

Mathematik für

Elektroniker/in für
Automatisierungstechnik

Lösungen



$$e^{-t}$$

$$\sqrt{\frac{t}{\epsilon}}$$

$$\sin x$$

$$L \neq L \neq L$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$





EUROPA-FACHBUCHREIHE

für elektrotechnische und elektronische Berufe

Methodische Lösungswege zu Mathematik für Elektroniker/in für Automatisierungstechnik

Lehr- und Übungsbuch der Mathematik und des Fachrechnens für Berufe der Geräte- und Systemtechnik Automatisierungstechnik

Gültig ab der 15. Auflage des Lehrbuchs

Bearbeitet von Lehrern und Ingenieuren an beruflichen Schulen
und Seminaren (siehe Rückseite)

Ihre Meinung zum Buch interessiert uns!

Teilen Sie uns Ihre Verbesserungsvorschläge, Ihre Kritik aber auch Ihre Zustimmung zum
Buch mit. Schreiben Sie uns an die E-Mail-Adresse lektorat@europa-lehrmittel.de

Die Autoren und der Verlag Europa-Lehrmittel

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 36713

Autoren von „Mathematik für Elektroniker/in für Automatisierungstechnik“

Günther Buchholz	Dipl.-Ing. (FH), Oberstudienrat	Stuttgart
Monika Burgmaier	Oberstudiendirektorin	Offenburg
Patricia Burgmaier	Dipl.-Ing. (BA)	Melsungen
Elmar Dehler	Studiendirektor	Ulm
Bernhard Grimm	Oberstudienrat	Sindelfingen, Leonberg
Jörg A. Oestreich	Dipl.-Ing.	Schwäbisch Hall
Werner Philipp	Dipl.-Ing., Oberstudienrat	Heilbronn
Bernd Schiemann	Dipl.-Ing.	Durbach

Bildbearbeitung:

Wissenschaftliche PublikationsTechnik Kernstock, 73230 Kirchheim/Teck
Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, Ostfildern

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat:

Dipl.-Ing. Schiemann, Durbach

ISBN 978-3-8085-3677-3

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter und der VDE-Bestimmungen zugrunde gelegt. Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und VDE-Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 4–7, 10787 Berlin, und Kamekestraße 2–8, 50672 Köln, bezogen werden. Die VDE-Bestimmungen sind bei der VDE-Verlag GmbH, Bismarckstraße 33, 10625 Berlin, erhältlich.

15. Auflage 2018

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2018 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten

<http://www.Europa-Lehrmittel.de>

Satz: Wissenschaftliche PublikationsTechnik Kernstock, 73230 Kirchheim/Teck

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagidee: Bernd Schiemann

Kapitelübersicht

1 Rechnen mit Zahlen	9		1
2 Rechnen mit Größen	15		2
3 Rechnen mit Formeln	17		3
4 Elektrotechnische Grundlagen	22		4
5 Wechselstromtechnik	43		5
6 Elektronische Schaltungen	64		6
7 Digitaltechnik	87		7
8 Sequenzielle Digitaltechnik	111		8
9 Informationstechnische Systeme	121		9
10 Elektrische Anlagen	132		10
11 Steuerungen und Antriebe	143		11
12 Sensorik (Messwertaufnehmer)	183		12
13 Regelungstechnik	189		13
14 Prüfungsaufgaben	209		14
15 Aufgaben zur Mechanik	224		15
16 Arbeiten mit Datenblättern	227		16
17 Ergänzendes Fachwissen Mathematik	229		17

Didaktische Hinweise für den Unterricht

Das Buch „Mathematik für Elektroniker/in für Automatisierungstechnik“ ist Bestandteil eines offenen Lehrsystems und unterstützt den personalen Unterricht in hervorragender Weise. Es bietet einen umfangreichen Aufgabenfundus, der zur Erfolgskontrolle und der Vorbereitung von Klassenarbeiten dient.

Darbietung des Lehrstoffs. Fachkundliche Informationen und fachmathematische Inhalte werden im *handlungsorientierten Unterricht* parallel vermittelt. Damit ist das Buch besonders gut geeignet als **Arbeitsbuch für den Lernfeldunterricht**. Anhand der fachkundlichen Informationen und der fachmathematischen Aufarbeitung lassen sich gezielt Teilaufgaben für Lernsituationen bearbeiten. Wegen der Gleichheit der Formelzeichen und der Bilder empfiehlt sich daher die Verwendung der Bücher „Fachkunde für Industrieelektroniker und Informationstechnik“, „Fachkunde für Büro- und Informationstechnik mit Radio-, Fernseh- und Medientechnik“ und „Informations- und Telekommunikationstechnik“ der EUROPA-Fachbuchreihe.

Vertiefung des Lehrstoffs. Die Aufgaben sind für die Übungsphase bestimmt. Sie sind mit zunehmendem Schwierigkeitsgrad angeordnet, und zwar meist paarweise, sodass sich folgende Übungsvariante anbietet: Im Klassenverband oder in Gruppenarbeit werden nur die Aufgaben 1, 3, 5, ... bearbeitet. Die Aufgaben 2, 4, 6, ... sind der Selbsttätigkeit, der Hausarbeit und der Klassenarbeit vorbehalten.

Für Klassenarbeiten und Prüfungen sind die Formeln und Rechenanweisungen des Mathematikbuchs „Mathematik für Elektroniker/in für Automatisierungstechnik“ in den Formelsammlungen „Formeln für Elektroniker und IT“ oder „Formeln Informations- und Systemtechnik“ übersichtlich zusammengefasst.

Vorwort zur 15. Auflage

Die Neubearbeitung des Buches „Mathematik für Elektroniker/in für Automatisierungstechnik“ machte auch eine Neuauflage der „Methodischen Lösungswege“ erforderlich.

Der gestiegene Schwierigkeitsgrad vieler Aufgaben bedingt einen erheblichen Aufwand für das Buch „Methodische Lösungswege“. Verlag und Arbeitskreis belassen es bei dem aufwendigen Aufzeigen des Lösungsweges, weil bei der Komplexität der Aufgaben es auch dem versierten Fachmann nur mit großem Zeitaufwand möglich ist, alle Aufgaben ohne Hilfsmittel zu lösen. So sollen die „Methodischen Lösungswege“ dem Lehrenden helfen, den Zeitaufwand für die Unterrichtsvorbereitung und für Korrekturen in Grenzen zu halten, damit er sich umso mehr den Lernenden widmen kann.

Wenn es der Lehrende für richtig hält, können bei entsprechender Reife auch die Lernenden aus dem Buch Nutzen ziehen, weil sie dann bei gelösten Aufgaben die Richtigkeit ihrer eigenen Lösung überprüfen können. Zur Verhinderung von Missbrauch kann allerdings das Buch an minderjährige Lernende nur mit Einverständnis der Schule abgegeben werden.

Verlag und Verfasser danken für die hilfreichen Hinweise der Benutzer und freuen sich auch künftig über konstruktive Verbesserungsvorschläge.

