsius-Temperatur	Grad Celsius	$^\circ C$
α_l α_v, γ	Längenausdehnungskoeffizient Volumenausdehnungskoeffizient	je Kelvin	$1/K$
Q	Wärme, Wärmemenge	Joule	J
R_{th}	thermischer Widerstand, Wärmewiderstand	Kelvin je Watt	K/W
C_{th}	Wärmekapazität	Joule je Kelvin	J/K
c	spezifische Wärmekapazität	Joule je kg und Kelvin	$J/(kg \cdot K)$

* Sind für eine Größe mehrere Zeichen angeführt, so ist das an erster Stelle stehende (meist internationale) Zeichen zu bevorzugen.

** ξ griech. Kleinbuchstabe zeta

Fortsetzung siehe hintere Umschlag-Innenseite



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Elektrotechnik

Formeln Elektrotechnik

22., überarbeitete Auflage

Bearbeitet von Ingenieuren und Lehrern
an beruflichen Schulen (siehe Rückseite)

Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL • Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf Straße 23 • 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 30105

Wegweiser Formeln für Elektrotechniker

Inhaltsverzeichnis Kurzform

1	Mathematische Grundlagen	6
2	Längen- und Flächenberechnungen	9
3	Körper-, Volumen- und Masseberechnungen	11
4	Mechanik	12
5	Wärmelehre	13
6	Elektrotechnische Grundlagen	14
7	Elektrisches Feld, Kondensator	19
8	Magnetisches Feld	20
9	Wechselstrom und Drehstrom	22
10	Elektrische Maschinen	29
11	Elektrische Anlagen	35
12	Digitaltechnik	48
13	Elektronik	50
14	Regelungstechnik	58
15	Messtechnik	59
16	Tabellen	60

Nützliches

Griechisches Alphabet (Tabelle 6)	60
Mathematische Zeichen (Tabelle 4)	60
E-Reihen von Widerständen und Kondensatoren (Tabelle 21)	65
Widerstände Farbkennzeichnung (Tabelle 23)	65
Wichtige Formelzeichen	Innenumschlagseiten

Praxistipps:

- ▶ Berechnungen mit Taschenrechner und Excel . . . vordere Ausklappseite
- ▶ Arbeiten mit Winkelfunktionen vordere Ausklappseite
- ▶ Arbeiten mit Formeln hintere Ausklappseite
- ▶ Wichtige Formeln Gleichstrom hintere Ausklappseite

1
Mathematische
Grundlagen

2
Längen- und
Flächenbe-
rechnungen

3
Körper-, Volumen-
und Masse-
berechnungen

4
Mechanik

5
Wärme-
lehre

6
Elektrotechnische
Grundlagen

7
Elektrisches Feld,
Kondensator

8
Magnetisches
Feld

9
Wechselstrom und
Drehstrom

10
Elektrische
Maschinen

11
Elektrische
Anlagen

12
Digital-
technik

13
Elektronik

14
Regelungs-
technik

15
Mess-
technik

16
Tabellen

Arbeiten mit Formeln hintere Innenumschlagseite

1 Mathematische Grundlagen 6

- 1.1 Summieren, Multiplizieren 6
- 1.2 Rechnen mit Brüchen 6
- 1.3 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen 7
- 1.4 Winkel, Winkleinheiten, Umrechnung Bogenmaß \Leftrightarrow Gradmaß 7
- 1.5 Rechnen am Dreieck 8
- 1.6 Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln 8

2 Längen- und Flächenberechnungen 9

- 2.1 Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen 9
- 2.2 Flächen 9

3 Körper-, Volumen- und Masseberechnungen 11

- 3.1 Volumen und Oberflächen 11
- 3.2 Masse und Gewichtskraft 11

4 Mechanik 12

- 4.1 Kräfte 12
- 4.2 Wirkungsgrad, Arbeitsgrad 13

5 Wärmelehre 13

- 5.1 Temperatur 13
- 5.2 Wärmedehnung 13
- 5.3 Wärmemenge 13

6 Elektrotechnische Grundlagen 14

- 6.1 Grundgesetze 14
- 6.2 Anpassung 14
- 6.3 Schaltungen von Widerständen 15
- 6.4 Spannungsteiler 16
- 6.5 Widerstandsbestimmung 16
- 6.6 Unabgegliche Brückenschaltung (Dreieck-Stern-Umwandlung) 16
- 6.7 Elektrische Arbeit und elektrische Leistung 17
- 6.8 Kosten der elektrischen Arbeit (Arbeitspreis) 17
- 6.9 Elektrowärme 17
- 6.10 Elektrochemie 18
- 6.11 Schaltung von gleichen Spannungserzeugern, z. B. Batterien 18

7 Elektrisches Feld, Kondensator 19

- 7.1 Elektrische Feldstärke 19
- 7.2 Kondensator 19
- 7.3 Zeitkonstante bei RC-Schaltung, Ladezeit und Entladezeit 19

8 Magnetisches Feld 20

- 8.1 Magnetische Größen 20
- 8.2 Haltekraft von Elektromagneten 20
- 8.3 Magnetische Feldkräfte 21
- 8.4 Induktion 21

9 Wechselstrom und Drehstrom 22

- 9.1 Grundgrößen des Wechselstroms 22
- 9.2 Wechselstromwiderstände 22
- 9.3 Ohmsches Gesetz für den Wechselstromkreis 24
- 9.4 Resonanz (Parallel- und Reihenschwingkreis) 25
- 9.5 Leistung bei Wechselstrom 25
- 9.6 Kompensation der Blindleistung 25
- 9.7 Sinus- und nichtsinusförmige Spannungen 26
- 9.8 Hoch- und Tiefpässe 27
- 9.9 Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom) 28

10 Elektrische Maschinen 29

- 10.1 Transformator 29
- 10.2 Antriebstechnik 30
 - 10.2.1 Bewegungen 30
 - 10.2.2 Mechanische Arbeit, mechanische Energie 31
 - 10.2.3 Riementrieb, Zahnradtrieb, Schneckenrieb 32
 - 10.2.4 Rollen und Flaschenzug 32
 - 10.2.5 Drehmomente 32
 - 10.2.6 Mechanische Leistung 33
- 10.3 Umlaufende elektrische Maschinen 33
 - 10.3.1 Wechselstrommotor und Drehstrommotor 33
 - 10.3.2 Schrittmotor 33
 - 10.3.3 Gleichstrommaschinen 34

11 Elektrische Anlagen 35

- 11.1 Schutzmaßnahmen 35
 - 11.1.1 Fehlerstromkreis 35
 - 11.1.2 Schutzmaßnahmen im TN-System 35
 - 11.1.3 Schutzmaßnahmen im TT-System 35
 - 11.1.4 Maximale Abschaltzeiten im TN-System und im TT-System 35

