

























Tabelle: Berechnen von wichtigen Funktionswerten (Beispiele) mit dem ETR und in Excel

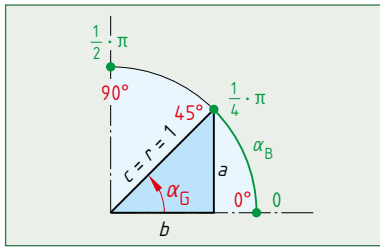
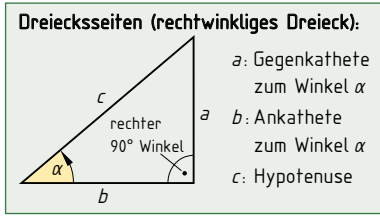
In der Elektrotechnik müssen häufig Funktionswerte, z. B. $\sin 45^\circ$, mit dem elektronischen Taschenrechner (ETR) oder mithilfe von Tabellenkalkulationsprogrammen, z. B. Excel, berechnet werden. Für die Tastatureingabe am ETR sind, je nach Hersteller und Typ, bestimmte Schritte einzuhalten (**Tabelle**). Grundsätzlich ist zu beachten:

- Bei gängigen Taschenrechnern erfolgt die Eingabe entsprechend der Schreibweise von links nach rechts (natürliches Display).
- Neben der ersten Tastenbelegung ist meist auch die Eingabe einer zweiten Tastenbelegung, die über der Taste steht und in der Regel auch andersfarbig gekennzeichnet ist, möglich. Die Zweitbelegung, z. B. die Funktion 10^x , wird üblicherweise durch Drücken einer separaten Taste, z. B. "SHIFT" oder "2nd", aufgerufen.
- Zusammengehörige Rechenschritte, z. B. eine Addition unter der Wurzel, müssen in Klammern gesetzt werden.
- In Excel wird der Ausdruck zur Berechnung des Funktionswertes in einer Zelle, z. B. A1, eingetragen.

Funktionsbeispiele mit zugehörigen Eingabeschritten*	Hinweise
<p>2-te Wurzel und Quadrat, z. B. $\sqrt{202^2 + 110^2} = ?$ (Seite 38)</p> <p> ETR 1: $\sqrt{\square} (\square) 202 \square^2 + 110 \square^2 \square) \square \Rightarrow 230$</p> <p> ETR 2: $2\text{nd} \square^2 (\square) 202 \square^2 + 110 \square^2 \square) \square \Rightarrow 230$</p> <p> Excel: $=\text{WURZEL}(202^2+110^2) \Rightarrow 230$</p>	<p>$\sqrt{\square}$ über 1. Tastenbelegung</p> <p>$\sqrt{\square}$ über 2. Tastenbelegung $2\text{nd} \square^2$</p> <p>Statt z. B. 202^2 auch Potenz(202;2)</p>
<p>Zehnerpotenz, z. B. $2,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = ?$ (Seite 30)</p> <p> ETR 1: $2,5 \square \times 8,85 \square \times 10^x (\square) 12 \square \Rightarrow 2,2125 \times 10^{-11}$</p> <p> ETR 2: $2,5 \square \times 8,85 \square \times 2\text{nd} \text{LOG} (\square) 12 \square \Rightarrow 2,2125 \times 10^{-11}$</p> <p> Excel: $=2,5*8,85*1\text{E-}12 \Rightarrow 2,2125\text{E-}11$</p>	<p>$\times 10^x$ über 1. Tastenbelegung</p> <p>10^x über 2. Tastenbelegung $2\text{nd} \text{LOG}$</p> <p>1E-12 bedeutet: 10^{-12} Auch: $=\text{PRODUKT}(2,5;8,85;1\text{E-}12)$</p>
<p>Zehnerlogarithmus (lg), z. B. $20 \cdot \lg \frac{48}{14} = ?$ (Seite 86)</p> <p> ETR 1: $20 \square \times \text{SHIFT} (\square) (\square) 48 \square \div 14 \square) \square \Rightarrow 10,7$</p> <p> ETR 2: $20 \square \times \text{LOG} (\square) 48 \square \div 14 \square) \square \Rightarrow 10,7$</p> <p> Excel: $=20*\text{LOG}10(48/14) \Rightarrow 10,7$</p>	<p>Der Zehnerlogarithmus (lg) hat die Zahl 10 als Basis.</p> <p>log über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} (\square)$</p> <p>LOG über 1. Tastenbelegung</p> <p>Bei Basis 10 ist die Basisangabe 10 nicht unbedingt erforderlich.</p>
<p>Natürlicher Logarithmus (ln), z. B. $-2,4 \cdot \ln \left(\frac{24,6}{125} \right) = ?$ (Seite 31)</p> <p> ETR 1: $(\square) 2,4 \square \times \text{ln} (\square) 24,6 \square \div 125 \square) \square \Rightarrow 3,90$</p> <p> ETR 2: $(\square) 2,4 \square \times \text{LN} (\square) 24,6 \square \div 125 \square) \square \Rightarrow 3,90$</p> <p> Excel: $=-2,4*\text{LN}(24,6/125) \Rightarrow 3,90$</p>	<p>Der natürliche Logarithmus (ln) hat die Zahl $e = 2,71828\dots$ als Basis.</p> <p>ln über 1. Tastenbelegung</p> <p>LN über 1. Tastenbelegung</p>
<p>Exponentialfunktion (e-Funktion), z. B. $125 \cdot e^{-3,9/2,4} = ?$ (Seite 31)</p> <p> ETR 1: $125 \square \times \text{SHIFT} \text{ln} (\square) (\square) 3,9 \square \div 2,4 \square) \square \Rightarrow 24,6$</p> <p> ETR 2: $125 \square \times 2\text{nd} \text{LN} (\square) (\square) 3,9 \square \div 2,4 \square) \square \Rightarrow 24,6$</p> <p> Excel: $=125*\text{EXP}(-3,9/2,4) \Rightarrow 24,6$</p>	<p>Die e-Funktion ist eine Exponentialfunktion mit der Basis $e = 2,71828\dots$</p> <p>e^x über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} \text{ln}$</p> <p>e^x über 2. Tastenbelegung $2\text{nd} \text{LN}$</p>
<p>Trigonometrische Funktion (sin) a) im Gradmaß und b) im Bogenmaß, z. B. a) $325 \cdot \sin 45^\circ = ?$ und b) $325 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = ?$ (Seite 36)</p> <p>a) Einstellung: DEG bzw. D  ETR 1: $325 \square \times \text{sin} \square 45 \square \Rightarrow 229,8$  ETR 2: $325 \square \times \text{SIN} \square 45 \square \Rightarrow 229,8$  Excel: $=325*\text{SIN}(\text{BOGEN MASS}(45)) \Rightarrow 229,8$</p> <p>b) Einstellung: RAD bzw. R  $325 \square \times \text{sin} (\square) \text{SHIFT} \square \times 10^x \square \div 4 \square) \square \Rightarrow 229,8$  $325 \square \times \text{SIN} (\square) \pi \square \div 4 \square) \square \Rightarrow 229,8$  $=325*\text{SIN}(\text{PI}()/4) \Rightarrow 229,8$</p>	<p>Am ETR muss bei Winkelangaben im Gradmaß, z. B. 45°, DEG bzw. D und bei Winkelangaben im Bogenmaß, z. B. $\pi/4$, RAD bzw. R eingestellt werden. Die Einstellung erfolgt z. B. im SETUP-Menü.</p> <p>π über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} \square \times 10^x$</p> <p>Excel berechnet trigonometrische Funktionen immer im Bogenmaß. Winkel im Gradmaß werden mit der Funktion $\text{BOGENMASS}()$ umgerechnet.</p>
<p>Umkehrfunktion des Sinus (arc sin), z. B. $\text{arc sin} \left(\frac{230}{325} \right) = ?$ (Seite 36)</p> <p> ETR 1: $\text{SHIFT} \text{sin} (\square) 230 \square \div 325 \square) \square \Rightarrow 45 (45^\circ)$</p> <p> ETR 2: $2\text{nd} \text{SIN} (\square) 230 \square \div 325 \square) \square \Rightarrow 45 (45^\circ)$</p> <p> Excel: $=\text{GRAD}(\text{ARCSIN}(230/325)) \Rightarrow 45 (45^\circ)$</p>	<p>Zu einem Sinuswert, z. B. 0,707, wird der zugehörige Winkel im Gradmaß, hier 45°, mit \sin^{-1} (= arc sin) berechnet.</p> <p>\sin^{-1} über 2. Tastenbelegung $\text{SHIFT} \text{sin}$ bzw. $2\text{nd} \text{SIN}$</p> <p>GRAD liefert den Winkel im Gradmaß.</p>

* Die Eingabeschritte am elektronischen Taschenrechner sind beispielhaft und können je nach Modell abweichen.

