



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Holztechnik

Peschel · Hornhardt · Jansen · Nennewitz · Nutsch · Schulzig · Seifert

# Tabellenbuch Holztechnik

Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen

Bearbeitet von Lehrern an berufsbildenden Schulen  
und von Ingenieuren

Lektorat: Peter Peschel

13., überarbeitete Auflage 2023

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 41814

Grundlagen

Holz und  
Holzwerkstoffe

Werkstoffe

Technisches  
Zeichnen

Konstruktionen

Bauphysik

Fertigungs-  
mittel

Betriebs-  
organisation

## Autoren des Tabellenbuches Holztechnik

Peschel, Peter	Oberstudiendirektor a.D.	Göttingen
Hornhardt, Eva	Dipl.-Ing., Freie Architektin	Wuppertal
Jansen, Thomas	Studienrat	Aurich
Nennewitz, Ingo	Tischlermeister, Lehrmeister	Wiesbaden
Nutsch, Wolfgang	Dipl.-Ing (FH), Studiendirektor a.D.	Stuttgart
Schulzig, Sven	Oberstudienrat	Kassel
Seifert, Gerhard	Dipl.-Ing (FH), Studiendirektor a.D.	Ehingen

## Lektorat

Peter Peschel

## Bildbearbeitung

Verlag Europa-Lehrmittel, Bildbearbeitung, 73760 Ostfildern

Diesem Buch wurden die neuesten Ausgaben der DIN-Blätter sowie anderer Bestimmungen und Richtlinien zugrunde gelegt (Redaktionsschluss 28.02.2023). Verbindlich sind jedoch nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst.

Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

13., überarbeitete Auflage 2023

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-4689-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2023 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Satz: PER MEDIEN & MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig

Umschlag: Blick Kick Kreativ KG, 42653 Solingen

Druck: Himmer GmbH Druckerei & Verlag, 86167 Augsburg

## Vorwort

Das „Tabellenbuch Holztechnik“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Holzberufe. Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl alleine als auch in Verbindung mit anderen Lehrbüchern in der Aus- und Weiterbildung wie in der beruflichen Praxis verwendet werden. Es enthält sowohl Tabellen, Formeln, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen als auch viele Stoffwerte und Konstruktionsgrößen. Die Auswahl der technologischen, mathematischen, zeichnerischen und arbeitsplanerischen Inhalte dieser Sammlung erfolgte unter weitgehender Berücksichtigung der Rahmenlehrpläne der Bundesländer für die Berufe im Berufsfeld Holztechnik und der Inhalte der bewährten Lehrbücher. Gleichfalls wurde an die Erfordernisse der Praxis und Weiterbildung gedacht. Das Tabellenbuch eignet sich als Nachschlagewerk für Auszubildende, Schülerinnen und Schüler der Berufsschule, der Berufsfachschule, der Fachoberschule und der Berufsoberschule. Es ist darüber hinaus auch als Informationsquelle bei praktischen Ausbildungsmaßnahmen, bei der Fortbildung in Meister- und Technikerschulen und der Berufspraxis geeignet.

Das Tabellenbuch ist eingeteilt in die Abschnitte

<b>Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen</b>	<b>1</b>
<b>Holz und Holzwerkstoffe</b>	<b>2</b>
<b>Werkstoffe</b>	<b>3</b>
<b>Technisches Zeichnen</b>	<b>4</b>
<b>Konstruktionen</b>	<b>5</b>
<b>Bauphysik</b>	<b>6</b>
<b>Fertigungsmittel</b>	<b>7</b>
<b>Betriebsorganisation</b>	<b>8</b>

Ein schneller Zugriff wurde durch das Daumen-Griffregister ermöglicht. Großer Wert wurde auf die Übersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Das Inhaltsverzeichnis am Anfang des Tabellenbuches wird durch Teilinhaltsverzeichnisse vor dem jeweiligen Hauptkapitel ergänzt. Die wichtigsten Normen und Regelwerke sowie eine Auswahl der einschlägigen Literatur sind jeweils vor den Hauptkapiteln benannt. Das Sachwortverzeichnis am Schluss ist besonders ausführlich gehalten und enthält neben den deutschen auch die wichtigsten englischen Bezeichnungen.

Die jetzige 13., überarbeitete Auflage entspricht in der Abfolge der Themen der vorherigen. Die neusten Normen auf europäischer Ebene (DIN EN, DIN EN ISO), die dazugehörigen Nationalen Anhänge (NA), aber auch die nationalen Normen (DIN), sowie die Vorschriften des aktuellen Gebäudeenergiegesetzes (GEG) wurden berücksichtigt.

Das vorliegende Werk wurde mit der gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Lektor und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie evtl. Druck- und Satzfehlern keine Haftung.

Allen, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des Tabellenbuches beigetragen haben – insbesondere den im Quellenverzeichnis genannten Firmen, Institutionen und Verlagen – sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Für Anregungen zur Weiterentwicklung, Verbesserungsvorschläge und Fehlerhinweise sind wir jederzeit dankbar. Sie können dafür unsere Adresse [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de) nutzen.

Göttingen, im Herbst 2023

Autoren und Verlag

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen</b> . . . . .	<b>7</b>	2.9.3	Sperrholz	117
1.1	Größen und Einheiten	8	2.9.4	Platten aus langen, ausgerichteten Spänen	118
1.2	Mathematische Grundlagen	11	2.9.5	Spanplatten	118
1.3	Gleichungen	13	2.9.6	Holzfaserplatten	120
1.4	Dreisatzrechnung und Mischungsrechnung	15	2.9.7	Melaminbeschichtete Platten für den Innenbereich	122
1.5	Prozentrechnung und Zinsrechnung	16	2.9.8	Massivholzplatten	122
1.6	Längen	17	2.9.9	Leichtbau-Verbundwerkstoffe (Auswahl)	123
1.7	Flächen	18	2.9.10	Formaldehyd-Klassen	125
1.8	Dreiecksberechnung und Winkelfunktionen	23	2.9.11	Systeme der Konformitätsbescheinigung	125
1.9	Körper	26	2.9.12	CE-Kennzeichnung	125
1.10	Funktionen und grafische Darstellungen	28	2.9.13	Sperrholzplatten für besondere Verwendungszwecke	126
1.11	Kohäsion und Adhäsion	32	<b>3</b>	<b>Werkstoffe</b>	<b>127</b>
1.12	Masse, Dichte, Kräfte	33	3.1	<b>Mineralische Plattenwerkstoffe</b>	<b>129</b>
1.13	Gleichförmige und beschleunigte Bewegung	36	3.1.1	Gipskartonplatten und Gipsplatten	129
1.14	Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	37	3.1.2	Faserzementplatten	130
1.15	Einfache Maschinen und Antriebe	38	3.1.3	Gipsfaserplatten	130
1.16	Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre	41	3.1.4	Holzwolleplatten	130
1.17	Flüssigkeiten und Gase	47	3.2	<b>Glas</b>	<b>131</b>
1.18	Elektrotechnik	48	3.2.1	Glasarten und Glaserzeugnisse	131
1.19	Wärmetechnik	54	3.2.2	Flachglas	132
1.20	Grundlagen der Akustik	55	3.2.3	Mehrscheiben-Isolierglas (MIG)	133
1.21	Chemische Grundlagen	56	3.3	<b>Metalle</b>	<b>135</b>
<b>2</b>	<b>Holz und Holzwerkstoffe</b>	<b>61</b>	3.3.1	Bezeichnungssysteme für Stähle durch Werkstoffnummern	135
2.1	Aufbau und Schnitte	63	3.3.2	Bezeichnungssysteme für Stähle durch Kurznamen	135
2.2	Holzarten	65	3.3.3	Einteilung der Stähle	135
2.2.1	Nadelholz	65	3.3.4	Eisen-Gusswerkstoffe (Auswahl)	136
2.2.2	Laubholz	66	3.3.5	Stahl-Fertigerzeugnisse	137
2.2.3	Kennwerte	70	3.3.6	Nichteisenmetalle (NE-Metalle)	138
2.3	Holzfehler	76	3.3.7	Hartmetalle	139
2.4	Holzschutz	78	3.3.8	Korrosion und Korrosionsschutz	140
2.4.1	Schutz vor Insekten und Pilzen	78	3.4	<b>Verbindungsmitel</b>	<b>141</b>
2.4.2	Brandschutz für Holzbauteile	80	3.4.1	Drahtstifte und Klammern (Auswahl)	141
2.5	Holzfeuchte	81	3.4.2	Holzschrauben	142
2.6	Holz als Handelsware	86	3.4.3	Gewindeschrauben	145
2.7	Furniere	111	3.4.4	Muttern und Unterlegscheiben	146
2.8	Parkett	113	3.4.5	Gewinde, Bohrung, Senkung	147
2.9	Holzwerkstoffe	115	3.4.6	Blechschrauben, Bohrschrauben und Blindniete	148
2.9.1	Übersicht der Holzwerkstoffe	115	3.4.7	Holzdübel, Federn und Beschraubmuttern	149
2.9.2	Furnierschichtholz	117	3.4.8	Befestigungsmittel Dübel	150
			3.5	<b>Kunststoffe</b>	<b>155</b>
				Einteilung	155