11.1.5	Schutzmaßnahmen im IT-System	36
11.1.6	Messen des Isolationswiderstandes	36
11.1.7	Isolationswiderstandsmessung von isolierenden Fußböden und Wänden	36
11.1.8	Fehlerstrom-Schutzeinrichtung (RCD)	36
11.1.9	Auslösekennlinien von Überstrom-Schutzeinrichtungen	37
11.2	Leitungen	38
11.2.1	Unverzweigte Leitungen	38
11.2.2	Verzweigte Leitungen	39
11.2.3	Ringleitung	40
11.2.4	Bestimmung des Leiterquerschnittes A ohne Oberschwingungen	41
11.2.5	Bestimmung des Leiterquerschnittes A bei Oberschwingungen	42
11.3	Licht und Beleuchtung	43
11.3.1	Lichttechnische Größen	43
11.3.2	Berechnung von Beleuchtungsanlagen	43
11.4	Antennen	44
11.4.1	Frequenzbereiche	44
11.4.2	Wellenlänge, Empfangsspannung, Wellenwiderstand	44
11.4.3	Verstärkungen, Dämpfungen, Pegel	45
11.4.4	Mechanische Sicherheit von Antennenanlagen	47
12	Digitaltechnik	48
12.1	Grundfunktionen	48
12.2	Zusammengesetzte Funktionen	48
12.3	Spezielle zusammengesetzte Funktionen	48
12.4	Rechengesetze der Schaltalgebra	49
13	Elektronik	50
13.1	Halbleiterdioden	50
13.2	Bipolarer Transistor	50
13.3	Feldeffekttransistor	51
13.4	Transistor als Schalter	52
13.5	Kippschaltungen	52
13.6	Gleichrichterschaltungen	53
13.7	Glättung und Siebung der gleichgerichteten Spannung	54
13.8	Spannungsstabilisierung	55
13.9	Kühlung von elektronischen Halbleiterbauelementen	55
13.10	Leistungselektronik	56
13.11	Operationsverstärker	57
14	Regelungstechnik	58
14.1	Regelstrecken	58
14.2	Unstetiges Regeln (bei 100 % Leistungsüberschuss)	58
14.3	Stetiges Regeln	58

15	Messtechnik	59
15.1	Messfehler von Zeigermessgeräten	59
15.2	Messfehler von digitalen Messgeräten	59
15.3	Messwertbestimmung sinusförmiger Größen mit dem Oszilloskop	59
i	Info und Tabellenteil	60
Tab. 1:	Wichtige Formelzeichen, Größen und Einheiten	60
Tab. 2:	SI-Basisgrößen und SI-Basiseinheiten (Grundeinheiten)	60
Tab. 3:	Vielfache und Teile von Einheiten	60
Tab. 4:	Mathematische Zeichen	60
Tab. 5:	Wichtige physikalische Konstanten	60
Tab. 6:	Griechisches Alphabet	60
Tab. 7:	Werkstoffwerte von Metallen (und Kohle)	61
Tab. 8:	Werkstoffwerte von Legierungen	61
Tab. 9:	Elektrochemische Äquivalente und Wertigkeit	61
Tab. 10:	Verlegearten von Kabeln und isolierten Leitungen	62
Tab. 11:	Bemessungswert I_r der Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen für feste Verlegung	62
Tab. 12:	Zuordnung von Leitungsschutzsicherungen gG und LS-Schaltern Typ B, C und D	63
Tab. 13:	Umrechnungsfaktoren f_1 für abweichende Umgebungstemperaturen	63
Tab. 14:	Umrechnungsfaktoren f_2 für Häufung von Kabeln oder Leitungen	63
Tab. 15:	Umrechnungsfaktoren f_3 für die Anzahl der belasteten Adern bei Verlegung in Luft	63
Tab. 16:	Typische Verbraucher- und Verzerrungsströme elektronischer Verbraucher	64
Tab. 17:	Belastbarkeit von Kabeln und Leitungen für die Verlegeart A1, A2, B1, B2 und C mit Berücksichtigung der Oberschwingungen.	64
Tab. 18:	Umrechnungsfaktor f_4 für Verbraucher, die Oberschwingungen erzeugen	64
Tab. 19:	Leiternennquerschnitte in mm^2	65
Tab. 20:	Bemessungsströme von Leitungsschutzschaltern	65
Tab. 21:	Übliche Fertigungswerte für Widerstände und Kondensatoren (E-Reihen)	65
Tab. 22:	Bemessungsleistung von Widerständen in W	65
Tab. 23:	Farbkennzeichnung von Widerständen (4-Ring-Kennzeichnung)	65
Tab. 24:	Wertkennzeichnung von Widerständen durch Buchstaben	66
Tab. 25:	Schutzarten elektrischer Betriebsmittel	66
	Sachwortverzeichnis	67
	*siehe vordere bzw. hintere Umschlag-Innenseite	

1 Mathematische Grundlagen

1.1 Summieren, Multiplizieren

Kommutativgesetz		Assoziativgesetz		
$a + b + c$	$a \cdot b \cdot c$	$a + b + c + d$	$a - b + c - d$	$a \cdot b \cdot c \cdot d$
$= a + c + b$	$= a \cdot c \cdot b$	$= a + (b + c + d)$	$= a - (b - c + d)$	$= a \cdot (b \cdot c \cdot d)$
$= b + c + a$	$= b \cdot c \cdot a$	$= (a + c) + (b + d)$	$= (a + c) - (b + d)$	$= (a \cdot c) \cdot (b \cdot d)$

Regeln für das Rechnen mit Vorzeichen

$(+ a) + (+ b) = a + b$	$(+ a) - (- b) = a + b$	$(+ a) - (+ b) = a - b$	$(+ a) + (- b) = a - b$
$(+ a) \cdot (+ b) = + a \cdot b = ab$		$(+ a) \cdot (- b) = - a \cdot b = - ab$	
$(- a) \cdot (- b) = + a \cdot b = ab$		$(- a) \cdot (+ b) = - a \cdot b = - ab$	

Distributivgesetz

$a \cdot (c + d) = ac + ad$	$a \cdot (c - d) = ac - ad$	$a - bc - bd + be = a - b \cdot (c + d - e)$
$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$		$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$		$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$		$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

1.2 Rechnen mit Brüchen

Vorzeichenregeln

$\frac{+a}{+b} = + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$	$\frac{-a}{-b} = + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$	$\frac{-a}{+b} = - \frac{a}{b}$	$\frac{+a}{-b} = - \frac{a}{b}$
---	---	---------------------------------	---------------------------------

Rechenregeln

Kürzen mit k : $\frac{ak}{bk} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a}{b}$	Erweitern mit n : $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{an}{bn}$	Summieren: $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$	$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$ $\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$
Multiplizieren: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$	Dividieren: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{bc}$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$

