

## Wichtige Normen

Inhalt, gekürzter Titel	Nummer	Inhalt, gekürzter Titel	Nummer
<b>Mathematik, Physik, IT-Technik</b>		Benummerung von Texten	DIN 1421
Allgemeine mathematische Zeichen und Begriffe	DIN 1302	Beschriftung	DIN 6776
Einheiten (Einheitenname, Einheitenzeichen)	DIN 1301	Darstellungen in Normalprojektion	DIN ISO 5456
Einheiten elektrischer Größen	DIN 1357	Dokumente der Elektrotechnik	DIN EN 61082
Einheiten magnetischer Größen	DIN 1339	Gestaltung von Manuskripten	DIN 1422
Formelschreibweise	DIN 1338	Grafische Darstellung	DIN 461
Formelzeichen	DIN 1304	Grafische Symbole der Prozessleittechnik	DIN 19277
Formelzeichen Akustik	DIN 1332	Grafische Symbole für Schaltpläne	DIN EN 60617
Fourier-Transformation	DIN 5487	Teil 2: Symbolelemente	DIN EN 60617
Größen und Einheiten der IT-Technik	DIN EN 80000-13	Teil 3: Leiter und Verbinder	DIN EN 60617
Komplexe Größen	DIN 5475	Teil 4: Passive Bauelemente	DIN EN 60617
Lautstärkepegel	DIN 1318	Teil 5: Halbleiter und Elektronenröhren	DIN EN 60617
Logarithmische Größen und Einheiten	DIN 5493	Teil 6: Erzeugung und Umwandlung elektrischer Energie	DIN EN 60617
Physikalische Größen und Gleichungen	DIN 1313	Teil 7: Schalt- und Schutzeinrichtungen	DIN EN 60617
Richtungssinn und Vorzeichen in der Elektrotechnik	DIN 5489	Teil 8: Mess-, Melde-, Signaleinrichtungen	DIN EN 60617
Strahlungsphysik, Lichttechnik	DIN 5031	Teil 9: Vermittlungs- und Endeinrichtungen	DIN EN 60617
Übertragungsfaktor, Pegel	DIN 40148	Teil 10: Übertragungseinrichtungen	DIN EN 60617
Winkel	DIN 1315	Teil 11: Installationspläne	DIN EN 60617
Zahlenangaben	DIN 1333	Teil 12: Binäre Elemente	DIN EN 60617
Zeichen der mathematischen Logik	DIN 5474	Teil 13: Symbole für analoge Elemente	DIN EN 60617
Zeichen der Schaltalgebra	DIN 66000	Maßeintragung	DIN 406
Zeitabhängige Größen	DIN 5483	Kennzeichnungssystematik für technische Produkte	DIN 6779
<b>Messen</b>		Schraffuren	DIN 201
Anzeigende Messgeräte	DIN 43780	Schreibweise von Matrizen	DIN 5486
Bestimmungen für elektrische Messgeräte	DIN VDE 0410	Titelangaben von Schrifttum	DIN 1505
Bestimmungen für Messwandler	DIN VDE 0414	<b>Werkstoffe und Gehäuse</b>	
Durchgangsprüfgeräte	DIN VDE 0403	Dauermagnetwerkstoffe	DIN 17410
Eigenschaften von Oszilloskopen	IEC 351	Elektroblech und Elektroband	DIN 46400
Geräte zum Prüfen der Schutzmaßnahmen	DIN VDE 0413	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41868
Messtechnik	DIN 1319	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41869
Schallpegelmesser	IEC 651	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41873
Skalen von Messgeräten	DIN 43802	Gehäuse für Halbleiterbauelemente	DIN 41876
<b>Steuern und Regeln</b>		Hartlote	DIN 8513
Begriffe für NC-Maschinen	DIN 66257	Magnetische Werkstoffe für Übertrager	DIN 41301
Benennung und Einstellung von Reglern	DIN 19225	Weichlote	DIN 1707
Bestimmungen für elektronische Messgeräte und Regler	DIN VDE 0411	Widerstandswerkstoffe	DIN 17471
Bildzeichen	DIN 40101	<b>Weitere Normen</b>	
Bildzeichen für NC-Werkzeugmaschinen	DIN 55003	Akkumulatoren und Batterie-Anlagen	DIN VDE 0510
CLDATA	DIN 66215	Akustik	DIN 1320
Programmaufbau für NC-Maschinen	DIN 66025	Betriebsmittelkennzeichnung in Schaltplänen der Elektrotechnik	DIN EN 61346-2
Regelungstechnik und Steuerungstechnik	DIN 19226	Begriffe der Nachrichtenübertragung	DIN 40146
Speicherprogrammierbare Steuerungen	DIN EN 61131	Fluidtechnische Systeme	DIN ISO 1219
Steuerungstechnik (Begriffe)	DIN 19237	Galvanische Primärelemente	DIN 40827
<b>Starkstromanlagen</b>		Primärbatterien	IEC 86
Bau von Freileitungen bis 1000V	DIN VDE 0211	Qualitätssicherung	DIN ISO 9000
Bau von Freileitungen über 1kV	DIN VDE 0210	Überspannungsschutzgeräte	DIN VDE 0675
Betrieb von Starkstromanlagen	DIN VDE 0105	Umweltmanagement-Systeme	DIN ISO 14001
Elektronische Betriebsmittel in Starkstromanlagen	DIN VDE 0160	Wärmebedarf von Gebäuden	DIN 4701
Errichten von Starkstromanlagen	DIN VDE 0100		
Starkstromanlagen in medizinisch genutzten Räumen	DIN VDE 0107		
Starkstromanlagen über 1kV	DIN VDE 0101		



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für elektrotechnische und  
elektronische Berufe

# **Formeln für Elektronik und IT**

**für berufliche Schulen (Technische Gymnasien,  
Fachschulen, Fachoberschulen, Berufskollegs,  
Berufsschulen)**

## **16. Auflage**

Ihre Meinung zum Buch interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik, aber auch Ihre Zustimmung zum Buch mit. Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse: [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de)

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsseldorfer Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 3334X**

Autoren von »Formeln für Elektronik und IT«

Horst Bumiller	Freudenstadt
Monika Burgmaier	Durbach
Bernhard Grimm	Leonberg
Jörg A. Oestreich	Schwäbisch Hall
Bernd Schiemann	Durbach

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Bernd Schiemann, Durbach

ISBN 978-3-7585-3265-8

16. Auflage 2024

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2024 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Satz & Layout: Grafische Produktionen Neumann, 97222 Rimpar, [www.gp-neumann.de](http://www.gp-neumann.de)

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagfotos: Adobe Systems Software, Ireland Ltd., Adobe Stock, Dublin: © Jürgen Fälchle, cooperr

Druck: Plump Druck & Medien GmbH, 53619 Rheinbreitbach

# Inhaltsverzeichnis

## Mathematische und physikalische Grundlagen M

Mathematische Zeichen, Griechisches Alphabet, Vorsätze .....	4
Rechenoperationen .....	5
Längen, Flächen .....	6
Massen, Übersetzungen .....	7
Geschwindigkeiten, Quadratische Gleichungen, Funktionen, Reihen .....	8
Trigonometrische Funktionen .....	9
Exponentialfunktionen, Differenzieren und Integrieren ..	10
Differenzieren und Integrieren in der Elektrotechnik. .	11
Komplexe Rechnung .....	12
Elektrotechnische Grundgrößen .....	13

## Elektrotechnische Grundlagen E

Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad .....	14
Grundschaltungen mit Widerständen .....	15
Spannungserzeuger, Anpassung, Ersatzquellen, Solarmodul .....	16
Wärme, Kühlung .....	17
Wechselgrößen .....	18
Impuls, Puls, elektrisches Feld, Ladung und Kapazität ..	19
Kondensator, elektrische Flusssdichte, Schaltungen, Blindwiderstand .....	20
Kondensator, Elektromagnetismus .....	21
Spule, magnetisches Feld .....	22
Reihenschaltungen von $R$ , $L$ und $C$ .....	23
Parallelschaltungen von $R$ , $L$ und $C$ .....	24
Äquivalenz von Reihen- und Parallelschaltung, Schwingkreise .....	25
RC- und RL-Siebschaltungen .....	26
Schaltungen mit Blindwiderständen .....	27

## Digitaltechnik D

Gleichrichtung, Glättung, Siebung .....	28
Speicher, Zahlensysteme .....	29
Binäre Verknüpfungsglieder .....	30
Schaltalgebra .....	31
Minimieren und Realisieren von Schaltfunktionen .....	32
Bistabile Kippglieder .....	33
Synchrone Zähler, Frequenzteiler .....	34
Frequenzteiler, Schieberegister .....	35
Rechnen mit Dualzahlen .....	36
Lastfaktoren, Entscheidungsgehalt, Pulsmodulation ..	37

## Verstärker und Schaltungen mit Verstärkern V

Arbeitspunkteinstellungen .....	38
Emitterschaltung, Kollektorschaltung, Kopplungskondensatoren .....	39
Verstärker mit Feldeffekttransistoren .....	40
Differenzverstärker, Operationsverstärker .....	41
Beschaltete Operationsverstärker .....	42
Sensorkennlinien, Einheitssignale, Messschaltungen für Temperatur .....	43
Großsignalverstärker .....	44

