



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Bauberufe

Peschel · Ferdinand · Kickler · Lindau · Mentlein
Schulzig · Trutzenberg

Tabellenbuch Bautechnik

Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen

Bearbeitet von Lehrern und Ingenieuren an berufsbildenden
Schulen und Fachhochschulen

Lektorat: Peter Peschel

19. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 42519

Mathematik
Naturwissenschaften
Statik, Lastannahmen
Bauzeichnen
Bauphysik/
Bautenschutz
Baustoffe
Baukonstruktion
Baubetrieb

Autoren des Tabellenbuches Bautechnik

Peschel, Peter	Oberstudiendirektor a.D.	Göttingen
Ferdinand, Silvia	Oberstudienrätin	Gelsenkirchen
Kickler, Jens	Dr.-Ing., Professor	Berlin
Lindau, Doreen	Studienrätin	Braunschweig
Mentlein, Horst	Dr.-Ing., Professor	Lübeck
Schulzig, Sven	Oberstudienrat	Kassel
Trutzenberg, Tobias	Studiendirektor	Essen

Lektorat

Peter Peschel

Bildbearbeitung

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Die DIN-Angaben in diesem Tabellenbuch beziehen sich auf die neusten Ausgaben der Normblätter und sonstiger amtlicher Regelwerke (Redaktionsschluss 30.11.2025). Die dargestellten Angaben sind jedoch nur auf das Wesentliche beschränkte und didaktisch ausgewählte Teile der Originalquelle. Verbindlich sind jeweils nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst. Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Der Bezug zu den DIN-Normen ist i. d. R. bei den jeweiligen Tabellen ausgewiesen. Quellenangaben zu Produktinformationen, Herstellerangaben, Richtlinien, Arbeits- und Merkblätter der bauspezifischen Verbände und Vereine sind an der jeweiligen Stelle vermerkt oder im Quellenverzeichnis aufgeführt.

Das vorliegende Werk wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie für eventuelle Satz- und Druckfehler keine Haftung.

19. Auflage 2026

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

ISBN 978-3-7585-4990-8

Bei Fragen zur Produktsicherheit wenden Sie sich bitte an produktsicherheit@europa-lehrmittel.de.

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2026 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: PER MEDIEN & MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig

Umschlag: Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Umschlagmotiv: © pickypix, Adobe Systems Software Irland Ltd., Adobe Stock, IRL-Dublin

Druck: Himmer GmbH, 86167 Augsburg

Vorwort

Das „Tabellenbuch Bautechnik“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Bauberufe. Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl allein als auch in Verbindung mit anderen Lehrbüchern in der Aus- und Weiterbildung sowie in der beruflichen Praxis verwendet werden. Es enthält sowohl Tabellen, Formeln, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen als auch viele Stoffwerte und Konstruktionsgrößen.

Die Auswahl der Inhalte dieser Sammlung erfolgte unter weitgehender Berücksichtigung der Bundesrahmenlehrpläne für die Bauberufe und wurde auf der Grundlage der neusten Ausgaben aller einschlägigen deutschen und europäischen Regelwerke bearbeitet.

Das „Tabellenbuch Bautechnik“ eignet sich als Nachschlagewerk für Auszubildende sowie Schülerinnen und Schüler der Berufsschule, der Berufsfachschule, der Berufsaufbauschule, der Fachoberschule, der Berufsoberschule und der beruflichen Gymnasien. Es ist darüber hinaus auch als Informationsquelle bei praktischen Ausbildungsmaßnahmen, bei der Fortbildung in Polier- und Meisterschulen/Technikerschulen, an Berufsakademien und Fachhochschulen sowie in der Berufspraxis geeignet.