Wichtige Anwendungen:

$$\frac{ak + bk}{ck} = \frac{k(a+b)}{ck} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{b+c} + \frac{d}{e} = \frac{ae + (b+c) \cdot d}{(b+c) \cdot e}, \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{b+c}{b \cdot c} \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{b+c}$$

1.3 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Potenzen

- a Grundzahl (Basis)
- n Hochzahl (Exponent)
- c Potenzwert

$$a^n = c$$

$$c = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \Rightarrow a^n$$

Beispiel:
 $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a^0 = 1 \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad a^1 = a \quad a^{-1} = \frac{1}{a} \quad 3^1 = 3 \quad 10^0 = 1$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad \frac{a^m}{b^m} = a^m \cdot b^{-m} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Zahl	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Zehnerpotenz	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6

Wurzeln

- a Wurzelwert
- n Wurzelexponent
- c Radikand

$$\sqrt[n]{c} = a$$

$$c = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \Rightarrow \sqrt[n]{c} = a$$

Beispiel:
 $\sqrt[2]{16} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$

$$\sqrt[n]{c \cdot d} = \sqrt[n]{c} \cdot \sqrt[n]{d} \quad \sqrt[n]{c} = c^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[n]{\frac{c}{d}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}} = \left(\frac{c}{d}\right)^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[n]{c^m} = c^{\frac{m}{n}} \quad a^2 = c \Rightarrow a = \pm \sqrt{c}$$

Logarithmen

- n Logarithmus
- a Basis
- c Numerus

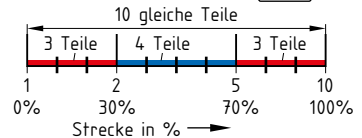
$$c = a^n \Rightarrow$$

$$\log_a c = n$$

Eingabemodus:
Taste **LOG**



- Zehnerlogarithmus (dekadischer Logarithmus): $\log_{10} c = \lg c$
Beispiel: $\lg 2 = 0,301\dots$
- Natürlicher Logarithmus ($e = 2,718\dots$): $\log_e c = \ln c$
Beispiel: $\ln 2 = 0,694\dots$
- Zweierlogarithmus (binärer Logarithmus): $\log_2 c = \lg_2 c$
Beispiel: $\lg_2 2 = 1$



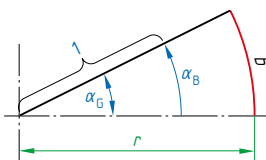
Logarithmische Teilung für die Werte 1, 2, 5 und 10

$$\log_a c + \log_a d = \log_a(c \cdot d) \quad \log_a c - \log_a d = \log_a\left(\frac{c}{d}\right) \quad -\log_a d = \log_a\left(\frac{1}{d}\right)$$

$$k \cdot \log_a c = \log_a(c^k) \quad \frac{1}{n} \cdot \log_a c = \log_a(\sqrt[n]{c}) \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b} = \log_a c \cdot \log_b a$$

Zahl	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Logarithmus (lg)	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6

1.4 Winkel, Winkleinheiten, Umrechnung Bogenmaß ↔ Gradmaß



- α_B Winkel im Bogenmaß, Einheit Radiant (rad)
- α_G Winkel im Gradmaß, Einheit Grad (°)
- b Bogenlänge
- r Radius

$$\alpha_B = \frac{b}{r} \quad \text{rad} = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$$

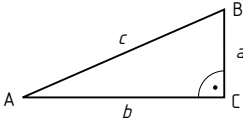
$$\alpha_B = \frac{\alpha_G}{180^\circ} \cdot \pi$$

$$\alpha_G = \frac{\alpha_B}{\pi} \cdot 180^\circ$$

Winkel α_G im Gradmaß	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel α_B im Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6} = 0,52$	$\frac{\pi}{4} = 0,79$	$\frac{\pi}{3} = 1,05$	$\frac{\pi}{2} = 1,57$	$\pi = 3,14$	$\frac{3}{2} \cdot \pi = 4,71$	$2 \cdot \pi = 6,28$

1.5 Rechnen am Dreieck

Rechtwinkeliges Dreieck



c Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

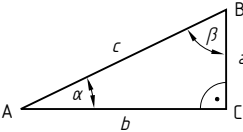
a Kathete

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

b Kathete

Winkelfunktionen (Trigonometrische Funktionen)



c Hypotenuse

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

a Gegenkathete von α ,
Ankathete von β

$$\sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

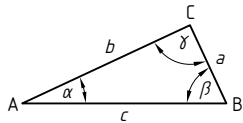
$$\cot \beta = \frac{a}{b}$$

b Gegenkathete von β ,
Ankathete von α

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

$$\tan \beta = \frac{b}{a}$$

Sinussatz, Kosinussatz



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{a}{\sin \alpha}$$

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

Wichtige Winkelfunktionswerte

Funktion	Winkel α									
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	180°	270°	360°
Sinus α	0	0,259	0,500	0,707	0,866	0,966	1	0	-1	0
Cosinus α	1	0,966	0,866	0,707	0,500	0,259	0	-1	0	1
Tangens α	0	0,268	0,577	1	1,732	3,732	∞	0	∞	0

1.6 Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln

Vergleich von Zahlensystemen:

Dezimalzahl	Dualzahl	Sedezimalzahl***
0	0	0
$1 = 2^0$	1	1
$2 = 2^1$	10	2
3	11	3
$4 = 2^2$	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
$8 = 2^3$	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
$16 = 2^4$	10000	10

* Pseudotetrade, bewirkt Rückstellung und Übertrag auf die nächste Dekade.

** Korrektursummand beim Übertrag.

*** auch Hexadezimalzahl genannt.

BCD-(8-4-2-1) Code:

Dezimalzahl	8-4-2-1-Code	
0	0000	0000
1	0000	0001
2	0000	0010
3	0000	0011
4	0000	0100
5	0000	0101
6	0000	0110
7	0000	0111
8	0000	1000
9	0000	1001
*	0000	1010
**		+0110
10	0001	0000
11	0001	0001
12	0001	0010
13	0001	0011
14	0001	0100
15	0001	0101
16	0001	0110
17	0001	0111
18	0001	1000
19	0001	1001
*	0001	1010
**		+0110
20	0010	0000

Rechnen mit Dualzahlen:

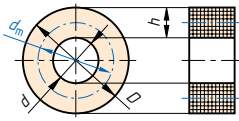
00	00
+ 0	- 0
00	00
01	01
+ 0	- 0
01	01
00	00
+ 1	- 1
01	- 01
01	01
+ 1	- 1
10	00
011	011
+ 10	- 10
101	001
011	011
+ 11	- 100
110	- 001