Stabilisierungsschaltungen .....	45
Spannungsstabilisierung, Spannungsregler .....	46
Lineare Spannungsregelung .....	47
Rückkopplung, Oszillatoren .....	48
Kippschaltungen .....	49

## Übertragung von Signalen Ü

Pulsweitenmodulation (PWM) .....	50
Übertragungsgrößen, Pegel, Dämpfung .....	51
Signalabtastung, serielle Datenübertragung .....	52
Datenübertragung .....	53
LAN-Verkabelung .....	54
IP-Adressen und Subnetting .....	55
Licht, Glasfaserleiter (LWL) .....	56

## Leistungselektronik L

Elektronische Schalter, gesteuerte Stromrichter .....	57
Kraft, Drehmoment, Leistungsbedarf .....	58
Antriebe mit Elektromotoren .....	59
Drehstrom, Drehstromleistung .....	60
Drehfeld, Synchronmaschinen .....	61
Leistungsarten .....	62
Leistungsberechnung .....	63
Umrechnungsfaktoren der Strombelastbarkeit von Leitern .....	64
Strombelastbarkeit bei Umgebungstemperatur $\vartheta_U = 30^\circ\text{C}$ .....	65
Messverfahren .....	66
Unterbrechungsfreie Stromversorgung USV .....	67
Messungen mit dem Oszilloskop .....	68
Analoge stetige Regelglieder .....	69
Grafische Ermittlung der Systemparameter aus Regelstrecken .....	70
Reglerentwurf .....	71
Digitale Regelungstechnik mit dem Computer .....	72

## Audio- und Videotechnik, Tabellen AV

Frequenzweichen, Schall .....	73
Breitband-Kommunikationsanlagen, Satelliten-Empfangsanlagen .....	74
Qualitätsmanagement .....	75
Kostenrechnung .....	76
Schaltzeichen der Elektrotechnik mit Betriebsmittelkennzeichnungen 1 .....	77
Schaltzeichen der Elektrotechnik mit Betriebsmittelkennzeichnungen 2 .....	78
Schaltzeichen für die kombinatorische Digitaltechnik ..	79
Schaltzeichen für die sequenzielle Digitaltechnik .....	80
Betriebsmittelkennzeichnung in Schaltplänen der Elektrotechnik DIN EN 81 346-2 (Kennbuchstaben der Objekte) .....	81
<b>Verwendete Formelzeichen .....</b>	<b>82</b>
<b>Größen und Einheiten .....</b>	<b>83</b>
<b>Wichtige Normen .....</b>	<b>85</b>
<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	<b>86</b>

**Mathematische Zeichen**

Nach DIN 1302

Zeichen	Bedeutung
$=$	gleich
$\neq$	nicht gleich, ungleich
$\approx$	nahezu gleich, etwa
$\sim$	proportional, ähnlich
$\triangleq$	entspricht
$<$	kleiner als
$>$	größer als
$\leq$	kleiner oder gleich, höchstens gleich
$\geq$	größer oder gleich, mindestens gleich
$\gg$	sehr viel größer als
$\ll$	sehr viel kleiner als
$\infty$	unendlich
$\dots$	bis, z.B. 3 ... 7
$\Delta$	Differenz, z.B. $\Delta I = I_1 - I_2$
$\Sigma$	Summe, z.B. $\Sigma I = I_1 + I_2 + \dots$
$\pm$	plus oder minus
$\vee$	oder, z.B. $a \vee b$ (Schaltalgebra)
$\wedge$	und, z.B. $a \wedge b$ (Schaltalgebra)
$\neg$	nicht, z.B. $\neg a$ (Schaltalgebra)
$\leftrightarrow$	xor, z.B. $a \leftrightarrow b$
$() [] \{ \} \langle \rangle$	Klammer rund, eckig, geschweift, spitz
$\parallel$	parallel
$\perp$	rechtwinklig zu, senkrecht auf
$\cong$	kongruent
$\sphericalangle$	Winkel
$\overline{AB}$	Strecke AB
i oder j	$\sqrt{-1} = \pm j$ imaginäre Einheit
$\pi$	Pi, Kreiszahl = 3,141 59...
e	natürliche (Euler'sche) Zahl = 2,71828 ...
$f(x)$	f von x, Funktion der Veränderlichen x
$\int$	Integral
log	Logarithmus, allgemein
lg	Zehnerlogarithmus
ln	natürlicher Logarithmus zur Basis e
lb	Zweierlogarithmus
$\Rightarrow$	daraus folgt
$\Leftrightarrow$	äquivalent, z.B. $a \Leftrightarrow b$
$\vec{\phantom{a}}$	Zeichen für Vektoren, z.B. $\vec{a}$

**Griechisches Alphabet**

Buchstabe	Name	Buchstabe	Name
A α	Alpha	N ν	Ny „Nü“
B β	Beta	Ξ ξ	Xi „Xsi“
Γ γ	Gamma	Ο ο	Omikron
Δ δ	Delta	Π π, ϖ	Pi
E ε	Epsilon	Ρ ρ, ϱ	Rho
Z ζ	Zeta	Σ σ, ς	Sigma
H η	Eta	Τ τ	Tau
Θ θ	Theta	Υ υ	Ypsilon
I ι	Jota	Φ φ	Phi
K κ, χ	Kappa	Χ χ	Chi
Λ λ	Lambda	Ψ ψ	Psi
M μ	My „Mü“	Ω ω	Omega

Links Großbuchstabe, daneben Kleinbuchstabe, teils mit alternativer Darstellung

**Vorsätze zu Einheiten, Vorsatzzeichen, Bedeutung (Faktor)**

Vorsatz	Vorsatzzeichen	Zehnerpotenz
Yotta	Y	$10^{24}$
Zetta	Z	$10^{21}$
Exa	E	$10^{18}$
Peta	P	$10^{15}$
Tera	T	$10^{12}$
Giga	G	$10^9$
Mega	M	$10^6$
Kilo	k	$10^3$
Dezi	d	$10^{-1}$
Zenti	c	$10^{-2}$
Milli	m	$10^{-3}$
Mikro	μ	$10^{-6}$
Nano	n	$10^{-9}$
Piko	p	$10^{-12}$
Femto	f	$10^{-15}$
Atto	a	$10^{-18}$
Zepto	z	$10^{-21}$
Yokto	y	$10^{-24}$

Zur Vermeidung von Verwechslungen von Vorsatz m (Milli) mit Einheit m (Meter) wird die Einheit m (Meter) stets an das Ende gesetzt. Die Abkürzung Am bedeutet also Ampere mal Meter, mA bedeutet Milliampere.

## Grundgesetze

Vorzeichenregeln:

$$+ \cdot + = + \quad | \quad + \cdot - = - \quad | \quad - \cdot - = +$$

1

$$+ : + = + \quad | \quad + : - = - \quad | \quad - : - = +$$

2

Kommutativgesetze:

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

3

Assoziativgesetze:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

4

Distributivgesetze:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

5

**Addition und Subtraktion:**

Bei ungleichnamigen Brüchen:

Nenner gleichnamig machen  
(Hauptnenner bilden), danach  
Zähler addieren bzw. subtrahieren

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad + bc}{cd}$$

6

**Multiplikation:**

Bruch mit Bruch:

Zähler mal Zähler, Nenner mal  
Nenner

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

7

**Division:**

Bruch durch Bruch:

Zählerbruch mal Kehrwert des  
Nennerbruches

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

8

## Potenzen, Wurzeln

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$$

9

$$(10^a)^b = 10^{ab}$$

10

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

11

$$10^a : 10^b = \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$$

12

$$\sqrt[n]{10^a} = 10^{\frac{a}{n}}$$

13

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

14

## Logarithmengesetze

$$\log_a (c \cdot d) = \log_a c + \log_a d$$

15

$$\log_a (c^m) = m \cdot \log_a c$$

16

$$\log_a \frac{c}{d} = \log_a c - \log_a d$$

18

$$\log_a \sqrt[n]{c} = \frac{1}{n} \cdot \log_a c$$

19

Umformungen:

$$\lg x = \frac{\lg x}{\lg 2}$$

$$\lg x = 3,3219 \cdot \lg x$$

17

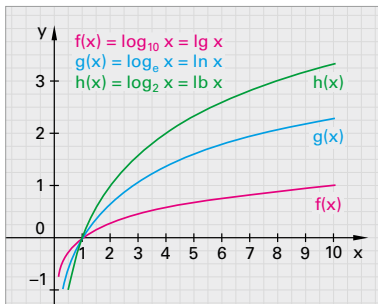
$$l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$$

20

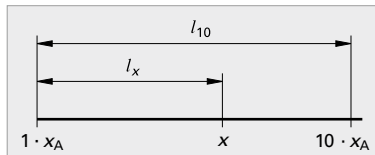
$$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$

$$\lg x = 1,4427 \cdot \ln x$$

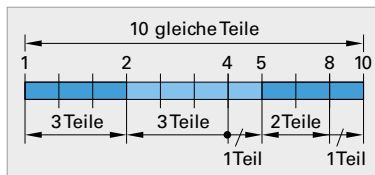
21



Logarithmen



Logarithmische Teilung einer Dekade



Maßstab zum Zeichnen

x	lg x	x	lg x
1	0	10	1
2	0,3	20	1,3
3	0,48	30	1,48
4	0,6	40	1,6
5	0,7	50	1,7
6	0,78	100	2
7	0,85	200	2,3
8	0,9	500	2,7
9	0,95	1000	3
10	1	2000	3,3

Werte für den  
Zeichenmaßstab

$a, b, c, d$  reelle Zahlen

$e$  Euler'sche Zahl (2,718...)