In der Elektrotechnik, insbesondere in der Wechselstromtechnik, sind Berechnungen mit Winkelfunktionen, z.B. der Sinusfunktion (**Seite 36**), wichtig. Die vier Winkelfunktionen Sinus, Cosinus, Tangens und Cotangens geben im rechtwinkligen Dreieck das Verhältnis zweier Seiten in Bezug auf den Winkel α an.



Umrechnung Gradmaß $\alpha_G \leftrightarrow$ Bogenmaß α_B mit dem Taschenrechner:

- Bei Gradmaß auf DEG oder D
 Beispiele:
 $\alpha_G = 90^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 90 = 1$
 $\alpha_G = 45^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 45 = (0,707)$
 $\alpha_G = 0^\circ \Rightarrow D \Rightarrow \sin 0 = (0)$
- Bei Bogenmaß auf RAD oder R
 Beispiele:
 $\alpha_B = \frac{\pi}{2} \Rightarrow R \Rightarrow \sin (\frac{\pi}{2}) = 1$
 $\alpha_B = \frac{\pi}{4} \Rightarrow R \Rightarrow \sin (\frac{\pi}{4}) = (0,707)$
 $\alpha_B = 0 \Rightarrow R \Rightarrow \sin 0 = (0)$

Winkel-funktion	Funktions-gleichung	Beispiel für $a = 0,707; b = 0,707; c = 1; \alpha = 45^\circ$
Sinus	$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\sin 45^\circ = \frac{0,707}{1} = 0,707$
Cosinus	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\cos 45^\circ = \frac{0,707}{1} = 0,707$
Tangens	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$	$\tan 45^\circ = \frac{0,707}{0,707} = 1$
Cotangens	$\cot \alpha = \frac{b}{a}$	$\cot 45^\circ = \frac{0,707}{0,707} = 1$

- Der Winkel α kann im Gradmaß α_G , z.B. $\alpha_G = 45^\circ$, oder im Bogenmaß α_B , z.B. $\alpha_B = 1/4 \cdot \pi \text{ rad} = 0,785 \text{ rad}$, angegeben werden.
- Die Einheit des Winkels im Gradmaß ist $^\circ$ (Grad), im Bogenmaß rad (Radiant).
- In einem Einheitskreis (Radius $r = 1$) ist α_B die Länge des Kreisbogens.

Umrechnung Gradmaß α_G in Bogenmaß α_B :

Bogenmaß $\alpha_B = \frac{\alpha_G \cdot \pi}{180^\circ}$			
Beispiele	$\alpha_G = 90^\circ$	$\alpha_G = 180^\circ$	$\alpha_G = 270^\circ$
α_B in rad	$\frac{1}{2} \cdot \pi = 1,57$	$\pi = 3,14$	$\frac{3}{2} \cdot \pi = 4,71$

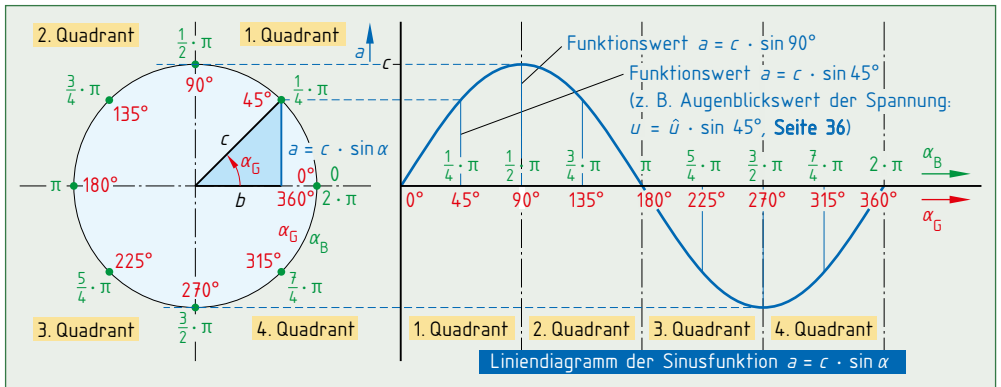
Umrechnung Bogenmaß α_B in Gradmaß α_G :

Gradmaß $\alpha_G = \frac{\alpha_B \cdot 180^\circ}{\pi}$			
Beispiele	$\alpha_B = \frac{3}{4} \cdot \pi = 2,36$	$\alpha_B = \frac{5}{4} \cdot \pi = 3,93$	$\alpha_B = \frac{7}{4} \cdot \pi = 5,50$
α_G in Grad	135°	225°	315°

Wertebereiche der Winkelfunktionen bei einem Kreisumlauf in den vier Quadranten:

Quadrant	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
1. (0° bis 90°)	0 bis +1	+1 bis 0	0 bis $+\infty$	$+\infty$ bis 0
2. (90° bis 180°)	+1 bis 0	0 bis -1	$-\infty$ bis 0	0 bis $-\infty$
3. (180° bis 270°)	0 bis -1	-1 bis 0	0 bis $+\infty$	$+\infty$ bis 0
4. (270° bis 360°)	-1 bis 0	0 bis +1	$-\infty$ bis 0	0 bis $-\infty$
Beispiele	$\sin 90^\circ = 1$ $\sin 225^\circ = -0,707$	$\cos 90^\circ = 0$ $\cos 180^\circ = -1$	$\tan 45^\circ = 1$ $\tan 89^\circ = 57,3$	$\cot 90^\circ = 0$ $\cot 359^\circ = -57,3$

Darstellung der Sinusfunktion als Liniendiagramm für einen vollen Kreisumlauf:



Formelzeichen*	Größe	Einheit, Einheitenname	Einheitenzeichen	Formelzeichen*	Größe	Einheit, Einheitenname	Einheitenzeichen
1. Länge und ihre Potenzen				3. Mechanik			
l Δl b h d, δ r, R d, D s	Länge, Abstand Längenänderung, Längendifferenz Breite Höhe, Tiefe Dicke, Schichtdicke Radius, Halbmesser, Abstand Durchmesser Weglänge, Kurvenlänge	Meter	m	m	Masse, Gewicht als Wäageergebnis	Kilo- gramm	kg
				ρ, ρ_m	Dichte, Massendichte, volumenbezogene Masse	Kilogramm je Kubik- meter	kg/m ³
				F F_G, G	Kraft Gewichtskraft	Newton	N
				M	Kraftmoment, Drehmoment	Newton- meter	Nm
A, S S, q	Flächeninhalt, Fläche, Oberfläche Querschnittsfläche, Querschnitt	Quadrat- meter	m ²	p	Druck	Pascal	Pa
V ΔV	Volumen, Rauminhalt Volumenänderung, Volumendifferenz			Kubik- meter	m ³	ϵ	Dehnung, relative Längenänderung
α, β, γ	ebener Winkel	Grad (DEG)	° (Grad)	μ	Reibungszahl	-	1
φ	Drehwinkel	Radian (RAD)	rad = $\frac{m}{m}$ = 1	W	Arbeit, Energie	Joule	J
Ω, ω	Raumwinkel	Steradian	sr	P	Leistung	Watt	W
2. Raum und Zeit				η	Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)	-	1
t Δt T τ, T	Zeit, Dauer Zeitdifferenz, Zeitänderung Periodendauer, Schwingungsdauer Zeitkonstante	Sekunde	s	ξ	Arbeitsgrad** Nutzungsgrad (Arbeitsverhältnis, Energieverhältnis)		
f, ν f_c f_r	Frequenz Grenzfrequenz Resonanzfrequenz			Hertz	Hz = 1/s		
ω n ω, Ω λ v, u, w c a g	Kreisfrequenz, Pulsanz Drehzahl, Umdrehungsfrequenz Winkelgeschwindigkeit, Drehgeschwindigkeit Wellenlänge Geschwindigkeit Ausbreitungsgeschwin- digkeit einer Welle Beschleunigung, Verzögerung örtliche Fallbeschleunigung	-	rad/s = 1/s 1/s rad/s m Meter je Sekunde m/s Meter je Sekunde hoch zwei m/s ²	4. Wärme und Wärmeübertragung			
				T, θ $\Delta T, \Delta t,$ $\Delta \theta$	thermodynamische Temperatur Temperaturdifferenz	Kelvin	K
				t, ϑ	Celsius-Temperatur	Grad Celsius	°C
				α_l α_v, γ	Längenausdehnungs- koeffizient Volumenausdehnungs- koeffizient	je Kelvin	1/K
				Q	Wärme, Wärmemenge	Joule	J
				R_{th}	thermischer Widerstand, Wärmewiderstand	Kelvin je Watt	K/W
				C_{th}	Wärmekapazität	Joule je Kelvin	J/K
				c	spezifische Wärmekapazität	Joule je kg und Kelvin	J/(kg · K)
* Sind für eine Größe mehrere Zeichen angeführt, so ist das an erster Stelle stehende (meist internationale) Zeichen zu bevorzugen.				Fortsetzung siehe hintere Umschlag-Innenseite			
** ξ griech. Kleinbuchstabe zeta							



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Elektrotechnik

Formeln Elektrotechnik *PLUS*⁺

4. Auflage

Bearbeitet von Ingenieuren und Lehrern
an beruflichen Schulen (siehe Rückseite)

Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL • Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsseldorf Straße 23 • 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 30289

Autoren: Klee, Werner Mehlingen
 Tkotz, Klaus Kronach
 Winter, Ulrich Kaiserslautern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Klaus Tkotz

Bildbearbeitung: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Betreuung der Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Bildentwürfe: Die Autoren

Bildquellenverzeichnis:
Autorenfoto: 109

4. Auflage 2025

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-8085-3203-4

Österreichische Normen, Gesetze und Verordnungen sind im Footer auf www.fs-fachbuch.at verlinkt.