Januar 2018

Verlag und Autoren

Inhaltsverzeichnis

1	Rechnen mit Zahlen		4.8	Grundschaltungen	29
1.1	Grundgesetze		4.8.1	Reihenschaltung	29
1.1.1	Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz		4.8.2	Parallelschaltung	29
1.1.2	Bruchrechnen		4.8.3	Gemischte Schaltungen	30
1.2	Potenzen		4.8.4	Spannungsteiler	32
1.2.1	Zehnerpotenzen		4.9	Brückenschaltungen	33
1.2.1.1	Werte der Zehnerpotenzen		4.10	Erzeuger-Ersatzschaltungen	34
1.2.1.2	Rechnen mit Zehnerpotenzen		4.10.1	Spannungserzeuger	34
1.2.2	Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten		4.10.2	Spannungserzeugung mit Fotovoltaik	34
1.3	Rechnen mit Wurzeln		4.10.3	Sekundärelemente (der Energieelektronik) aufladen	35
1.4	Logarithmen		4.10.4	Überlagerung bei linearen Netzwerken	36
1.4.1	Rechenregeln, natürlicher und binärer Logarithmus		4.10.5	Ersatzspannungsquelle	37
1.4.2	Zehnerlogarithmen		4.10.6	Ersatzstromquelle	37
1.4.3	Logarithmische Darstellung, Linearisieren		4.10.7	Anpassungsarten	38
1.5	Kehrwert, Prozentrechnen		4.11	Schaltungen simulieren mit PSpice	39
			4.12	Temperatur und Wärme	41
			4.12.1	Wärme und Wärmekapazität	41
			4.12.2	Wärmewiderstand	41
			4.12.3	Ermittlung von Kühlflächen	41
2	Rechnen mit Größen		5	Wechselstromtechnik	
2.1	Begriffe beim Rechnen mit Größen		5.1	Wechselgrößen	43
2.2	Umrechnen der Einheiten		5.1.1	Periode, Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenlänge	43
2.3	Addition und Subtraktion		5.1.2	Maximalwert, Spitze-Tal-Wert, Effektivwert	43
2.4	Multiplikation und Division		5.1.3	Impulse	44
3	Rechnen mit Formeln		5.2	Kondensator	45
3.1	Umstellen von Formeln		5.2.1	Elektrisches Feld	45
3.2	Formel als Größengleichung		5.2.2	Ladung und Kapazität	45
3.2.1	Längen und Flächen		5.2.3	Kraftwirkung und Energie des elektrischen Feldes	45
3.2.2	Satz des Pythagoras		5.2.4	Elektrische Flussdichte	46
3.2.3	Geschwindigkeiten		5.2.5	Kapazität	46
			5.2.6	Schaltungen von Kondensatoren	47
4	Elektrotechnische Grundlagen		5.2.7	RC-Schaltung an Gleichspannung und Rechteckspannung	47
4.1	Stromdichte		5.2.8	Kapazitiver Blindwiderstand	47
4.2	Widerstände		5.3	Spule	48
4.2.1	Widerstand und Leitwert		5.3.1	Elektromagnetismus	48
4.2.2	Widerstand und Temperatur		5.3.1.1	Magnetische Grundgrößen	48
4.2.3	Leiterwiderstand		5.3.1.2	Strom im Magnetfeld	49
4.3	Das Ohm'sche Gesetz		5.3.2	Induktion und Induktivität	49
4.4	Messen		5.3.3	Energie und Energiedichte des magnetischen Feldes	50
4.4.1	Anzeigefehler bei Zeigermessgeräten		5.3.4	RL-Schaltungen an Gleichspannung und Rechteckspannung	50
4.4.2	Digitales Messen mit DMM		5.3.5	Induktiver Blindwiderstand	51
4.4.3	Digitales Multimeter DMM		5.4	Schaltungen mit Blindwiderständen	52
4.5	Rechnen mit Bezugspfeilen		5.4.1	RC-Schaltungen und RL-Schaltungen	52
4.6	Elektrische Leistung bei Gleichspannung		5.4.1.1	Reihenschaltung von Wirkwiderstand und Blindwiderstand	52
4.7	Arbeit und Energie		5.4.1.2	Verluste der Spule	53
4.7.1	Elektrische Arbeit		5.4.1.3	Parallelschaltung von Wirkwiderstand und Blindwiderstand	54
4.7.2	Mechanische Arbeit und Leistung				
4.7.3	Wirkungsgrad und Arbeitsgrad				

5.4.1.4 Verluste des Kondensators 55
 5.4.1.5 Grenzfrequenz 56
 5.4.1.6 Ersatz-Reihenschaltung und Ersatz-Parallelschaltung 56
 5.4.2 Schwingkreise 58
 5.4.3 Güte und Bandbreite bei Schwingkreisen 59
 5.4.4 Einfache RC-Siebschaltungen 60
 5.5 Wechselstromleistungen bei Einphasenwechselstrom 61
 5.6 Transformator 62
 5.6.1 Transformatorhauptgleichung 62
 5.6.2 Spannungsübersetzung, Stromübersetzung und Kurzschlussspannung 63

6 Elektronische Schaltungen



6.1 Schaltungen mit nicht linearen Widerständen 64
 6.1.1 Differenzieller Widerstand 64
 6.1.2 Impedanzen im Arbeitspunkt 64
 6.1.3 Zeichnerische Lösung der Reihenschaltung 64
 6.1.4 Messschaltungen mit Pt100-Widerstandssensoren 65
 6.2 Schaltungen mit Dioden 65
 6.2.1 Festlegung des Arbeitspunktes 65
 6.2.1.1 Vorwiderstand von Dioden 65
 6.2.1.2 Zeichnerische Bestimmung des Arbeitspunktes 66
 6.2.2 Gleichrichterschaltungen 66
 6.2.2.1 Kenngrößen 66
 6.2.2.2 Glättung und Siebung 67
 6.2.2.3 Siebung mit RC und LC 67
 6.2.2.3 Spannungsstabilisierung mit Z-Dioden 67
 6.2.3.1 Vorwiderstand für die Spannungsstabilisierung mit Z-Diode 67
 6.2.3.2 Eigenschaften von Stabilisierungsschaltungen 68
 6.3 Licht 68
 6.4 Schaltungen mit fotoelektronischen Bauelementen 69
 6.5 Verstärker mit bipolaren Transistoren 70
 6.5.1 Arbeitspunkt in der Emitterschaltung 70
 6.5.1.1 Gleichstromgrößen in Emitterschaltung 70
 6.5.1.2 Basisspannungsteiler und Stabilisierung des Arbeitspunktes 71
 6.5.1.3 Arbeitsgerade für Gleichstrom 72
 6.6 Verstärker mit Feldeffekttransistoren 72
 6.6.1 Gleichstromgrößen von FET in Sourceschaltung 72
 6.6.2 Wechselstromgrößen von FET in Sourceschaltung 73
 6.6.3 IGBT 73
 6.7 Thyristoren als elektronische Schalter 74
 6.8 Gesteuerte Stromrichter 75
 6.9 Operationsverstärker 75
 6.9.1 Verstärkung ohne Gegenkopplung 75
 6.9.2 Invertierender Verstärker 76
 6.9.3 Summiervverstärker 76

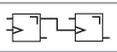
6.9.4 Nicht invertierender Verstärker und Impedanzwandler 76
 6.9.5 Subtrahierverstärker 77
 6.9.6 Instrumentenverstärker (INV) 77
 6.9.7 Differenzier-Invertierer 77
 6.9.8 Integrier-Invertierer 78
 6.10 Kippschaltungen 78
 6.10.1 Transistoren als elektronische Schalter 78
 6.10.1.1 Grundschaltungen elektronischer Schalter 78
 6.10.1.2 Bipolarer Schalttransistor 79
 6.10.2 Schalten bei Ohm'scher, induktiver und kapazitiver Last 80
 6.10.3 Astabile Kippschaltung 80
 6.10.4 Monostabile Kippschaltung 81
 6.10.5 Schwellwertschalter (Schmitt-Trigger) 82
 6.11 Stabilisierungsschaltungen 82
 6.11.1 Spannung stabilisieren 82
 6.11.2 Strom stabilisieren 83
 6.11.3 Spannung regeln mit IC 83
 6.11.4 Schaltnetzteile (SNT) 84
 6.11.4.1 Energiefluss in Schaltnetzteilen 84
 6.11.4.2 Durchflusswandler 85
 6.11.4.3 Sperrwandler 85

7 Digitaltechnik



7.1 Aufbau der Zahlensysteme 87
 7.2 Dualzahlen 87
 7.2.1 Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen 87
 7.2.2 Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen 89
 7.2.3 Addition und Subtraktion von Dualzahlen 91
 7.2.4 Multiplikation und Division von Dualzahlen 92
 7.2.5 Subtraktion durch Komplementaddition 94
 7.3 BCD-Codes 96
 7.4 Hexadezimalzahlen 98
 7.4.1 Hexadezimalzahlen und Dualzahlen 98
 7.4.2 Addition und Subtraktion von Hexadezimalzahlen 98
 7.4.3 Hexadezimalzahlen und Dezimalzahlen 99
 7.5 Kombinatorische Digitaltechnik (Schaltetze) 101
 7.5.1 Schaltalgebraische Begriffe 101
 7.5.2 Kommutativgesetz der Schaltalgebra 102
 7.5.3 Assoziativgesetz der Schaltalgebra 102
 7.5.4 Distributivgesetze der Schaltalgebra 103
 7.5.5 Schaltalgebraische Funktionen 104
 7.5.5.1 Umkehrgesetze für eine Variable 104
 7.5.5.2 Umkehrgesetze für mehrere Variablen 104
 7.5.6 Logische Verknüpfungen von Zahlen 106
 7.6 Minimieren und Realisieren von Schaltfunktionen 107
 7.6.1 Algebraisches Minimieren 107
 7.6.2 Realisieren mit NAND-Elementen 108
 7.6.3 Aufstellen des KV-Diagramms 109
 7.6.4 Minimieren mit dem KV-Diagramm 109
 7.7 Lastfaktoren 110

8 Sequenzielle Digitaltechnik und programmierbare Logik



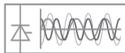
8.1 JK-Kippschaltungen 111
 8.2 Wertetabelle und Zeitablaufdiagramm aus der Schaltung 111
 8.3 Schaltfunktion aus Wertetabelle 111
 8.4 Schaltung aus Schaltfunktion 112
 8.5 Synchrone Zähler mit T-Kippgliedern . . . 114
 8.6 Frequenzteiler 117
 8.7 PAL-Schaltkreise anwenden 118
 8.7.1 Schaltkreis PAL 10H8 118
 8.7.2 Schaltkreis PAL 16RP8 119
 8.8 Programmieren mit VHDL 119