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

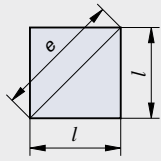
$\lg$  Zweierlogarithmus

$\lg$  Zehnerlogarithmus

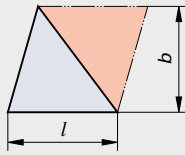
$\ln$  natürlicher Logarithmus

$\log_a$  Logarithmus zur Basis  $a$

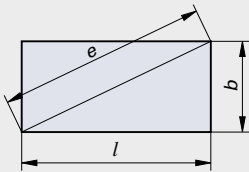
Rechtecke, Kreis, Pythagoras



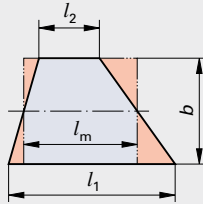
Quadrat



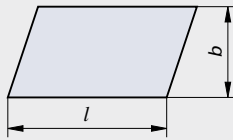
Dreieck



Rechteck



Trapez



Parallelogramm



Kreis

Beim Quadrat:

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

$$A = l^2$$

Beim Rechteck:

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

$$A = l \cdot b$$

Beim Parallelogramm:

$$A = l \cdot b$$

Beim Dreieck:

Umfang = Summe der Seiten

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

Beim Trapez:

Umfang = Summe der Seiten

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

$$A = l_m \cdot b$$

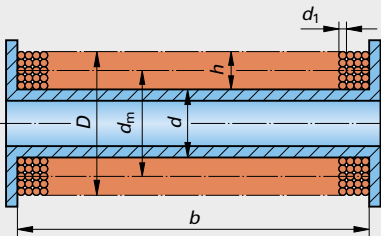
Beim Kreis:

$$u = \pi \cdot d$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A = 0,785 \cdot d^2$$

Rundspule



$$d_m = \frac{D + d}{2}$$

$$l \approx \pi \cdot d_m \cdot N$$

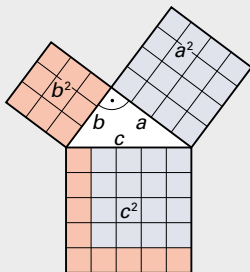
$$z \approx \frac{h}{d_1}$$

$$N \approx N_1 \cdot z$$

$$h = \frac{D - d}{2}$$

$$N_1 = \frac{b}{d_1}$$

Lehrsatz des Pythagoras



$$u = a + b + c$$

Im rechtwinkligen Dreieck ist die Fläche des Hypotenusenquadrates so groß wie die Summe der Flächen der Kathetenquadrate.

Hypotenusenquadrat

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Kathete a

Kathete b

Hypotenuse c

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$a = \sqrt{a^2 + b^2}$$

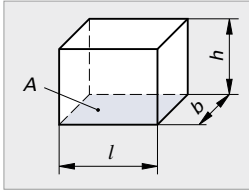
A Fläche (Area)  
a Kathete  
b Kathete, Breite  
c Hypotenuse  
D Durchmesser der Spule  
d1 Drahtdurchmesser

d Durchmesser des Spulenkörpers, Kreisdurchmesser  
dm mittlerer Windungsdurchmesser  
e Eckenmaß, Diagonale  
h Höhe, Wicklungshöhe  
l Länge, Drahtlänge

lm mittlere Länge  
N Windungszahl  
N1 Windungszahl je Lage  
u Umfang  
z Lagenzahl

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

Rauminhalte, Oberflächen, Masse



Prisma

Gleich dicke Körper:

Beim Prisma:

Oberfläche = Summe aller Seitenflächen

$$V = A \cdot h$$

$$A_0 = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

$$A_0 = 2 \cdot A + A_M$$

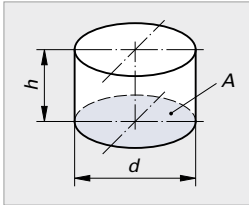
Beim Zylinder:

Oberfläche = Grundfläche + Deckfläche  
+ Mantelfläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

$$A_0 = \frac{\pi \cdot d^2}{2} + \pi \cdot d \cdot h$$



Zylinder

Spitze Körper:

Beim Kegel:

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$A_M = \frac{\pi \cdot d \cdot s}{2}$$

Bei der Pyramide:

$$A = l \cdot b$$

$$h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$$

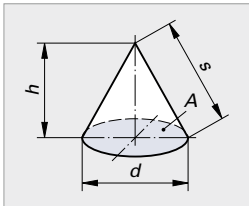
$$s = \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$$

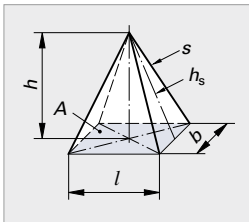
$$A_0 = A + A_M$$

$$A_0 = \frac{\pi}{2} \cdot \left( \frac{d^2}{2} + d \cdot s \right)$$

$$A_0 = b \cdot \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}} + l \cdot \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}$$



Kegel



Pyramide

Kugel:

$$A_0 = \pi \cdot d^2$$

$$V = \frac{\pi}{6} \cdot d^3$$

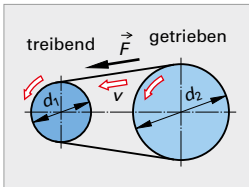
Masse = Dichte × Volumen

$$m = \rho \cdot V$$

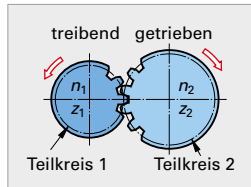
Für alle Körper:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Übersetzungen



Riementrieb



Zahnradtrieb

$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$z_1 \cdot n_1 = z_2 \cdot n_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

A Fläche, Grundfläche, Deckfläche

$A_M$  Mantelfläche

$A_0$  Oberfläche

b Breite

$d_1, d_2$  Durchmesser der Räder

h Höhe

$h_s$  Seitenhöhe

i Übersetzungsverhältnis

l Länge

m Masse

$n_1, n_2$  Umdrehungsfrequenzen (Drehzahlen)

s Seitenlänge

V Volumen

$z_1, z_2$  Zähnezahlen

$\rho$  Dichte

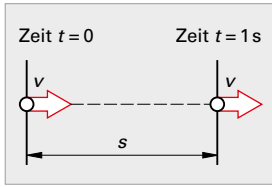
Index 1 für treibend

Index 2 für getrieben

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.



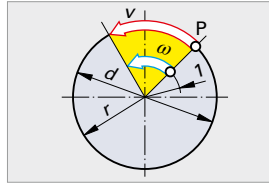
## Geschwindigkeiten



Geradlinige Bewegung

$$v = \frac{s}{t} \quad 1$$

$$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Kreisförmige Bewegung

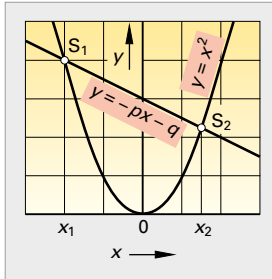
$$[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = 2\pi \cdot r \quad 2$$

$$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \omega \cdot r \quad 3$$

## Quadratische Gleichungen



Zeichnerisches Lösen einer quadratischen Gleichung

Allgemeine Form:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad 4$$

Normalform:

$$x^2 + px + q = 0 \quad 5$$

Lösungsformel bei allgemeiner Form:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad 6$$

Lösungsformel bei Normalform:

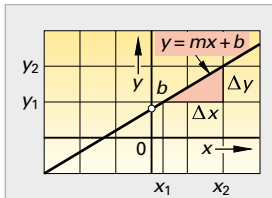
$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad 7$$

Ist der Ausdruck unter der Wurzel kleiner als Null, so enthalten die Lösungen imaginäre Zahlen.

Zeichnerisches Lösen einer quadratischen Gleichung  $y = x^2 + px + q$ :

- Normalparabel für  $y = x^2$  und Gerade für  $y = -px - q$  zeichnen.
- Deren Schnittpunkte  $S_1$  und  $S_2$  ergeben die Lösungen der  $x$ -Werte  $x_1$  und  $x_2$ .

## Funktionen



Lineare Funktion (Gerade)

Für lineare Funktionen (Gerade):

Allgemeine Funktionsgleichung:

$$y = mx + b \quad 8$$

Steigungsfaktor:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad 9$$

Für quadratische Funktionen (Parabel):

Allgemeine Funktionsgleichung:

$$y = ax^2 + bx + c \quad 10$$

Bei negativem  $a$  ist die Parabel nach unten geöffnet.

## Reihen

### Arithmetische Reihe

$$r = a_n - a_{(n-1)} \quad 11$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r \quad 12$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) \quad 13$$

### Geometrische Reihe

$$q = \frac{a_n}{a_{(n-1)}} \quad 14$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)} \quad 15$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad 16$$

$a, b, c$  Konstanten der allgemeinen Form

$a_n$   $n$ -ter Term

$a_{(n-1)}$   $(n-1)$ ter Term

$m$  Steigungsfaktor

$n$  Umdrehungsfrequenz, Drehzahl

$p, q$  Konstanten der Normalform

$q$  Quotient zweier aufeinanderfolgender Terme

$r$  Differenz zweier aufeinanderfolgender Terme

Die Formelzeichen haben je nach Zusammenhang unterschiedliche Bedeutung.