Bei Fragen zur Produktsicherheit wenden Sie sich bitte an produktsicherheit@europa-lehrmittel.de.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2025 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Erwin Wodicka - wodicka@aon.at; ©AA+W - stock.adobe.com; Casio Europe GmbH

Satz: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Druck: Himmer GmbH, 86167 Augsburg

Wegweiser Formeln für Elektrotechniker

Inhaltsverzeichnis Kurzform

1	Mathematische Grundlagen	6
2	Längen- und Flächenberechnungen	10
3	Körper-, Volumen- und Masseberechnungen	14
4	Mechanik	16
5	Wärmelehre	18
6	Elektrotechnische Grundlagen	20
7	Elektrisches Feld, Kondensator	30
8	Magnetisches Feld	32
9	Wechselstrom und Drehstrom	36
10	Elektrische Maschinen	53
11	Elektrische Anlagen	67
12	Digitaltechnik	93
13	Elektronik	96
14	Regelungstechnik	114
15	Messtechnik	117
16	Info und Tabellenteil	120

Nützliches

Mathematische Zeichen (Tabelle 4)	120
Griechisches Alphabet (Tabelle 6)	120
E-Reihen von Widerständen und Kondensatoren (Tabelle 21)	125
Drehstrommotoren (Betriebsdaten) (Tabelle 26)	127
Wichtige Formelzeichen	Innenumschlagseiten
Praxistipps:	
▶ Umrechnen von Einheiten	119
▶ Berechnungen mit Taschenrechner und Excel	vordere Ausklappseite
▶ Arbeiten mit Winkelfunktionen	vordere Ausklappseite
▶ Arbeiten mit Formeln	hintere Ausklappseite
▶ Wichtige Formeln Gleichstrom	hintere Ausklappseite

1
Mathematische
Grundlagen

2
Längen- und Flächen-
berechnungen

3
Körper-, Volumen- und
Masseberechnungen

4
Mechanik

5
Wärmelehre

6
Elektrotechnische
Grundlagen

7
Elektrisches Feld,
Kondensator

8
Magnetisches Feld

9
Wechselstrom und
Drehstrom

10
Elektrische
Maschinen

11
Elektrische Anlagen










12
Digitaltechnik

13
Elektronik

14
Regelungstechnik

15
Messtechnik

16
Info und Tabellenteil

1	Mathematische Grundlagen	$\sqrt{2}$	6	9	Wechselstrom und Drehstrom		36
1.1	Summieren, Multiplizieren		6	9.1	Grundgrößen des Wechselstroms		36
1.2	Rechnen mit Brüchen		6	9.2	Wechselstromwiderstände		37
1.3	Potenzen, Wurzeln, Logarithmen		7	9.3	Resonanz (Parallel- und Reihenschwingkreis)		43
1.4	Winkel, Winkleinheiten, Umrechnung Bogenmaß \rightleftharpoons Gradmaß		7	9.4	Leistung bei Wechselstrom		44
1.5	Rechnen am Dreieck		8	9.5	Kompensation der Blindleistung		45
1.6	Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln		9	9.6	Sinus- und nichtsinusförmige Spannungen*		46
				9.7	Hoch- und Tiefpässe		48
				9.8	Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)		49
2	Längen- und Flächenberechnungen		10	10	Elektrische Maschinen		53
2.1	Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen		10	10.1	Transformator		53
2.2	Flächen		10	10.2	Antriebstechnik		56
				10.2.1	Bewegungen		56
3	Körper-, Volumen- und Masseberechnungen		14	10.2.2	Mechanische Arbeit, mechanische Energie		57
3.1	Volumen und Oberflächen		14	10.2.3	Riementrieb, Zahnradtrieb, Schneckenrieb		59
3.2	Masse und Gewichtskraft		15	10.2.4	Drehmoment und Hebel		59
				10.2.5	Mechanische Leistung		60
4	Mechanik		16	10.2.6	Berechnung des notwendigen Drehmoments von elektrischen Antrieben		61
4.1	Kräfte		16	10.3	Umlaufende elektrische Maschinen		62
4.2	Wirkungsgrad, Arbeitsgrad		17	10.3.1	Wechselstrommotoren		62
				10.3.2	Drehstrommotoren		63
5	Wärmelehre		18	10.3.3	Schrittmotor		65
5.1	Temperatur		18	10.3.4	Gleichstrommaschinen, Gleichstrom-Nebenschlussmaschine		65
5.2	Wärmedehnung		18				
5.3	Wärmemenge		19	11	Elektrische Anlagen		67
5.4	Wärme-Kreisprozess		19	11.1	Schutzmaßnahmen		67
6	Elektrotechnische Grundlagen	$\text{AV}\Omega$	20	11.1.1	Fehlerstromkreis		67
6.1	Grundgesetze		20	11.1.2	Schutzmaßnahmen im TN-System		68
6.2	Anpassung		21	11.1.3	Abschaltströme I_a von Leitungsschutzschaltern (LS-Schalter)		68
6.3	Schaltungen von Widerständen		22	11.1.4	Schutzmaßnahmen im TT-System		68
6.4	Spannungsteiler		23	11.1.5	Schutzmaßnahmen im IT-System		69
6.5	Widerstandsbestimmung		24	11.1.6	Fehlerstrom-Schutzeinrichtung (RCD)		69
6.6	Unabgegliche Brückenschaltung		25	11.1.7	Maximale Abschaltzeiten im TN-System und im TT-System (nach DIN VDE 0100-410)		70
6.7	Dreieck-Stern-Umwandlung bei Wirkwiderständen		25	11.1.8	Maximale Abschaltzeiten im IT-System (nach DIN VDE 0100-410)		70
6.8	Elektrische Arbeit und elektrische Leistung		26	11.1.9	Messen des Isolationswiderstandes		70
6.9	Kosten der elektrischen Arbeit (Arbeitspreis)		26	11.1.10	Isolationswiderstandsmessung von isolierenden Fußböden und Wänden		70
6.10	Elektrowärme		27	11.1.11	Auslösekennlinien von Überstrom-Schutzeinrichtungen		71
6.11	Elektrochemie		28	11.2	Leitungen		72
6.12	Schaltung von gleichen Spannungserzeugern, z. B. Batterien		28	11.2.1	Unverzweigte Leitungen		72
				11.2.2	Verzweigte Leitungen		75
7	Elektrisches Feld, Kondensator		30	11.2.3	Ringleitung		78
7.1	Elektrische Feldstärke		30	11.2.4	Lichtwellenleitung (LWL)		79
7.2	Kondensator		30	11.2.5	Bestimmung des Leiterquerschnittes A ohne Oberschwingungen (nach DIN VDE 0298-4)		80
7.3	Zeitkonstante bei RC-Schaltung, Ladezeit und Entladezeit		31	11.2.6	Bestimmung des Leiterquerschnittes A bei Oberschwingungen (nach DIN VDE 0100-520, Bbl.3)		81
8	Magnetisches Feld		32	11.3	Photovoltaik		83
8.1	Magnetische Größen		32	11.3.1	Kenngrößen von Solarmodulen, -generatoren und -anlagen		83
8.2	Haltekraft von Elektromagneten		33	11.3.2	Schaltungen von Solarmodulen		84
8.3	Magnetische Feldkräfte		33	11.3.3	Überschlägige Berechnung der Leistungsverluste P_V von Leitungen auf der Gleichstromseite		84
8.4	Induktion		34				