Das Tabellenbuch ist eingeteilt in die Abschnitte

Mathematik	1
Naturwissenschaften	2
Statik und Lastannahmen	3
Technisches Zeichnen/Bauzeichnen	4
Bauphysik/Bautenschutz	5
Baustoffe	6
Bautechnik und Baukonstruktion	7
Baubetrieb	8

Das Inhaltsverzeichnis am Anfang des Tabellenbuches wird durch Teilinhaltsverzeichnisse, Normenverzeichnisse und Literaturangaben vor jedem Hauptkapitel ergänzt.

Ein schneller Zugriff wird durch das bewährte Daumen-Griffregister ermöglicht. Großer Wert wurde auf die Übersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Neben dem Inhaltsverzeichnis hilft ein umfangreiches Sachwortverzeichnis mit über **2300 Begriffen** beim schnellen Finden einzelner Fakten. Verweise sind durch ein Dreieck ► mit Seitenzahl gekennzeichnet.

Die vorliegende 19. Auflage wurde aktualisiert, Normänderungen wurden berücksichtigt, Berichtigungen und Ergänzungen vorgenommen. Neu bearbeitet wurden u. a. die Teilkapitel

- 4.4 Bauzeichnungen
- 7.3 Holzbau

Allen, die durch ihre Anregungen zur Fortentwicklung des Tabellenbuches beigetragen haben – insbesondere den genannten Baufirmen, Institutionen und Verlagen –, sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Ebenso bedanken sich die Autoren dieses Tabellenbuches bei den Autoren des TB Holztechnik, des TB Metallbautechnik und der Fachkunde Bau im Verlag Europa-Lehrmittel für die Möglichkeit, Abbildungen und Textergänzungen zu entnehmen und für das vorliegende Tabellenbuch Bautechnik anzupassen.

Für Anregungen zur Weiterentwicklung, Verbesserungsvorschläge und Fehlerhinweise sind wir weiterhin dankbar. Sie können dafür unsere Adresse lektorat@europa-lehrmittel.de nutzen.

Göttingen, im Frühjahr 2026

Autoren und Verlag

Inhaltsverzeichnis

1	MATHEMATIK	8	3	STATIK UND LASTANNAHMEN	79
1.1	Zeichen, Begriffe und Tafeln	9	3.1	Kräfte und Momente	81
1.2	Rechenarten	15	3.2	Gleichgewichtsbedingungen	83
1.3	Dreisatzrechnung	19	3.3	Statische Systeme	84
1.4	Prozentrechnung und Zinsrechnung	20	3.4	Flächen, Schwerpunkte und Flächenmomente	92
1.5	Längen und Winkel	21	3.5	Sicherheitskonzept	94