# Inhaltsverzeichnis

Thermoplaste .....	156	4.9.4	Passungen.....	233
Duroplaste und Elastomere .....	158	4.9.5	Passsysteme.....	234
Unterscheidungsmerkmale wichtiger Kunststoffe.....	160	<b>4.10</b>	<b>Darstellung von Werkstoffen und Beschlägen .....</b>	<b>235</b>
Dichtstoffe.....	161	<b>4.11</b>	<b>Oberflächenzeichen.....</b>	<b>238</b>
Möbelkanten.....	164	<b>4.12</b>	<b>Schraffuren von Baustoffen und Bauteilen .....</b>	<b>238</b>
<b>3.6 Klebstoffe .....</b>	<b>165</b>	<b>4.13</b>	<b>Maßordnung im Hochbau .....</b>	<b>239</b>
<b>3.7 Oberflächenmittel .....</b>	<b>168</b>	<b>4.14</b>	<b>Symbole in Ausführungs- zeichnungen .....</b>	<b>241</b>
3.7.1 Mittel zur Vorbehandlung.....	168	<b>4.15</b>	<b>Farbenlehre.....</b>	<b>242</b>
3.7.2 Beizmittel und Färbemittel .....	169			
3.7.3 Beschichtungsstoffe .....	170	<b>5</b>	<b>Konstruktionen .....</b>	<b>243</b>
3.7.4 Auftragstechnik .....	175	<b>5.1</b>	<b>Möbel.....</b>	<b>245</b>
3.7.5 Haftungsprüfung und Beanspruchungsgruppen .....	176	5.1.1	Möbelarten und Gestaltung .....	245
3.7.6 Beschichtungsstoffe Einteilung und Auswahl .....	178	5.1.2	Möbelteile und Möbelbeschläge ..	247
<b>3.8 Schleifmittel .....</b>	<b>179</b>	<b>5.2</b>	<b>Türen .....</b>	<b>256</b>
<b>3.9 Umwelt- und Arbeitsschutz .....</b>	<b>183</b>	5.2.1	Innentüren.....	256
3.9.1 Vorschriften und Begriffe .....	183	5.2.2	Außentüren.....	262
3.9.2 Gefahrstoffe in der Holztechnik ..	184	<b>5.3</b>	<b>Fenster.....</b>	<b>265</b>
3.9.3 Lösemittel und Verdünnungsmittel.	186	5.3.1	Öffnungsarten, Konstruktionen und Fensterprofile .....	265
3.9.4 Holzstaub .....	187		Fenstersysteme .....	267
3.9.5 Arbeitsplatzgrenzwerte AGW.....	189		Profilquerschnitte.....	268
3.9.6 Betriebsanweisung .....	190	5.3.2	Beanspruchung .....	269
3.9.7 Sicherheitsdatenblätter, H-Sätze und P-Sätze.....	191	5.3.3	Bemessung von Rahmenquerschnitten.....	271
3.9.8 Werte von ausgewählten Stoffen ..	193	5.3.4	Befestigung.....	274
3.9.9 Kennzeichnung für Gefahrstoffe ..	194	5.3.5	Maße am Fenster.....	275
3.9.10 Sicherheitskennzeichnung .....	195	5.3.6	Anschlussbildung Fenster – Baukörper.....	276
<b>4 Technisches Zeichnen .....</b>	<b>197</b>	5.3.7	Windlast .....	279
<b>4.1 Zeichengeräte und Materialien .....</b>	<b>198</b>	5.3.8	Wärmedämmung, Schallschutz, Einbruchschutz.....	281
<b>4.2 Normschrift.....</b>	<b>200</b>	5.3.9	Beschlag .....	284
<b>4.3 Maßstäbe .....</b>	<b>200</b>	5.3.10	Oberflächenbeschichtung.....	286
<b>4.4 Grundkonstruktionen .....</b>	<b>201</b>	5.3.11	Verglasung .....	288
4.4.1 Geometrische Grundkonstruktionen	201	5.3.12	Gebrauchsklassen für Holzfenster ..	292
4.4.2 Rechtwinklige Parallelprojektion ..	209	<b>5.4</b>	<b>Innenausbau .....</b>	<b>293</b>
4.4.3 Austragungen und wahre Größen..	211	5.4.1	Einbauschränke .....	293
4.4.4 Parallelprojektionen.....	214	5.4.2	Wände – Nichttragende Trennwände .....	295
<b>4.5 Perspektive .....</b>	<b>215</b>	5.4.3	Wandverkleidungen .....	298
4.5.1 Zentralperspektive .....	216	5.4.4	Deckenverkleidungen .....	299
4.5.2 Übereck-Perspektive .....	218	5.4.5	Holzfußböden.....	300
<b>4.6 Grundlagen der Gestaltung .....</b>	<b>219</b>	<b>5.5</b>	<b>Treppen.....</b>	<b>302</b>
<b>4.7 Linienarten .....</b>	<b>222</b>	5.5.1	Treppenarten .....	302
<b>4.8 Bemaßung .....</b>	<b>225</b>	5.5.2	Maßbegriffe und Bezeichnungen..	303
<b>4.9 Toleranzen und Passungen .....</b>	<b>229</b>	5.5.3	Maßliche Anforderungen .....	304
4.9.1 Holz-Toleranzreihen (HT) .....	230	5.5.4	Verziehen von gewendelten Treppen.....	310
4.9.2 Eintragen von Toleranzen.....	230			
4.9.3 Maßänderungen durch Quellen und Schwinden .....	231			

# Inhaltsverzeichnis

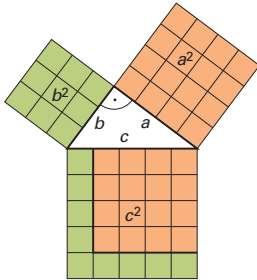
<b>5.6</b>	<b>Küchen</b> .....	<b>312</b>	7.3.3	Werkzeugbegriffe, Schneidengeometrie, Berechnungen .....	381
<b>6</b>	<b>Bauphysik</b> .....	<b>317</b>	7.3.4	Kreissägeblätter .....	384
<b>6.1</b>	<b>Dämm-, Dichtungs- und Sperrstoffe</b>	<b>318</b>	7.3.5	Fräswerkzeuge .....	386
	Bemessungswerte .....	321	7.3.6	Maschinenbohrer .....	387
<b>6.2</b>	<b>Wärmeschutz</b> .....	<b>322</b>	7.3.7	Bandsägen, Streifenhobelmesser, Fräsketten .....	387
6.2.1	Physikalische Grundlagen .....	322	<b>7.4</b>	<b>Pneumatik und Hydraulik</b> .....	<b>388</b>
6.2.2	Wärmetechnische Mindestanforderungen .....	323	<b>7.5</b>	<b>Grafcet</b> .....	392
6.2.3	Wärmebrücken .....	328	<b>7.6</b>	<b>CNC-Technik</b> .....	<b>394</b>
6.2.4	Anforderungen an den Wärmeschutz im Sommer .....	329		Programmschlüssel .....	395
6.2.5	Gebäudeenergiegesetz – GEG .....	330		Werkstatorientierte Programmierung (WOP) .....	399
<b>6.3</b>	<b>Feuchteschutz und Tauwasserschutz</b> .....	<b>337</b>	<b>7.7</b>	<b>Informationstechnik</b> .....	<b>401</b>
6.3.1	Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz	337		Schnittstellen und Steckverbinder ..	403
6.3.2	Schutzmaßnahmen gegen Tauwasserbildung .....	339		Software .....	404
6.3.3	Feuchteschutztechnische Berechnungen .....	340		Betriebssysteme .....	404
6.3.4	Schimmelbildung .....	346	<b>8</b>	<b>Betriebsorganisation</b> .....	<b>405</b>
<b>6.4</b>	<b>Schallschutz</b> .....	<b>351</b>	<b>8.1</b>	<b>Tischlerei-Betrieb als Dienstleister</b>	<b>406</b>
	Schallschutztechnische Grundbegriffe .....	351		Aufgabe und Ausführung .....	406
	Schalldämmung bei Fenstern, Fenstertüren und Verglasungen ..	352		Qualitätssicherung .....	408
	Anforderungen an den baulichen Schallschutz .....	353		Ablaufplanung .....	409
	Vergleich verschiedener Wandaufbauten .....	354		Terminplanung .....	411
<b>6.5</b>	<b>Brandschutz</b> .....	<b>356</b>	<b>8.2</b>	<b>Begriffe der Auftrags- und Belegungszeit</b> .....	<b>412</b>
	Bauteilanforderungen .....	357	<b>8.3</b>	<b>Kalkulation</b> .....	<b>414</b>
	Brandwände .....	358		Lohnarten .....	417
	Feuerschutzabschlüsse und Rauchschutztüren .....	363		Lohn- und Materialkosten (Auswahl)	418
	Chemischer Brandschutz .....	364	<b>8.4</b>	<b>Vergabe- und Vertragsordnung für Bauleistungen (VOB)</b> .....	<b>421</b>
	Flucht- und Rettungswege .....	364	<b>8.5</b>	<b>Baubestimmungen</b> .....	<b>424</b>
<b>6.6</b>	<b>Bauen im Bestand</b> .....	<b>365</b>	<b>8.6</b>	<b>Präsentationstechniken</b> .....	<b>429</b>
<b>7</b>	<b>Fertigungsmittel</b> .....	<b>367</b>	<b>Bild- und Quellenverzeichnis</b> .....	<b>431</b>	
<b>7.1</b>	<b>Bankwerkzeuge</b> .....	<b>369</b>	<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	<b>433</b>	
<b>7.2</b>	<b>Maschinen</b> .....	<b>374</b>	<b>In den Umschlagsseiten</b>		
7.2.1	Standmaschinen .....	374	<b>vorne:</b>		
7.2.2	CNC-Bearbeitungszentren .....	377	SI-Basiseinheiten		
7.2.3	Handmaschinen .....	378	Abgeleitete physikalische Größen		
7.2.4	Elektromotoren .....	379	SI-Vorsätze		
<b>7.3</b>	<b>Maschinenwerkzeuge</b> .....	<b>380</b>	Griechisches Alphabet		
7.3.1	Schneidstoffe .....	380	<b>hinten:</b>		
7.3.2	Schnittrichtungen .....	380	Physikalische Größe		
			Formelzeichen		
			SI-Einheit		
			Weitere Einheiten und besondere Namen		