9 Informationstechnische Systeme



9.1 PC-Technik 121
 9.1.1 Speicherkapazität 121
 9.1.2 Bildauflösung und Speicherkapazität . . 121
 9.2 Signalverarbeitung 122
 9.2.1 Signalabtastung 122
 9.2.2 Signalumsetzer 122
 9.2.3 Geschwindigkeit der Datenübertragung . 123
 9.2.4 Pegel und Dämpfung von Datenleitungen 124
 9.2.5 Wellenwiderstand und Ausbreitungsgeschwindigkeit 125
 9.2.6 Übertragung mit Glasfasern 126
 9.3 Netzwerktechnik 127
 9.3.1 Lokale Netze 127
 9.3.1.1 Signallaufzeiten auf Bussystemen 127
 9.3.1.2 Signalgeschwindigkeit bei Sternverkabelung 127
 9.3.1.3 Errichten lokaler Netzwerke 129
 9.3.1.4 Messen und Fehlersuche 129
 9.3.1.5 Gebäudeverkabelung 129
 9.3.2 Internetadressierung und Subnetzmasken 130
 9.3.3 Subnetze 130
 9.3.4 Internetadressierung nach IPv6 131

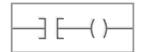
10 Elektrische Anlagen



10.1 Drehstrom 132
 10.1.1 Sternschaltung 132
 10.1.1.1 Symmetrische, gleichartige Belastung . . 132
 10.1.1.2 Unsymmetrische, gleichartige Belastung 132
 10.1.2 Dreieckschaltung 133
 10.1.2.1 Symmetrische, gleichartige Last 133
 10.1.2.2 Unsymmetrische, gleichartige Last . . . 133
 10.1.3 Leistungen bei Drehstrom 134
 10.2 Kompensation 134
 10.3 Leitungsberechnung 136
 10.3.1 Mindestquerschnitt und Strombelastbarkeit 136
 10.3.2 Strombelastbarkeit von Leitungen bei Umgebungstemperatur $\vartheta_u = 30^\circ\text{C}$ 136
 10.3.3 Spannungsfall nach VDE 136

10.3.4 Verzweigte Leitungen 137
 10.4 Bemessung elektrischer Anlagen 139
 10.4.1 Berechnung des Schutzleiterwiderstands 139
 10.4.2 Widerstände in Schutzleitersystemen . . 140
 10.4.3 Schmelzsicherungen und Leitungsschutzschalter LS 141
 10.5 Schutzmaßnahmen 141

11 Steuerungen und Antriebe



11.1 SPS-Technik 143
 11.1.1 SPS-Anweisungsliste (AWL) ohne Speicher 143
 11.1.2 Zusammengesetzte logische Verknüpfungen 144
 11.1.3 Speicherfunktionen 148
 11.1.4 Flankenauswertung 149
 11.1.5 SPS-Zeitfunktionen 150
 11.1.6 SPS-Zählfunktionen 153
 11.1.7 SPS-Datentypen und Umwandlungen . . 155
 11.1.8 Erweiterter Operationsvorrat von SPS . . 156
 11.1.9 Analoge Ein- und Ausgänge 158
 11.1.10 Normierung 162
 11.1.11 Entwurf eines GRAFCET (Schritt-kettenteil) 162
 11.1.12 Aktionen bei GRAFCET 165
 11.1.13 Aktionen nach EN 61131-3 167
 11.2 Antriebstechnik 169
 11.2.1 Leistungsbedarf ohne Rücksicht auf den Anlauf 169
 11.2.2 Antrieb mechanischer Systeme 170
 11.2.3 Leistung beim Anfahren 170
 11.2.4 Antrieb mit Gleichstrommotoren 170
 11.2.5 Ein-Quadranten-Steller (1Q-Steller) 171
 11.2.6 H-Brücke 172
 11.2.7 Antrieb mit Drehfeldmotoren 174
 11.2.8 Drehstromasynchronmotor (DASM) . . . 174
 11.2.9 Kennwerte von Asynchronmotoren 176
 11.2.10 Asynchronmaschinen am Frequenzumrichter 176
 11.2.11 Projektierung einer Servoachse 177
 11.3 Schrittmotoren 178
 11.3.1 Schrittwinkel und Drehzahl 178
 11.3.2 Schrittmotoren ansteuern 178

12 Sensorik (Messwertaufnehmer)



12.1 Ultraschallsensor (US-Sensor) 183
 12.2 Schaltabstand Näherungsschalter 184
 12.3 Messen mit Dehnungsmessstreifen 184
 12.4 Temperaturerfassung mit Widerstandsthermometer 185
 12.5 Lichtabhängige Widerstände 188

13 Regelungstechnik



13.1 Unstetige Regler 189
 13.2 Stetige Regler 190
 13.2.1 P-Regler 190
 13.2.2 PI-Regler 191
 13.2.3 PDT₁-Regler und PD-Regler 192
 13.2.4 PID-Regler 193
 13.2.5 Regler einstellen (Ziegler/Nichols) 194
 13.3 Regelstrecken 194
 13.3.1 Analyse von Regelstrecken 194
 13.3.2 Regelkreis mit P-Regler 197
 13.3.3 Frequenzgang (Bode-Diagramm) 198
 13.3.4 Reglerentwurf im Frequenzbereich 198
 13.3.5 Auswahl der Reglerkennwerte 198
 13.3.5.1 Reglerkennwerte für Regelstrecken mit Ausgleich 198
 13.3.5.2
 Reglerkennwerte für Regelstrecken ohne Ausgleich 200
 13.4 Digitale Regelungstechnik 202
 13.4.1 Digitalisierung und Signalabtastung 202
 13.4.2 PID-Digitalregler mit Stellungsalgorithmus 203
 13.4.3 Digitalregler 204
 13.5 Direkte digitale Synthese DDS 208

14 Prüfungsaufgaben



14.1 Aufgaben der Analogtechnik 209
 14.2 Aufgaben der Digitaltechnik 212
 14.3 Prüfungsaufgaben der Digitaltechnik 215
 14.3.1 Elektronisches Verkehrsschild 215
 14.3.2 Säulenanzeige mit Leuchtdioden 217
 14.3.3 Schaltungen mit monostabilen Elementen 218
 14.3.4 Transportbandsteuerung (Projektaufgabe) 219
 14.3.5 Codeprüfung (Projektaufgabe) 220
 14.4 Prüfungsaufgaben Automatisierungstechnik 221
 14.4.1 Abfülleinrichtung für Schmierstoffe 221
 14.4.2 Füllstandsregelung Wasserhochbehälter 222

15 Aufgaben zur Mechanik



15.1 Rauminhalte und Massen 224
 15.2 Übersetzungen 224
 15.3 Kraft und Kraftmoment 225
 15.4 Kräfte und Bewegungslehre 226

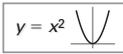
16 Arbeiten mit Datenblättern



16.1 Einführung in den Datenblattgebrauch 227
 16.1.1 Allgemeine Angaben 227

16.1.2 Technische Kenngrößen in Datenblättern 227
 16.1.3 Umgang mit Datenblättern von Spannungsreglern und Timer-Bausteinen 227
 16.2 Überstromschutzeinrichtungen 227
 16.3 Kleintransformatoren 227
 16.4 Schütze 228

17 Ergänzendes Fachwissen Mathematik



17.1 Gleichungen 229
 17.1.1 Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten 229
 17.1.2 Lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten 229
 17.1.3 Quadratische Gleichungen 231
 17.2 Funktionen 232
 17.2.1 Beschreibungsformen bei Funktionen 232
 17.2.2 Lineare Funktionen 232
 17.2.3 Quadratische Funktionen 233
 17.2.4 Trigonometrische Funktionen 233
 17.2.4.1 Sinusfunktion und Kosinusfunktion 233
 17.2.4.2 Graphen der Sinusfunktion und der Kosinusfunktion 234
 17.2.4.3 Tangensfunktion 234
 17.2.4.4 Sinussatz und Kosinussatz 235
 17.2.5 Exponentialfunktionen 236
 17.2.6 Umkehrfunktionen 237
 17.3 Differenzieren 238
 17.3.1 Differenzenquotient und Differenzialquotient 238
 17.3.2 Ableitungen von Funktionen 238
 17.3.3 Kettenregel 239
 17.4 Integrieren 240
 17.4.1 Unbestimmtes Integral 240
 17.4.2 Bestimmtes Integral 242
 17.4.3 Mittelwerte 242
 17.5 Funktionen mit komplexen Größen 244
 17.5.1 Zahlen in der komplexen Zahlenebene 244
 17.5.2 Grundrechenarten mit komplexen Zahlen 246
 17.5.3 Widerstand und Leitwert in der komplexen Ebene 247
 17.5.4 Komplexe Berechnung von Wechselstromschaltungen 248
 17.5.5 Leistungsberechnung in Wechselstromschaltungen 249
 17.6 Reihen 252
 17.6.1 Arithmetische Reihe 252
 17.6.2 Geometrische Reihe 252