1.6	Flächen	22	3.6	Spannungen und Festigkeiten	98
1.7	Körper	25	3.7	Formänderungen, Biegesteifigkeiten und Stabilität	100
1.8	Geometrie	29	3.8	Lastannahmen	102
1.8.1	Rechtwinklige Dreiecke	29	3.8.1	Wichte von Baustoffen und Bauteilen	102
1.8.2	Winkelfunktionen	30	3.8.2	Eigenlasten für Dächer	105
1.8.3	Schiefwinklige Dreiecke	31	3.8.3	Nutzlasten	106
1.8.4	Neigung, Steigung, Gefälle	34	3.8.4	Eigen- und Nutzlast, Trennwandzuschlag	108
1.8.5	Strahlensätze und Ähnlichkeiten	35	3.8.5	Windlasten	108
1.9	Gleichungen und Ungleichungen	36	3.8.6	Schneelasten	112
1.10	Taschenrechner und DV-Grundlagen	39	4	TECHNISCHES ZEICHNEN/BAUZEICHNEN	113
1.11	Funktionen	42	4.1	Normschrift	115
1.12	Differenzialrechnung	46	4.2	Zeichengeräte und Materialien	117
1.13	Integralrechnung	47	4.3	Bemaßung	119
1.14	Folgen und Reihen	49	4.4	Bauzeichnungen	122
1.15	Statistik	50	4.5	Symbole in verschiedenen Bauzeichnungen	128
2	NATURWISSENSCHAFTEN	51	4.6	Grundkonstruktionen	139
2.1	Physikalische Größen, Einheiten und Formelzeichen	52	4.7	Darstellende Geometrie	147
2.2	Physikalische Grundlagen	54	4.8	Dachausmittlung	154
2.3	Gleichförmige und beschleunigte Bewegung	56	4.9	Treppen	160
2.4	Arbeit, Energie, Leistung und Wirkungsgrad	58	4.10	Küchen	167
2.5	Einfache Maschinen	59	4.11	Sanitärräume	169
2.5.1	Hebel	59	4.12	EDV in der Bautechnik	171
2.5.2	Feste und lose Rollen	60	5	BAUPHYSIK/BAUTENSCHUTZ	173
2.5.3	Seilwinde	60	5.1	Dämmstoffe, Dichtungsstoffe und Sperrstoffe	175
2.5.4	Schiefe Ebene, Schraube und Keil	61	5.2	Wärmeschutz	183
2.6	Wärmelehre	62	5.2.1	Physikalische Grundlagen	183
2.7	Elektrotechnik	65	5.2.2	Wärmetechnische Mindestanforderungen	184
2.8	Chemie	69	5.2.3	Wärmebrücken	191
2.8.1	Elemente	70	5.2.4	Anforderungen an den Wärmeschutz im Sommer	192
2.8.2	Chemische Verbindungen	72	5.2.5	Heizanlagen-Systeme	193
2.8.3	Chemie des Wassers	73			
2.8.4	Säuren, Laugen und Salze	74			
2.8.5	Ausblühungen	75			
2.8.6	Elektrolyse	75			
2.8.7	Gemische, Gemenge	76			
2.8.8	Wichtige chemische Reaktionen	77			
2.8.9	Chemische Berechnungen	78			