# 1 Mathematische und naturwissenschaftliche Grundlagen

## Inhaltsverzeichnis

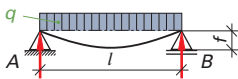
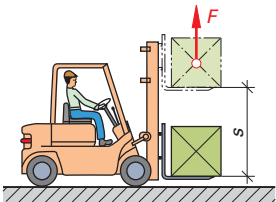
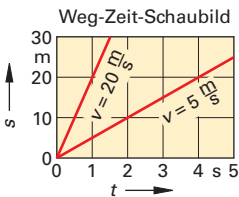
### Mathematik

Grad	0° ... 45°		↑
	sin	tan	
0	0,0000	0,0000	90
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
...	...	...	...



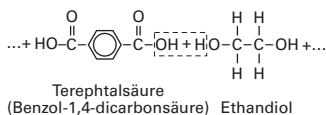
- 1.1 Größen und Einheiten
- 1.2 Mathematische Grundlagen
  - Rechenarten, Bruchrechnung, Klammerrechnung ... 11
  - Potenzen, Wurzeln, Binomische Formeln ... 12
- 1.3 Gleichungen
- 1.4 Dreisatzrechnung und Mischungsrechnung
- 1.5 Prozentrechnung und Zinsrechnung
- 1.6 Längen
- 1.7 Flächen
  - Flächeninhalt, Umfang, Schwerpunkte ... 18
- 1.8 Dreiecksberechnung und Winkelfunktionen
  - Lehrsatz des Pythagoras ... 23
  - Lehrsatz des Euklid, Winkelfunktionen ... 23
  - Trigonometrische Funktionen ... 24
  - Schiefwinklige Dreiecke ... 25
- 1.9 Körper
- 1.10 Funktionen und grafische Darstellungen
  - Diagramme ... 29
  - Nomogramme ... 30
  - Taschenrechner ... 31

### Technische Physik



- 1.11 Kohäsion und Adhäsion
- 1.12 Masse, Dichte, Kräfte
- 1.13 Gleichförmige und beschleunigte Bewegung
- 1.14 Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad
- 1.15 Einfache Maschinen und Antriebe
  - Drehmoment und Hebel ... 38
  - Riementriebe, Zahnradtriebe, Kettentriebe ... 39
- 1.16 Grundlagen der Statik und Festigkeitslehre
  - Statische Systeme/Elemente der Statik ... 41
  - Gleichgewichtsbedingungen ... 41
  - Aktionskräfte und Reaktionskräfte ... 41
  - Belastungsfälle ... 42
  - Beanspruchungsarten ... 43
  - Knickung von Stäben ... 43
  - Einwirkungen auf Tragwerke ... 45
  - Grundlagen der Tragwerksplanung ... 45
  - Statische Festigkeit ... 46
  - Sicherheits- und Bemessungskonzept ... 46
- 1.17 Flüssigkeiten und Gase
- 1.18 Elektrotechnik
  - Ohmsches Gesetz ... 48
  - Elektrische Leistung und Arbeit ... 49
  - Elektrische Arbeit ... 49
  - Schutzmaßnahmen ... 51
  - Hausanschlussraum mit Schutzpotenzialausgleich 53
- 1.19 Wärmetechnik
- 1.20 Grundlagen der Akustik

### Chemie



- 1.21 Chemische Grundlagen
  - Periodensystem ... 56
  - Atomaufbau, Elemente, Chemische Bindungen ... 57
  - Organische und makromolekulare Verbindungen ... 58
  - Oxide, Chemie des Wassers ... 59
  - Säuren, Laugen, Salze ... 60

## 1.1 Größen und Einheiten

Im Internationalen Einheitensystem (SI) sind die Einheiten im Messwesen festgelegt. Von den sieben Grundeinheiten (Basiseinheiten) sind weitere Einheiten abgeleitet.

### Basisgrößen und Basiseinheiten

Größe	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Einheit	Meter	Kilogramm	Sekunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Zeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd
Abgeleitete Einheiten	Einheiten, die aus den Grundeinheiten mit dem Faktor 1 oder mit Potenzen abgeleitet werden, z.B. $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$						
Nicht abgeleitete Einheiten	Einheiten, die durch einen anderen Faktor umgerechnet wurden, z.B. $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$						

### Vorsätze

Faktor	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	
Vorsatz	Tera	Giga	Mega	Kilo	Hekto	Deka	Dezi	Zenti	Milli	Mikro	Nano	Piko	
Zeichen	T	G	M	k	h	da	d	c	m	$\mu$	n	p	
vergrößern	←						→						verkleinern

### Zehnerpotenzen

Werte über 1 mit **positiven** Exponenten, Werte unter 1 mit **negativen** Exponenten

Wert	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Potenz	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$

### Aufrunden und Abrunden

	Vorgang	Beispiel
Aufrunden	wenn die nächste Stelle eine 5 oder größer ist	3,1415 → 3,142
Abrunden	wenn die nächste Stelle eine 4 oder kleiner ist	3,1415 → 3,14 (auf Hundertstel)

### Länge, Fläche, Volumen, Winkel

Größe	Formelzeichen DIN 1304	Einheit		Beziehungen zwischen den Einheiten
		Zeichen	Bedeutung	
Länge	$l$	m	Meter	$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$ $1 \text{ mm} = 1000 \text{ }\mu\text{m}$ $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ $1 \text{ inch} = 1 \text{ Zoll} = 25,4 \text{ mm}$
Fläche	$A, S$	$\text{m}^2$ a ha	Quadratmeter Ar Hektar	$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10000 \text{ cm}^2 = 1000000 \text{ mm}^2$ $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$ (für Grundstücksflächen) $1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10000 \text{ m}^2$ $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}$
Volumen	$V$	$\text{m}^3$ l	Kubikmeter Liter	$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$ $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$
Winkel, eben	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	$^\circ$ ' " rad	Grad Minute Sekunde Radiant	$1^\circ = 60'$ $1' = 60''$ $1''$ $1 \text{ rad} = 1 \text{ m/m} = (180/\pi)^\circ = 57,2957^\circ$ $1^\circ = \pi / 180 \text{ rad} = 60'$

### Zeiteinheiten

(Jahr)	$1 \text{ a} = 365 \text{ d}$	(Monat)	$1 \text{ m} = (1/12) \text{ a}$	(Tag)	$1 \text{ d} = 24 \text{ h}$
(Stunde)	$1 \text{ h} = 60'$	(Minute)	$1' = 60''$	(Sekunde)	$1'' = (1/60)'$



## 1.1 Größen und Einheiten

Größe	Formelzeichen DIN 1304	Einheit		Beziehungen zwischen den Einheiten
		Zeichen	Bedeutung	
<b>Zeitgrößen</b>				
Zeit	$t$	s min h d	Sekunde Minute Stunde Tag	1 min = 60 s 1 h = 60 min = 3 600 s 1 d = 24 h
Geschwindigkeit	$v$	m/s	Meter/Sekunde	1 m/s = 60 m/min = 3,6 km/h
Winkelgeschwindigkeit	$\omega$	1/s	1/Sekunde	
Beschleunigung	$a$ $g$	m/s <sup>2</sup>	Meter/Sekunde <sup>2</sup>	Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
Frequenz	$f$	Hz	Hertz	1 Hz = 1/s 1 Hz = 1 Schwingung/s
Drehzahl	$n$	1/min 1/s	1/Minute 1/Sekunde	1/min = 1 min <sup>-1</sup> 1/s = 60/min = 60 min <sup>-1</sup>
<b>Mechanische Größen</b>				
Masse	$m$	kg g t	Kilogramm Gramm Tonne	1 kg = 1 000 g 1 g = 1 000 mg 1 t = 1 000 kg
Dichte	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Kilogramm/ Meter <sup>3</sup>	1 000 kg/m <sup>3</sup> = 1 kg/dm <sup>3</sup> = 1 t/m <sup>3</sup>
Kraft Gewichtskraft	$F$ $G, F_g$	N	Newton	1 N = 1 kg m/s <sup>2</sup> = 1 J/m
Drehmoment	$M$	N·m	Newtonmeter	1 kN·m = 1 000 N·m
Druck	$p$	Pa	Pascal	1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup> 1 bar = 100 000 Pa = 10 <sup>5</sup> bar = 10 N/cm <sup>2</sup> 1 mbar = 1 hPa
Mechanische Spannung	$\sigma$ $\tau$	N/m <sup>2</sup>	Newton/Meter <sup>2</sup>	1 MN/m <sup>2</sup> = 1 N/mm <sup>2</sup> = 1 MPa
Trägheitsmoment	$I$	cm <sup>4</sup>	Zentimeter <sup>4</sup>	Flächenmoment 2. Grades
<b>Temperatur und Wärme</b>				
Temperatur thermodynamisch	$\theta, \vartheta$	K °C	Kelvin Grad Celsius	0 K = -273 °C 0 °C = 273 K Temperaturdifferenz 1 K = 1 °C
Wärmemenge	$Q$	J	Joule	1 J = 1 N·m = 1 W·s 3 600 kJ = 1 kW·h
Spezifischer Heizwert	$H$	J/kg	Joule/ Kilogramm	
<b>Elektrische Größen</b>				
Stromstärke Spannung Widerstand	$I$ $U$ $R$	A V $\Omega$	Ampere Volt Ohm	1 $\Omega$ = 1 V/A
Spezifischer Widerstand Leitfähigkeit	$\rho$ $\chi$	$\Omega$ m S/m	Ohmmeter Siemens/Meter	$\rho = 1/\chi$
Arbeit	$W$	W·s	Wattsekunde	1 W·s = 1 J, 1 kW·h = 3,6 · 10 <sup>6</sup> W·s
Leistung	$P$	W	Watt	1 W = 1 N·m/s = 1 J/s = 1 VA