1 Rechnen mit Zahlen

1.1 Grundgesetze

1.1.1 Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz

Seite 10 _____

- 1 a) $3 - 5 + 8 - 1 = 3 + 8 - 5 - 1 = 11 - 6 = 5$
 b) $6 + 12 - 10 - 3 = 12 + 6 - 3 - 10 = 18 - 13 = 5$
 c) $2 - 4 + 5 - 9 = 2 + 5 - 4 - 9 = 7 - 13 = -6$
 d) $8 - 7 + 5 = 8 + 5 - 7 = 13 - 7 = 6$
- 2 a) $7 - 3 - 2 + 8 = 7 + 8 - 3 - 2 = 15 - 5 = 10$
 b) $5 - 2 + 3 - 1 = 5 + 3 - 2 - 1 = 8 - 3 = 5$
 c) $9 - 2 + 7 = 9 + 7 - 2 = 16 - 2 = 14$
 d) $3 - 1 - 5 + 23 = 3 + 23 - 1 - 5 = 26 - 6 = 20$
- 3 a) $(-3) \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot (-3) \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot (-3) = 4 \cdot (-3) = -12$
 b) $2 \cdot (-5) \cdot (-3) = (-3) \cdot (-5) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$
 c) $2 \cdot 3 \cdot (-7) = (-7) \cdot 3 \cdot 2 = (-7) \cdot 6 = -42$
 d) $3 \cdot (-2) \cdot 9 = (-2) \cdot 3 \cdot 9 = (-2) \cdot 27 = -54$
- 4 a) $(-8) \cdot 4 \cdot 2 = (-8) \cdot 8 = -64$
 b) $3 \cdot (-5) \cdot (-3) = (-5) \cdot (-3) \cdot 3 = 15 \cdot 3 = 45$
 c) $2 \cdot 5 \cdot (-2) = (-2) \cdot 2 \cdot 5 = (-2) \cdot 10 = -20$
 d) $6 \cdot (-1) \cdot 1 = -6$
- 5 a) $6 + 2 + 4 = 6 + (2 + 4) = 6 + 6 = 12$
 b) $-3 + 2 - 5 = (-3 - 5) + 2 = -8 + 2 = -6$
 c) $3 - 8 + 11 = (3 + 11) - 8 = 14 - 8 = 6$
 d) $8 + 2 - 4 = (8 + 2) - 4 = 10 - 4 = 6$
- 6 a) $5 + 4 + 3 = (5 + 3) + 4 = 8 + 4 = 12$
 b) $4 + 2 - 3 = (4 + 2) - 3 = 6 - 3 = 3$
 c) $3 - 9 + 6 = (3 + 6) - 9 = 9 - 9 = 0$
 d) $8 + 2 - 4 = (8 + 2) - 4 = 10 - 4 = 6$
- 7 a) $3 \cdot 5 \cdot 4 = 3 \cdot (5 \cdot 4) = 3(5 \cdot 4) = 3 \cdot 20 = 60$
 b) $(-3) \cdot 5 \cdot 2 = (5 \cdot 2)(-3) = 10(-3) = -30$

- 8 a) $6 \cdot 4 \cdot 2 = 6(4 \cdot 2) = 6 \cdot 8 = 48$
 b) $(-2) \cdot 4 \cdot 3 = (4 \cdot 3)(-2) = 12(-2) = -24$
- 9 a) $3(5 + 2) = 3 \cdot 7 = 21$
 b) $5(7 - 4) = 5 \cdot 3 = 15$
- 10 a) $4(8 + 3) = 4 \cdot 11 = 44$
 b) $3(5 - 2) = 3 \cdot 3 = 9$
- 11 a) $(-2)(7 + 5) = (-2)12 = -24$
 b) $3(7 - 6 + 1) = 3 \cdot 2 = 6$
 c) $(-6)(8 - 3) = (-6) \cdot 5 = -30$
 d) $(-5)(6 - 14) = (-5)(-8) = 40$
- 12 a) $(-7)(8 - 6) = (-7)2 = -14$
 b) $5(9 - 5 - 4) = 5 \cdot 0 = 0$
 c) $(-4)(6 - 2) = (-4) \cdot 4 = -16$
 d) $(-9)(8 - 12) = (-9)(-4) = 36$

1.1.2 Bruchrechnen

Seite 11 _____

- 1 a) $\frac{65}{13} = 5$ b) $\frac{144}{16} = 9$
 c) $\frac{-96}{4} = -24$ d) $\frac{48}{-3} = -16$
 e) $\frac{-27}{-9} = 3$ f) $\frac{169}{-13} = -13$
 g) $\frac{-144}{-12} = 12$
- 2 a) $\frac{88}{-11} = -8$ b) $\frac{136}{17} = 8$
 c) $\frac{64}{-16} = -4$ d) $\frac{156}{-12} = -13$
 e) $\frac{-81}{-9} = 9$ f) $\frac{171}{-19} = -9$
 g) $\frac{-232}{-8} = 29$
- 3 a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{6} = \frac{15 + 24 + 50}{60} = \frac{89}{60} = 1 \frac{29}{60}$
 b) $\frac{3}{5} - \frac{2}{15} + \frac{7}{30} = \frac{18 - 4 + 7}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$
 c) $\frac{7}{24} - \frac{11}{30} - \frac{8}{15} + \frac{3}{8} = \frac{35 - 44 - 64 + 45}{120} = \frac{-28}{120} = -\frac{7}{30}$

4 a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{6+9+2}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$
 b) $\frac{5}{8} - \frac{5}{24} + \frac{5}{48} = \frac{30-10+5}{48} = \frac{25}{48}$
 c) $\frac{17}{18} - \frac{7}{9} + \frac{11}{12} - \frac{1}{4} = \frac{34-28+33-9}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

5 a) $\frac{2}{53} \cdot 8 = \frac{2 \cdot 8}{53} = \frac{16}{53}$
 b) $\frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{7 \cdot 3} = \frac{20}{21}$
 c) $\frac{8}{21} \cdot 1\frac{2}{5} = \frac{8 \cdot 7}{21 \cdot 5} = \frac{8}{15}$
 d) $\frac{5}{31} : \frac{2}{13} = \frac{5 \cdot 13}{31 \cdot 2} = \frac{65}{62}$
 e) $8\frac{5}{7} : 3\frac{3}{5} = \frac{61}{7} : \frac{18}{5} = \frac{61 \cdot 5}{7 \cdot 18} = \frac{305}{126} = 2\frac{53}{126}$

6 a) $\frac{5}{37} \cdot 7 = \frac{5 \cdot 7}{37} = \frac{35}{37}$
 b) $\frac{3}{11} / \frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 9}{11 \cdot 5} = \frac{27}{55}$
 c) $\frac{2}{15} \cdot 2\frac{3}{7} = \frac{2}{15} \cdot \frac{17}{7} = \frac{34}{105}$
 d) $\frac{7}{75} / \frac{8}{5} = \frac{7 \cdot 5}{75 \cdot 8} = \frac{35}{600} = \frac{7}{120}$
 e) $\frac{4}{9} / 7\frac{5}{13} = \frac{4}{9} / \frac{96}{13} = \frac{4 \cdot 13}{9 \cdot 96} = \frac{13}{9 \cdot 24} = \frac{13}{216}$

7 a) $\frac{3}{5} = 0,6$ b) $\frac{4}{15} = 0,2\bar{6} \approx 0,267$
 c) $\frac{12}{125} = 0,096$ d) $\frac{35}{55} = 0,6\bar{3} \approx 0,636$
 e) $\frac{154}{224} = 0,6875$

8 a) $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ b) $0,875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$
 c) $1,23 = 1\frac{23}{100}$ d) $2,05 = 2\frac{5}{100} = 2\frac{1}{20}$
 e) $0,0075 = \frac{75}{10000} = \frac{3}{400}$

9 a) $(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}) \cdot (\frac{2}{5} - \frac{5}{4}) = \frac{15-10}{18} \cdot \frac{48-25}{20}$
 $= \frac{5}{18} \cdot \frac{23}{20} = \frac{23}{18 \cdot 4} = \frac{23}{72}$
 b) $(4\frac{4}{5} - 3\frac{1}{4}) \cdot (2\frac{1}{5} + 1\frac{5}{6}) = \frac{96-65}{20} \cdot \frac{66+55}{30}$
 $= \frac{31 \cdot 121}{20 \cdot 30} = \frac{3751}{600} = 6\frac{151}{600}$

10 a) $(8\frac{7}{5} - 6\frac{5}{8}) / (\frac{3}{9} + 2\frac{2}{5}) = \frac{376-265}{40} / \frac{175+108}{45}$
 $= \frac{111 \cdot 45}{40 \cdot 283} = \frac{999}{2264}$

b) $(4\frac{5}{8} - 6\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}) \cdot (6\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{8})$
 $= \frac{37-54+28}{8} \cdot \frac{760-336-135}{120}$
 $= \frac{11 \cdot 120}{8 \cdot 289} = \frac{11 \cdot 15}{289} = \frac{165}{289}$