11.4 Licht und Beleuchtung	85		
11.4.1 Lichttechnische Größen	85		
11.4.2 Berechnung von Beleuchtungsanlagen	86		
11.5 Antennen	87		
11.5.1 Frequenzbereiche	87		
11.5.2 Wellenlänge, Empfangsspannung, Wellenwiderstand	87		
11.5.3 Verstärkungen, Dämpfungen, Pegel	89		
11.5.4 Mechanische Sicherheit von Antennenanlagen	92		
12 Digitaltechnik	93		
12.1 Grundfunktionen	93		
12.2 Zusammengesetzte Funktionen	93		
12.3 Spezielle zusammengesetzte Funktionen	94		
12.4 Rechengesetze der Schaltalgebra	95		
13 Elektronik	96		
13.1 Halbleiterdioden	96		
13.2 Bipolarer Transistor	97		
13.3 Feldeffekttransistor	100		
13.4 Transistor als Schalter	101		
13.5 Kippschaltungen	101		
13.6 Gleichrichterschaltungen	104		
13.7 Glättung und Siebung der gleichgerichteten Spannung	106		
13.8 Spannungsstabilisierung	107		
13.9 Kühlung von elektronischen Halbleiterbauelementen	109		
13.10 Leistungselektronik	110		
13.11 Operationsverstärker	111		
14 Regelungstechnik	114		
14.1 Regelstrecken	114		
14.2 Unstetiges Regeln (bei 100 % Leistungsüberschuss)	114		
14.3 Stetiges Regeln	115		
15 Messtechnik	117		
15.1 Messfehler von Zeigermessgeräten	117		
15.2 Messfehler von digitalen Messgeräten	117		
15.3 Messwertbestimmung sinusförmiger Größen mit dem Oszilloskop	118		
i Info und Tabellenteil	120		
Tabelle 1: Wichtige Formelzeichen, Größen und Einheiten – siehe vordere und hintere Umschlag-Innenseite	120		
Tabelle 2: SI-Basisgrößen und SI-Basiseinheiten (Grundeinheiten)	120		
Tabelle 3: Vielfache und Teile von Einheiten	120		
Tabelle 4: Mathematische Zeichen	120		
Tabelle 5: Wichtige physikalische Konstanten	120		
Tabelle 6: Griechisches Alphabet	120		
Tabelle 7: Werkstoffwerte von Metallen (und Kohle)	121		
Tabelle 8: Werkstoffwerte von Legierungen	121		
Tabelle 9: Elektrochemische Äquivalente und Wertigkeit	121		
Tabelle 10: Verlegearten von Kabeln und isolierten Leitungen (nach DIN VDE 0298-4)	122		
Tabelle 11: Bemessungswert I_b der Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen für feste Verlegung in den Verlegearten A1, A2, B1, B2, C und D bei einer Umgebungstemperatur von 30 °C (nach DIN VDE 0298-4)	122		
Tabelle 12: Zuordnung von Überstrom-Schutzeinrichtungen gG und LS-Schaltern Typ B, C und D mit einem Abschaltstrom $I_a \leq 1,45 \cdot I_N$, zu den Leiternennquerschnitten isolierter Leitungen bei Dauerbetrieb (umgerechnet auf eine Umgebungstemperatur von 25 °C) (nach DIN VDE 0298-4)	123		
Tabelle 13: Umrechnungsfaktoren f_1 für abweichende Umgebungstemperaturen (nach DIN VDE 0298-4)	123		
Tabelle 14: Umrechnungsfaktoren f_2 für Häufung von Kabeln oder Leitungen (nach DIN VDE 0298-4)	123		
Tabelle 15: Umrechnungsfaktoren f_3 für die Anzahl der belasteten Adern bei Verlegung in Luft	123		
Tabelle 16: Typische Verbraucher- und Verzerrungsströme elektronischer Verbraucher (nach DIN VDE 0100-520)	124		
Tabelle 17: Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen für die Verlegeart A1, A2, B1, B2 und C mit Berücksichtigung der Oberschwingungen. (Betriebstemperatur: 70 °C, Umgebungstemperatur: 25 °C, Leitermaterial: Kupfer) (nach DIN VDE 0100-520)	124		
Tabelle 18: Umrechnungsfaktor f_4 für Verbraucher, die Oberschwingungen erzeugen (nach DIN VDE 0100-520)	124		
Tabelle 19: Leiternennquerschnitte in mm ²	125		
Tabelle 20: Bemessungsströme von Leitungsschutzschaltern (LS-Schalter) der Typen B, C und D in Ampere (Auswahl)	125		
Tabelle 21: Übliche Fertigungswerte für Widerstände und Kondensatoren (E-Reihen) (nach DIN IEC 63)	125		
Tabelle 22: Bemessungsleistung von Widerständen in W	125		
Tabelle 23: Farbkennzeichnung von Widerständen (4-Ring-Kennzeichnung)	125		
Tabelle 24: Wertkennzeichnung von Widerständen durch Buchstaben (Beispiele) (nach DIN EN 60062)	126		
Tabelle 25: Schutzarten elektrischer Betriebsmittel (nach DIN VDE 0470)	126		
Tabelle 26: Baugrößen, Bemessungswerte und Überstrom-Schutzeinrichtung für Drehstrom-Asynchronmotoren mit Kurzschlussläufer bei Direktanlauf oder Y Δ -Anlauf (Auszug)	127		
Tabelle 27: Kernblechschnitte und Bemessungswerte für Kleintransformatoren (Auszug)	127		
Tabelle 28: Wartungswerte E_m der mittleren Beleuchtungsstärke \bar{E}_v (nach DIN EN 12464-1)	128		
Tabelle 29: Reflexionsgrade ρ von Farben und Werkstoffen	128		
Tabelle 30: Leuchtenbetriebswirkungsgrade und Raumwirkungsgrade	128		
Tabelle 31: Auszug aus dem Datenblatt der Z-Diode BZX 55/C3V9 ... BZX 55/C18	129		
Tabelle 32: Auszug aus dem Datenblatt der Leuchtdioden CQX35 und CQX37	129		
Tabelle 33: Auszug aus dem Datenblatt der Silicium-Diode BYT 79/...	130		
Tabelle 34: Auszug aus dem Datenblatt des NPN-Transistors BC 107, BC 171, BC 237/...	130		

1 Mathematische Grundlagen

1.1 Summieren, Multiplizieren

Kommutativgesetz

$$\begin{aligned} a + b + c &= a + c + b \\ &= b + c + a \\ a \cdot b \cdot c &= a \cdot c \cdot b \\ &= b \cdot c \cdot a \end{aligned}$$

Assoziativgesetz

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= a + (b + c + d) \\ &= (a + c) + (b + d) \\ a - b + c - d &= a - (b - c + d) \\ &= (a + c) - (b + d) \\ a \cdot b \cdot c \cdot d &= a \cdot (b \cdot c \cdot d) \\ &= (a \cdot c) \cdot (b \cdot d) \end{aligned}$$

Regeln für das Rechnen mit Vorzeichen

$$\begin{aligned} (+a) + (+b) &= a + b & (+a) - (-b) &= a + b & (+a) - (+b) &= a - b & (+a) + (-b) &= a - b \\ (+a) \cdot (+b) &= +a \cdot b = ab & (+a) \cdot (-b) &= -a \cdot b = -ab \\ (-a) \cdot (-b) &= +a \cdot b = ab & (-a) \cdot (+b) &= -a \cdot b = -ab \end{aligned}$$

Distributivgesetz

$$\begin{aligned} a \cdot (c + d) &= ac + ad & a \cdot (c - d) &= ac - ad & a - bc - bd + be &= a - b \cdot (c + d - e) \\ (a + b) \cdot (c + d) &= ac + ad + bc + bd & (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b) \cdot (c - d) &= ac - ad - bc + bd & (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a + b) \cdot (c - d) &= ac - ad + bc - bd & (a + b) \cdot (a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

1.2 Rechnen mit Brüchen

Vorzeichenregeln

$$\frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \frac{-a}{+b} = -\frac{a}{b} \quad \frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Rechenregeln

Kürzen mit k :

$$\frac{ak}{bk} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k} = \frac{a}{b}$$

Erweitern mit n :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{an}{bn}$$

Summieren:

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$$

$$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$$

Multiplizieren:

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b} = \frac{ac}{b}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$$

Dividieren:

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{bc}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$$

Wichtige Anwendungen:

$$\frac{ak+bk}{ck} = \frac{k(a+b)}{ck} = \frac{a+b}{c}; \quad \frac{a}{b+c} + \frac{d}{e} = \frac{ae+(b+c) \cdot d}{(b+c) \cdot e}; \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{b+c}{b \cdot c} \Rightarrow a = \frac{b \cdot c}{b+c}$$