# 1.1 Größen und Einheiten

Mathematische Symbole				Griechische Buchstaben			
Zeichen	Bedeutung	Zeichen	Bedeutung	groß/klein	Name		
=	gleich	$\overline{AB}$	Strecke AB	$A, \alpha$	Alpha		
$\neq$	ungleich	( ), [ ] { }	Klammern	$B, \beta$	Beta		
$\cong$	entspricht			$\Gamma, \gamma$	Gamma		
$\approx$	ungefähr, etwa	 ↑↑ ↑↓ ⊥ ∟ ∠	parallel gleichsinnig parallel gegensinnig parallel senkrecht auf rechter Winkel	$\Delta, \delta$	Delta		
<	kleiner als			$E, \epsilon$	Epsilon		
>	größer als			$Z, \zeta$	Zeta		
$\leq$	kleiner oder gleich			$H, \eta$	Eta		
$\geq$	größer oder gleich			$\Theta, \theta, \theta$	Theta		
...	und so weiter bis			$I, i$	Jota		
+	plus	<	Winkel	$K, \kappa$	Kappa		
-	minus	$\triangle$	Dreieck	$\Lambda, \lambda$	Lambda		
$\pm$	plus-minus	$\odot$	Kreis	$M, \mu$	My		
$\times, \cdot$	multipliziert, mal	$\cong$	kongruent zu	$N, \nu$	Ny		
/, :, —	dividiert, Bruchstrich	$\Delta x$	Delta x (Differenz)	$\Xi, \xi$	Xi		
$\sum$	Summe von ...	ln	natürlicher Logarithmus	$O, o$	Omikron		
$\pi$	pi = 3,141...			log	Logarithmus	$\Pi, \pi$	Pi
$\sim$	proportional					lg	dekadischer Logarithmus
$a^n$	potenziert	%	Prozent, von Hundert	$\Sigma, \sigma$	Sigma		
$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel			‰	Promille, von Tausend	$T, \tau$	Tau
$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel					$Y, \nu$	Ypsilon
$l$	Länge	sin	Sinus	$\Phi, \varphi$	Phi		
$A$	Fläche	cos	Kosinus	$X, \chi$	Chi		
$V$	Volumen	tan	Tangens	$\Psi, \psi$	Psi		
		cot	Kotangens	$\Omega, \omega$	Omega		

## Zahlensysteme

Art	Basis	Zeichenvorrat
Dualzahlen	2	0 1
Dezimalzahlen	10	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
Hexadezimalzahlen (Sedezimalzahlen)	16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

## Darstellung und Umwandlung der Zahlensysteme

Dezimalsystem				Dualsystem				
Dezimalzahl $z_{10}$	350			Dualzahl $z_2$	1101			
Stelle	$10^2 = 100$	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$	Stelle	$2^3 = 8$	$2^2 = 4$	$2^1 = 2$	$2^0 = 1$
Wert	$3 \cdot 100$	$5 \cdot 10$	$0 \cdot 1$	Wert	$1 \cdot 8 = 8$	$1 \cdot 4 = 4$	$0 \cdot 2 = 0$	$1 \cdot 1 = 1$
Gesamtwert, dezimal	$300 + 50 + 0 = 350$			Gesamtwert, dezimal	$8 + 4 + 0 + 1 = 13$			

## Hexadezimalsystem

Dezimalzahl				Dualzahl			
Umwandlung in				Umwandlung in			
B3E				B3E			
Stelle	$16^2 = 256$	$16^1 = 16$	$16^0 = 1$	Ziffernwert	11	3	14
Wert	$11 \cdot 256$	$3 \cdot 16$	$14 \cdot 1$	Gruppe von 4 Bit	1011	0011	1110
Gesamtwert:	$2816 + 48 + 14 = 2878$			Dualzahl:	1011 0011 1110		

## 1.2 Mathematische Grundlagen

### Rechenarten

Art	Bezeichnung	Art	Bezeichnung
<b>Addition</b> $a + b = c$	a, b Summand c Summenwert	<b>Potenzierung</b> $a^b = c$	a Basis b Exponent c Potenzwert
<b>Subtraktion</b> $a - b = c$	a Minuend, b Subtrahend c Differenzwert	<b>Radizierung</b> $\sqrt[b]{a} = c$	a Radikand b Wurzelexponent c Wurzelwert
<b>Multiplikation</b> $a \cdot b = c$	a, b Faktor c Produktwert		
<b>Division</b> $a : b = c$	a Dividend, b Divisor c Quotientwert	<b>Logarithmierung</b> $\log_b a = c$	a Logarithmand, b Basis c Logarithmuswert

### Bruchrechnung

Begriffe	Bruchart	Kennzeichen	Beispiel
Brüche sind Teile eines Ganzen	Positive Brüche	$> 0$	3/4
	Negative Brüche	$< 0$	- 2/5
	Echte Brüche	$< 1$ , Zähler < Nenner	4/15
	Unechte Brüche	$> 1$ , Zähler > Nenner	7/3
	Gleichnamige Brüche	gleiche Nenner	3/8, 5/8, 7/8
	Ungleichnamige Brüche	ungleiche Nenner	3/12, 4/5, 2/9
Scheinbruch	Nenner = 1	6/1	
Rechenoperation	Regel	Beispiel	
<b>Erweitern</b>	Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl multipliziert	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$	$\frac{x}{y} = \frac{x \cdot z}{y \cdot z} = \frac{xz}{yz}$
<b>Kürzen</b>	Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl dividiert	$\frac{24}{42} = \frac{12}{21}$	
<b>Addieren, Subtrahieren</b>	Brüche müssen gleichnamig sein	$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10} = 1 \frac{1}{10}$	
<b>Multiplizieren</b>	Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multiplizieren	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$	
<b>Dividieren</b>	Bruch mit Kehrwert des anderen Bruches multiplizieren	$\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$	

### Vorzeichenregel

Regel	Beispiel	Regel	Beispiel
Zwei Faktoren mit gleichen Vorzeichen ergeben ein positives Ergebnis	$3 \cdot 6 = 18$ $(-x) \cdot (-y) = xy$	Dividend und Divisor mit gleichen Vorzeichen ergeben einen positiven Quotienten	$10/2 = 5$ $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
Zwei Faktoren mit ungleichen Vorzeichen ergeben ein negatives Ergebnis	$(-4) \cdot 7 = -28$ $x \cdot (-y) = -xy$	Dividend und Divisor mit ungleichen Vorzeichen ergeben einen negativen Quotienten	$16/-4 = -4$ $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

Punktrechnungen müssen vor Strichrechnungen erfolgen

### Klammerrechnung

Regel	Beispiel
Auflösen einer Klammer mit <b>Plus</b> vor der Klammer: ■ Klammer kann entfallen	$x + (y - z) = x + y - z$
Auflösen einer Klammer mit <b>Minus</b> vor der Klammer: ■ Klammer kann entfallen, Vorzeichen in der Klammer werden umgekehrt	$5 - (10 - 4) = 5 - 10 + 4 = -1$
<b>Faktor</b> vor einem Klammersausdruck: ■ jedes Glied der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert	$4 \cdot (x - y + z) = 4x - 4y + 4z$

## 1.2 Mathematische Grundlagen

### Klammerrechnung (Fortsetzung)

Regel	Beispiel
<b>Multiplizieren</b> von Klammerausdrücken: – jedes Glied der einen Klammer wird mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert	$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$
Klammerausdruck durch <b>Divisor</b> : – jedes Glied der Klammer wird durch den Divisor dividiert – Ein Bruchstrich ersetzt eine Klammer	$\frac{18a - 12b}{3} = \frac{18a}{3} - \frac{12b}{3} = 6a - 4b$
<b>Auflösen</b> von Klammern: – Bei Klammern von innen nach außen auflösen – Bei gemischten Punkt- und Strichrechnungen zuerst Klammer auflösen, danach Punkt- vor Strichrechnung	$6x - [x + y \cdot (y - a) + y^2]$ $= 6x - [x + y^2 - a \cdot y + y^2]$ $= 6x - x - 2y^2 + a \cdot y$ $= 5x - 2y^2 + ay$
<b>Gemeinsamer Faktor</b> : – ein gemeinsamer Faktor in einem Term wird vor die Klammer gesetzt	$bx - 2ax + 3x + cx$ $= x \cdot (b - 2a + 3 + c)$