$r$  Scheibenradius

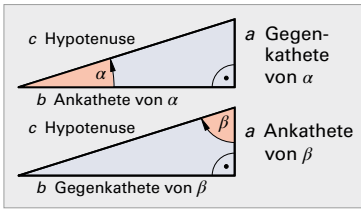
$s_n$  Summe der Terme  $a_1$  bis  $a_n$

$v$  Geschwindigkeit, Umfangsgeschwindigkeit

$x$  unbekannte Größe

$x_{1,2}$  Kurzschreibweise für die unbekannten Größen  $x_1$  und  $x_2$

$\omega$  Winkelgeschwindigkeit



$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

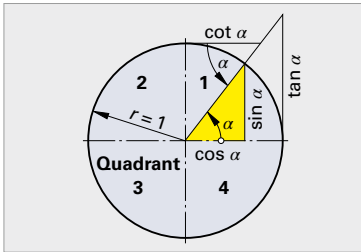
Für rechtwinklige Dreiecke:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$



Nach dem Lehrsatz des Pythagoras:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

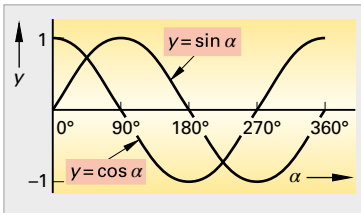
$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha};$$

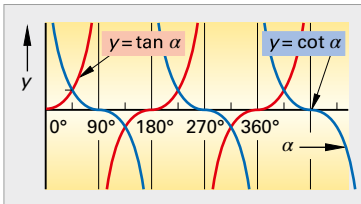
$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

Das Vorzeichen der Wurzel hängt davon ab, in welchem Quadranten der Winkel liegt.

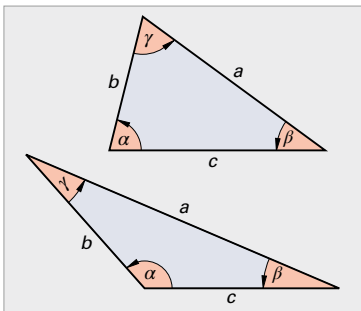
Quadrant	1	2	3	4
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+



Sinusfunktion und Kosinusfunktion



Tangensfunktion und Kotangensfunktion



Schiefwinklige Dreiecke

arcsin von Arkussinus:

arccos von Arkuskosinus:

arctan von Arkustangens:

arccot von Arkuskotangens:

$$\sin \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \arcsin y$$

$$\cos \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \arccos y$$

$$\tan \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \arctan y$$

$$\cot \alpha = y \Leftrightarrow \alpha = \text{arccot } y$$

$$\alpha = \arcsin \frac{a}{c} = \arccos \frac{b}{c} = \arctan \frac{a}{b} = \text{arccot } \frac{b}{a}$$

$$\alpha_{\text{RAD}} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha_{\text{DEG}}$$

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\alpha = \omega t = 2\pi \cdot f \cdot t = 2\pi \cdot \frac{t}{T}$$

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Für beliebige Dreiecke:

Sinussatz:

$$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

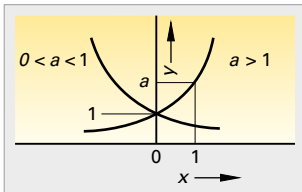
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$a, b, c$  Seiten eines Dreiecks  
 $f$  Frequenz  
 $t$  Zeit  
 $T$  Periodendauer  
 $u$  Augenblickswert der Spannung  
 Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

$\hat{u}$  Maximalwert, Amplitude der Spannung  
 $y$  Variable  
 $\alpha_{\text{RAD}}$  Winkel in rad  
 $\alpha_{\text{DEG}}$  Winkel in  $^\circ$

$\alpha, \beta, \gamma$  Winkel im Dreieck  
 $\varphi$  Phasenverschiebungswinkel in rad  
 $\omega$  Kreisfrequenz  
 $\omega t$  Winkel in rad

# Exponentialfunktionen, Differenzieren und Integrieren



Exponentialfunktionen

Berechnung von  $y$ :

allgemein:

$$y = a^x$$

für  $a = e = 2,7183$ :

$$y = e^x$$

Berechnung von  $x$ :

$$x = \frac{\ln y}{\ln a}$$

$$x = \frac{\lg y}{\lg a}$$

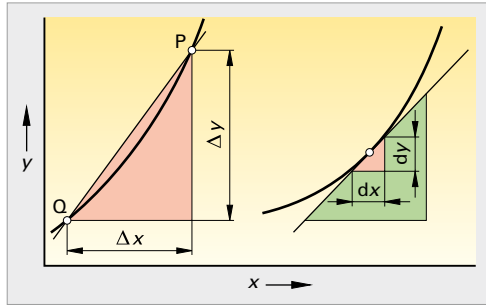
$$x = \ln y$$

Differenzenquotient  
gibt die Steigung  
einer Geraden durch  
zwei Punkte einer  
Kurve an. Sie ist die  
mittlere Steigung  
(auch Änderungsrate)  
im Intervall  $\Delta x$ .

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}$$

Differentialquotient  
gibt die Steigung der  
Tangente in einem  
Kurvenpunkt an.

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x}$$



Differenzenquotient

Differentialquotient

Durch Differenzieren wird eine Funktion  $y = f(x)$  in die Ableitungsfunktion  $y' = f'(x)$  gebracht. An einer Stelle  $x$  gibt  $f(x)$  den Funktionswert  $y$  an und  $f'(x)$  die Steigung im Kurvenpunkt  $(x|y)$ . An lokalen Hochpunkten und Tiefpunkten ist  $y' = f'(x) = 0$

$y = f(x)$	$y' = f'(x)$	$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
$y = a$	$y' = 0$	$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = ax$	$y' = a$	$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = ax^n$	$y' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$	$y = \cos x$	$y' = -\sin x$

Beim Differenzieren müssen Ableitungsregeln eingehalten werden, wenn Funktionen miteinander verknüpft sind.

Summenregel	$y = u + w + v$	$y' = u' + w' + v'$
Produktregel	$y = u \cdot v$	$y' = u' \cdot v + u \cdot v'$
Quotientenregel	$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
Kettenregel	$y = u(v(x))$	$y' = u'(v) \cdot v'(x)$

Unbestimmtes Integral

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Bestimmtes Integral (Flächenintegral)

$$A = \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

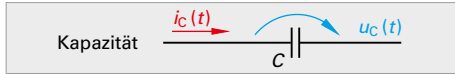
Funktion $f(x)$	Alle Stammfunktionen $F(x)$	Funktion $f(x)$	Alle Stammfunktionen $F(x)$
$f(x) = 0$	$\int 0 dx = C$	$f(x) = a \cdot \sin(bx)$	$\int (a \cdot \sin(bx)) dx = -\frac{a}{b} \cdot \cos(bx) + C$
$f(x) = a$	$\int a dx = ax + C$	$f(x) = a \cdot \sin^2(bx)$	$\int (a \cdot \sin^2(bx)) dx = \frac{a}{2} \cdot x - \frac{a}{4b} \cdot \sin(2ax) + C$
$f(x) = a \cdot x^n, n \neq -1$	$\int (a \cdot x^n) dx = a \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$f(x) = e^x$	$\int e^x dx = e^x + C$
$f(x) = a \cdot x^{-1}$	$\int \frac{a}{x} dx = a \cdot \ln  x  + C$	$f(x) = a \cdot e^{bx}$	$\int (a \cdot e^{bx}) dx = \frac{a}{b} \cdot e^{bx} + C$
$f(x) = \sin x$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$f(x) = a^x$	$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x + C$
$f(x) = \cos x$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$f(x) = \ln x$	$\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + C$

$A$  Fläche  
 $a, b, n$  von  $x$  unabhängige Koeffizienten

$C$  Integrationskonstante  
 $e$  Euler'sche Zahl: 2,718...  
 $F(x)$  Stammfunktion

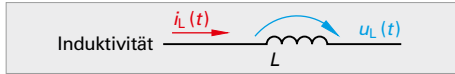
$u, v, w$  Funktionen von  $x$   
 $x, y$  Veränderliche

## Spannung und Strom an der Kapazität und an der Induktivität



$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i_C(t) dt$$



$$i_L(t) = \frac{1}{L} \cdot \int u_L(t) dt$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

An Sinusspannung  $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$ :

$$i_C(t) = \frac{\hat{u}}{X_C} \cdot \cos(\omega t)$$

$$i_L(t) = -\frac{\hat{u}}{X_L} \cdot \cos(\omega t)$$

An Gleichspannung  $u(t) = U$ :

$$i_C(t) = 0$$

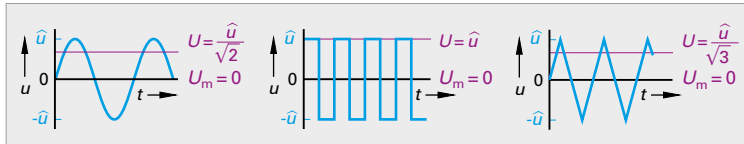
$$\Delta i_L = \frac{1}{L} \cdot U \cdot \Delta t$$