1.2 Potenzen

1.2.1 Zehnerpotenzen

1.2.1.1 Werte der Zehnerpotenzen

Seite 12 _____

- 1 a) $10^{+4} = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
 b) $10^{-1} = \frac{1}{10}$
 c) $10^{+3} = 10 \cdot 10 \cdot 10$
 d) $10^{-6} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$
- 2 a) $10^{-2} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$
 b) $10^{+5} = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
 c) $10^{-7} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$
 d) $10^{+8} = 10 \cdot 10$
- 3 a) $10^6 = 1000000$ b) $10^{-3} = 0,001$
 c) $10^{-2} = 0,01$ d) $10^{-9} = 0,000000001$
- 4 a) $10^{-1} = 0,1$ b) $10^0 = 1$
 c) $10^{-6} = 0,000001$ d) $10^8 = 100000000$
- 5 a) $\frac{1}{10^{-6}} = 10^6$ b) $\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$
 c) $\frac{1}{10^9} = 10^{-9}$ d) $\frac{1}{10^{-12}} = 10^{12}$
- 6 a) $\frac{1}{10^{-3}} = 10^3$ b) $\frac{1}{10^0} = 10^0$
 c) $\frac{1}{10^3} = 10^{-3}$ d) $\frac{1}{10^1} = 10^{-1}$
- 7 a) $\frac{1}{10^0} = 1$ b) $\frac{1}{10^1} = 0,1$
 c) $\frac{1}{10^{-3}} = 1000$ d) $\frac{1}{10^4} = 0,0001$

8 a) $\frac{1}{10^{-6}} = 1000000$ b) $\frac{1}{10^{-4}} = 10000$
 c) $\frac{1}{10^2} = 0,01$ d) $\frac{1}{10^{-5}} = 100000$

9 a) $24000 = 24 \cdot 10^3$
 b) $0,0023 = 2,3 \cdot 10^{-3}$
 c) $700000 = 0,7 \cdot 10^6$
 (Es gibt auch andere richtige Lösungen.)

10 a) $12000 = 12 \cdot 10^3$
 b) $0,00012 = 1,2 \cdot 10^{-4}$
 c) $340000 = 0,34 \cdot 10^6$
 (Es gibt auch andere richtige Lösungen.)

1.2.1.2 Rechnen mit Zehnerpotenzen

Seite 13

1 a) $10^6 + 10^2 - 10^0 = 1000000 + 100 - 1 = 1000099$
 b) $10^{-3} + 10^1 - 10^2 = 0,001 + 10 - 100 = -89,999$
 c) $10^6 + 10^3 + 10^3 = 10^6 + 2 \cdot 10^3 = 1002000$

2 a) $10^2 - 10^1 - 10^{-2} = 100 - 10 - 0,01 = 89,99$
 b) $10^{-6} + 10^{-7} + 10^0 = 0,000001 + 0,0000001 + 1 = 1,0000011$
 c) $10^{-3} + 10^{-3} - 10^{-6} = 2 \cdot 10^{-3} - 10^{-6} = 0,001999$

3 a) $10^{13} : 10^9 = 10^4$
 b) $10^6 \cdot 10^5 = 10^{11}$
 c) $10^{12} : 10^{-6} = 10^{12} \cdot 10^6 = 10^{18}$

4 a) $10^9 : 10^6 = 10^3$
 b) $10^{27} : 10^{14} = 10^{13}$
 c) $10^{-3} \cdot 10^{-6} = 10^{-9}$

5 a) $10^{-12} \cdot 10^{12} = 10^0$
 b) $10^3 \cdot 10^{-6} = 10^{-3}$
 c) $10^8 \cdot 10^0 \cdot 10^{-6} = 10^2$

6 a) $10^0 : 10^{12} = 10^{-12}$
 b) $10^1 \cdot 10^{-6} = 10^{-5}$
 c) $10^{-3} \cdot 10^9 = 10^6$

7 a) $\frac{10 \cdot 10^6}{10^{-3} \cdot 10^6} = \frac{10^1}{10^{-3}} = 10^1 \cdot 10^3 = 10^4 = 10000$
 b) $\frac{1}{10^6 \cdot 10^{-3}} = 10^{-6} \cdot 10^3 = 10^{-3} = 0,001$
 c) $\frac{10^3 \cdot (10^{-6})^2}{10^{-9} \cdot 10^{-2}} = \frac{10^3 \cdot 10^{-12}}{10^{-11}} = 10^2 = 100$

8 a) $\frac{10^2 \cdot 10^{-4}}{10^{-12} \cdot 10^9} = \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10^1 = 10$
 b) $\frac{10^{-3} \cdot 10^6}{10^{-4} \cdot 10^5} = 10^2 = 100$
 c) $\frac{10^{-2} \cdot (10^6)^2}{10^3 \cdot 10^4} = \frac{10^{-2} \cdot 10^{12}}{10^7} = 10^3 = 1000$

9 a) $\frac{42000 \cdot 500}{0,06} = \frac{42 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^2}{6 \cdot 10^{-2}} = 35 \cdot 10^7$
 b) $\frac{46000 \cdot 0,5}{50000} = \frac{46 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^4} = 46 \cdot 10^{-2} = 0,46$
 c) $\frac{0,0065 \cdot 0,025}{13000 \cdot 0,0005} = \frac{65 \cdot 10^{-4} \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{13 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 25 \cdot 10^{-6}$
 d) $\frac{4200 \cdot 0,007}{35000} = \frac{42 \cdot 10^2 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{35 \cdot 10^3} = 8,4 \cdot 10^{-4}$

10 a) $\frac{0,0035 \cdot 620}{310 \cdot 0,07} = \frac{35 \cdot 10^{-4} \cdot 62 \cdot 10^1}{31 \cdot 10^1 \cdot 7 \cdot 10^{-2}} = 10 \cdot 10^{-2} = 0,1$
 b) $\frac{0,007 \cdot 630}{0,0009} = \frac{7 \cdot 10^{-3} \cdot 63 \cdot 10^1}{9 \cdot 10^{-4}} = 49 \cdot 10^2 = 4900$
 c) $\frac{28000 \cdot 0,4}{7000 \cdot 400} = \frac{28 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-1}}{7 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^2} = 4 \cdot 10^{-3} = 0,004$
 d) $\frac{22 \cdot 0,0004}{880} = \frac{22 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{88 \cdot 10^1} = 1 \cdot 10^{-5} = 0,00001$

11 $\frac{(28 \cdot 10^2 - 2,6 \cdot 10^3) \cdot 4,47 \cdot 7,6 \cdot 10^{-6} \cdot 43 \cdot 10^7}{12,7 \cdot 10^{-3} \cdot 122 \cdot 10^{-3}}$
 $= 1,89 \cdot 10^9$

12 $\frac{(22,7 \cdot 10^5 - 2,8 \cdot 10^4) \cdot 343 \cdot 10^{-6} \cdot 66 \cdot 10^{-7}}{21,9 \cdot 10^{-2} \cdot 12,2 \cdot 10^{-4}}$
 $= 19,0$

1.2.2 Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten

Seite 14

1 a) $2^2 = 4$ b) $2^1 = 2$
 c) $2^0 = 1$ d) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

2 a) $8^2 = 64$ b) $8^1 = 8$
 c) $8^0 = 1$ d) $8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

3 a) $8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ b) $8^2 \cdot 8^3 = 8^5 = 32768$
 c) $8^2 \cdot 4^2 = 32^2 = 1024$ d) $\frac{8^4}{2^4} = \left(\frac{8}{2}\right)^4 = 4^4 = 256$

4 a) $16^2/8^2 = 2^2 = 4$ b) $4^2 \cdot 4^3 = 4^5 = 1024$
 c) $4^3/4^4 = 4^{-1} = 0,25$ d) $(4^2)^3 = 4^6 = 4096$

- 5 a) $\frac{3^2 \cdot 6^3}{3^4 \cdot 6^4} = 3^{-2} \cdot 6^{-1} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{54}$
 b) $\frac{10^2 \cdot 6^3}{3^{-1} \cdot 6^4} = \frac{10^2 \cdot 6^{-1}}{3^{-1}} = \frac{300}{6} = 50$
 c) $\frac{2^8 \cdot 2^{-5}}{2^{-3} \cdot 2^4} = \frac{2^3}{2^1} = 2^2 = 4$
- 6 a) $\frac{4^2 \cdot 6^3}{3^3 \cdot 8^2} = \left(\frac{4}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{1}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$
 b) $\frac{3^4}{1,5^4} + 3^8 \cdot 3^{-6} = 2^4 + 3^2 = 16 + 9 = 25$
 c) $\frac{3^{-2}}{3^{-4}} = 3^2 = 9$
- 7 a) $(8^4)^3 / 64^3 = \frac{(8^4)^3}{(8^2)^3} = (8^2)^3 = 64^3 = 262\,144$
 b) $3^{-6} / (3 \cdot 3 \cdot 3)^{-2} = 3^{-6} / (3^3)^{-2} = 3^{-6} / 3^{-6} = 3^0 = 1$
- 8 a) $\left(\frac{28 \cdot 2^{-3}}{4 \cdot 2^{-4}}\right)^2 = (7 \cdot 2^1)^2 = 7^2 \cdot 2^2 = 49 \cdot 4 = 196$
 b) $\left(\frac{7^3 - 3,5^2}{7^3 \cdot 2^2}\right)^{-1} = \frac{7^3 \cdot 2^2}{7^3 - 3,5^2} = \frac{7^3 \cdot 2^2}{2^3 \cdot 3,5^3 - 3,5^2}$
 $= \frac{7^3 \cdot 2^2}{3,5^2(2^3 \cdot 3,5 - 1)} = \frac{2^3 \cdot 3,5^3 \cdot 2^2}{3,5^2(2^3 \cdot 3,5 - 1)}$
 $= \frac{2^5 \cdot 3,5}{2^3 \cdot 3,5 - 1} = \frac{32 \cdot 3,5}{8 \cdot 3,5 - 1} = \frac{112}{27}$
- 9 $2^8 = 256$
- 10 $z = 2^7 = 128 \Rightarrow$ Zahlen 0 bis 127
- 11 $2^{20} : 2^2 = 2^{18} = 262\,144$ Adressen sind wählbar;
 $z = 2^{18} \cdot 2^3 = 2^{21} = 2\,097\,152$