$1 \cdot 1 = 1$
$0 \cdot 0 = 0$
$1 \cdot 0 = 0$
$0 \cdot 1 = 0$
$0 : 1 = 0$
$1 : 1 = 1$

2 Längen- und Flächenberechnungen*

2.1 Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen

Rundspulen

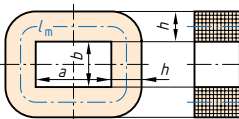


l Drahtlänge
 D, d Durchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
 h Höhe (Wickelhöhe)
 N Windungszahl

$h = \frac{D-d}{2}$
 $d_m = d + h$
 $d_m = D - h$

$l = \pi \cdot d_m \cdot N$
 $d_m = \frac{D+d}{2}$

Rechteckspulen

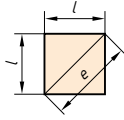


l Drahtlänge
 l_m mittlere Windungslänge
 a Länge
 b Breite
 h Wickelhöhe
 N Windungszahl

$l = (2a + 2b + \pi \cdot h) \cdot N$
 $l = l_m \cdot N$

2.2 Flächen

Quadrat

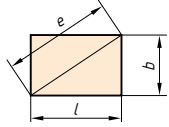


A Fläche
 l Seitenlänge
 u Umfang
 e Diagonale, Eckenmaß

$l = \sqrt{A}$
 $e = \sqrt{2} \cdot l$

$A = l^2$
 $u = 4 \cdot l$

Rechteck

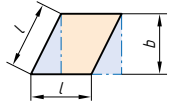


A Fläche
 l Länge
 b Breite
 u Umfang
 e Diagonale, Eckenmaß

$e = \sqrt{l^2 + b^2}$

$A = l \cdot b$
 $u = 2(l + b)$

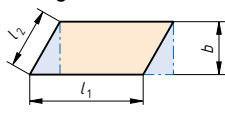
Raute



A Fläche
 l Länge
 b Breite
 u Umfang

$A = l \cdot b$
 $u = 4 \cdot l$

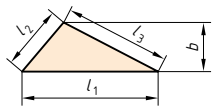
Parallelogramm



A Fläche
 l_1, l_2 Längen der Seiten
 b Breite
 u Umfang

$A = l_1 \cdot b$
 $u = 2(l_1 + l_2)$

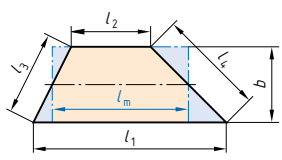
Dreieck



A Fläche
 l_1, l_2, l_3 Längen der Seiten
 b Breite
 u Umfang

$A = \frac{l_1 \cdot b}{2}$
 $u = l_1 + l_2 + l_3$

Trapez



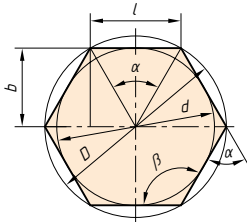
A Fläche
 b Breite
 l_1 große Länge
 l_2 kleine Länge
 l_m mittlere Länge
 l_3, l_4 Länge der Schrägseiten
 u Umfang

$A = l_m \cdot b$
 $l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$

$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$
 $u = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$
 $u = 2 \cdot l_m + l_3 + l_4$

* In manchen Ländern wird die Längeneinheit Inch (Zoll) verwendet, 1 Inch = 1 in = 1'' = 1 Zoll = 25,4 mm.

Regelmäßiges Vieleck



- A** Fläche
l Seitenlänge
b Breite eines Teildreiecks
n Eckenzahl
u Umfang
D Umkreisdurchmesser
d Inkreisdurchmesser
 α Mittelpunktswinkel
 β Eckenwinkel

$$b = \frac{1}{2} \cdot d$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

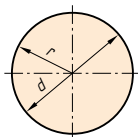
$$A = \frac{l \cdot b}{2} \cdot n$$

$$u = l \cdot n$$

$$l = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

Kreis



- A** Kreisfläche
d Durchmesser
r Radius, Halbmesser
u Umfang
 π Kreiszahl ($\pi = 3,1415\dots$)

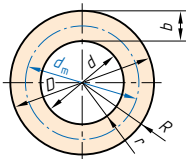
$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4};$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$u = \pi \cdot d;$$

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Kreisring



- A** Kreisringfläche
D Außendurchmesser
d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
R, r Radien
b Breite (Dicke)
 u_m mittlerer Kreisumfang (gestreckte Länge)

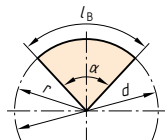
$$b = \frac{D-d}{2}$$

$$d_m = \frac{D+d}{2}$$

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

$$u_m = \pi \cdot d_m$$

Kreisausschnitt (Kreissektor)

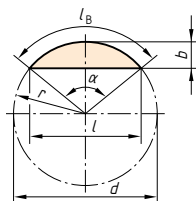


- A** Fläche des Kreisausschnitts
d Durchmesser
r Radius
 l_B Bogenlänge
 α Innenwinkel

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ}; \quad A = \frac{r \cdot l_B}{2}$$

$$l_B = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}; \quad l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Kreisabschnitt



- A** Fläche
r Radius
d Durchmesser
 l_B Bogenlänge
l Sehnenlänge
b Breite
 α Innenwinkel

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

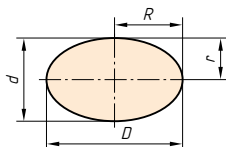
$$A = \frac{l_B \cdot r \cdot l \cdot (r-b)}{2}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360} - \frac{l \cdot (r-b)}{2}$$

Näherungsformel:

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot b$$

Ellipse



- A** Fläche
d kleine Achse
D große Achse
r kleine Halbachse
R große Halbachse
u Umfang

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4};$$

$$A = \pi \cdot R \cdot r$$

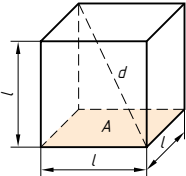
$$u \approx \pi \cdot \frac{D+d}{2};$$

$$u \approx \pi \cdot (R+r)$$

3 Körper-, Volumen- und Masseberechnungen

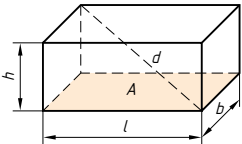
3.1 Volumen und Oberflächen

Würfel



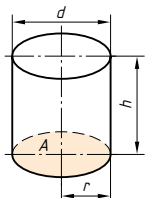
V	Volumen	$A = l^2$	$V = A \cdot l; \quad V = l^3$
A	Grundfläche		$A_0 = 6 \cdot l^2$
l	Kantenlänge		$d = l \cdot \sqrt{3}$
A_0	Oberfläche		
d	Raumdiagonale		