Mit Konstantstrom  $i(t) = I$ :

$$\Delta u_C = \frac{1}{C} \cdot I \cdot \Delta t$$

$$u_L(t) = 0$$

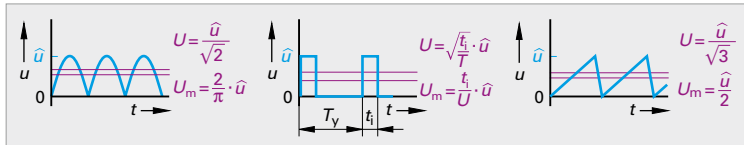
## Arithmetischer Mittelwert und Effektivwert



Sinusspannung

Rechteckspannung

Dreieckspannung



gleichgerichtete Sinusspannung

Pulsspannung

Sägezahnspannung

Arithmetischer Mittelwert:

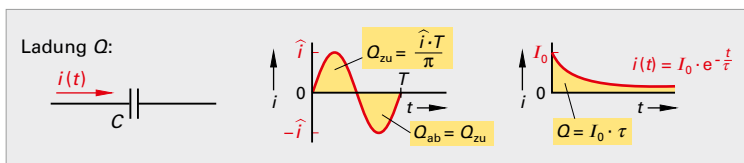
$$U_m = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) dt$$

$U_m$  ist bei Wechselspannungen immer null.

Effektivwert:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) dt}$$

## Flächenintegrale



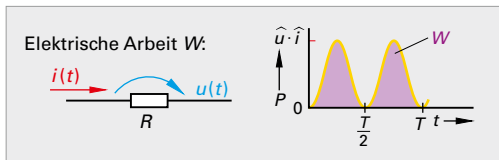
Ladung  $Q$ :

Allgemein:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt$$

Bei Sinusspannung:

$$P(t) = \hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \sin^2(\omega t)$$



Elektrische Arbeit  $W$ :

für eine Periode:

$$W = U \cdot I \cdot t$$

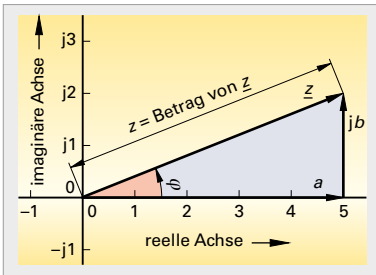
Allgemein:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$$

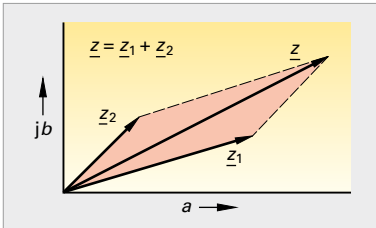
$C$  Kapazität  
 $i$  Strom  
 $I$  Effektivwert von  $i$   
 $\hat{i}$  Scheitелwert von  $i$   
 $I_0$  Startwert von  $i$   
 $L$  Induktivität, induktiv  
 $P$  Leistung  
 $Q$  Ladung  
 $Q_{ab}$  abgegebene Ladung

$Q_{zu}$  zugeführte Ladung  
 $R_{zu}$  Wirkwiderstand  
 $t$  Zeit  
 $t_1$  Startzeit  
 $t_2$  Endzeit  
 $t_i$  Impulsdauer  
 $T$  Periodendauer  
 $u$  Spannung  
 $U$  Effektivwert von  $u$

$\hat{u}$  Scheitелwert von  $u$   
 $U_m$  Mittelwert von  $u$   
 $W$  elektrische Arbeit  
 $X$  Blindwiderstand  
 $\Delta$  Unterschied  
 $\Delta t$  Zeitspanne  
 $\pi$  Zahl Pi 3,14159...  
 $\tau$  Zeitkonstante  
 $\omega$  Kreisfrequenz



Komplexe Zahlenebene



Addition von komplexen Zahlen

$$j = \pm \sqrt{-1} \quad j \cdot j = j^2 = -1 \quad \frac{1}{j} = \frac{j}{j \cdot j} = -j$$

$$j^3 = -j \quad j^4 = 1$$

$$z = a + jb$$

1

$$z = \sqrt{a^2 + b^2}$$

2

$$a = z \cdot \cos \varphi$$

3

$$b = z \cdot \sin \varphi$$

4

$$\underline{z} = z(\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

5

$$\underline{z} = z \cdot e^{j\varphi}$$

6

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

7

$$\underline{z}^* = a - jb$$

8

Addition, Subtraktion:

$$\underline{z} = \underline{z}_1 \pm \underline{z}_2$$

9

$$\underline{z} = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$$

10

Multiplikation:

$$\underline{z} = \underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2$$

11

$$\underline{z} = \underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

12

Division:

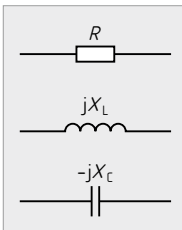
$$\underline{z} = \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}$$

13

$$\underline{z} = \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

14

## Widerstand und Leitwert in der komplexen Rechnung



Wirkwiderstand:

$$\underline{Z} = R$$

15

$$\underline{Y} = G = \frac{1}{R}$$

16

Induktiver Blindwiderstand:

$$\underline{Z} = jX_L = j\omega L$$

17

$$\underline{Y} = \frac{1}{jX_L} = -jB_L = -j\frac{1}{\omega L}$$

18

Kapazitiver Blindwiderstand:

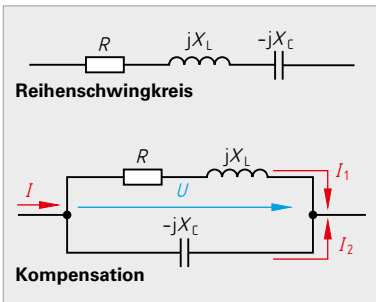
$$\underline{Z} = -jX_C = -j\frac{1}{\omega C}$$

19

$$\underline{Y} = \frac{1}{-jX_C} = jB_C = j\omega C$$

20

## Gemischte Schaltungen



$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C$$

21

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + jX_L - jX_C}$$

22

$$\underline{Z} = \frac{(R + jX_L) \cdot (-jX_C)}{R + j(X_L - X_C)}$$

23

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$$

24

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

25

$$\underline{U} = jX_C \cdot \underline{I}_2$$

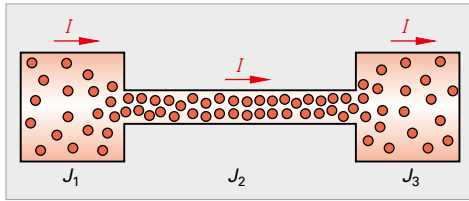
26

a Realteil von  $\underline{z}$   
b Betrag des Imaginärteils von  $\underline{z}$   
B Blindleitwert  
G Wirkleitwert  
j imaginäre Einheit  
Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

b Imaginärteil von  $\underline{z}$   
R Wirkwiderstand  
X Blindwiderstand  
 $\underline{Y}$  Scheinleitwert  
 $\underline{z}$  komplexe Zahl

z Betrag von  $\underline{z}$   
 $\underline{z}^*$  konjugierte Zahl zu  $\underline{z}$   
 $\underline{Z}$  Scheinwiderstand  
 $\varphi$  Argument von  $\underline{z}$   
 $\omega$  Kreisfrequenz

## Stromdichte



Stromdichte (in einer Sicherung)

$$[J] = \frac{[I]}{[A]} = \text{A/mm}^2$$

$$J = \frac{I}{A}$$

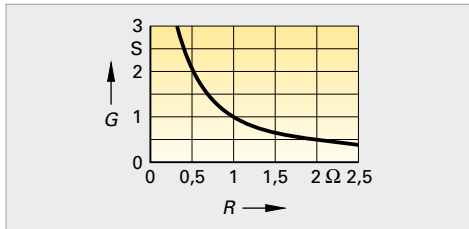
1

$$[R] = \Omega = \frac{1}{S}$$

$$R = \frac{1}{G}$$

2

## Widerstand und Leitwert



$$[G] = S = \frac{1}{\Omega}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

3

$$[R] = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}}{\text{m} \cdot \text{mm}^2} = \Omega$$

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$$

4

$$[\rho] = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$R = \frac{l}{\gamma \cdot A}$$

5

## Leiterwiderstand

Elektrische Leitfähigkeit  $\gamma_{20}$  von Leiterwerkstoffen in  $\text{m}/(\Omega \cdot \text{mm}^2)$  bei  $\vartheta = 20^\circ\text{C}$

Kupfer	56	Silber	60
Aluminium	35	Kohle	bis 12
Gold	45	Eisen	10

Bei industrieller Fertigung sind abweichende Werte möglich.

$$[\gamma] = \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

6

$$[\Delta T] = K$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

7

$$[\alpha] = \frac{1}{K}$$

$$\Delta R = \alpha \cdot R_1 \cdot \Delta \vartheta$$

8

## Widerstand und Temperatur

Temperaturkoeffizient  $\alpha$  in  $1/K$

Kupfer	$3,9 \cdot 10^{-3}$	Nickelin	$0,15 \cdot 10^{-3}$
Aluminium	$3,8 \cdot 10^{-3}$	Manganin	$0,02 \cdot 10^{-3}$

Die Werte gelten für eine Temperaturerhöhung ab  $20^\circ\text{C}$ .