### Potenzen

Regel	Beispiel
Potenzen mit dem Exponenten Null haben den Wert 1	$10^0 = 1, (x + y)^0 = 1$
Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis: – Exponenten werden addiert	$a^2 \cdot a^3 = a^5; a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis: – Exponenten werden subtrahiert	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Potenzen mit negativen Exponenten sind gleich dem reziproken Wert der gleichen Potenz	$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

### Wurzeln

Regel	Beispiel
Wurzeln können als Potenzen geschrieben werden.	$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
Radikant als Produkt: Wurzel kann entweder aus dem Produkt oder aus jedem Faktor gezogen werden.	$\sqrt{5 \cdot 5} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
Radikand als Summe oder Differenz: (Wurzel kann nur aus dem Ergebnis gezogen werden)	$\sqrt{20+16} = \sqrt{36} = 6, \sqrt{x-y} = \sqrt{(x-y)}$

### Binomische Formeln

Binomische Formeln	Logarithmen	
$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$	$\log_a b = c$ , wenn $a^c = b$ für $a > 0$ und $b > 0$	
$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$	Dekadischer Logarithmus	$\lg a = \log_{10} a$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	Natürlicher Logarithmus	$\ln a = \log_e a$ $e = 2,711828\dots$
Höhere Potenzen	Sonderfälle	$\lg 1 = 0, \ln 1 = 0$ $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ $\lg 10 = 1, \ln e = 1$
$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	Gesetze	$\log(ab) = \log a + \log b$ $\log a/b = \log a - \log b$ $\log(b^n) = n \log b$ $\log \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log b$
$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$	Umrechnungen	$\ln a = \ln 10 \cdot \lg a$ $\lg a = \lg e \cdot \ln a$ $\lg e = M = 0,4343\dots$ $\ln 10 = \frac{1}{M} = 2,3026\dots$
Sonderfälle $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)$		

## 1.3 Gleichungen

Definitionen	Bestimmungsgleichungen																					
<ul style="list-style-type: none"> <li>Terme <math>T_1, T_2, \dots</math> sind Zahlen (Konstanten), Variablen und Verknüpfungen derselben nach den Rechenregeln.</li> </ul> <p><b>Beispiele</b>  <math>7, x, 4-3, x+3, y-x,</math>  <math>4 \cdot x, 4x, 4a+3b^2-2ab+5</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gleichungen sind Aussageformen, die durch Verbindung zweier Terme mit einem Gleichheitszeichen entstehen: <math>T_1 = T_2</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bestimmungsgleichungen sind Zahlengleichungen mit einer Variablen. Sie sind entweder algebraisch oder transzendent (z.B. <math>y = \sin x</math>).</li> <li>Algebraische Gleichungen haben die Form <math>a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n = 0</math> für natürliche Zahlen <math>n</math> (<math>n \in \mathbb{N}^*</math>). Sie heißen Gleichungen <math>n</math>-ten Grades für <math>a_n \neq 0</math>. <math>a_0, a_1, \dots, a_n</math> heißen Koeffizienten</li> </ul>																					
<p><b>Beispiele</b>  <math>6 - x = 4 + x^2, \quad x = 4 + y, \quad x^2 - 4x + 9 = 5</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gleichungen, die nur Konstanten enthalten, sind Aussagen. Sie sind entweder wahr (Identitäten) oder falsch.</li> </ul> <p><b>Beispiele</b>  <math>3 = 7 - 4</math> (wahr),  <math>5 \cdot (7 + 2) \cdot (8 - 6) = 55</math> (falsch)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gleichungen mit Variablen sind nur dann wahr, wenn die Variablen durch Elemente der Lösungsmenge ersetzt werden.</li> </ul>	<p><b>Ungleichungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ungleichungen sind Aussageformen, die durch Verbindung zweier Terme mit einem der nachstehend aufgeführten Zeichen entstehen: <math>&gt;, \geq, \neq, \leq, &lt;</math></li> <li>Ungleichungen, die nur Konstanten enthalten, sind Aussagen.</li> </ul> <p><b>Beispiel für eine Aussage</b></p> $7 + 3 \cdot 6 > 4$ $\Leftrightarrow 25 > 4 \quad (\text{wahr})$ <p><b>Beispiel für eine lineare Ungleichung</b></p> $\begin{array}{l} 5x - 4 \leq 2x + 2 \\ 5x \leq 2x + 6 \\ 3x \leq 6 \end{array} \quad \begin{array}{l}   +4 \\   -2x \\   :3 \end{array}$ <p>Lösung <math>x \leq 2</math>  Lösungsmenge <math>\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}</math></p>																					
Äquivalenzumformungen																						
<p>Äquivalenzumformung heißt jede Umformung einer Gleichung (Ungleichung) in eine andere Gleichung (Ungleichung) mit gleicher Lösungsmenge.</p> <p>Hierfür gelten folgende Regeln:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Einsetzen äquivalenter Terme (Klammerauflösung, Zusammenfassung usw.):  <math>4 \cdot (x + 2) = 7 - 5 \Leftrightarrow 4x + 8 = 2</math></li> <li>Addition oder Subtraktion gleicher Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung):  <math>4x + 2y = 3y + 2 \Leftrightarrow 4x + 2y + z = 3y + 2 + z</math></li> <li>Multiplikation oder Division gleicher positiver Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung).</li> <li>Multiplikation oder Division gleicher negativer Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung) bei gleichzeitiger Änderung des Verbindungszeichens:  <math>&gt; \text{ in } &lt;, \geq \text{ in } \leq, &lt; \text{ in } &gt;, \leq \text{ in } \geq,</math>  <math>= \text{ bleibt } =, \neq \text{ bleibt } \neq</math></li> <li>Vertauschung der Terme auf beiden Seiten einer Gleichung (Ungleichung) bei gleichzeitiger Änderung der Verbindungszeichen wie in Regel ④.</li> </ol>																						
Umwandlung einfacher Gleichungen																						
<p><b>Beispiele</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>a = \frac{b}{c} \Rightarrow</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>b = a \cdot c \Rightarrow</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>c = \frac{b}{a}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>a = b + c \Rightarrow</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>b = a - c \Rightarrow</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>c = a - b</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>\rho = \frac{m}{V}</math> Dichte <math>\rho</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>m = V \cdot \rho</math> Masse <math>m</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>V = \frac{m}{\rho}</math> Volumen <math>V</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>2 \cdot s + a = 63 \text{ cm}</math> Schrittmaßregel</td> <td style="padding: 5px;"><math>a = 63 \text{ cm} - 2 \cdot s</math> Auftritt <math>a</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>s = \frac{63 \text{ cm} - a}{2}</math> Steigung <math>s</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>a + s = 46 \text{ cm}</math> Sicherheitsregel</td> <td style="padding: 5px;"><math>a = 46 \text{ cm} - s</math> Auftritt <math>a</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>s = 46 \text{ cm} - a</math> Steigung <math>s</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>a - s = 12 \text{ cm}</math> Bequemlichkeitsregel</td> <td style="padding: 5px;"><math>a = 12 \text{ cm} + s</math> Auftritt <math>a</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>s = a - 12 \text{ cm}</math> Steigung <math>s</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>A = \pi \cdot r^2</math> Kreisfläche <math>A</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>r^2 = \frac{A}{\pi}</math> <math>r^2 = r \cdot r</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}</math> Radius <math>r</math></td> </tr> </tbody> </table>		$a = \frac{b}{c} \Rightarrow$	$b = a \cdot c \Rightarrow$	$c = \frac{b}{a}$	$a = b + c \Rightarrow$	$b = a - c \Rightarrow$	$c = a - b$	$\rho = \frac{m}{V}$ Dichte $\rho$	$m = V \cdot \rho$ Masse $m$	$V = \frac{m}{\rho}$ Volumen $V$	$2 \cdot s + a = 63 \text{ cm}$ Schrittmaßregel	$a = 63 \text{ cm} - 2 \cdot s$ Auftritt $a$	$s = \frac{63 \text{ cm} - a}{2}$ Steigung $s$	$a + s = 46 \text{ cm}$ Sicherheitsregel	$a = 46 \text{ cm} - s$ Auftritt $a$	$s = 46 \text{ cm} - a$ Steigung $s$	$a - s = 12 \text{ cm}$ Bequemlichkeitsregel	$a = 12 \text{ cm} + s$ Auftritt $a$	$s = a - 12 \text{ cm}$ Steigung $s$	$A = \pi \cdot r^2$ Kreisfläche $A$	$r^2 = \frac{A}{\pi}$ $r^2 = r \cdot r$	$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ Radius $r$
$a = \frac{b}{c} \Rightarrow$	$b = a \cdot c \Rightarrow$	$c = \frac{b}{a}$																				
$a = b + c \Rightarrow$	$b = a - c \Rightarrow$	$c = a - b$																				
$\rho = \frac{m}{V}$ Dichte $\rho$	$m = V \cdot \rho$ Masse $m$	$V = \frac{m}{\rho}$ Volumen $V$																				
$2 \cdot s + a = 63 \text{ cm}$ Schrittmaßregel	$a = 63 \text{ cm} - 2 \cdot s$ Auftritt $a$	$s = \frac{63 \text{ cm} - a}{2}$ Steigung $s$																				
$a + s = 46 \text{ cm}$ Sicherheitsregel	$a = 46 \text{ cm} - s$ Auftritt $a$	$s = 46 \text{ cm} - a$ Steigung $s$																				
$a - s = 12 \text{ cm}$ Bequemlichkeitsregel	$a = 12 \text{ cm} + s$ Auftritt $a$	$s = a - 12 \text{ cm}$ Steigung $s$																				
$A = \pi \cdot r^2$ Kreisfläche $A$	$r^2 = \frac{A}{\pi}$ $r^2 = r \cdot r$	$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ Radius $r$																				

### 1.3 Gleichungen

#### Verhältnisgleichung, Proportionen

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt werden und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung oder als Produktengleichung geschrieben werden.