Prisma



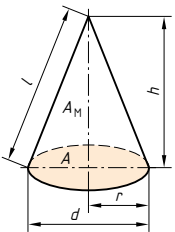
V	Volumen	$A = l \cdot b$	$V = A \cdot h$
A	Grundfläche		$V = l \cdot b \cdot h$
h	Höhe		$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$
l	Länge		$d = \sqrt{l^2 + h^2 + b^2}$
b	Breite		
A_0	Oberfläche		
d	Raumdiagonale		

Zylinder



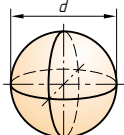
V	Volumen	$A = \pi \cdot r^2$	$V = A \cdot h$
A	Grundfläche		$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$
h	Höhe	$\pi = 3,1415 \dots$	
d	Durchmesser	$\frac{\pi}{4} = 0,785 \dots$	$A_0 = \pi \cdot d \cdot h + \frac{d^2 \cdot \pi}{2}$
r	Radius		
A_0	Oberfläche		

Kegel



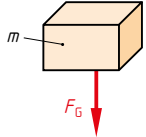
V	Volumen	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$V = \frac{A \cdot h}{3}$
A	Grundfläche		$V = \frac{\pi}{12} \cdot d^2 \cdot h$
A_M	Mantelfläche	$l = \sqrt{h^2 + r^2}$	
A_0	Oberfläche	$A_0 = A_M + A$	$A_M = \pi \cdot r \cdot l$
h	Höhe		$A_0 = \pi \cdot r \cdot (l + r)$
d	Durchmesser		
r	Radius		
l	Länge der Mantellinie		

Kugel



V	Volumen	$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$
d	Durchmesser	
A_0	Oberfläche	

3.2 Masse und Gewichtskraft

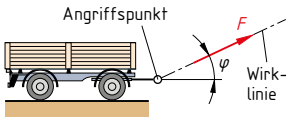


V	Volumen	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}; [\text{m}] = \text{kg}$	$m = \rho \cdot V$
m	Masse		$1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
ρ	Dichte	$[F_G] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$	$F_G = \rho \cdot V \cdot g$
F_G	Gewichtskraft		
g	Fallbeschleunigung (9,81 m/s ²)		

4 Mechanik

4.1 Kräfte

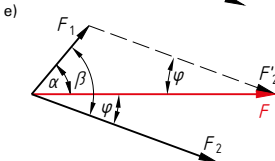
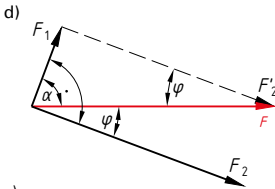
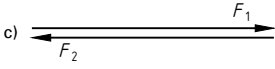
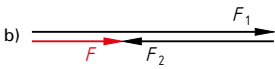
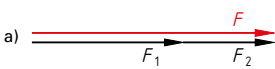
Einheit, Darstellung



Formelzeichen: F Einheit: $[F] = \text{N}$ Einheitenname: Newton

- Kräfte sind gerichtete Größen, die man als Pfeil darstellt.
- Der Betrag der Kraft $\hat{=}$ der Pfeillänge.
- Die Richtung der Kraft $\hat{=}$ der Pfeilrichtung.
- Man addiert Kräfte, indem man die Pfeile aneinanderfügt.
- Kräftemaßstab: z.B. 200 N $\hat{=}$ 10 mm

Zusammensetzen von zwei Kräften



F_1, F_2, \dots Teilkräfte, Komponenten

F Gesamtkraft, resultierende Kraft, Ersatzkraft

φ Winkel zwischen Teilkraft und Ersatzkraft

α Winkel zwischen den Teilkräften

β Winkel im Kräfteck
 $\beta = 180^\circ - \alpha$

i In den Formeln sind für F_1, F_2 und F Beträge einzusetzen.

Der Betrag einer Zahl ist ihr reiner Zahlenwert ohne Berücksichtigung des Vorzeichens. Z. B. der Betrag von $x = -5,3$ ist $|x| = 5,3$.

$|x|$ bedeutet: Betrag von x . Der Betrag ist immer positiv.

a) Teilkräfte gleichgerichtet:

$$F = F_1 + F_2$$

b) Teilkräfte entgegengerichtet:

$$F = F_1 - F_2$$

c) Gleichgewichtsbedingung:

$$F_1 - F_2 = 0$$

d) Teilkräfte senkrecht aufeinander:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

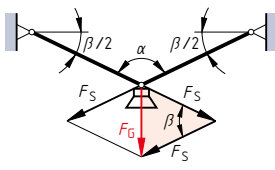
$$\frac{F_1}{F_2} = \tan \varphi; \quad F = \frac{F_1}{\sin \varphi}; \quad F = \frac{F_2}{\cos \varphi}$$

e) Teilkräfte nicht senkrecht aufeinander:

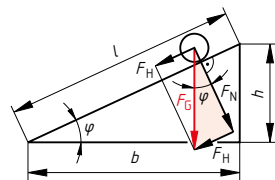
$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta}$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = \frac{F_1}{F}$$

Zerlegen einer Kraft in zwei Teilkräfte (Komponenten)



Aufhängung



Schiefe Ebene

F_G Gewichtskraft

F_S Seilkräfte

α Winkel zwischen den Seilkräften

β Winkel im Kräfteck

F_H Hangabtriebskraft

F_N Normalkraft

l Länge der schiefen Ebene

b Basislänge der schiefen Ebene

h Höhenunterschied

φ Neigungswinkel der schiefen Ebene

$$\beta = 180^\circ - \alpha$$

$$F_S = \frac{F_G}{\sqrt{2 \cdot (1 - \cos \beta)}}$$

$$F_G = F_S \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos \beta)}$$

$$\sin \varphi = \frac{h}{l}$$

$$F_H = F_G \cdot \sin \varphi$$

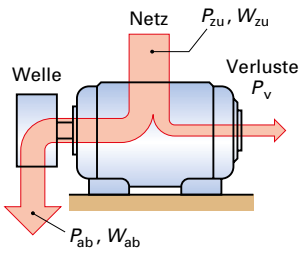
$$\cos \varphi = \frac{b}{l}$$

$$F_N = F_G \cdot \cos \varphi$$

$$\tan \varphi = \frac{h}{b}$$

$$F_H = F_N \cdot \tan \varphi$$

4.2 Wirkungsgrad, Arbeitsgrad



* η griech. Kleinbuchstabe eta;
 ** ζ griech. Kleinbuchstabe zeta

- η^* Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)
- P_{zu} zugeführte Leistung (statt P_{zu} auch P_1)
- P_{ab} abgegebene Leistung (statt P_{ab} auch P_2)
- P_v Verlustleistung
- ζ^{**} Arbeitsgrad, Nutzungsgrad (Arbeits-, Energieverhältnis)
- W_{zu} zugeführte Energie
- W_{ab} abgegebene Energie
- η Gesamtwirkungsgrad
- η_1, η_2, \dots Einzelwirkungsgrade
- $[P] = W$ (Watt); $[W] = Ws$ (Wattsekunde)