Inhaltsverzeichnis

5.3	Nachweis nach dem Gebäudeenergiegesetz (GEG)	196	6.6	Mörtel	276
5.4	Feuchteschutz und Tauwasserschutz	210	6.6.1	Mauermörtel	276
5.4.1	Bauliche Schutzmaßnahmen	210	6.6.2	Putzmörtel	278
5.4.2	Klimabedingter Feuchtigkeitsschutz	213	6.6.3	Estrichmörtel	280
5.4.3	Feuchteschutztechnische Rechenwerte	214	6.6.4	Dünnbettmörtel und Klebstoffe	281
5.4.4	Feuchteschutztechnische Berechnungen	218	6.6.5	Spezialmörtel	282
5.4.5	Schimmelbildung	222	6.7	Beton	283
5.5	Schallschutz	224	6.7.1	Beton nach Expositionsklassen	284
5.6	Brandschutz	233	6.7.2	Einteilung des Betons in Klassen	286
	Konstruktionsbeispiele	236	6.7.3	Konsistenzklassen des Frischbetons	286
	Feuerschutzabschlüsse und Rauchschutztüren	241	6.7.4	Druckfestigkeitsklassen des Festbetons	287
6	BAUSTOFFE	243	6.7.5	Wasserelementwert	287
6.1	Natürliche Gesteine	245	6.7.6	Feuchtigkeitsklassen und Rohdichteklassen	288
6.2	Künstliche Steine/Mauersteine	248	6.7.7	Standardbetonrezepte	288
6.2.1	Ziegel und Klinker	248	6.7.8	Betonzusätze	290
6.2.2	Kalksandsteine	251	6.7.9	Betonzusammensetzung – Mischungsentwurf	291
6.2.3	Formsteine/Sondersteine/Sonderziegel	252	6.7.10	Betonprüfungen	292
6.2.4	Mauersteine aus Beton/Betonsteine	254	6.7.11	Verantwortlichkeiten	293
6.2.5	Porenbetonsteine	255	6.7.12	Nachbehandlung von Beton	293
6.2.6	Gipsplatten (Wandbauplatten)	256	6.7.13	Betonüberwachung	294
6.2.7	Dachsteine und Dachziegel	257	6.7.14	Transportbeton	295
6.3	Fliesen, Platten und Pflastersteine	258	6.7.15	Wasserundurchlässiger Beton	296
6.3.1	Keramische Fliesen und Platten	258	6.7.16	Flüssigkeitsdichter Beton	296
6.3.2	Natursteinplatten	259	6.7.17	BetonBauQualität	296
6.3.3	Betonwerksteinplatten	259	6.8	Stahl, Betonstahl und Baemetalle	297
6.3.4	Asphaltplatten	259	6.8.1	Eisenwerkstoffe	297
6.3.5	Pflastersteine	260	6.8.2	Betonstahl	298
6.3.6	Bordsteine	261	6.8.3	Betonstahlmatten	300
6.3.7	Kanalklinker	261	6.8.4	Baemetalle	302
6.4	Bindemittel	262	6.9	Holz	303
6.4.1	Zemente	262	6.9.1	Aufbau des Holzes und Bauholzarten	303
6.4.2	Baukalke	265	6.9.2	Eigenschaften	306
6.4.3	Baugipse	266	6.9.3	Bauschnittholz und Konstruktionsvollholz	307
6.4.4	Calciumsulfat-Binder, Calciumsulfat-Composit-Binder und -Werkmörtel	267	6.9.4	Holzwerkstoffe	313
6.5	Gesteinskörnungen	268	6.9.5	Holzschutz	318
6.5.1	Arten und Anforderungen	269	6.9.6	Verschnittberechnung	321
6.5.2	Eigenschaften und Anforderungen	270	6.10	Kunststoffe	322
6.5.3	Alkali-Empfindlichkeit von Gesteinskörnungen	271	6.11	Befestigungssysteme	324
6.5.4	Kornzusammensetzung für Betone	272	6.11.1	Befestigungstechnik	324
6.5.5	Wasseranspruch	275	6.11.2	Befestigungs-Systemplan	326
6.5.6	Mehlkorngehalt	275	6.11.3	Befestigungen am Bauwerk	328
			6.12	Bauglas, Glas	330
			6.13	Ungebundene Schichten im Verkehrswegebau	333
			6.14	Bitumige Stoffe	334
			6.14.1	Bitumen	334