**Außenglieder**

$$a : b = 3 : 4$$

**Innenglieder**

oder  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

**Bruchgleichung**

Eine Verhältnisgleichung kann als Produktengleichung geschrieben werden.

$$a : b = 3 : 4$$

$$3b = 4a$$

**Innenglied  $\times$  Innenglied =  
Außenglied  $\times$  Außenglied**

**Beispiel** Die Schrankenhöhe  $H$  verhält sich zur Schrankenbreite  $B$  nach dem Goldenen Schnitt  
 ► S. 202, 218. Die Breite soll 65 cm sein.

$$B : H = 1 : 1,618$$

$$H = 1,618 \cdot 65 \text{ cm} = 105,2 \text{ cm}$$

#### Gleichungen 2. Grades (quadratische Gleichungen) ► S. 28

Normierte Form:  $x^2 + px + q = 0$

Konstanten:  $p, q$

Variable:  $x$

Diskriminante:  $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

- $D > 0$  zwei reelle Lösungen
- $D = 0$  eine reelle Lösung (Doppellösung)
- $D < 0$  keine reelle Lösung

**Lösungen (p,q-Formel):**

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

#### Gleichungen 1. Grades (lineare Gleichungen) ► S. 28

Normalform:  $ax + b = 0$   
 Konstanten:  $a, b$  mit  $a \neq 0$   
 Variable:  $x$

Lösung:  $x = -\frac{b}{a}$

Lösungsmenge:  $\mathbb{L} = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$

Lineare Gleichungen haben genau eine Lösung.

**Beispiel**

$$4 \cdot (x + 1) - 1 = 15 + 8x \quad \left| \begin{array}{l} \text{Klammer lösen} \\ -8x \end{array} \right.$$

$$4x + 4 - 1 = 15 + 8x \quad \left| \begin{array}{l} -8x \\ -15 \end{array} \right.$$

$$4x + 4 - 1 - 8x = 15$$

$$4x + 4 - 1 - 8x - 15 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \text{Zusammenfassen} \\ \cdot (-1) \end{array} \right.$$

$$-4x - 12 = 0$$

$$4x + 12 = 0$$

**Lösung:**  $x = -3$

**Lösungsmenge:**  $\mathbb{L} = \{-3\}$

**Beispiel**

$$(3x - 2) \cdot (x + 2) = 5 - 2x \quad \left| \begin{array}{l} \text{Klammer lösen} \\ + 2x - 5 \end{array} \right.$$

$$3x^2 + 4x - 4 = 5 - 2x$$

$$3x^2 + 6x - 9 = 0 \quad \left| : 3 \right.$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \left| \text{Normierte Form} \right.$$

$x_1 = -\frac{2}{2} + \sqrt{4} = 1 \quad x_2 = -\frac{2}{2} - \sqrt{4} = -3$

#### Gleichungssysteme – Lineare Gleichungen mit 2 Variablen

Ein lineares Gleichungssystem (LSG) ist ein System von zwei oder mehreren linearen Gleichungen mit mindestens zwei Variablen.  $a_{11}x + a_{12}y = b_1$  und  $a_{21}x + a_{22}y = b_2$

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$  sind Konstanten mit Doppelindizes, die die Stellung der Konstanten im System beschreiben: 11 → 1. Zeile, 1. Spalte 22 → 2. Zeile, 2. Spalte  
 $x$  und  $y$  sind die Variablen (Unbekannten)

**Beispiel Gleichsetzungsmethode**

$$3x + 7y = 7 \quad \text{und} \quad 3y + 5x = -36$$

$$7y = -3x + 7 \quad 3y = -5x - 36$$

→ durch Einsetzen in die Gleichung

$$y = 1/7 \cdot (-3x + 7) \quad y = 1/3 \cdot (-5x - 36)$$

→  $x = -10,5$  und  $y = 5,5$

**Beispiel Additionsmethode**

$$3x + 7y = 7 \quad \text{und} \quad 3y + 5x = 36$$

$$9x + 21y = 21 \quad -21y - 35x = 252$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow 9x + 21y = 21 \\ -35x - 21y = 252 \end{array} \right\} \oplus \quad -26x = 273$$

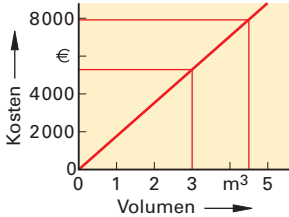
→  $x = -10,5$  und  $y = 5,5$

# 1.4 Dreisatzrechnung und Mischungsrechnung

## Verhältnisse beim Dreisatz

Satz	direkt	indirekt
1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$	$x \Rightarrow y$
2. Einheitsatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	$1 \Rightarrow y \cdot x$
3. Schlussatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$

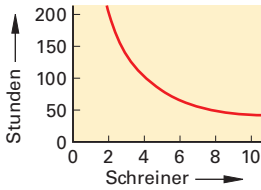
## Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt)



**Beispiel** 4,50 m<sup>3</sup> Eichenholz kosten 7 875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m<sup>3</sup>?

- 4,50 m<sup>3</sup> Eichenholz kosten 7 875 €
- 1,00 m<sup>3</sup> Eichenholz kosten  $\frac{7\,875,00\ \text{€}}{4,50}$
- 3,00 m<sup>3</sup> Eichenholz kosten  $\frac{7\,875,00\ \text{€} \cdot 3,00}{4,50} = 5\,250,00\ \text{€}$

## Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt)



**Beispiel** 5 Schreiner benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Schreiner zur Verfügung stehen?

- 5 Schreiner benötigen 80 h
- 1 Schreiner benötigt  $5 \cdot 80$  h
- 8 Schreiner benötigen  $\frac{5 \cdot 80\ \text{h}}{8} = 50\ \text{h}$

## Zusammengesetzter (doppelter) Dreisatz

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

**Beispiel** 6 Parkettleger verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 210 m<sup>2</sup> Parkett. Wie viel m<sup>2</sup> Parkett verlegen 5 Parkettleger bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?

- Dreisatz: 6 Parkettleger verlegen in 8 h  $210\ \text{m}^2$   
 1 Parkettleger verlegt in 8 h  $\frac{210\ \text{m}^2}{6}$   
 5 Parkettleger verlegen in 8 h  $\frac{210\ \text{m}^2 \cdot 5}{6}$
- Dreisatz: 5 Parkettleger verlegen in 1 h  $\frac{210\ \text{m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$   
 5 Parkettleger verlegen in 9 h  $\frac{210\ \text{m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} \approx 197\ \text{m}^2$

## Mischungsrechnung

Regel	nach Massenteilen	nach Raumteilen	nach Prozent
Mischungsverhältnis = A : B : C : ...	<b>Beispiel</b> 5 kg Leimpulver zu Streckmittel, wie 15 : 3.	<b>Beispiel</b> 2 l Mischung aus Stoff A und B im Verhältnis 2 : 3.	<b>Beispiel</b> 10 %ige Lösung aus Säure und 2 l Wasser.
Gesamtmenge = A + B + C + ...	Streck- $= \frac{5\ \text{kg} \cdot 3}{15} = 1\ \text{kg}$	$GM = \frac{2\ \text{l}}{2+3} = 0,4\ \text{l}$	Säure : Wasser = 10 : 100
Grundmenge GM (Teil 1)	$GM = \frac{(5+1)\ \text{kg}}{15+3}$	$A = 2 \cdot 0,4\ \text{l} = 0,8\ \text{l}$	Säure = $\frac{2\ \text{l} \cdot 10}{90}$
$= \frac{\text{Gesamtmenge}}{\text{Teile}}$	$= 0,33\ \text{kg}$	$B = 3 \cdot 0,4\ \text{l} = 1,2\ \text{l}$	$= 0,222\ \text{l}$

# 1.5 Prozentrechnung und Zinsrechnung

## Prozentrechnung

### Rechnen mit reinem Grundwert

<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Prozent % <math>\triangleq 1/100</math></li> <li>■ Grundwert <math>G</math></li> <li>■ Prozentwert <math>PW</math></li> <li>■ Prozentsatz <math>p</math> (%)</li> </ul>	$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p}$ $PW = \frac{G \cdot p}{100 \%}$ $p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$	<p><b>Beispiel</b> Eiche hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite <math>b = 320</math> mm?</p> <p><b>Lösung</b> <math>PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,48 \text{ mm}</math></p>
--	---	---