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

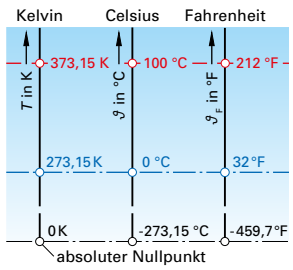
$$P_v = P_{zu} - P_{ab}$$

$$\zeta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots$$

5 Wärmelehre

5.1 Temperatur



- ϑ Temperatur in Grad Celsius [ϑ] = °C
- T Temperatur in Kelvin [T] = K
- $\Delta\vartheta, \Delta T$ Temperaturdifferenz in Kelvin [$\Delta\vartheta$] = [ΔT] = °C = K
- ϑ_F Temperatur in Grad Fahrenheit
- Absoluter Nullpunkt T_0 :**
 $T_0 = 0 \text{ K} \cong \vartheta_0 = -273,15 \text{ °C}$
- Eispunkt des Wassers T_1 :**
 $T_1 = 273,15 \text{ K} \cong \vartheta_1 = 0 \text{ °C}$

Temperatur in Kelvin:

$$T = \left(273,15 + \frac{\vartheta}{\text{°C}} \right) \text{ K}$$

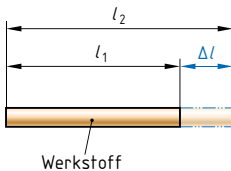
$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

Temperatur in Fahrenheit:

$$\vartheta_F = 1,8 \cdot \vartheta + 32 \text{ °F}$$

5.2 Wärmedehnung



Werte für α_1 : Seite 61

- $\Delta l, \Delta V$ Längen- bzw. Volumenänderung
- l_1, V_1 Länge bzw. Volumen in kaltem Zustand
- l_2, V_2 Länge bzw. Volumen in erwärmtem Zustand
- $\Delta\vartheta$ Temperaturdifferenz
- α_1 Längenausdehnungskoeffizient
- γ Volumenausdehnungskoeffizient

$$\Delta l = \alpha_1 \cdot l_1 \cdot \Delta\vartheta$$

$$\Delta V = \gamma \cdot V_1 \cdot \Delta\vartheta$$

$$l_2 = l_1 (1 + \alpha_1 \cdot \Delta\vartheta)$$

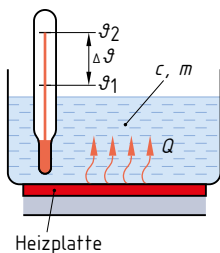
$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta)$$

$$\gamma \approx 3 \cdot \alpha_1$$

$$[\alpha_1] = [\gamma] = \frac{1}{\text{°C}} = \frac{1}{\text{K}}$$

5.3 Wärmemenge

Wärmeaufnahme und Wärmeabgabe bei Temperaturänderung



- Q Wärme, Wärmemenge
- m Masse
- $\Delta\vartheta$ Temperaturdifferenz
- ϑ_1 Anfangstemperatur
- ϑ_2 Endtemperatur
- c spezifische Wärmekapazität (Wasser $c = \frac{4,187 \text{ kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$)
- C_{th} Wärmekapazität
- Weitere Werte für c : Seite 61
- Elektrowärme: Seite 17

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$$

$$C_{th} = c \cdot m$$

$$Q = C_{th} \cdot \Delta\vartheta$$

$$[c] = \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}; [C_{th}] = \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

6 Elektrotechnische Grundlagen

6.1 Grundgesetze

Ohmsches Gesetz

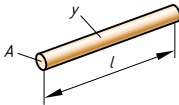


U Spannung
 I Stromstärke
 R Widerstand

$[U] = V$
 $[I] = A \quad 1 A = 1 \frac{V}{\Omega}$
 $[R] = \Omega$

$I = \frac{U}{R}$

Leiterwiderstand



R Leiterwiderstand
 A^* Leiterquerschnitt
 l Leiterlänge
 γ^* elektr. Leitfähigkeit
 ϱ spezifischer Widerstand

$[\gamma] = \frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$
 $\gamma_{Cu} = 56 \frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$
 $\gamma_{Al} = 36 \frac{m}{\Omega \cdot mm^2}$

$R = \frac{l}{\gamma \cdot A^*}; \quad R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$

$l = R \cdot \gamma \cdot A$

$A = \frac{l}{\gamma \cdot R}$

* Nach DIN 1304 für:

- Querschnitt auch S oder q ,
- elektr. Leitfähigkeit auch σ oder χ .

$1 m\Omega = 0,001 \Omega = 1 \cdot 10^{-3} \Omega$
 $1 k\Omega = 1000 \Omega = 1 \cdot 10^3 \Omega$
 $1 M\Omega = 1000000 \Omega = 1 \cdot 10^6 \Omega$

$\varrho_{Cu} = 0,0178 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$
 $\varrho_{Al} = 0,0278 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$

$\gamma = \frac{1}{\varrho}$

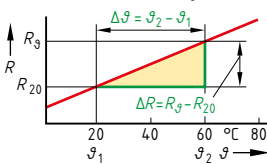
Widerstand und Leitwert

R Widerstand (Widerstandswert)
 G Leitwert

$[G] = \frac{1}{\Omega} = S$

$G = \frac{1}{R}$

Widerstand und Temperatur



Werte für α , γ und ϱ :
 Seite 61.

ΔR Widerstandsänderung
 R_ϑ Widerstand bei der Temperatur ϑ
 R_{20} Widerstand bei der Temperatur $20^\circ C$
 ϑ Temperatur
 ϑ_1 Anfangstemperatur
 ϑ_2 Endtemperatur
 $\Delta\vartheta$ Temperaturdifferenz
 α Temperaturkoeffizient (Temperaturbeiwert)

$[\Delta R] = \Omega$
 $[\Delta\vartheta] = K = ^\circ C$
 $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$
 $\Delta R = R_\vartheta - R_{20}$
 $[\alpha] = \frac{1}{K} = \frac{1}{^\circ C}$

$\Delta R = \alpha \cdot R_{20} \cdot \Delta\vartheta$

$R_\vartheta = R_{20} + \Delta R$

$R_\vartheta = R_{20} (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$

$\Delta\vartheta = \frac{R_\vartheta - R_{20}}{\alpha \cdot R_{20}}$

Stromdichte

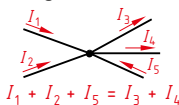
Strombelastbarkeit von isolierten Leitungen: Seite 62.
 *Nach DIN 1304: statt J auch S .