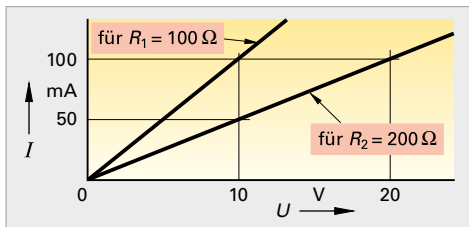
$$R_2 = R_{20} + \Delta R$$

9

$$R_2 = R_{20}(1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$$

10

## Ohm'sches Gesetz



I als Funktion von U beim linearen Widerstand

$$[I] = \frac{[U]}{[R]} = \frac{V}{\Omega} = A$$

$$I = \frac{U}{R}$$

11

An einem Ohm'schen Widerstand sind Strom und Spannung proportional:

$$I \sim U$$

12

A Leiterquerschnitt

G Leitwert

I Stromstärke

J Stromdichte

l Leiterlänge

R Widerstand (Resistance)

$R_1$  Widerstand bei Temperatur  $\vartheta_1$

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

$R_2$  Widerstand bei Temperatur  $\vartheta_2$

$R_{20}$  Kaltwiderstand bei  $20^\circ\text{C}$

$\Delta R$  Widerstandsänderung

U Spannung

$\Delta T$  Temperaturunterschied in K

nach DIN 1304, zulässig ist

auch die Angabe in  $^\circ\text{C}$

$\Delta \vartheta$  Temperaturunterschied in  $^\circ\text{C}$

$\alpha$  Temperaturkoeffizient

$\gamma$  elektrische Leitfähigkeit (Gamma)

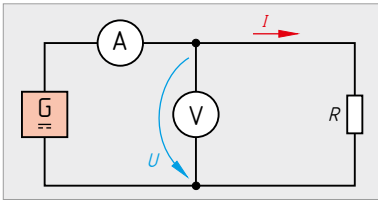
$\gamma_{20}$  elektr. Leitfähigkeit bei  $20^\circ\text{C}$

$\vartheta_1$  Anfangstemperatur

$\vartheta_2$  Endtemperatur

$\rho$  spezifischer Widerstand (Rho)

## Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad



**Messung der elektrischen Leistung bei DC**

Bei DC und bei AC mit Wirkwiderständen:

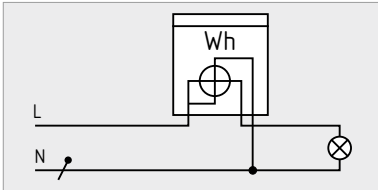
$$[P] = V \cdot A = W$$

$$P = U \cdot I$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$P = I^2 \cdot R$$

INFO Drehstrom und Drehstromleistungen siehe Seite 60.



**Messung der elektrischen Arbeit bei DC und AC**

$$[W] = V \cdot As = Ws = J = Nm$$

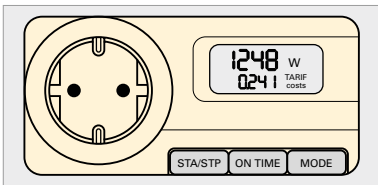
$$W = P \cdot t$$

$$W = U \cdot I \cdot t$$

$$W = U \cdot Q$$

$$[K] = \frac{\epsilon}{kWh}$$

$$K = k \cdot W$$



**Energiekostenmessgerät in Betriebsart Leistung messen**

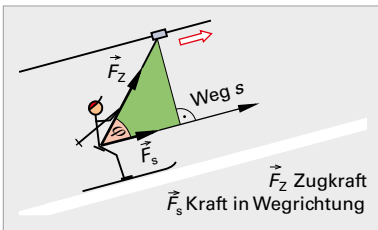
Bei der Spule:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

Beim Kondensator:

$$W = \frac{1}{2} U \cdot Q$$

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$



**Kräfte bei einem Seilpflift**

$$[W] = N \cdot m = Nm = J$$

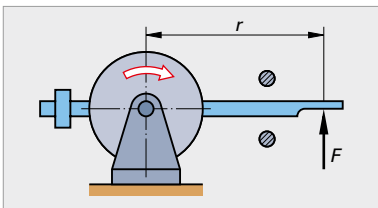
$$[P] = N \cdot m/s = W$$

$$W = F_s \cdot s$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{auf}}$$

$$F_s = F_z \cdot \cos \alpha$$

$$P = F_s \cdot \frac{s}{t}$$



**Drehmomentmessung**

für  $\alpha = 90^\circ$ :

$$[M] = N \cdot m = Nm$$

$$M = F \cdot r$$

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha$$

$$[\omega] = \frac{1}{s} \quad [n] = \frac{1}{s}$$

$$\omega = 2\pi \cdot n$$

$$P = M \cdot \omega$$

$$[P] = Nm \cdot \frac{1}{s} = W$$

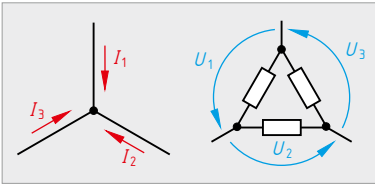
AC Wechselstrom (alternating c.)  
C Kapazität  
DC Gleichstrom (direct current)  
F Kraft (Force)  
I Stromstärke  
K Arbeitskosten  
k Tarifkosten  
L Induktivität

M Drehmoment (Kraftmoment)  
n Umdrehungsfrequenz (Drehzahl)  
P Leistung, allgemein (Power)  
 $P_{ab}$  Leistungsabgabe  
 $P_{auf}$  Leistungsaufnahme  
Q elektrische Ladung  
R Wirkwiderstand  
r Hebelarm

s Weg in Kraftrichtung  
t Zeit  
U Spannung  
W Arbeit, Energie (work)  
 $\eta$  Wirkungsgrad  
 $\omega$  Winkelgeschwindigkeit

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

# Grundschaltungen mit Widerständen



Knotenregel

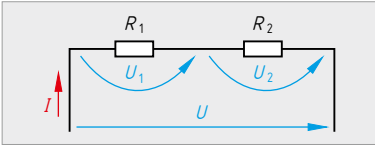
Maschenregel

## 1. Kirchhoff'sche Regel für $n$ Ströme

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0$$

## 2. Kirchhoff'sche Regel für $n$ Spannungen

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = 0$$



Reihenschaltung

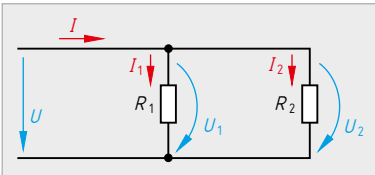
Gemeinsame Größe: Strom  $I$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$G = \frac{1}{R}$$



Parallelschaltung

Gemeinsame Größe: Spannung  $U$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2}$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

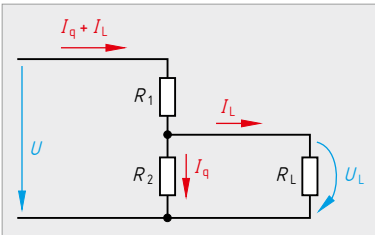
Bei 2 Widerständen:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Bei  $n$  gleichen Widerständen:

$$R = \frac{R_1}{n}$$

$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$



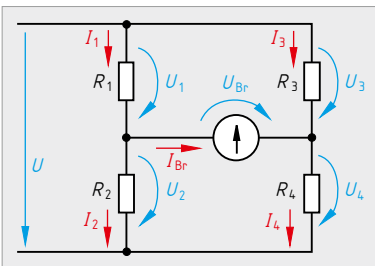
Belasteter Spannungsteiler

$$q = \frac{I_q}{I_L}$$

$$q = \frac{R_L}{R_2}$$

$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}$$

$$U_L = \frac{R_{2L}}{R_1 + R_{2L}} \cdot U$$



Brückenschaltung

$$U_{Br} = U_2 - U_4$$

Abgleichbedingung für  $U_{Br} = 0 \text{ V}$  und  $I_{Br} = 0 \text{ A}$ :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Bei Messgerät ( $R_i = \infty$ ;  $I_{Br} = 0$ ):

$$U_{Br} = U \cdot \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

$G$  Leitwert, Gesamtleitwert

$G_1, G_2, \dots$  Leitwerte

$I$  Stromstärke

$I_1, I_2, \dots$  Teilstromstärken

$I_{Br}$  Brückenstrom

$I_L$  Laststrom

$I_q$  Querstrom

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

$n$

ganze Zahl 1, 2, 3, ...