1.3 Rechnen mit Wurzeln

Seite 15 _____

- 1 a) $\sqrt{49} = 7$ b) $\sqrt{2500} = 50$
 c) $\sqrt{144} = 12$ d) $\sqrt{1600} = 40$
- 2 a) $\sqrt{64} = 8$ b) $\sqrt{3600} = 60$
 c) $\sqrt{81} = 9$ d) $\sqrt{900} = 30$
- 3 a) $\sqrt{4240} = 65,12$ b) $\sqrt{68775} = 262,2$
 c) $\sqrt{455870} = 675,2$ d) $\sqrt{30428} = 174,4$
- 4 a) $\sqrt{6540} = 80,87$ b) $\sqrt{41433} = 203,6$
 c) $\sqrt{867654} = 931,5$ d) $\sqrt{3422} = 58,49$

- 5 a) $\sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34} = 5,831$
 b) $\sqrt{3,5^2 + 4,2^2} = \sqrt{12,25 + 17,64} = \sqrt{29,89} = 5,468$
 c) $\sqrt{2^2 + 2,5^2} = \sqrt{4 + 6,25} = \sqrt{10,25} = 3,202$
- 6 a) $\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29} = 5,385$
 b) $\sqrt{4,2^2 + 5,3^2} = \sqrt{17,64 + 28,09} = \sqrt{45,73} = 6,763$
 c) $\sqrt{2,5^2 + 3^2} = \sqrt{6,25 + 9} = \sqrt{15,25} = 3,905$
- 7 a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{3 \cdot 5} = \sqrt{15} = 3,873$
 b) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{17} = \sqrt[3]{102} = 4,672$
 c) $\sqrt{16} : \sqrt{4} = \sqrt{16 : 4} = \sqrt{4} = 2$
 d) $\sqrt[3]{35} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{35 : 5} = \sqrt[3]{7} = 1,913$
 e) $(\sqrt{5})^3 = (5^{\frac{1}{2}})^3 = 5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{5^3} = \sqrt{125} = 11,18$
 f) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = (64^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$
- 8 a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{5 \cdot 7} = \sqrt{35} = 5,916$
 b) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{8 \cdot 32} = \sqrt[3]{256} = 6,35$
 c) $\sqrt{25} : \sqrt{5} = \sqrt{25/5} = \sqrt{5} = 2,236$
 d) $\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{64 : 8} = \sqrt[3]{8} = 2$
 e) $(\sqrt{7})^3 = (7^{\frac{1}{2}})^3 = 7^{\frac{3}{2}} = \sqrt{7^3} = \sqrt{343} = 18,52$
 f) $\sqrt[4]{\sqrt{256}} = (256^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}} = 256^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{256} = \sqrt[8]{2^8} = 2$

1.4 Logarithmen

1.4.1 Rechenregeln, natürlicher und binärer Logarithmus

Seite 16 _____

- 1 a) $\ln 12 = 2,4849$ b) $\ln 24 = 3,1781$
 c) $\ln 47 = 3,8501$ d) $\ln 86 = 4,4543$
 e) $\ln 96 = 4,5643$
- 2 a) $\ln 35 = 3,5553$ b) $\ln 21 = 3,0445$
 c) $\ln 56 = 4,0254$ d) $\ln 75 = 4,3175$
 e) $\ln 89 = 4,4886$
- 3 a) $\lg 12 = 3,3219 \cdot 1,0792 = 3,5849$
 b) $\lg 35 = 3,3219 \cdot 1,5441 = 5,1292$
 c) $\lg 2 = 1$, da $2^1 = 2$

1.4.2 Zehnerlogarithmen

Seite 17

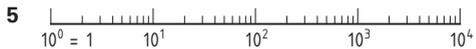
- d) $\lg 8 = 3,3219 \cdot 0,9031 = 3$
(oder: $\lg 8 = 3$, da $2^3 = 8$)
- e) $\lg 65 = 3,3219 \cdot 1,8129 = 6,0223$
- 4 a) $\lg 5 = 3,3219 \cdot 0,6990 = 2,3219$
b) $\lg 33 = 3,3219 \cdot 1,5185 = 5,0444$
c) $\lg 7 = 3,3219 \cdot 0,8451 = 2,8073$
d) $\lg 69 = 3,3219 \cdot 1,8388 = 6,1085$
e) $\lg 6 = 3,3219 \cdot 0,7782 = 2,5849$
- 5 a) $\ln x = 2,3026 \cdot 0,3577 = 0,8236$
b) $\ln x = 2,3026 \cdot 2,4689 = 5,6849$
c) $\ln x = 2,3026 \cdot 1,6643 = 3,8322$
d) $\ln x = 2,3026 \cdot 3,7712 = 8,6836$
- 6 a) $\ln x = 2,3026 \cdot 0,9934 = 2,2874$
b) $\ln x = 2,3026 \cdot 1,7832 = 4,1060$
c) $\ln x = 2,3026 \cdot 4,2231 = 9,7241$
d) $\ln x = 2,3026 \cdot 0,2121 = 0,4884$
- 7 a) $\lg x = 0,4343 \cdot 3,4012 = 1,4771$
b) $\lg x = 0,4343 \cdot 1,45 = 0,6297$
c) $\lg x = 0,4343 \cdot 4,7274 = 2,0531$
d) $\lg x = 0,4343 \cdot 1,7918 = 0,7782$
- 8 a) $\lg x = 0,4343 \cdot 0,3478 = 0,1510$
b) $\lg x = 0,4343 \cdot 1,6094 = 0,6990$
c) $\lg x = 0,4343 \cdot 6,0162 = 2,6128$
d) $\lg x = 0,4343 \cdot 3,4012 = 1,4771$
- 9 a) $\lg x = 3,3219 \cdot 1,6551 = 5,4981$
b) $\lg x = 3,3219 \cdot 2,7681 = 9,1954$
c) $\lg x = 3,3219 \cdot 0,3324 = 1,1042$
d) $\lg x = 3,3219 \cdot 0,7455 = 2,4765$
- 10 a) $\lg x = 3,3219 \cdot 0,0917 = 0,3046$
b) $\lg x = 3,3219 \cdot 2,6287 = 8,7323$
c) $\lg x = 3,3219 \cdot 1,3424 = 4,4593$
d) $\lg x = 3,3219 \cdot 0,6800 = 2,2589$

- 1 a) $\lg 15 = 1,1761$ b) $\lg 23 = 1,3617$
c) $\lg 41 = 1,6128$ d) $\lg 86 = 1,9345$
e) $\lg 87 = 1,9395$

- 2 a) $\lg 26 = 1,4149$ b) $\lg 68 = 1,8325$
c) $\lg 77 = 1,8865$ d) $\lg 96 = 1,9823$
e) $\lg 240 = 2,3802$

- 3 a) $\lg 0,5 = 0,6990 - 1$ oder $9,6990 - 10$
b) $\lg 3,5 = 0,5441$
c) $\lg 6,8 = 0,8325$
d) $\lg 0,043 = 0,6335 - 2$ oder $8,6335 - 10$

- 4 a) $\lg 0,7 = 0,8451 - 1$ oder $9,8451 - 10$
b) $\lg 8,7 = 0,9395$
c) $\lg 5,925 = 0,7727$
d) $\lg 0,0084 = 0,9243 - 3$ oder $7,9243 - 10$



7 $l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$
 $= 8 \text{ cm} \cdot \lg \frac{50}{10} = 8 \text{ cm} \cdot 0,69897 = 5,59 \text{ cm}$

8 $l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$
 $= 10 \text{ cm} \cdot \lg \frac{0,04}{0,01} = 10 \text{ cm} \cdot 0,60206 = 6,02 \text{ cm}$

9 $l = l_{10} \cdot \lg \frac{x_E}{x_A}$
 $\Rightarrow l_{10} = l / \lg \frac{x_E}{x_A} = 9,54 \text{ cm} / \lg \frac{0,3}{0,01} = 6,49 \text{ cm}$