J^* Stromdichte
 I Stromstärke
 A Leiterquerschnitt

$[J] = \frac{A}{mm^2}$

$J = \frac{I}{A}$

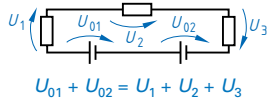
Knotenregel (1. Kirchhoff'sche Regel)



$\sum I_{zu}$ Summe der zufließenden Ströme
 $\sum I_{ab}$ Summe der abfließenden Ströme
 I_1, I_2, I_5 zufließende Ströme
 I_3, I_4 abfließende Ströme

$\sum I_{zu} = \sum I_{ab}$

Maschenregel (2. Kirchhoff'sche Regel)

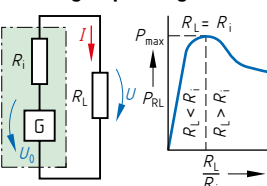


$\sum U_{erz}$ Summe der Erzeugerspannungen
 $\sum U_{verbr}$ Summe der Verbraucherspannungen
 U_{01}, U_{02} Erzeugerspannungen (U_{erz})
 U_1, U_2, U_3 Verbraucherspannungen (U_{verbr})

$\sum U_{erz} = \sum U_{verbr}$

6.2 Anpassung

Leistungsanpassung



R_L Lastwiderstand
 R_i Innenwiderstand
 U Lastspannung
 U_0 Leerlaufspannung, Quellenspannung
 I Laststrom
 I_k Kurzschlussstrom
 P_{max} größte Leistung an R_L

Leistungsanpassung:

$R_L = R_i \quad U = \frac{U_0}{2} \quad I = \frac{I_k}{2}$

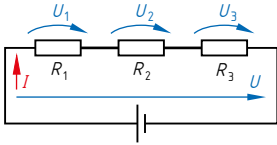
$P_{max} = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{I_k}{2} \quad P_{max} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i}$

Stromanpassung: $R_L \ll R_i$

Spannungsanpassung: $R_L \gg R_i$

6.3 Schaltungen von Widerständen

Reihenschaltung von Widerständen



Durch in Reihe geschaltete Verbraucher fließt derselbe Strom I .

- R Ersatzwiderstand (Gesamtwiderstand)
- R_1, R_2, R_3 Einzelwiderstände
- U Gesamtspannung
- U_1, U_2, U_3 Teilspannungen, Verbraucherspannungen
- I Stromstärke
- n Anzahl gleicher Widerstände

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \dots$$

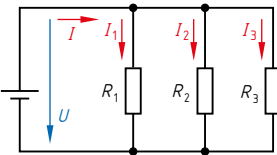
$$R = R_1 + R_2 + R_3 \dots$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R}$$

Für n -gleiche Widerstände:

$$R = n \cdot R_1$$

Parallelschaltung von Widerständen



An parallelgeschalteten Verbrauchern liegt dieselbe Spannung U .

- R Ersatzwiderstand
- R_1, R_2, R_3 Einzelwiderstände
- I Gesamtstrom
- I_1, I_2, I_3 Teilströme
- G Ersatzleitwert
- G_1, G_2, G_3 Einzelleitwerte
- n Anzahl gleicher Widerstände

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$$

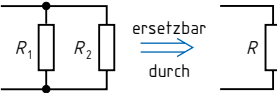
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_1}$$

Für n -gleiche Widerstände:

$$R = \frac{R_1}{n}$$

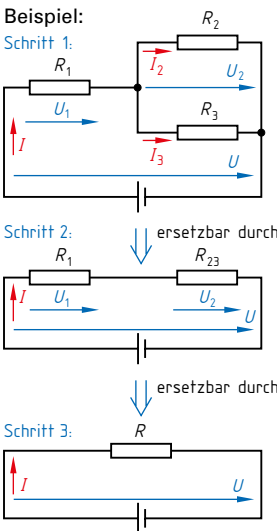
Parallelschaltung von zwei Widerständen



- R Ersatzwiderstand
- R_1, R_2 Einzelwiderstände parallel

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Gemischte Schaltungen (Gruppenschaltungen)



Gemischte Schaltungen sind Kombinationen aus Reihen- und Parallelschaltungen. Ermitteln der Ersatzwiderstände:

- Die Schaltung wird von innen nach außen aufgelöst.
- Reihen- und Parallelschaltungen werden Schritt für Schritt zu Ersatzwiderständen zusammengefasst.
- Die Schritte des Zusammenfassens werden wiederholt, bis nur noch ein Ersatzwiderstand vorliegt.

- R_1, R_2, R_3 Einzelwiderstände
- R_{23}, R Ersatzwiderstände
- U Gesamtspannung
- U_1, U_2 Teilspannungen
- I Gesamtstrom
- I_2, I_3 Teilströme

Berechnen des Ersatzwiderstandes vom Beispiel:

Schritt 1: Parallelschaltung R_{23} aus R_2 und R_3 :

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

Schritt 2: Reihenschaltung R aus R_1 und R_{23} :

$$R = R_1 + R_{23}$$

Berechnen von Spannungen und Strömen:

$$U = R \cdot I$$

$$U_1 = R_1 \cdot I \quad U_2 = R_{23} \cdot I$$

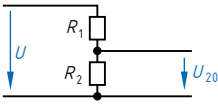
$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} \quad I_3 = \frac{U_2}{R_3}$$

$$I = I_2 + I_3$$



6.4 Spannungsteiler

Unbelasteter Spannungsteiler

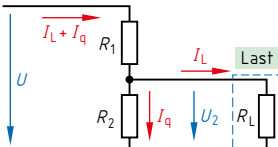


R_1, R_2 Teilwiderstände
 U Gesamtspannung
 U_{20} Teilspannung bei Leerlauf

$$U_{20} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

$$R_1 = R_2 \left(\frac{U}{U_{20}} - 1 \right)$$

Belasteter Spannungsteiler



R_L Lastwiderstand
 R_1, R_2 Teilwiderstände
 R_{2L} Ersatzwiderstand aus R_2 u. R_L
 U Gesamtspannung
 U_2 Teilspannung bei Belastung
 I_L Laststrom
 U_{20} Teilspannung bei Leerlauf
 I_q Querstrom
 q Querstromverhältnis

$$U_2 = U \cdot \frac{R_{2L}}{R_1 + R_{2L}}$$

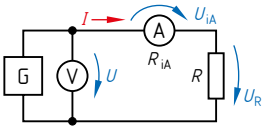
$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L} \quad q = \frac{I_q}{I_L} = \frac{R_L}{R_2}$$

$$R_2 = R_L \cdot \frac{U}{U_2} \cdot \frac{U_{20} - U_2}{U - U_{20}}$$

$$R_1 = R_2 \cdot \left(\frac{U}{U_{20}} - 1 \right)$$

6.5 Widerstandsbestimmung

Spannungsfehlerschaltung (für große Widerstände)