Inhaltsverzeichnis

6.14.2	Teer und Pech	336	7.4	Dächer / Flachdächer	431
6.14.3	Asphalt (TL Asphalt)	336	7.4.1	Planungsgrundlagen für Dachdeckungen	432
6.14.4	Dachpappen, Dachbahnen und Dichtungsbahnen	338	7.4.2	Dachflächenfenster	436
6.15	Anstrichstoffe	339	7.4.3	Dachabdichtungen	437
6.16	Gefahrstoffe im Bauwesen	341	7.4.4	Dachrinnen und Regenfallrohre	440
7	BAUTECHNIK UND BAUKONSTRUKTION	347	7.5	Stahlbau	442
7.1	Mauerwerksbau	349	7.5.1	Rechenverfahren	442
7.1.1	Maßordnung im Hochbau	349	7.5.2	Schraubenverbindungen	443
7.1.2	Gemauerte Wände	350	7.5.3	Schweißverbindungen	445
7.1.3	Charakteristische Druckfestigkeiten von Mauerwerk	351	7.5.4	Knicken	446
7.1.4	Vereinfachte Bemessungsmethode für tragende Mauerwände	352	7.5.5	Profiltabellen	447
7.1.5	Kelleraußenwände	356	7.6	Fertigteilbau	450
7.1.6	Nichttragende innere Trennwände ..	357	7.7	Wasserwirtschaft und Rohr- leitungsbau	452
7.1.7	Statische und konstruktive Maßnahmen	358	7.7.1	Versorgung	452
7.1.8	Außenmauerwerk	361	7.7.2	Entsorgung	460
7.1.9	Sonderbauteile aus Mauerwerk	364	7.8	Geotechnik, Bodenmechanik und Grundbau	468
7.1.10	Mauerwerk aus Naturstein	366	7.8.1	Baugrunderkundung/Feldmethoden ..	468
7.1.11	Mauerwerksverbände	367	7.8.2	Bodenklassifikation	469
7.1.12	Ziegeldecken – Deckensysteme	369	7.8.3	Bodenkennwerte	474
7.1.13	Hausschornsteine	371	7.8.4	Korngrößenverteilung durch Siebung und Sedimentation	476
7.2	Betonbau, Stahlbetonbau und Spannbetonbau	372	7.8.5	Verdichtungsprüfungen	479
7.2.1	Übersicht und Zuordnung	372	7.8.6	Flächengründungen	480
7.2.2	Bemessung auf Druck – unbewehrter Beton	373	7.8.7	Gebäudesicherung, Bodenaushub- grenzen, Unterfangung	482
7.2.3	Bemessung für Biegung	374	7.8.8	Erddruck	483
7.2.4	Bemessung für Querkraft	377	7.8.9	Geotechnische Berechnungen	484
7.2.5	Allgemeine Bewehrungsregeln	379	7.9	Straßenbau	487
7.2.6	Querschnittstabellen für Balken- und Plattenbewehrung	388	7.9.1	Einteilung der Straßen	487
7.2.7	Konstruktionshinweise für Balken und Platten	390	7.9.2	Linienführung	488
7.2.8	Bemessen und Bewehren	393	7.9.3	Querschnitte	489
7.2.9	Spannbetonbau	404	7.9.4	Höhenplan	491
7.3	Holzbau	405	7.9.5	Querneigung	492
7.3.1	Einstufungen im Holzbau	405	7.9.6	Ruhender Verkehr	493
7.3.2	Festigkeitswerte	407	7.9.7	Radverkehrsanlagen	494
7.3.3	Bemessungsregeln	408	7.9.8	Straßenoberbau und Fahrbahn- aufbau	495
7.3.4	Querschnittswerte	410	7.9.9	Mengenberechnung im Erdbau	501
7.3.5	Versätze	411	7.10	Eisenbahnbau	502
7.3.6	Zimmermannsmäßige Holzverbindungen	412	7.11	Wasserbau und Hydraulik	504
7.3.7	Holzkonstruktionen	414	7.11.1	Hydrostatik	504
7.3.8	Verbindungsmittel	422	7.11.2	Hydrodynamik	506
			7.11.3	Flüssigkeitsbewegung in vollen Rohren	506
			7.11.4	Gerinnehydraulik	507
			7.11.5	Bemessung von Rohren für Freigefälleleitungen	508

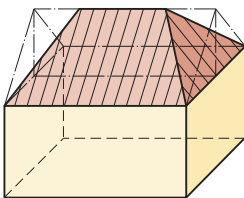
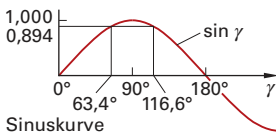
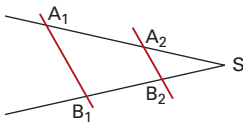
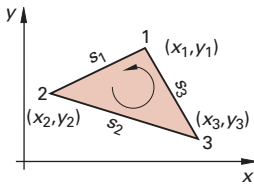
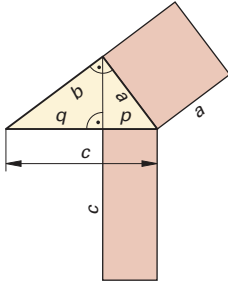
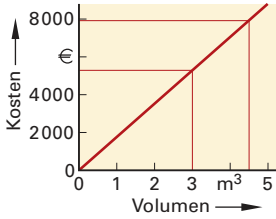
Inhaltsverzeichnis