### Rechnen mit vermindertem Grundwert

<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Verminderter Grundwert <math>G_{\min}</math></li> </ul> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">Verminderter Grundwert</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">Prozentwert (PW)</th> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>100 \% - p \%</math></td> <td style="text-align: center;"><math>p \%</math></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>100 \% = \text{Grundwert (G)}</math></td> </tr> </table>	Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)	$100 \% - p \%$	$p \%$	$100 \% = \text{Grundwert (G)}$		$G_{\min} = G - PW$ $G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p}$	<p><b>Beispiel</b> Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % weniger vom Bruttopreis und überweist 16 500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?</p> <p><b>Lösung</b> <math>G = \frac{16\,500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%}</math> <math>G = 18\,333,33 \text{ €}</math></p>
Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)							
$100 \% - p \%$	$p \%$							
$100 \% = \text{Grundwert (G)}$								

### Rechnen mit vermehrtem Grundwert

<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Vermehrter Grundwert <math>G_{\text{mehr}}</math></li> </ul> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">Grundwert (G)</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">Prozentwert (PW)</th> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>100 \%</math></td> <td style="text-align: center;"><math>p \%</math></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}</math></td> </tr> </table>	Grundwert (G)	Prozentwert (PW)	$100 \%$	$p \%$	$100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}$		$G_{\text{mehr}} = G + PW$ $G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p}$	<p><b>Beispiel</b> Ein Arbeiter erhält nach der Lohnerhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 13,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn?</p> <p><b>Lösung</b> <math>G = \frac{13,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 + 3,5 \%} = 12,95 \text{ €}</math></p>
Grundwert (G)	Prozentwert (PW)							
$100 \%$	$p \%$							
$100 \% + p \% = \text{vermehrter Grundwert}$								

## Zinsrechnung

<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Kapital <math>K</math> (€)</li> <li>■ Zinsen <math>Z</math> (€)</li> <li>■ Zinssatz <math>p</math> (%/Jahr)</li> <li>■ Laufzeit <math>t</math> (Jahre)</li> <li>■ 1 Zinsjahr 360 Tage</li> <li>■ 1 Zinsmonat 30 Tage</li> </ul> <p>Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 70%; text-align: center;">Kapitalwert (K)</td> <td style="width: 30%; text-align: center;">(Z)</td> </tr> </table>	Kapitalwert (K)	(Z)	$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot p}$ $Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%}$ $p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$ $t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$	<p><b>Beispiel</b> Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40 000,00 € mit einem Zinssatz von 8,5 %.</p> <p>a) Berechnen Sie die Zinsen für 2 Jahre. b) Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn bei gleicher Laufzeit 7 400,00 € Zinsen anfallen würden?</p> <p><b>Lösung</b> (Berechnung für ein Jahr) <math>Z = \frac{40\,000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \% \cdot 2}{100 \%}</math> <math>Z = 6\,800,00 \text{ €}</math> <math>p = \frac{7\,400,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40\,000,00 \text{ €} \cdot 2} = 9,25 \%</math></p>
Kapitalwert (K)	(Z)			

### Zinseszinsrechnung

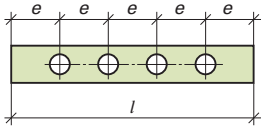
<p>Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>■ Anzahl der Jahre <math>n</math></li> </ul>	<p>Kapital nach <math>n</math> Jahren:</p> $K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$	<p><b>Beispiel</b> Ein Schreiner legt bei einer Bank 5 000,00 € festverzinslich an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?</p> <p><b>Lösung</b> <math>K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5}{100}\right)^{10}</math> <math>K_{10} = 7764,85 \text{ €}</math></p>
---	---	--



## 1.6 Längen

### Längenteilung

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände

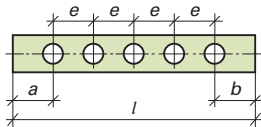


$$e = \frac{l}{n+1}$$

$$z = n+1$$

$l$  Gesamtlänge, Teilungsstrecke  
 $e$  Länge der Abstände  
 $n$  Anzahl der Teilungselemente  
 $z$  Anzahl der Abstände

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand

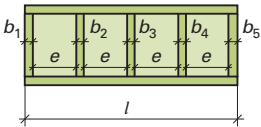


$$e = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

$a, b$  Randabstände

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen

► S. 201

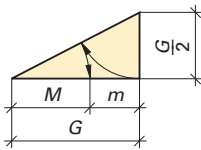


$$e = \frac{l - (b_1 + \dots + b_n)}{n - 1}$$

$b_1, \dots, b_n$  Unterbrechungen  
 $e$  Abstand  
 $n$  gleiche Abstände

### Goldener Schnitt

► S. 202



$$M = \frac{G}{2} (\sqrt{5} - 1)$$

$$M = G \cdot 0,618$$

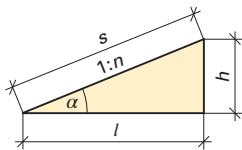
$$m = M \cdot 0,618$$

$$m = G \cdot 0,382$$

$G$  Gesamtstrecke  
 $M$  Major  
 $m$  minor

► Kapitel 4.4

### Steigung



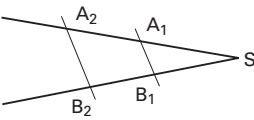
$$m = \frac{h}{l} = \tan \alpha$$

$$m [\%] = \frac{h \cdot 100}{l} \%$$

$$n = \frac{1}{m} = \frac{l}{h}$$

$m$  Steigungsverhältnis  
 $h$  Höhe  
 $l$  Länge  
 $\alpha$  Steigungswinkel  
 $m [\%]$  Steigung in Prozent  
 $n$  Verhältniszahl der Steigung

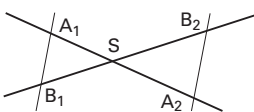
### Strahlensätze



$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$$

$$\frac{\overline{SA_1}}{\overline{A_1A_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{B_1B_2}}$$

Werden zwei Strahlen von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf dem einen Strahl wie die gleichliegenden Abschnitte auf dem anderen Strahl.

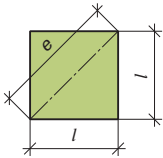
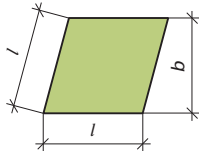
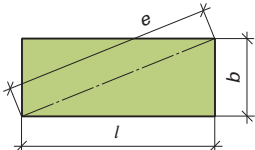
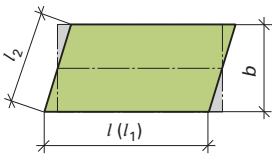
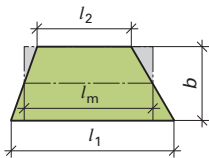
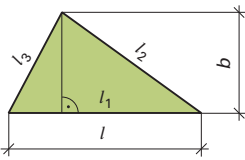


$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}}$$

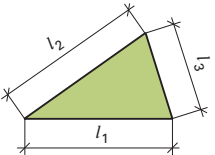
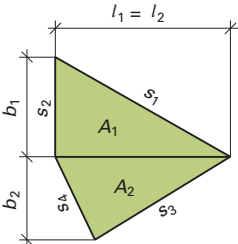
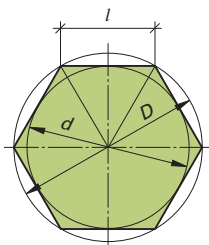
$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{SB_1}}{\overline{SB_2}}$$

Werden zwei Strahlen von Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf den Parallelen zueinander, wie die vom Scheitel aus gemessenen zugehörigen Strahlenabschnitte.

## 1.7 Flächen

<p><b>Quadrat</b></p> 	$A = l^2$ $U = 4 \cdot l$ $e = \sqrt{2} \cdot l$	<p>A Fläche U Umfang l Seitenlänge e Diagonale</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 75 \text{ cm}</math>  <math>A = l^2 = (75 \text{ cm})^2 = 5\,625 \text{ cm}^2</math>  <math>e = \sqrt{2} \cdot l = \sqrt{2} \cdot 75 \text{ cm} \approx 106 \text{ cm}</math></p>
<p><b>Raute (Rhombus)</b></p> 	$A = l \cdot b$ $U = 4 \cdot l$	<p>A Fläche U Umfang l Seitenlänge b Breite</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 4,50 \text{ m}; \quad b = 3,00 \text{ m}</math>  <math>A = l \cdot b = 4,50 \text{ m} \cdot 3,00 \text{ m} = 13,50 \text{ m}^2</math></p>
<p><b>Rechteck</b></p> 	$A = l \cdot b$ $U = 2 \cdot (l + b)$ $e = \sqrt{l^2 + b^2}$	<p>A Fläche U Umfang e Diagonale</p> <p>l Länge b Breite</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 120 \text{ mm}; \quad b = 80 \text{ mm}</math>  <math>A = l \cdot b = 120 \text{ mm} \cdot 80 \text{ mm} = 9\,600 \text{ mm}^2</math>  <math>e = \sqrt{l^2 + b^2} = \sqrt{(120 \text{ mm})^2 + (80 \text{ mm})^2} = 144,2 \text{ mm}</math></p>
<p><b>Parallelogramm (Rhomboid)</b></p> 	$A = l \cdot b$ $U = 2 \cdot (l_1 + l_2)$	<p>A Fläche U Umfang l(l<sub>1</sub>) Länge l<sub>2</sub> Seitenlänge b Breite</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 80 \text{ cm}; \quad b = 65 \text{ cm}</math>  <math>A = l \cdot b = 80 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm} = 5\,200 \text{ cm}^2</math></p>
<p><b>Trapez</b></p> 	$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$ $U = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$ $l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$	<p>A Fläche U Umfang b Breite</p> <p>l<sub>1</sub> große Länge l<sub>2</sub> kleine Länge l<sub>3</sub>, l<sub>4</sub> Seitenlänge</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l_1 = 2,60 \text{ m}; \quad l_2 = 2,00 \text{ m}; \quad b = 1,80 \text{ m}</math>  <math>A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b = \frac{2,60 \text{ m} + 2,00 \text{ m}}{2} \cdot 1,80 \text{ m} = 4,14 \text{ m}^2</math></p>
<p><b>Dreieck</b></p> 	$A = \frac{l \cdot b}{2}$ $U = l_1 + l_2 + l_3$	<p>A Fläche U Umfang</p> <p>l Länge b Breite (Höhe) l<sub>1</sub>, l<sub>2</sub>, l<sub>3</sub> Seitenlängen</p> <p><b>Beispiel</b>  <math>l = 72 \text{ mm}; \quad b = 31 \text{ mm}</math>  <math>A = \frac{l \cdot b}{2} = \frac{72 \text{ mm} \cdot 31 \text{ mm}}{2} = 1116 \text{ mm}^2</math></p> <p>► Rechtwinklige Dreiecke S. 23</p>