10 $l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A} \Rightarrow \lg \frac{x}{x_A} = \frac{l_x}{l_{10}}$
 $\Rightarrow \lg x = \frac{l_x}{l_{10}} + \lg x_A = \frac{6,23 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} + \lg 0,05$
 $= 0,7788 + (0,6990 - 2)$
 $= 1,4778 - 2 = 0,4778 - 1$
 $\Rightarrow x = 0,3$

1.4.3 Logarithmische Darstellung, Linearisieren

Seite 18 links _____

- 1 a) $E = 300 \text{ lx}$; $I = 200 \mu\text{A}$
 b) $E = 40 \text{ lx}$; $I = 5 \mu\text{A}$
- 2 a) $E = 100 \text{ lx}$; $I = 8 \mu\text{A}$
 b) $E = 2000 \text{ lx}$; $I = 80 \mu\text{A}$
- 3 a) $f = 1000 \text{ Hz}$; 22 V
 b) $f = 500 \text{ Hz}$; 16 V
- 4 a) $U = 30 \text{ V}$; $f = 2500 \text{ Hz}$
 b) $U = 5 \text{ V}$; $f = 25 \text{ Hz}$

1.5 Kehrwert, Prozentrechnen

Seite 18 rechts _____

- 1 a) 23,07 b) 55
- 2 a) 5 b) 11,857143
 c) 2,6142857 d) 9,3928571
 e) -6,1714286 f) 0,1104571
- 3 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512
- 4 a) 4,05 € b) 9,45 €
 c) 12,15 € d) 17,55 €
 e) 24,30 € f) 31,05 €
- 5 a) 235,35 \$ b) 596,22 \$
 c) 39,22 \$ d) 658,98 \$
 e) 1961,25 \$
- 6 a) 1,96 l b) 17,64 l
 c) 6,37 l d) 27,93 l
 e) 145,04 l
- 7 a) 0,027778 b) 0,0678571 c) 0,125
- 8 a) 0,09375 b) -0,075 c) 0,7666667
- 9 a) 64,12 b) 622,08 €
- 10 a) 18,24 N b) 125,8 m²

2 Rechnen mit Größen

2.1 Begriffe beim Rechnen mit Größen

Seite 19 _____

- | | |
|---------------|----------------|
| a) Spannung | b) Stromstärke |
| c) Zeit | d) Länge |
| e) Widerstand | |
- | | |
|--------------|-----------|
| a) Volt | b) Ampere |
| c) Kilogramm | d) Ohm |
| e) Sekunden | |
- a) An einer Diode **liegt eine** Spannung von 1,5V.
 b) **Durch einen** Schichtwiderstand **fließt ein** Strom von 0,6A
- a) **An einem** Kondensator **liegt eine Spannung** von 120V.
 b) **Durch eine** Diode **fließt ein Strom** von 0,2A.

2.2 Umrechnen der Einheiten

Seite 20 links _____

- | | |
|--|--|
| a) $44\,200\text{ mV} = 44,2\text{ V}$ | b) $0,002\text{ A} = 2\text{ mA}$ |
| c) $220\,\mu\text{V} = 0,00022\text{ V}$ | d) $88\,000\,\mu\text{V} = 88\text{ mV}$ |
- a) $7,05\text{ kV} = 7050\text{ V}$
 b) $880\text{ m}\Omega = 0,88\,\Omega$
 c) $840\,\mu\text{A} = 0,84\text{ mA}$
 d) $825\text{ ns} = 0,825\,\mu\text{s} = 0,000825\text{ ms}$
 $= 0,000000825\text{ s}$
- $10^{10}\,\Omega = 10\,000\text{ M}\Omega$
- $820 \cdot 10^6\,\Omega = 820\,000 \cdot 10^3\,\Omega = 820\,000\text{ k}\Omega$
- $8020\text{ A} = 8,02\text{ kA}$
- $18 \cdot 10^{-4}\text{ VA} = 18 \cdot 10^{-4}\text{ W} = 18 \cdot 10^{-1}\text{ mW} = 1,8\text{ mW}$

2.3 Addition und Subtraktion

Seite 20 rechts _____

- a) $223\text{ V} + 1,1\text{ kV} = 0,223\text{ kV} + 1,1\text{ kV} = 1,323\text{ kV}$
 b) $0,38\text{ A} + 400\text{ mA} = 0,78\text{ A}$
 c) $144\,\Omega + 0,12\text{ k}\Omega = 264\,\Omega$
- a) $2330\text{ mA} + 1,2\text{ A} = 3,53\text{ A}$
 b) $220\text{ mV} + 0,3\text{ A} = 220\text{ mV} + 0,3\text{ A}$
 (Zusammenfassung ist nicht möglich!)
 c) $27\text{ cm} + 1220\text{ mm}$
 $= 270\text{ mm} + 1220\text{ mm} = 1490\text{ mm}$

Seite 21 oben _____

- a) $220\text{ V} - 4800\text{ mV} = 220\text{ V} - 4,8\text{ V} = 215,2\text{ V}$
 b) $0,22\text{ A} - 120\text{ mA} = 0,1\text{ A}$
 c) $320\text{ k}\Omega - 1500\,\Omega = 318,5\text{ k}\Omega$
- a) $220\text{ V} - 1500\text{ mV} = 218,5\text{ V}$
 b) $23\text{ mV} - 2350\,\mu\text{V} = 20,65\text{ mV}$
 c) $1500\text{ ms} - 0,7\text{ s} = 800\text{ ms}$
- a) $25\text{ V} + 18\text{ V} - 23\text{ A} + 25\text{ A} - 17\text{ V} - 24\text{ A} - 24\text{ V}$
 $= 25\text{ V} + 18\text{ V} - 17\text{ V} - 24\text{ V} + 25\text{ A} - 23\text{ A} - 24\text{ A}$
 $= 25\text{ V} - 24\text{ V} + 18\text{ V} - 17\text{ V} + 25\text{ A} - 24\text{ A} - 23\text{ A}$
 $= 2\text{ V} - 22\text{ A}$

b) $660\text{ mV} - 2,3\text{ A} + 44\text{ V} + 2,2\text{ A} - 560\text{ mV}$
 $= 660\text{ mV} - 560\text{ mV} + 44\text{ V} + 2,2\text{ A} - 2,3\text{ A}$
 $= 100\text{ mV} + 44\text{ V} - 0,1\text{ A}$
 $= 44,1\text{ V} - 0,1\text{ A}$
- a) $7\text{ ms} - 8\text{ mm} + 540\text{ A} - 320\text{ V} - 6\text{ ms} + 0,7\text{ cm}$
 $- 40\text{ A} + 20\text{ V}$
 $= 7\text{ ms} - 6\text{ ms} + 540\text{ A} - 40\text{ A} - 320\text{ V} + 20\text{ V}$
 $+ 0,7\text{ cm} - 8\text{ mm}$
 $= 1\text{ ms} + 500\text{ A} - 300\text{ V} - 1\text{ mm}$

b) $22\text{ mV} - 3\text{ k}\Omega + 2,2\text{ A} - 25\text{ mV} + 2500\,\Omega - 200\text{ mA}$
 $= 22\text{ mV} - 25\text{ mV} - 3\text{ k}\Omega + 2,5\text{ k}\Omega + 2,2\text{ A} - 0,2\text{ A}$
 $= -3\text{ mV} - 0,5\text{ k}\Omega + 2\text{ A}$