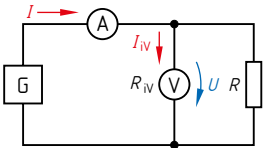


U angezeigte Spannung
 I angezeigte Stromstärke
 R_{iA} Innenwiderstand des Strommessers
 R zu bestimmender Widerstand
 U_{iA} Spannung am Strommesser

$$R = \frac{U}{I} - R_{iA}$$

$$R = \frac{U - U_{iA}}{I}$$

Stromfehlerschaltung (für kleine Widerstände)

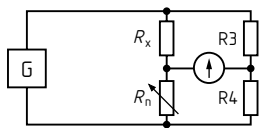


U angezeigte Spannung
 I angezeigte Stromstärke
 I_{iV} Strom durch den Spannungsmesser
 R zu bestimmender Widerstand
 R_{iV} Innenwiderstand des Spannungsmessers

$$R = \frac{U}{I - I_{iV}}$$

$$R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_{iV}}}$$

Widerstandsmessbrücke



R_x unbekannter Widerstand
 R_n Vergleichswiderstand
 R_3, R_4 Brückenwiderstände

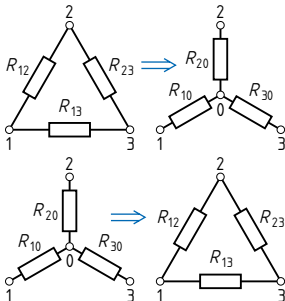
Abgleichbedingung:

$$\frac{R_x}{R_n} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_x = R_n \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

6.6 Unabgeglichene Brückenschaltung (Dreieck-Stern-Umwandlung)

Dreieck-Stern-Umwandlung



Widerstandsschaltungen, z. B. die Brückenschaltung, können durch eine Dreieck-Stern-Umwandlung (oder umgekehrt) in eine elektrisch gleichwertige Schaltung umgewandelt werden.

Dreieck in Stern:

Stern in Dreieck:

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{30}} + R_{10} + R_{20}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{30}}{R_{20}} + R_{10} + R_{30}$$

$$R_{30} = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

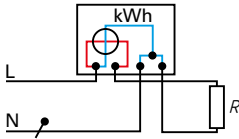
$$R_{23} = \frac{R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}} + R_{20} + R_{30}$$

R_{10}, R_{20}, R_{30} Widerstände der Sternschaltung

R_{12}, R_{13}, R_{23} Widerstände der Dreieckschaltung

6.7 Elektrische Arbeit und elektrische Leistung

Elektrische Arbeit

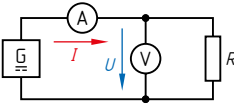


- W elektrische Arbeit
- U Spannung
- I Stromstärke
- t Zeit
- Q elektrische Ladung
- P elektrische Leistung

$[W] = V \cdot A \cdot s = Ws = J$
 $1 J = 1 Ws = 1 Nm$
 $1 kWh = 1000 Wh = 3,6 \cdot 10^6 Ws = 3,6 MJ$

$W = U \cdot I \cdot t$
 $W = P \cdot t$
 $W = U \cdot Q$

Elektrische Leistung bei Gleichstrom
(Gleichstromleistung)



- U Spannung
- I Stromstärke
- R Widerstand
- P elektrische Leistung
- W elektrische Arbeit

$[P] = V \cdot A = VA = W = \frac{J}{s}$
 $1 W = 1 \frac{Nm}{s} = 1 \frac{J}{s}$

$P = U \cdot I$
 $P = \frac{W}{t}$
 $P = \frac{U^2}{R}$
 $P = I^2 \cdot R$

Leistung bei Wechselstrom: Seite 25

Leistungsbestimmung mit dem Elektrizitätszähler

- P elektrische Leistung
- C_Z Zählerkonstante
- n Umdrehungen der Zählerscheibe je Stunde

$[P] = \frac{1}{\frac{1}{n}} = kW$

$P = \frac{n}{C_Z}$

6.8 Kosten der elektrischen Arbeit (Arbeitspreis)



- K_A Arbeitspreis
- W elektrische Arbeit (Verbrauch elektr. Energie)
- T tariflicher Preis
- P elektrische Leistung
- t Zeit

$[K_A] = \text{€}$
 $[W] = kWh$
 $[T] = \frac{\text{€}}{kWh}$

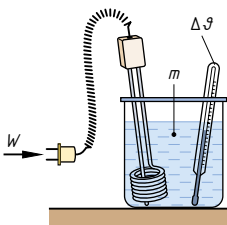
$K_A = W \cdot T$

$K_A = P \cdot t \cdot T$

Arbeitspreis (Verbrauchsentgelt) = elektrische Arbeit x tariflicher Preis je kWh

6.9 Elektrowärme

Elektrische Arbeit und Wärme



- Q_N Nutzwärme
- W elektr. Arbeit
- m Masse
- c spezifische Wärmekapazität (für Wasser: $c = 4,187 kJ/(kg \cdot K)$)
- $\Delta\theta$ Temperaturdifferenz
- ϑ Temperatur
- ϑ_1 Anfangstemperatur
- ϑ_2 Endtemperatur
- t Zeit
- P elektr. Leistung
- C_{th} Wärmekapazität
- ζ Wärmenutzungsgrad* (Energieverhältnis)
- Q_S Stromwärme

$[Q] = kg \cdot \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot K = kJ$
 $[c] = \frac{J}{kg \cdot K}$
 $[C] = \frac{Ws}{K} = \frac{J}{K}$
 $[P] = \frac{kJ}{s} = kW$

$Q_N = c \cdot m \cdot \Delta\theta$

$C_{th} = \frac{Q_N}{\Delta\theta}$

$C_{th} = c \cdot m$

$\Delta\theta = \vartheta_2 - \vartheta_1$

$W = \frac{Q_N}{\zeta}; W = Q_S = P \cdot t$

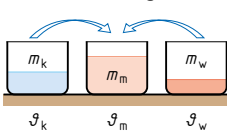
$P = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\theta}{t \cdot \zeta}$

$\zeta = \frac{Q_N}{Q_S} = \frac{Q_N}{W}$

Wärmenutzungsgrad

* nach DIN 1304 ζ (zeta)
(früher: Wärmewirkungsgrad η)
 ζ griech. Kleinbuchstabe zeta

Wassermischung



- m_k Kaltwassermenge
- m_w Warmwassermenge
- m_m Mischwassermenge
- ϑ_k Kaltwassertemperatur
- ϑ_w Warmwassertemperatur
- ϑ_m Mischwassertemperatur

$m_m \cdot \vartheta_m = m_k \cdot \vartheta_k + m_w \cdot \vartheta_w$
 $m_m = m_k + m_w$
 $\vartheta_m = \frac{m_k \cdot \vartheta_k + m_w \cdot \vartheta_w}{m_k + m_w}$