1.3 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Potenzen $a^n = c$
 a Grundzahl (Basis)
 n Hochzahl (Exponent)
 c Potenzwert

$c = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \Rightarrow a^n$
 n Faktoren
 Bsp.: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

$a^n = c$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ $a^0 = 1$; $10^0 = 1$; $a^1 = a$; $a^{-1} = \frac{1}{a}$; $3^1 = 3$; $3^{-1} = \frac{1}{3}$

$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ $\frac{a^m}{b^m} = a^m \cdot b^{-m}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Zahl	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Zehnerpotenz	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6

Wurzeln $\sqrt[n]{c} = a$
 a Wurzelwert
 n Wurzelexponent
 c Radikand

$c = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \Rightarrow \sqrt[n]{c} = a$
 n Faktoren
 Bsp.: $\sqrt[4]{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2$

$\sqrt[n]{c} = c^{\frac{1}{n}}$

$\sqrt[n]{c \cdot d} = \sqrt[n]{c} \cdot \sqrt[n]{d}$ $\sqrt[n]{\frac{c}{d}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}} = \left(\frac{c}{d}\right)^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{c^m} = c^{\frac{m}{n}}$ $a^2 = c \Rightarrow a = \pm \sqrt{c}$

Logarithmen

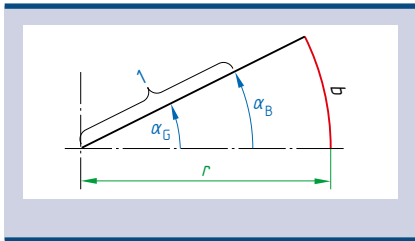
n Logarithmus a Basis
 c Numerus

Eingabemodus:
 Taste **LOG** $c = a^n \Rightarrow$ $\log_a c = n$

- Zehnerlogarithmus (dekadischer Logarithmus): $\log_{10} c = \lg c$
 Beispiel: $\lg 2 = 0,301\dots$
- Natürlicher Logarithmus ($e = 2,718\dots$): $\log_e c = \ln c$
 Beispiel: $\ln 2 = 0,694\dots$
- Zweierlogarithmus (binärer Logarithmus): $\log_2 c = \text{lb } c$
 Beispiel: $\text{lb } 2 = 1$

$\log_a c + \log_a d = \log_a (c \cdot d)$ $\log_a c - \log_a d = \log_a \left(\frac{c}{d}\right)$ $-\log_a d = \log_a \left(\frac{1}{d}\right)$
 $k \cdot \log_a c = \log_a (c^k)$ $\frac{1}{n} \cdot \log_a c = \log_a (\sqrt[n]{c})$ $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b} = \log_a c \cdot \log_b a$

1.4 Winkel, Winkleinheiten, Umrechnung Bogenmaß \Leftrightarrow Gradmaß

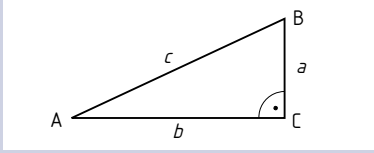


α_B Winkel im Bogenmaß, Einheit Radiant (rad) $\alpha_B = \frac{b}{r}$ $\text{rad} = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$
 α_G Winkel im Gradmaß, Einheit Grad (°) $\alpha_B = \frac{\alpha_G}{180^\circ} \cdot \pi$
 b Bogenlänge $\alpha_G = \frac{\alpha_B}{\pi} \cdot 180^\circ$
 r Radius

Winkel α_G im Gradmaß	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Winkel α_B im Bogenmaß	0	$\frac{\pi}{6} = 0,52$	$\frac{\pi}{4} = 0,79$	$\frac{\pi}{3} = 1,05$	$\frac{\pi}{2} = 1,57$	$\pi = 3,14$	$\frac{3}{2} \cdot \pi = 4,71$	$2 \cdot \pi = 6,28$

1.5 Rechnen am Dreieck

Rechtwinkliges Dreieck



c Hypotenuse

a Kathete

b Kathete

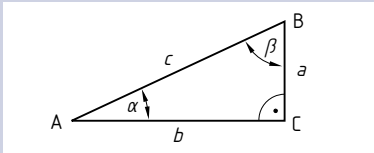
☞ Kennzeichen für rechten Winkel $\hat{=}$ 90°

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

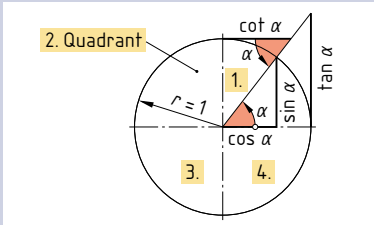
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Winkelfunktionen
(Trigonometrische Funktionen)

c Hypotenuse

a Gegenkathete zu α ,
Ankathete zu β b Gegenkathete zu β ,
Ankathete zu α

Einheitskreis



Quadrant	1	2	3	4
sin α	+	+	-	-
cos α	+	-	-	+
tan α	+	-	+	-
cot α	+	-	+	-

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin \alpha; \quad c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos \alpha; \quad c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot \tan \alpha; \quad b = \frac{a}{\tan \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \cdot \cot \alpha; \quad a = \frac{b}{\cot \alpha}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \sin \beta; \quad c = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos \beta; \quad c = \frac{a}{\cos \beta}$$

$$\tan \beta = \frac{b}{a} \Rightarrow b = a \cdot \tan \beta; \quad a = \frac{b}{\tan \beta}$$

$$\cot \beta = \frac{a}{b} \Rightarrow a = b \cdot \cot \beta; \quad b = \frac{a}{\cot \beta}$$

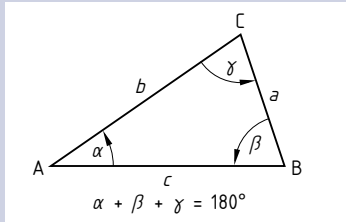
Winkelberechnung, z.B. $\alpha = \arcsin \frac{a}{c}$; $\beta = \arcsin \frac{b}{c}$

Wichtige Winkelfunktionswerte:

Funktion	Winkel α									
	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	180°	270°	360°
Sinus α	0	0,259	0,500	0,707	0,866	0,966	1	0	-1	0
Cosinus α	1	0,966	0,866	0,707	0,500	0,259	0	-1	0	1
Tangens α	0	0,268	0,577	1	1,732	3,732	∞	0	∞	0

Beispiel: $\sin 15^\circ = 0,259$

Sinussatz



- i** sin: Sinus
- cos: Cosinus
- tan: Tangens
- cot: Cotangens

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow a = b \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \quad b = a \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{b} \cdot \sin \beta; \quad \sin \beta = \frac{b}{a} \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \Rightarrow b = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}; \quad c = b \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$

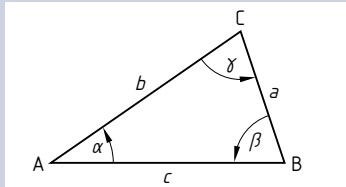
$$\sin \beta = \frac{b}{c} \cdot \sin \gamma; \quad \sin \gamma = \frac{c}{b} \cdot \sin \beta$$

$$\frac{c}{a} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} \Rightarrow c = a \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}; \quad a = c \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$\sin \gamma = \frac{c}{a} \cdot \sin \alpha; \quad \sin \alpha = \frac{a}{c} \cdot \sin \gamma$$

Winkelbestimmung:
 $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{b} \cdot \sin \beta\right); \quad \beta = \arcsin\left(\frac{b}{a} \cdot \sin \alpha\right)$

Kosinussatz



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot bc \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot ac \cdot \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot ab \cdot \cos \gamma \Rightarrow \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

1.6 Zahlensysteme, BCD-Code, Rechenregeln

Vergleich von Zahlensystemen:

Dezimalzahl	Dualzahl	Sedezimalzahl***
0	0	0
1 = 2 ⁰	1	1
2 = 2 ¹	10	2
3	11	3
4 = 2 ²	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8 = 2 ³	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
16 = 2 ⁴	10000	10
17	10001	11
18	10010	12
19	10011	13
...
32 = 2 ⁵	100000	20
...
64 = 2 ⁶	1000000	40

8-4-2-1-Code (BCD-Code):

Dezimalzahl	8-4-2-1-Code	
0	0000	0000
1	0000	0001
2	0000	0010
3	0000	0011
4	0000	0100
5	0000	0101
6	0000	0110
7	0000	0111
8	0000	1000
9	0000	1001
*	0000	1010
**	*	+0110
10	0001	0000
11	0001	0001
12	0001	0010
13	0001	0011
14	0001	0100
15	0001	0101
16	0001	0110
17	0001	0111
18	0001	1000
19	0001	1001
*	0001	1010
**	*	+0110
20	0010	0000

Rechnen mit Dualzahlen:

+	00	00
	0	0
	00	00
+	01	01
	0	0
	01	01
+	00	00
	1	1
	01	01
+	01	01
	1	1
	10	00
+	011	011
	10	10
	101	001
+	011	011
	11	100
	110	001

1 · 1 = 1
0 · 0 = 0
1 · 0 = 0
0 · 1 = 0
0 · 1 = 0
1 · 1 = 1

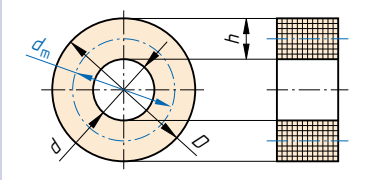
* Pseudotetrade, bewirkt Rückstellung und Übertrag auf die nächste Dekade.
 *** auch Hexadezimalzahl genannt.