2.4 Multiplikation und Division

Seite 21 rechts _____

- 1 a) $6\text{ V} \cdot 7\text{ A} = 42\text{ VA} = 42\text{ W}$
 b) $6\text{ mV} \cdot 7\text{ A} = 42\text{ mVA} = 42\text{ mW}$
 c) $12\text{ mA} \cdot 2\text{ mV} = 24\text{ mV} \cdot \text{mA} = 24\mu\text{VA} = 24\mu\text{W}$
 d) $18\text{ kV} \cdot 2\text{ mA} = 36\text{ VA} = 36\text{ W}$
- 2 a) $7\text{ mA} \cdot 6\text{ V} = 42\text{ mVA} = 42\text{ mW}$
 b) $3\text{ kA} \cdot 2\text{ mV} = 6\text{ VA} = 6\text{ W}$
 c) $8\text{ kV} \cdot 2\mu\text{A} = 16\text{ k} \cdot \mu\text{VA} = 16\text{ mVA} = 16\text{ mW}$
 d) $3,5\text{ mV} \cdot 12\mu\text{A} = 42\text{ m} \cdot \mu\text{VA}$
 $= 42 \cdot 10^{-9}\text{ W} = 42\text{ nW}$
- 3 a) $\frac{3\text{ mVA}}{1,2\text{ mA} \cdot 0,5\text{ A}} = \frac{3}{0,6} \frac{\text{mVA}}{\text{mA}^2} = 5 \frac{\text{V}}{\text{A}} = 5\Omega$
 b) $\frac{6\mu\text{VA}}{2\text{ mV} \cdot 2\text{ mA}} = 1,5 \frac{\mu\text{VA}}{\mu\text{VA}} = 1,5$
- 4 a) $\frac{42\text{ VA}}{7\text{ mV} \cdot 3\text{ kA}} = \frac{42\text{ VA}}{21\text{ VA}} = 2$
 b) $\frac{36\Omega^2}{6\Omega} = 6\text{ k}\Omega$
- 5 a) $\frac{22\text{ pAs}}{11\text{ mA}} = \frac{22 \cdot 10^{-12}\text{ As}}{11 \cdot 10^{-3}\text{ A}} = 2 \cdot 10^{-9}\text{ s} = 2\text{ ns}$
 b) $\frac{12\text{ mVA}}{6\text{ kV}} = 2 \cdot \frac{10^{-3}}{10^3}\text{ A} = 2 \cdot 10^{-6}\text{ A} = 2\mu\text{A}$
 c) $\frac{24\mu\text{VA}}{12\text{ mA}} = \frac{24 \cdot 10^{-6}\text{ V}}{12 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3}\text{ V} = 2\text{ mV}$
 d) $\frac{28\text{ mm}}{4\text{ ms}} = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- 6 a) $\frac{18 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9\text{ mm}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{mm}} = 2 \frac{1}{\text{ms}} = 2000 \frac{1}{\text{s}}$
 b) $\frac{3\text{ mA}}{2\text{ mAs}} = 1,5 \frac{1}{\text{s}}$
 c) $\frac{30\text{ kVA}}{2\text{ mA}} = 15\text{ MV}$
 d) $\frac{12\text{ m}}{1,2\mu\text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\mu\text{s}} = 10 \frac{\text{Mm}}{\text{s}} = 10000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

3 Rechnen mit Formeln

3.1 Umstellen von Formeln

Seite 22

- 1 a) $V = \frac{a^2 h}{3} \quad | \cdot 2$
 $2V = \frac{2a^2 h}{3}$
- b) $V = \frac{a^2 h}{3} \quad | \cdot 3$
 $3V = a^2 h$
- c) $V = \frac{a^2 h}{3} \quad | \cdot (-6)$
 $-6V = -2a^2 h$
- d) $V = \frac{a^2 h}{3} \quad | \cdot (-1)$
 $-V = \frac{-a^2 h}{3}$
- 2 a) $R_1 + R_2 = \frac{U}{I} \quad | + R_3$
 $R_1 + R_2 + R_3 = \frac{U}{I} + R_3$
- b) $R_1 + R_2 = \frac{U}{I} \quad | + R_1$
 $2R_1 + R_2 = \frac{U}{I} + R_1$
- c) $R_1 + R_2 = \frac{U}{I} \quad | - R_2$
 $R_1 = \frac{U}{I} - R_2$
- d) $R_1 + R_2 = \frac{U}{I} \quad | + \frac{U_3}{I}$
 $R_1 + R_2 + \frac{U_3}{I} = \frac{U}{I} + \frac{U_3}{I}$
 $R_1 + R_2 + \frac{U_3}{I} = \frac{U + U_3}{I}$
- 3 a) $\frac{1}{x} = a - b \quad | \text{Kehrwert}$
 $x = \frac{1}{a - b}$
- b) $x^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $x^2 = (a + b)^2 \quad | \text{Quadratwurzel}$
 $x_1 = a + b; \quad x_2 = -(a + b)$
- c) $x - 2y = \frac{D}{2} \quad | - 2y$
 $x = \frac{D}{2} + 2y$
- d) $2U = 3x + 6y \quad | - 6y$
 $2U - 6y = 3x \quad | : 3$
 $x = \frac{2U - 6y}{3}$
- 4 a) $y + 2x = \frac{2a}{5} \quad | - 2x$
 $y = \frac{2a}{5} - 2x$
- b) $y - \frac{A}{x} = 7d \quad | + \frac{A}{x}$
 $y = 7d + \frac{A}{x}$

c) $\frac{x}{y} = \frac{5a}{3b} \quad | \text{Kehrwert}$
 $\frac{y}{x} = \frac{3b}{5a} \quad | \cdot x$
 $y = \frac{3bx}{5a}$

d) $b = a + 3y \quad | - a$
 $b - a = 3y \quad | : 3$
 $y = \frac{b - a}{3}$

5 $A = \frac{(d + e)h}{2} \quad | \cdot 2$
 $2A = (d + e)h \quad | : (d + e)$
 $h = \frac{2A}{d + e}$

6 $V = \frac{(F - G)h}{3} \quad | \cdot 3$
 $3V = (F - G)h \quad | : (F - G)$
 $h = \frac{3V}{F - G}$

7 a) $V = \frac{d^2 \pi l}{4} \quad | \cdot 4$
 $4V = d^2 \pi l \quad | : \pi l$
 $\frac{4V}{\pi l} = d^2 \quad | \sqrt{\quad}$
 $d = \sqrt{\frac{4V}{\pi l}}$

b) $V = \frac{d^3 \pi}{12} \quad | \cdot 12$
 $12V = d^3 \pi \quad | : \pi$
 $\frac{12V}{\pi} = d^3 \quad | \text{3. Wurzel}$
 $d = \sqrt[3]{\frac{12V}{\pi}}$

8 a) $U = \frac{2\pi N A \hat{B} f}{\sqrt{2}} \quad | \cdot \sqrt{2}$
 $\sqrt{2} U = 2\pi N A \hat{B} f \quad | : 2\pi A \hat{B} f$
 $N = \frac{\sqrt{2} U}{2\pi A \hat{B} f}$

b) $R = \frac{4DN \rho}{d^2} \quad | \cdot d^2$
 $Rd^2 = 4DN \rho \quad | : 4D \rho$
 $N = \frac{Rd^2}{4D \rho}$

$$9 \text{ a) } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad | \cdot R_2$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4}$$

$$b) \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad | \text{ Kehrwert}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \quad | \cdot R_1$$

$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_3}$$

$$c) \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad | \cdot R_4$$

$$R_3 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_2}$$

$$d) \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad | \text{ Kehrwert}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \quad | \cdot R_3$$

$$R_4 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

Seite 23

$$10 \text{ a) } \frac{l_1}{l_2} = \frac{A_2}{A_1} \quad | \cdot l_2$$

$$l_1 = \frac{A_2 \cdot l_2}{A_1}$$

$$b) \frac{l_1}{l_2} = \frac{A_2}{A_1} \quad | \text{ Kehrwert}$$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{A_1}{A_2} \quad | \cdot l_1$$

$$l_2 = \frac{A_1 \cdot l_1}{A_2}$$

$$c) \frac{l_1}{l_2} = \frac{A_2}{A_1} \quad | \cdot A_1$$

$$A_2 = \frac{l_1 \cdot A_1}{l_2}$$

$$d) \frac{l_1}{l_2} = \frac{A_2}{A_1} \quad | \cdot A_1$$

$$\frac{l_1 \cdot A_1}{l_2} = A_2 \quad | : \frac{l_1}{l_2}$$

$$A_1 = \frac{A_2 \cdot l_2}{l_1}$$

$$11 \text{ a) } G = \frac{(m-n)h}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3G = (m-n)h \quad | : (m-n)$$

$$h = \frac{3G}{m-n}$$

$$b) \quad G = \frac{(m-n)h}{3} \quad | \cdot 3$$

$$3G = mh - nh \quad | -mh$$

$$3G - mh = -nh \quad | : -h$$

$$n = \frac{3G - mh}{-h}$$

$$n = \frac{mh - 3G}{h}$$

$$12 \text{ a) } A = \frac{h}{3}(l+m+n) \quad | : (l+m+n)$$

$$\frac{A}{l+m+n} = \frac{h}{3} \quad | \cdot 3$$

$$h = \frac{3A}{l+m+n}$$

$$b) \quad A = \frac{h}{3}(l+m+n) \quad | : \frac{h}{3}$$

$$\frac{3A}{h} = l+m+n \quad | - (l+n)$$

$$\frac{3A}{h} - (l+n) = m$$

$$m = \frac{3A}{h} - l - n$$

$$13 \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad | - \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} \quad | \text{ Kehrwert}$$

$$R_1 = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2}}$$

$$R_1 = \frac{1}{\frac{R_2 - R}{R \cdot R_2}}$$

$$R_1 = \frac{R \cdot R_2}{R_2 - R}$$

$$14 \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad | - \frac{1}{C_1}$$

$$\frac{1}{C} - \frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_2} \quad | \text{ Kehrwert}$$

$$C_2 = \frac{1}{\frac{1}{C} - \frac{1}{C_1}}$$

$$C_2 = \frac{1}{\frac{C_1 - C}{C \cdot C_1}}$$

$$C_2 = \frac{C \cdot C_1}{C_1 - C}$$

$$15 \quad I = \frac{U}{\frac{\rho l}{A}}$$

$$I = \frac{UA}{\rho l} \quad | \cdot l$$

$$Il = \frac{UA}{\rho} \quad | : I$$

$$l = \frac{UA}{\rho I}$$