8	BAUBETRIEB	509
8.1	Vermessung und Bauabsteckung . . .	510
8.1.1	Vermessungsgeräte	510
8.1.2	Grundlagen	511
8.1.3	Lagemessung	512
8.1.4	Zeichen im Vermessungswesen . . .	513
8.1.5	Höhenmessungen	515
8.1.6	Koordinatenberechnungen	517
8.1.7	Polygonzugberechnung	517
8.1.8	Gebäudeabsteckung	518
8.1.9	Bogenabsteckung	519
8.2	Kostengliederung, Grundflächen und Rauminhalte	521
8.2.1	Kosten von Hochbauten	521
8.2.2	Grundflächen und Rauminhalte . . .	523
8.2.3	Wohnungen und Wohnflächen	525
8.2.4	Wohnflächenverordnung	526
8.3	Baurecht	527
8.3.1	Baugesetzbuch	527
8.3.2	Elemente des Baurechts	528
8.3.3	Technische Baubestimmungen	529
8.3.4	Landesbauordnungen	532
8.3.5	Baunutzungsverordnung und Planzeichenverordnung	532
8.4	Baustoffbedarf und Arbeitszeit- bedarf	534
8.5	Kalkulation	536
8.6	Bauvertragsrecht	539
8.7	Bauplanung	544
8.8	Schalungsbau	548
8.9	Gerüstbau	552
8.10	Baugruben	556
8.11	Baustellenabsicherung für Straßen- bauarbeiten	559
	Literatur-, Bild- und Quellenverzeichnis . . .	562
	Sachwortverzeichnis	563

IN DEN UMSCHLAGESEITEN

- Umwandlung von Gleichungen
- Physikalische Größen

1 MATHEMATIK



1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln	9
■ Zahlenwerte	■ Konstanten
■ Umwandlungstabellen	■ Auf- und Abrunden
■ Winkelfunktionswerte	■ Kreisabschnittswerte
1.2 Rechenarten	15
■ Grundrechenarten	■ Klammerregeln
■ Potenzen	■ Dreisatz
■ Zahlenmengen	■ Wurzeln
1.3 Dreisatzrechnung	19
1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung	20
■ Grundwert	■ Prozentwert
■ Prozentsatz	■ Kapital und Zinsen
1.5 Längen und Winkel	21
■ Längenteilungen	
■ Winkel und Winkeleinteilung	
1.6 Flächen	22
■ Viereck	■ Dreieck
■ Vieleck	■ Kreis
■ Kreisteile	■ Ellipse
1.7 Körper	25
■ Gerade Körper	■ Spitze Körper
■ Runde Körper	■ Reguläre Polyeder
■ Rampe	
1.8 Geometrie	29
1.8.1 Rechtwinklige Dreiecke	29
1.8.2 Winkelfunktionen	30
1.8.3 Schiefwinklige Dreiecke	31
1.8.4 Neigung, Steigung, Gefälle	34
1.8.5 Strahlensätze und Ähnlichkeiten	35
1.9 Gleichungen und Ungleichungen	36
■ Äquivalenzumformung	■ Ungleichungen
■ Beträge	■ Lineare Gleichungen
■ Quadratische Gleichungen	
■ Lineare Gleichungssysteme	
1.10 Taschenrechner und DV-Grundlagen	39
■ Grafikfähiger Taschenrechner	40
1.11 Funktionen	42
■ Koordinatensystem	■ Lineare Funktionen
■ Quadratische Funktionen	
■ Polynomfunktionen und Nullstellenberechnung	
■ Trigonometrische Funktionen	
■ Logarithmusfunktionen	■ Exponentialfunktionen
■ Diagramme mit quantitativer Darstellung	
■ Diagramme mit qualitativer Darstellung	
1.12 Differenzialrechnung	46
■ Ableitung einer Funktion	■ Ableitungsregeln
1.13 Integralrechnung	47
■ Integrationsregeln	
■ Integrale elementarer Funktionen	
1.14 Folgen und Reihen	49
1.15 Statistik	50

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Technische und naturwissenschaftliche Zusammenhänge werden meist in ihrer kürzesten Form durch Formeln beschrieben. Basisgrößen, Basiseinheiten und die Vorsätze vor Einheiten werden in der DIN 1301 benannt, allgemeine Formelzeichen werden *kursiv* geschrieben und in DIN 1304 festgesetzt.

Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise
=	gleich	Σ	Summe von, Summe aller	L, M, \dots	Menge L, M, \dots
\neq	ungleich	\prod	Produkt von, Produkt aller	$x \in M$	x ist Element von M
$:=$	definitionsgemäß gleich	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	$x \notin M$	x ist nicht Element von M
\approx	ungefähr gleich	$\sqrt[n]{\quad}$	n -te Wurzel aus	$L \subset M$	L ist Teilmenge von M
\dots	usw., bis	$n!$	n -Fakultät	$L \cup M$	L vereinigt mit M
\triangleq	entspricht	$\binom{n}{k}$	n über k	$L \cap M$	L geschnitten mit M
$<$	kleiner als	lim	Limes von ...	$L \setminus M$	L vermindert um M
\leq	kleiner oder gleich	$f(x)$	f (Funktion) von x	$A \Leftarrow B$	wenn A , dann B
$>$	größer als	$\int \dots dx$	Ypsilon-Strich	$A \Leftrightarrow B$	A genau dann, wenn B
\geq	größer oder gleich	Δx	Delta- x	\neg, \wedge, \vee	nicht, und, oder
\gg	sehr groß gegen	%	Prozent	\overline{AB}	Strecke
\ll	sehr klein gegen	% _o	Promille	\widehat{AB}	Bogen
\approx	asymptotisch gleich	π	pi (= 3,14159...)	$\overrightarrow{AB}, \vec{a}$	Vektor
\propto	proportional	e	e (= 2,71828...)	g	Gerade
\cong	kongruent zu	∞	unendlich	\sphericalangle	Winkel
\perp	senkrecht auf	\mathbb{N}	Menge der natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen	\sphericalangle	rechter Winkel, gemessen
\parallel	parallel zu	\mathbb{Z}, \mathbb{Q}	ganzen, rationalen und reellen Zahlen	m	Steigung
$ x $	Betrag von x	\mathbb{R}	reellen Zahlen	$A, B, \dots P$	Punkte
$+$	plus	$\{\dots\}$	Menge der Elemente ...	x, y, z	Koordinaten
$-$	minus	$\emptyset, \{\}$	leere Menge	l	Länge
\times, \cdot	mal			A	Fläche
$:/$	durch, geteilt durch			V	Volumen

Römische Zahlen

I = 1	XL = 40
II = 2	L = 50
III = 3	LX = 60
IV = 4	LXX = 70
V = 5	XC = 90
VI = 6	C = 100
VII = 7	CCC = 300
VIII = 8	CD = 400
IX = 9	D = 500
X = 10	DCCC = 800
XI = 11	CM = 900
XIV = 14	XM = 990
XIX = 19	IM = 999
XX = 20	M = 1000
XXI = 21	MMIL = 2049

Deutsches Alphabet

Ä ä	Ö ö	Ü ü	(End-)s	ß	ch	sch	ck	
A a	B b	C c	D d	E e	F f	G g	H h	I i
J j	K k	L l	M m	N n	O o	P p	Q q	R r
S s	T t	U u	V v	W w	X x	Y y	Z z	

Große Zahlen

10^6	= Million
10^9	= Milliarde
10^{12}	= Billion
10^{18}	= Trillion
10^{24}	= Quadrillion
10^{30}	= Quintillion
10^{36}	= Sextillion