# 1.7 Flächen

<p><b>Dreieck</b></p> 	<p><b>Heronische Dreiecks-Formel</b></p> $s = \frac{1}{2} \cdot (l_1 + l_2 + l_3)$ $A = \sqrt{s \cdot (s-l_1) \cdot (s-l_2) \cdot (s-l_3)}$ $U = l_1 + l_2 + l_3$	<p>A Fläche s halber Umfang <math>l_1, l_2, l_3</math> Seitenlängen</p> <p><b>Beispiel</b> <math>l_1 = 72 \text{ cm}, l_2 = 50 \text{ cm}, l_3 = 42 \text{ cm}</math></p> $s = \frac{1}{2} (72 + 50 + 42) \text{ cm} = 82 \text{ cm}$ $A = 1024,5 \text{ cm}^2$
<p><b>Unregelmäßiges Vieleck</b></p> 	<p><math>A = \Sigma</math> aller Teilflächen</p> $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ $U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$ $U = \Sigma$ aller Seitenlängen	<p>A Gesamtfläche <math>A_1, A_2, \dots, A_n</math> Teilflächen <math>l_1, l_2 \dots</math> Länge <math>b_1, b_2 \dots</math> Breite</p> <p><b>Beispiel</b> <math>l_1 = l_2 = 110 \text{ cm}, b_1 = 50 \text{ cm}, b_2 = 45 \text{ cm}</math></p> $A_1 = \frac{l_1 \cdot b_1}{2} = 2\,750 \text{ cm}^2$ $A_2 = \frac{l_2 \cdot b_2}{2} = 2\,475 \text{ cm}^2$ $A = A_1 + A_2 = 5\,225 \text{ cm}^2$
<p><b>Regelmäßiges Vieleck</b></p> 	<p><math>A = n \cdot \frac{l \cdot d}{4}</math></p> $l = D \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ $d = \sqrt{D^2 - l^2}$ <p><b>Achtung</b> Die untenstehende Tabelle wird auch mit <math>R</math> (Umkreisradius) und <math>r</math> (Inkreisradius) angeboten.</p>	<p>A Fläche <math>n</math> Anzahl der Ecken <math>l</math> Seitenlänge <math>d</math> Inkreisdurchmesser <math>D</math> Umkreisdurchmesser</p> <p><b>Beispiel</b> Achteck mit <math>D = 60 \text{ cm}</math></p> $l = 60 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{8}\right) = 22,96 \text{ cm}$ $d = \sqrt{(60 \text{ cm})^2 - (22,96 \text{ cm})^2} = 55,43 \text{ cm}$ $A = 8 \cdot \frac{22,96 \text{ cm} \cdot 55,43 \text{ cm}}{4} = 2\,545,3 \text{ cm}^2$

## Berechnung regelmäßiger Vielecke

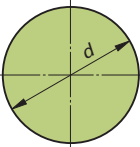
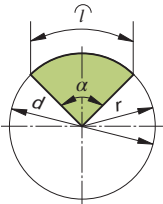
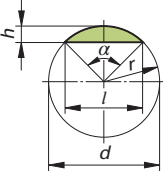
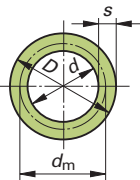
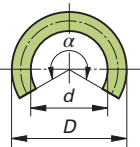
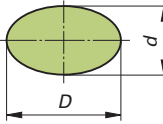
Anzahl der Ecken	Fläche			Seitenlänge		Inkreis-durchmesser		Umkreis-durchmesser	
	aus $l$	aus $d$	aus $D$	aus $d$	aus $D$	aus $l$	aus $D$	aus $l$	aus $d$
	$l_2$ mal	$d^2$ mal	$D^2$ mal	$d$ mal	$D$ mal	$l$ mal	$D$ mal	$l$ mal	$d$ mal
3	0,433	1,299	0,325	1,732	0,867	0,578	0,500	1,154	2,000
4	1,000	1,000	0,500	1,000	0,707	1,000	0,707	1,414	1,414
5	1,721	0,908	0,595	0,727	0,588	1,376	0,809	1,702	1,236
6	2,598	0,866	0,649	0,577	0,500	1,732	0,866	2,000	1,155
8	4,828	0,829	0,707	0,414	0,383	2,414	0,924	2,614	1,082
10	7,694	0,812	0,735	0,325	0,309	3,078	0,951	3,236	1,052
12	11,196	0,804	0,750	0,268	0,259	3,732	0,966	3,864	1,035

**Beispiel** Achteck mit  $D = 60 \text{ cm}$

$$A = D^2 \cdot 0,707 = (60 \text{ cm})^2 \cdot 0,707 = 2\,545,2 \text{ cm}^2, \quad d = D \cdot 0,924 = 60 \text{ cm} \cdot 0,924 = 55,44 \text{ cm}$$

$$l = D \cdot 0,383 = 60 \text{ cm} \cdot 0,383 = 22,98 \text{ cm}$$

## 1.7 Flächen

<p><b>Kreis</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot r^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 2 \cdot r$ $\frac{\pi}{4} \approx 0,785$	<p>A Fläche U Umfang d Durchmesser r Radius</p> <p><b>Beispiel</b> <math>d = 80 \text{ mm}</math></p> $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (80 \text{ mm})^2}{4} = 5\,026,5 \text{ mm}^2$ $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 80 \text{ mm} = 251,3 \text{ mm}$
<p><b>Kreisausschnitt</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ $A = \frac{\hat{l} \cdot r}{2}$ $\hat{l} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$	<p>A Fläche d Durchmesser <math>\hat{l}</math> Bogenlänge <math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel</p> <p><b>Beispiel</b> <math>d = 52 \text{ mm}</math>, <math>\alpha = 80^\circ</math></p> $\hat{l} = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 52 \text{ mm} \cdot 80^\circ}{360^\circ}$ $\hat{l} = 36,3 \text{ mm}$ $A = \frac{\hat{l} \cdot r}{2} = \frac{36,3 \text{ mm} \cdot 26 \text{ mm}}{2}$ $A = 471,9 \text{ mm}^2$
<p><b>Kreisabschnitt</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{l \cdot (r - h)}{2}$ <p><b>Näherungsformel</b></p> $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h$ $l = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ $l = 2 \cdot \sqrt{h(2 \cdot r - h)}$	<p>A Fläche d Durchmesser <math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel</p> <p>r Radius l Sehnenlänge h Höhe</p> <p><b>Beispiel</b> <math>l = 52 \text{ mm}</math>, <math>h = 15,1 \text{ mm}</math></p> $A \approx \frac{2}{3} \cdot l \cdot h = \frac{2}{3} \cdot 52 \text{ mm} \cdot 15,1 \text{ mm}$ $A = 523,5 \text{ mm}^2$
<p><b>Kreisring</b></p> 	$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$ $A = \pi \cdot d_m \cdot s$	<p>A Fläche D großer Durchmesser d kleiner Durchmesser <math>d_m</math> mittlerer Durchmesser</p> <p>s Breite</p> <p><b>Beispiel</b> <math>D = 75 \text{ cm}</math>, <math>d = 20 \text{ cm}</math></p> $A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \cdot ((75 \text{ cm})^2 - (20 \text{ cm})^2)$ $A = 4103,7 \text{ cm}^2$
<p><b>Kreisringausschnitt</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360^\circ} \cdot (D^2 - d^2)$ $U = \frac{\pi \cdot \alpha}{360^\circ} \cdot (D + d) + (D - d)$	<p>A Fläche D großer Durchmesser U Umfang d kleiner Durchmesser <math>\alpha</math> Mittelpunktswinkel</p> <p><b>Beispiel</b> <math>D = 75 \text{ cm}</math>, <math>d = 20 \text{ cm}</math>, <math>\alpha = 230^\circ</math></p> $A = \frac{\pi \cdot 230^\circ}{4 \cdot 360^\circ} (75^2 - 20^2) \text{ cm}^2 = 2621,8 \text{ cm}^2$
<p><b>Ellipse</b></p> 	$A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$ $U \approx \frac{\pi}{2} \cdot (D + d)$	<p>A Fläche U Umfang D großer Durchmesser d kleiner Durchmesser</p> <p><b>Beispiel</b> <math>D = 65 \text{ cm}</math>, <math>d = 40 \text{ cm}</math></p> $A = \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4} = \frac{\pi \cdot 65 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}}{4}$ $A = 2042 \text{ cm}^2$