** Korrektursummand beim Übertrag.

2 Längen- und Flächenberechnungen*

2.1 Drahtlängen von Rundspulen und von Rechteckspulen

Rundspulen



l Drahtlänge
 D, d Durchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser
 h Höhe (Wickelhöhe)
 N Windungszahl

$$l = \pi \cdot d_m \cdot N \quad \Rightarrow N = \frac{l}{\pi \cdot d_m}$$

$$d_m = \frac{D + d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot d_m - d$$

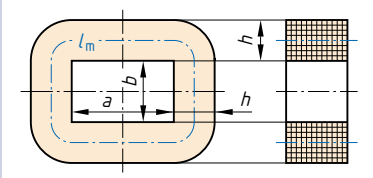
$$h = \frac{D - d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot h + d;$$

$$d_m = d + h$$

$$d = D - 2 \cdot h$$

$$d_m = D - h$$

Rechteckspulen



$$l = (2a + 2b + \pi \cdot h) \cdot N \quad \Rightarrow N = \frac{l}{2a + 2b + \pi \cdot h};$$

$$l = l_m \cdot N$$

$$h = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{l}{N} - 2a - 2b \right)$$

$$\pi = 3,14159$$

l Drahtlänge
 b Breite

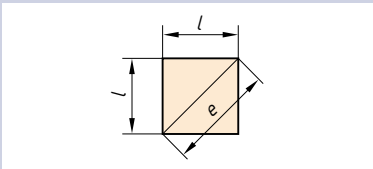
l_m mittlere Windungslänge
 h Wickelhöhe

a Länge
 N Windungszahl

* In manchen Ländern wird die Längeneinheit Inch (Zoll) verwendet, 1 Inch = 1 in = 1'' = 1 Zoll = 25,4 mm.

2.2 Flächen

Quadrat



$$A = l^2 \quad \Rightarrow l = \sqrt{A}$$

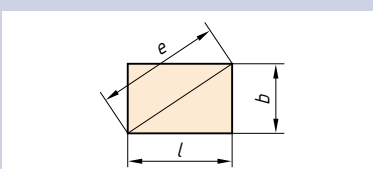
$$u = 4 \cdot l \quad \Rightarrow l = \frac{u}{4}$$

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

A Fläche
 l Seitenlänge

u Umfang
 e Diagonale, Eckenmaß

Rechteck



$$A = l \cdot b \quad \Rightarrow l = \frac{A}{b}$$

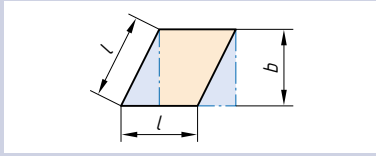
$$u = 2(l + b) \quad \Rightarrow l = \frac{u}{2} - b$$

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

A Fläche
 u Umfang

l Länge
 e Diagonale, Eckenmaß

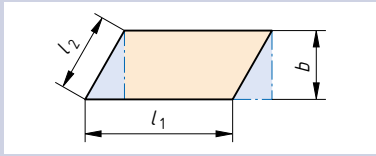
b Breite

Raute

A Fläche
 l Länge
 b Breite
 u Umfang

$$A = l \cdot b \quad \Rightarrow l = \frac{A}{b}$$

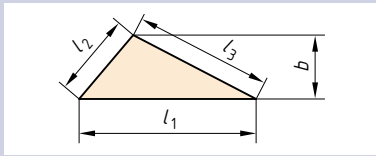
$$u = 4 \cdot l \quad \Rightarrow l = \frac{u}{4}$$

Parallelogramm

A Fläche
 l_1, l_2 Längen der Seiten
 b Breite
 u Umfang

$$A = l_1 \cdot b \quad \Rightarrow l_1 = \frac{A}{b}; \quad b = \frac{A}{l_1}$$

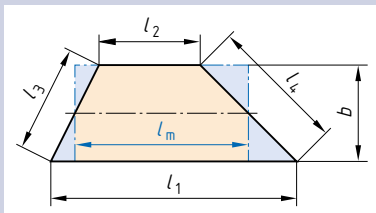
$$u = 2(l_1 + l_2) \quad \Rightarrow l_1 = \frac{u}{2} - l_2; \quad l_2 = \frac{u}{2} - l_1$$

Dreieck

A Fläche
 l_1, l_2, l_3 Längen der Seiten
 b Breite
 u Umfang

$$A = \frac{l_1 \cdot b}{2} \quad \Rightarrow b = \frac{2 \cdot A}{l_1}; \quad l_1 = \frac{2 \cdot A}{b}$$

$$u = l_1 + l_2 + l_3 \quad \Rightarrow l_1 = u - l_2 - l_3$$

Trapez

A Fläche
 b Breite
 l_1 große Länge
 l_2 kleine Länge
 l_m mittlere Länge
 l_3, l_4 Längen der Schrägseiten
 u Umfang

$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b \quad \Rightarrow l_1 = \frac{2 \cdot A}{b} - l_2$$

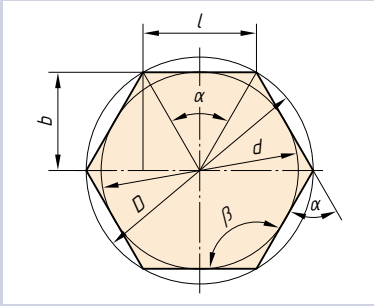
$$u = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 \quad \Rightarrow l_1 = u - l_2 - l_3 - l_4$$

$$u = 2 \cdot l_m + l_3 + l_4 \quad \Rightarrow l_m = \frac{u - l_3 - l_4}{2}$$

$$A = l_m \cdot b \quad \Rightarrow l_m = \frac{A}{b}; \quad b = \frac{A}{l_m}$$

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2} \quad \Rightarrow l_1 = 2 \cdot l_m - l_2; \quad l_2 = 2 \cdot l_m - l_1$$

Regelmäßiges Vieleck



- A Fläche
- l Seitenlänge
- b Breite eines Teildreiecks
- n Eckenzahl
- u Umfang
- D Umkreisdurchmesser
- d Inkreisdurchmesser
- α Mittelpunktswinkel
- β Eckenwinkel

$$A = \frac{l \cdot b}{2} \cdot n \quad \Rightarrow n = \frac{2 \cdot A}{l \cdot b}; \quad l = \frac{2 \cdot A}{b \cdot n}$$

$$u = l \cdot n \quad \Rightarrow l = \frac{u}{n}; \quad n = \frac{u}{l}$$

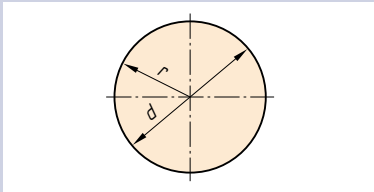
$$l = D \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad \Rightarrow D = \frac{l}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} \quad \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

$$b = \frac{1}{2} \cdot d \quad \Rightarrow d = 2 \cdot b$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha \quad \Rightarrow \alpha = 180^\circ - \beta$$

Kreis



- A Kreisfläche
- d Durchmesser
- r Radius, Halbmesser
- u Umfang
- π Kreiszahl ($\pi = 3,1415\dots$)

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}; \quad \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

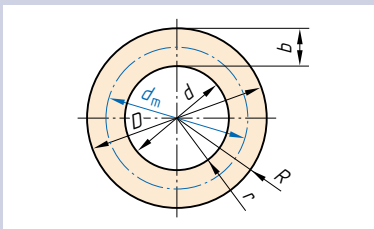
$$A = \pi \cdot r^2 \quad \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

$$u = \pi \cdot d; \quad \Rightarrow d = \frac{u}{\pi}$$

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r \quad \Rightarrow r = \frac{u}{2 \cdot \pi} = \frac{d}{2}$$

$$[d] = [u] = \text{m} \rightarrow [A] = \text{m}^2; \quad [d] = [u] = \text{mm} \rightarrow [A] = \text{mm}^2$$