$q$

Querstromverhältnis

$R$

Widerstand,

Gesamtwiderstand

$R_1, R_2, \dots$

Widerstände

$R_{2L}$

Ersatzwiderstand aus

$R_2$  und  $R_L$

$R_L$

Lastwiderstand

$U$

Spannung

$U_1, U_2, \dots$

Teilspannungen

$U_{Br}$

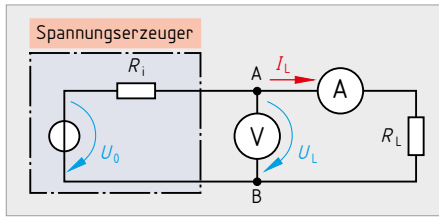
Brückenspannung

$U_L$

Lastspannung



## Spannungszeuger mit Last



$$U_0 = U_L + I_L \cdot R_i \quad 1$$

$$R_i = \frac{U_0 - U_L}{I_L} \quad 2$$

Bei Leerlauf ( $R_L = \infty$ ):

$$U_L = U_0 \quad 3$$

Bei Kurzschluss: ( $R_L = 0$ )

$$I_k = \frac{U_0}{R_i} \quad 4$$

Bei Leistungsanpassung:

$$R_L = R_i \quad 5$$

$$U_L = \frac{U_0}{2} \quad 6$$

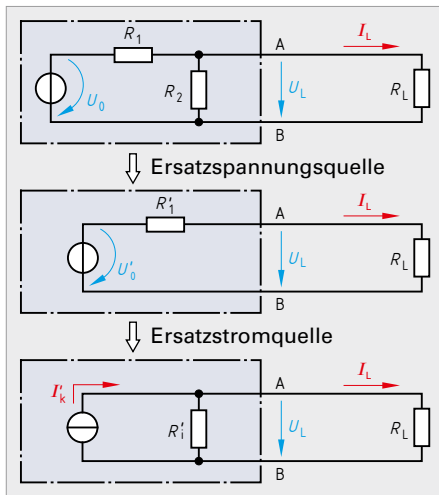
$$I_L = \frac{I_k}{2} \quad 7$$

$$P_{\max} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i} \quad 8$$

Bei Spannungsanpassung:  
 $R_L \gg R_i \Rightarrow U_L \approx U_0$

Bei Stromanpassung:  
 $R_L \ll R_i \Rightarrow I_L \approx I_k$

## Ersatzquellen eines Spannungsteilers



$U'_0$ : Ersatzursprungsspannung. Ist die Lastspannung bei **Leerlauf**.

$R'_i$ : Ersatzinnenwiderstand. Ist der Widerstand des Netzwerkes zwischen den Anschlüssen A und B ohne Lastwiderstand, wenn alle Spannungen kurzgeschlossen sind.

$I'_k$ : Ersatzkurzschlussstrom. Ist der Laststrom bei **Kurzschluss**.

Von den drei Größen müssen zwei bestimmt werden. Die dritte Größe kann berechnet werden:

$$U'_0 = I'_k \cdot R'_i \quad 9$$

Bei Ersatzspannungsquelle:

$$\frac{U_L}{U'_0} = \frac{R_L}{R'_i + R_L} \quad 10$$

Bei Ersatzstromquelle:

$$\frac{I_L}{I'_k} = \frac{R'_i}{R'_i + R_L} \quad 11$$

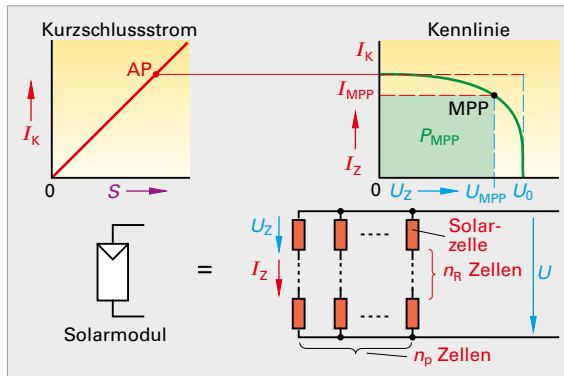
Der Spannungsteiler und die beiden Ersatzquellen haben alle rechts von den Klemmen A und B dasselbe Lastverhalten.

Beim Spannungsteiler:

$$U'_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0 \quad 12$$

$$I'_k = \frac{U_0}{R_1} \quad 13$$

$$R'_i = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad 14$$



$$I_k \sim S \quad 15$$

$$P_{MPP} = U_{MPP} \cdot I_{MPP} \quad 16$$

$$FF = \frac{P_{MPP}}{U_0 \cdot I_k} \quad 17$$

$$P_{st} = S \cdot A \quad 18$$

$$\eta = \frac{P_{MPP}}{P_{st}} \quad 19$$

$$U = n_R \cdot U_Z \quad 20$$

$$I = n_P \cdot I_Z \quad 21$$

A wirksame Solarfläche in  $m^2$

FF Füllfaktor

$I'_k$  Ersatzkurzschlussstrom

$I_k$  Kurzschlussstrom

$I_L$  Laststrom

$I_Z$  Zellenstrom

$n_P$  Anzahl parallel

$n_R$  Anzahl in Reihe

P elektrische Leistung

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

$P_L$  Leistungsabgabe

$P_{\max}$  größte Leistungsabgabe

$P_{st}$  Bestrahlungsleistung in W

Q Wärme

$R_i$  Innenwiderstand

$R'_i$  Ersatzinnenwiderstand

S Bestrahlungsstärke in  $W/m^2$

U Modulspannung

$U_0$  Ursprungsspannung

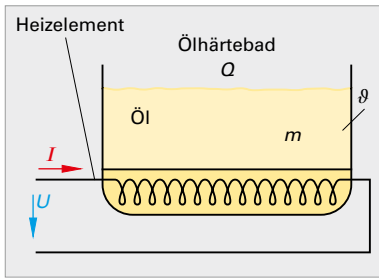
$U'_0$  Ersatzleerlaufspannung

$U_Z$  Zellenspannung

$\vartheta_U$  Umgebungstemperatur

$\eta$  Wirkungsgrad

MPP maximaler Leistungspunkt eines Solarmoduls (maximum power point)



Erwärmung von Öl

spezifische Wärmekapazität	
Material	c
Aluminium	0,94 kJ/(kg · K)
Kupfer	0,39 kJ/(kg · K)
Stahl	0,46 kJ/(kg · K)
Wasser	4,19 kJ/(kg · K)
Öl	0,90 kJ/(kg · K)

$$\vartheta = \left( \frac{T}{K} - 273 \right) ^\circ C \quad 1$$

$$\vartheta = \frac{5}{9} \left( \frac{\vartheta_F}{^\circ F} - 32 \right) ^\circ C \quad 2$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta \vartheta \quad 3$$

$$C = m \cdot c \quad 4$$

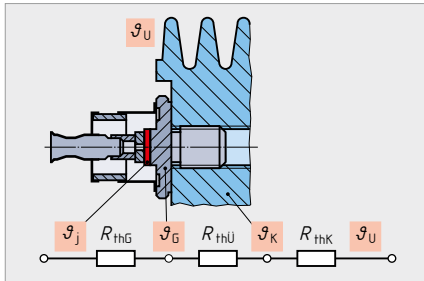
ohne Wärmeverluste: mit Wärmeverlusten:

$$P = U \cdot I \quad 5$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 \quad 6$$

$$Q = P \cdot t \quad 7$$

$$Q = \zeta \cdot P \cdot t \quad 8$$



Wärmewiderstände

$$[R_{th}] = \frac{K}{W}$$

$$[C] = \frac{J}{K}$$

$$[c] = \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

$$[Q] = Ws = J$$

$$R_{th} = R_{thG} + R_{thÜ} + R_{thK} \quad 9$$

$$R_{th} = \frac{\vartheta_j - \vartheta_U}{P_V} \quad 10$$

$$R_{thÜ} + R_{thK} = \frac{\vartheta_G - \vartheta_U}{P_V} \quad 11$$

$$R_{thG} = \frac{\vartheta_j - \vartheta_G}{P_V} \quad 12$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_j - \vartheta_U \quad 13$$

$$C = \frac{Q}{\Delta \vartheta} \quad 14$$

$$\Delta \vartheta = \frac{Q}{m \cdot c} \quad 15$$

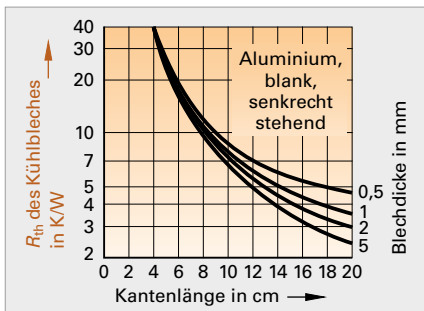
$$\Delta \vartheta_{min} = P_{tot} \cdot R_{th} \quad 16$$

$R_{thK}$  des auszuwählenden Kühlkörpers:

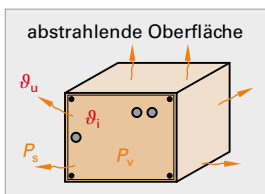
$$R_{thK,max} = \frac{\Delta \vartheta}{P_{tot}} - R_{thÜ} - R_{thG} \quad 17$$

zulässige Temperatur  $\vartheta_j$  bei gewähltem  $R_{thK}$ :

$$\vartheta_{j,max} = P_{tot} \cdot (R_{thG} + R_{thÜ} + R_{thK}) + \vartheta_U \quad 18$$



Wärmewiderstand quadratischer Alubleche



geschlossener Schaltschrank

Metall	U
Stahl	5,5 W/m²K
Alu/Zink	2,5 W/m²K

$$P_{EK} = P_V - P_S \quad 19$$

$$P_S = U \cdot A \cdot \Delta \vartheta \quad 20$$

$$\Delta \vartheta = \vartheta_i - \vartheta_U \quad 21$$

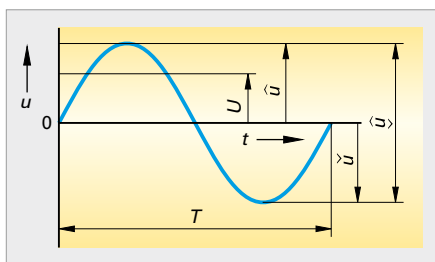
$$\Delta \vartheta_{max} = \frac{P_V}{U \cdot A} \quad 22$$

- A abstrahlende Oberfläche
- C Wärmekapazität
- c spezifische Wärmekapazität
- I Strom
- m Masse
- P Leistung
- $P_{EK}$  erforderliche Kühlleistung
- $P_S$  Strahlungsleistung
- $P_{tot}$  maximale Verlustleistung
- $P_V$  Verlustleistung

- Q Wärme
- $R_{th}$  Ersatzwärmewiderstand
- $R_{thG}$  innerer Wärmewiderstand
- $R_{thK}$  Wärmewiderstand Kühlkörper
- $R_{thÜ}$  Übergangswärmewiderstand
- t Zeit
- T absolute Temperatur
- U Spannung
- U Wärmedurchgangskoeffizient
- $\Delta \vartheta$  Temperaturunterschied

- $\vartheta_1$  Anfangstemperatur
- $\vartheta_2$  Endtemperatur
- $\vartheta_F$  Temperatur in Fahrenheit
- $\vartheta_i$  Innentemperatur
- $\vartheta_j$  Sperrschichttemperatur
- $\vartheta_U$  Umgebungstemperatur
- $\zeta$  Wärmenutzungsgrad (Zeta)

# Wechselgrößen



**Wechselspannung**

$$[f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

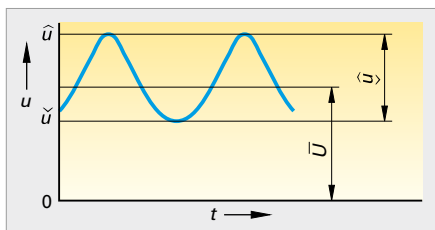
$$[\lambda] = \frac{\frac{m}{s}}{\frac{1}{s}} = m$$

$$f = \frac{1}{T}$$

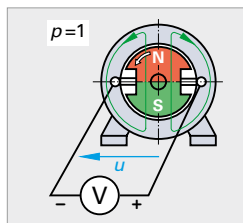
$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Für elektromagnetische Wellen und Licht gilt

- im Vakuum, in Luft:  
 $c \approx 300000 \text{ km/s}$
- im Leiter, z. B. in Cu, Al:  
 $c \approx 240000 \text{ km/s}$



**Mischspannung**



Beim Maschinengenerator:

$$[n] = \frac{1}{s}; [f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

Bei Sinusform:

$$[\omega] = \frac{1}{s}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\hat{u} = \sqrt{2} \cdot U$$

$$f = p \cdot n$$

$$\hat{i} = \sqrt{2} \cdot I$$

Bei unsymm. und symm. Schwingungsformen:

$$\hat{u} = \hat{u} - \check{u}$$

$$\hat{i} = \hat{i} - \check{i}$$

$$\hat{u} = F_c \cdot U$$

$$\hat{i} = F_c \cdot I$$

**Signalform**



**Crestfaktor**  
 $F_c$

$$\approx \sqrt{2}$$

$$\approx \sqrt{3}$$

$$1$$

$$\sqrt{\frac{T}{t_i}}$$

Integrale<sup>1)</sup> Schreibweise

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

Bei symmetrischen Schwingungsformen:

$$\hat{u} = 2 \cdot \hat{u}$$

$$\hat{i} = 2 \cdot \hat{i}$$

Bei Sinusform:

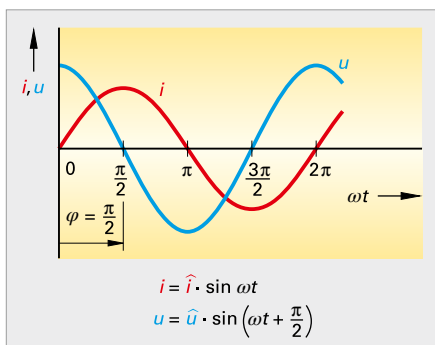
$$u = \hat{u} \cdot \sin \omega t$$

$$i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$$

Bei Sinusformen mit Phasenverschiebung:

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$i = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$



**Sinusgrößen mit Phasenverschiebung**

$c$  Ausbreitungsgeschwindigkeit  
 $F_c$  Crestfaktor, Scheitelfaktor  
 $f$  Frequenz  
 $n$  Drehzahl, Umdrehungsfrequenz  
 $p$  Polpaarzahl  
 $T$  Periodendauer  
 $t$  Zeit

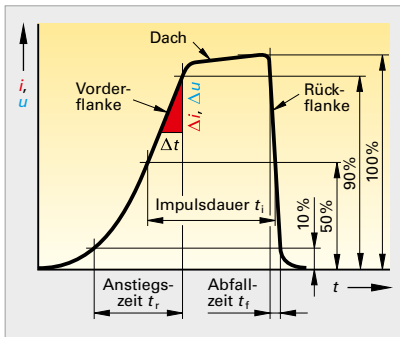
$U, I$  Effektivwerte  
 $\bar{U}$  arithmetischer Mittelwert (Gleichspannungsanteil)  
 $u, i$  Augenblickswerte  
 $\hat{u}, \hat{i}$  Spitze-Tal-Werte  
 $\hat{u}, \hat{i}$  Maximalwerte, Amplituden, Scheitelwerte

$\check{u}, \check{i}$  Minimalwerte  
 $\varphi$  Phasenverschiebungswinkel in rad  
 $\lambda$  Wellenlänge  
 $\omega$  Kreisfrequenz  
 $\omega t$  Winkel in der Einheit rad ( $2\pi \triangleq 360^\circ$ )

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

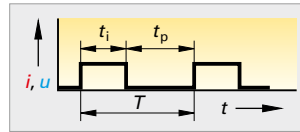
<sup>1)</sup> Integrale Seite 10

# Impuls, Puls, elektrisches Feld, Ladung und Kapazität



Impuls

$$[S] = \frac{V}{s}$$



Puls

$$g = \frac{t_i}{T}$$

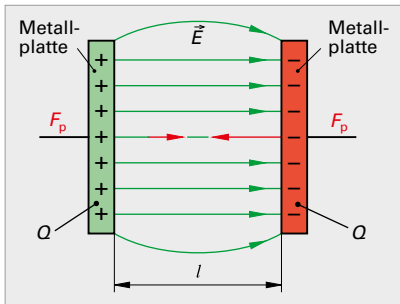
Für Spannungsimpuls:

$$S = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

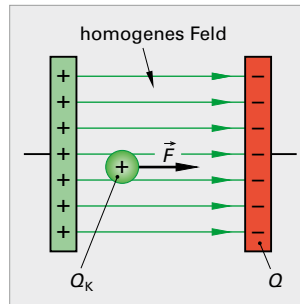
Für Rechteckpuls:

$$T = t_i + t_p$$

$$f = \frac{1}{T}$$



Elektrisches Feld



Kraftwirkung auf geladenen Körper

Im homogenen Feld:

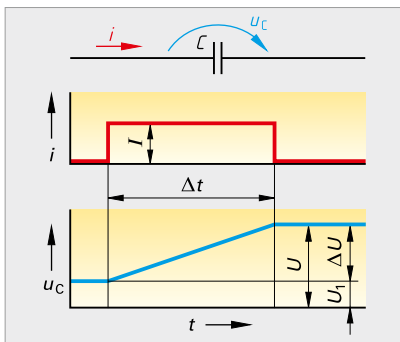
$$E = \frac{U}{l}$$

$$[E] = \frac{V}{m}$$

$$F = E \cdot Q_k$$

$$[F] = \frac{V}{m} \cdot As = \frac{Ws}{m} = N$$

$$F_p = \frac{Q^2}{2 \cdot \epsilon \cdot A}$$



Laden des Kondensators mit einem Konstantstrom

$$[I] = F \cdot \frac{V}{s} = \frac{As}{V} \cdot \frac{V}{s} = A$$

$$[\Delta Q] = A \cdot s = As = C$$

C von Coulomb

$$\Delta Q = C \cdot \Delta U$$

Bei I = konstant:

$$I = C \cdot \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t$$

$$U = U_1 + \Delta U$$

C Kapazität  
E elektrische Feldstärke  
F Kraft auf einen geladenen Körper  
F<sub>p</sub> Anziehungskraft der Platten  
f Pulsfrequenz  
g Tastgrad  
I Stromstärke  
l Abstand der geladenen Platten  
Q elektrische Ladung

Q<sub>k</sub> Ladung des Körpers  
S Flankensteilheit, Spannungsanstiegsgeschwindigkeit  
T Pulsperiodendauer  
U Spannung  
ΔQ Änderung der elektrischen Ladung  
Δt Zeit, in der die Spannungsänderung erfolgt

ΔU Spannungsänderung  
t<sub>i</sub> Impulsdauer  
t<sub>p</sub> Pausendauer  
t<sub>r</sub> Anstiegszeit  
t<sub>f</sub> Abfallzeit  
U<sub>1</sub> Spannung bei Ladungsbeginn

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.