Kreising



- A Kreisingfläche
- D Außendurchmesser
- d Innendurchmesser
- d_m mittlerer Durchmesser
- R, r Radien
- b Breite (Dicke)
- u_m mittlerer Kreisumfang (gestreckte Länge)

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \quad \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi} + d^2};$$

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

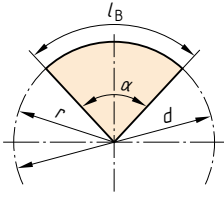
$$u_m = \pi \cdot d_m \quad \Rightarrow d_m = \frac{u_m}{\pi}$$

$$b = \frac{D-d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot b + d; \quad d = D - 2 \cdot b$$

$$d_m = \frac{D+d}{2} \quad \Rightarrow D = 2 \cdot d_m - d;$$

$$\pi = 3,14159$$

$$d = 2 \cdot d_m - D$$

Kreisausschnitt (Kreissektor)

- A Fläche des Kreisausschnitts
 d Durchmesser
 r Radius
 l_B Bogenlänge
 α Innenwinkel

$$A = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ};$$

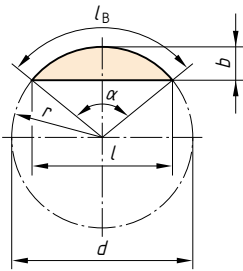
$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot \alpha}};$$

$$A = \frac{r \cdot l_B}{2}$$

$$\alpha = \frac{4 \cdot A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot d^2}$$

$$l_B = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow r = \frac{l_B \cdot 180^\circ}{\pi \cdot \alpha}$$

Kreisabschnitt

- A Fläche
 r Radius
 d Durchmesser
 l_B Bogenlänge
 l Sehnenlänge
 b Breite
 α Innenwinkel

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

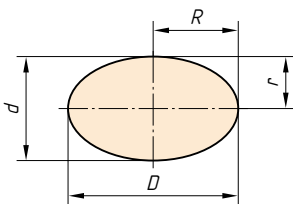
$$A = \frac{l_B \cdot r - l(r-b)}{2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{2 \cdot A - r \cdot b}{l_B - l};$$

$$l_B = \frac{2 \cdot A + l(r-b)}{r}$$

Näherungsformel:

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot b$$

Ellipse

- A Fläche
 d kleine Achse
 D große Achse
 r kleine Halbachse
 R große Halbachse
 u Umfang

$$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4};$$

$$\Rightarrow D = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot d}; \quad d = \frac{4 \cdot A}{\pi \cdot D}$$

$$A = \pi \cdot R \cdot r$$

$$\Rightarrow R = \frac{A}{\pi \cdot r}; \quad r = \frac{A}{\pi \cdot R}$$

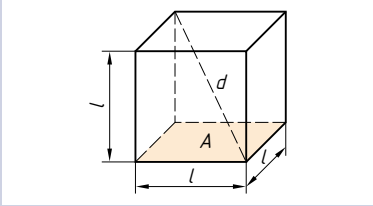
$$u \approx \frac{D+d}{2};$$

$$u \approx \pi \cdot (R+r)$$

3 Körper-, Volumen- und Masseberechnungen

3.1 Volumen und Oberflächen

Würfel



V Volumen
 A Grundfläche
 l Kantenlänge
 A_0 Oberfläche
 d Raumdiagonale

$$V = A \cdot l$$

$$\Rightarrow A = \frac{V}{l}; \quad l = \frac{V}{A}$$

$$V = l^3$$

$$\Rightarrow l = \sqrt[3]{V} = V^{\frac{1}{3}}$$

$$A_0 = 6 \cdot l^2$$

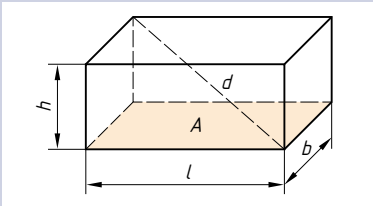
$$\Rightarrow l = \sqrt{\frac{A_0}{6}}$$

$$d = l \cdot \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow l = \frac{d}{\sqrt{3}}$$

$$A = l^2$$

Prisma



V Volumen
 A Grundfläche
 h Höhe
 l Länge
 b Breite
 A_0 Oberfläche
 d Raumdiagonale

$$V = A \cdot h$$

$$\Rightarrow A = \frac{V}{h}; \quad h = \frac{V}{A}$$

$$V = l \cdot b \cdot h$$

$$\Rightarrow l = \frac{V}{b \cdot h}; \quad b = \frac{V}{l \cdot h};$$

$$h = \frac{V}{l \cdot b}$$

$$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

$$d = \sqrt{l^2 + h^2 + b^2}$$

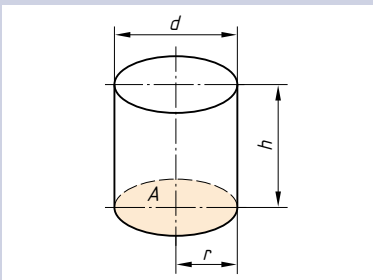
$$\Rightarrow h = \sqrt{d^2 - l^2 - b^2}$$

$$l = \sqrt{d^2 - h^2 - b^2}$$

$$A = l \cdot b$$

$$b = \sqrt{d^2 - l^2 - h^2}$$

Zylinder



V Volumen
 A Grundfläche
 h Höhe
 d Durchmesser
 r Radius
 A_0 Oberfläche

$$V = A \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{V}{A}; \quad A = \frac{V}{h}$$

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2}; \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

$$A_0 = \pi \cdot d \cdot h + \frac{\pi \cdot d^2}{2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{A_0}{\pi \cdot d} - \frac{d}{2}$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot h}}$$

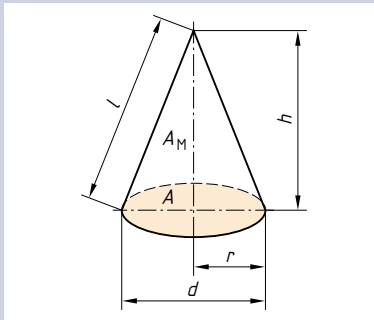
$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot (A_0 - \pi \cdot d)}{\pi}}$$

$$\pi = 3,1415 \dots$$

$$\frac{\pi}{4} = 0,785 \dots$$

Kegel



- V Volumen
 A Grundfläche
 A_M Mantelfläche
 A_0 Oberfläche
 h Höhe
 d Durchmesser
 r Radius
 l Länge der Mantellinie

$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3 \cdot V}{h}; \quad h = \frac{3 \cdot V}{A}$$

$$V = \frac{\pi}{12} \cdot d^2 \cdot h$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{12 \cdot V}{\pi \cdot h}}; \quad h = \frac{12 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$$

$$A_M = \pi \cdot r \cdot l$$

$$\Rightarrow r = \frac{A_M}{\pi \cdot l}; \quad l = \frac{A_M}{\pi \cdot r}$$

$$A_0 = \pi \cdot (l \cdot r + r^2)$$

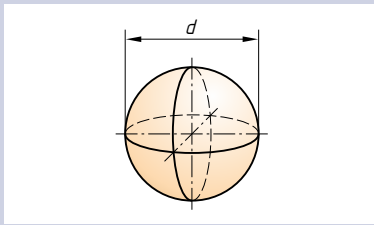
$$\Rightarrow l = \frac{A_0}{\pi \cdot r} - r$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot r^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$A_0 = A_M + A$$

Kugel



V Volumen

d Durchmesser

A_0 Oberfläche

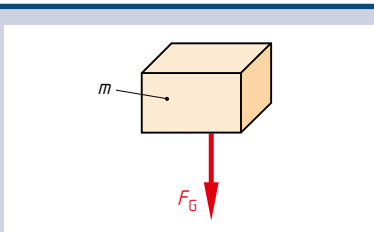
$$V = \frac{\pi \cdot d^3}{6}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$$

$$A_0 = \pi \cdot d^2$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$$

3.2 Masse und Gewichtskraft



- V Volumen
 m Masse
 ρ Dichte
 F_G Gewichtskraft
 g Fallbeschleunigung (9,81 m/s²)

Weitere Werte für Dichte ρ :
 Seite 121

$$m = \rho \cdot V$$

$$\Rightarrow V = \frac{m}{\rho}; \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$F_G = \rho \cdot V \cdot g$$

$$\Rightarrow V = \frac{F_G}{\rho \cdot g}; \quad \rho = \frac{F_G}{V \cdot g}$$

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}; \quad [m] = \text{kg}$$

$$[F_G] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

$$1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$$

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg (t für Tonne)}$$

Dichte ρ (Beispiele)

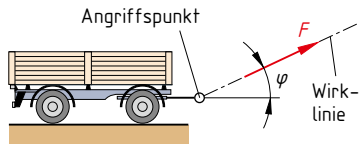
Wasser bei 4 °C	1 kg/dm ³
Aluminium	2,7 kg/dm ³
Kupfer	8,9 kg/dm ³



4 Mechanik

4.1 Kräfte

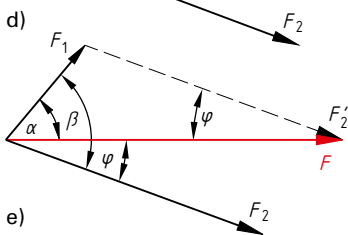
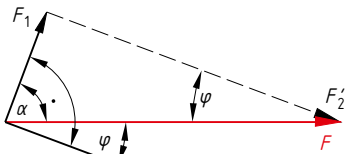
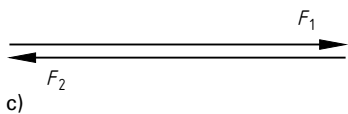
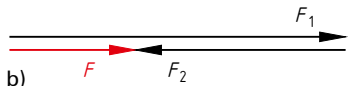
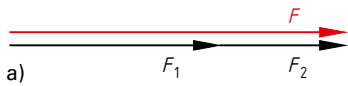
Einheit, Darstellung



Formelzeichen: F ; Einheit: $[F] = \text{N}$; Einheitenname: Newton
Kräftemaßstab: z. B. $200 \text{ N} \hat{=} 10 \text{ mm}$

- Kräfte sind gerichtete Größen, die man als Pfeil darstellt.
- Der Betrag der Kraft $\hat{=}$ der Pfeillänge.
- Die Richtung der Kraft $\hat{=}$ der Pfeilrichtung.
- Man addiert Kräfte, indem man die Pfeile aneinanderfügt.
- Kräftemaßstab: z. B. $200 \text{ N} \hat{=} 10 \text{ mm}$

Zusammensetzen von zwei Kräften



- F_1, F_2, \dots Teilkräfte, Komponenten
 F Gesamtkraft, resultierende Kraft, Ersatzkraft
 φ Winkel zwischen Teilkraft und Ersatzkraft
 α Winkel zwischen den Teilkräften
 β Winkel im Kräfteck $\beta = 180^\circ - \alpha - \varphi$



In den Formeln sind für F_1, F_2 und F Beträge einzusetzen.



arccos, Eingabemodus:

2nd cos

a) Teilkräfte gleichgerichtet:

$$F = F_1 + F_2 \quad \Rightarrow F_1 = F - F_2; F_2 = F - F_1$$

b) Teilkräfte entgegengerichtet:

$$F = F_1 - F_2 \quad \Rightarrow F_1 = F + F_2; F_2 = F_1 - F$$

c) Gleichgewichtsbedingung:

$$F_1 = F_2 \quad \Rightarrow F_1 - F_2 = 0$$

d) Teilkräfte senkrecht aufeinander:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad \Rightarrow F_1 = \sqrt{F^2 - F_2^2}; F_2 = \sqrt{F^2 - F_1^2}$$

$$F = \frac{F_1}{\cos \alpha} \quad \Rightarrow F_1 = F \cdot \cos \alpha; \cos \alpha = \frac{F_1}{F}$$

$$F = \frac{F_2}{\cos \varphi} \quad \Rightarrow F_2 = F \cdot \cos \varphi; \cos \varphi = \frac{F_2}{F}$$

e) Teilkräfte nicht senkrecht aufeinander:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \beta}$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos \left(\frac{F_1^2 + F_2^2 - F^2}{2 \cdot F_1 \cdot F_2} \right)$$

$$F_1 = \sqrt{F + F_2^2 - 2 \cdot F \cdot F_2 \cdot \cos \varphi}$$

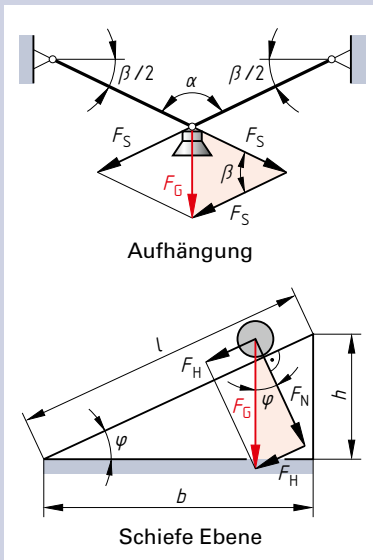
$$\Rightarrow \varphi = \arccos \left(\frac{F^2 + F_2^2 - F_1^2}{2 \cdot F \cdot F_2} \right)$$

$$F_2 = \sqrt{F^2 + F_1^2 - 2 \cdot F \cdot F_1 \cdot \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arccos \left(\frac{F^2 + F_1^2 - F_2^2}{2 \cdot F \cdot F_1} \right)$$



Zerlegen einer Kraft in zwei Teilkräfte (Komponenten)



$$\beta = 180^\circ - \alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = 180^\circ - \beta$$

$$F_S = \frac{F_G}{\sqrt{2 \cdot (1 - \cos \beta)}} \quad \Rightarrow \quad F_G = F_S \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos \beta)}$$

$$\cos \beta = 1 - \frac{F_G^2}{2 \cdot F_S^2}$$

$$F_H = F_G \cdot \sin \varphi \quad \Rightarrow \quad F_G = \frac{F_H}{\sin \varphi}$$

$$\sin \varphi = \frac{h}{l} \quad F_H = F_G \cdot \frac{h}{l}; \quad F_G = \frac{F_H \cdot l}{h}$$

$$F_N = F_G \cdot \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad F_G = \frac{F_N}{\cos \varphi}$$

$$\cos \varphi = \frac{b}{l} \quad F_N = F_G \cdot \frac{b}{l}; \quad F_G = \frac{F_N \cdot l}{b}$$

$$F_H = F_N \cdot \tan \varphi \quad \Rightarrow \quad F_N = \frac{F_H}{\tan \varphi}; \quad \tan \varphi = \frac{F_H}{F_N}$$

$$\tan \varphi = \frac{h}{b} \quad F_H = F_N \cdot \frac{h}{b}; \quad F_N = \frac{F_H \cdot b}{h}$$

F_G Gewichtskraft

F_S Seilkräfte

α Winkel zwischen den Seilkräften

β Winkel im Kräfteck

F_H Hangabtriebskraft

F_N Normalkraft

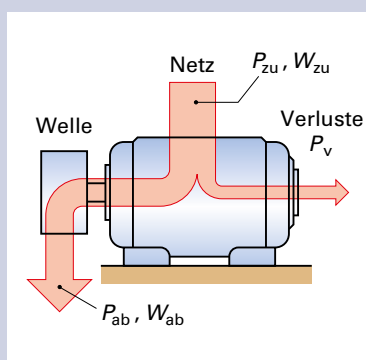
l Länge der schiefen Ebene

h Höhenunterschied

b Basislänge der schiefen Ebene

φ Neigungswinkel der schiefen Ebene

4.2 Wirkungsgrad, Arbeitsgrad



$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad \Rightarrow \quad P_{zu} = \frac{P_{ab}}{\eta}; \quad P_{ab} = \eta \cdot P_{zu}$$

$$P_v = P_{zu} - P_{ab} \quad \Rightarrow \quad P_{zu} = P_{ab} + P_v;$$

$$P_{ab} = P_{zu} - P_v$$

$$\zeta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} \quad \Rightarrow \quad W_{zu} = \frac{W_{ab}}{\zeta};$$

$$W_{ab} = \zeta \cdot W_{zu}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \quad \Rightarrow \quad \eta_1 = \frac{\eta}{\eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots}$$

[P] = W (Watt)

[W] = Ws (Wattsekunde)

η^* Wirkungsgrad (Leistungsverhältnis)

P_{zu} zugeführte Leistung (statt P_{zu} auch: P_1)

P_{ab} abgegebene Leistung (statt P_{ab} auch: P_2)

P_v Verlustleistung

ζ^{**} Arbeitsgrad, Nutzungsgrad (Arbeits-, Energieverhältnis)

W_{zu} zugeführte Energie

W_{ab} abgegebene Energie

η Gesamtwirkungsgrad

$\eta_1, \eta_2 \dots$ Einzelwirkungsgrade

* η griech. Kleinbuchstabe eta

** ζ griech. Kleinbuchstabe zeta