Griechisches Alphabet

$A \alpha$	$B \beta$	$\Gamma \gamma$	$\Delta \delta$	$E \epsilon$	$Z \zeta$	$H \eta$	$\Theta \theta$
Alpha	Beta	Gamma	Delta	Epsilon	Zeta	Eta	Theta
$I \iota$	$K \kappa$	$\Lambda \lambda$	$M \mu$	$N \nu$	$\Xi \xi$	$O \omicron$	$\Pi \pi$
Jota	Kappa	Lambda	My	Ny	Xi	Omikron	Pi
$P \rho$	$\Sigma \sigma$	$T \tau$	$Y \upsilon$	$\Phi \phi$	$X \chi$	$\Psi \psi$	$\Omega \omega$
Rho	Sigma	Tau	Ypsilon	Phi	Chi	Psi	Omega

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Umwandlungstabellen

Längeneinheiten $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

⇒ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$

1 m	10 dm	100 cm	1000 mm
0,1 m	1 dm	10 cm	100 mm
0,01 m	0,1 dm	1 cm	10 mm
0,001 m	0,01 dm	0,1 cm	1 mm

: 10 : 10 : 10 ⇐

Flächeneinheiten $1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$

⇒ $\times 100$ $\times 100$ $\times 100$

1 m ²	100 dm ²	10000 cm ²	1000000 mm ²
0,01 m ²	1 dm ²	100 cm ²	10000 mm ²
0,0001 m ²	0,01 dm ²	1 cm ²	100 mm ²
0,000001 m ²	0,0001 dm ²	0,01 cm ²	1 mm ²

: 100 : 100 : 100 ⇐

Volumeneinheiten $1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$

⇒ $\times 1000$ $\times 1000$ $\times 1000$

1 m ³	1000 dm ³	1000000 cm ³	1000000000 mm ³
0,001 m ³	1 dm ³	1000 cm ³	1000000 mm ³
0,000001 m ³	0,001 dm ³	1 cm ³	1000 mm ³
0,000000001 m ³	0,000001 dm ³	0,001 cm ³	1 mm ³

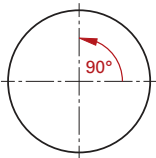
: 1000 : 1000 : 1000 ⇐

Zeiteinheiten

(Jahr) 1 a = 365 d	(Tag) 1 d = 24 h	(Minute) 1' = 60"	
(Monat) 1 m = (1/12) a	(Stunde) 1 h = 60'	(Sekunde) 1" = (1/60)'	

Umrechnung Winkleinheiten

$180^\circ \triangleq 200^{\text{gon}}$



Grad (°; auch Altgrad, Taschenrechneranzeige: DEG von englisch Degree)

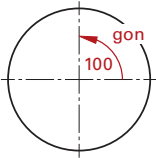
Vollkreis = $4 \times 90^\circ = 360^\circ$

Unterteilungen: $1^\circ = 60'$ (Minuten, Winkel-Minuten)

$1' = 60''$ (Sekunden, Winkel-Sekunden)

Umrechnungen: $1,4^\circ = 1^\circ + 0,4^\circ \cdot \frac{60'}{1^\circ} = 1^\circ + 24' = 1^\circ 24'$

$1^\circ 24' = 1^\circ + 24' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 1^\circ + 0,4^\circ = 1,4^\circ$



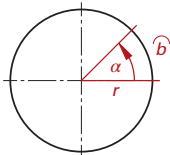
Gon (^{gon}; auch Neugrad, Taschenrechneranzeige: GRAD) ▶ S. 39

Vollkreis = $4 \times 100^{\text{gon}} = 400^{\text{gon}}$

Umrechnungen: $1^{\text{gon}} = \frac{360^\circ}{400^{\text{gon}}} \cdot 1^{\text{gon}} = 0,9^\circ$

$1,4^{\text{gon}} = 1,4^{\text{gon}} \cdot 9^\circ/10^{\text{gon}} \quad | \quad 1,26^\circ = 1,26^\circ \cdot 10^{\text{gon}}/9^\circ$

$1,4^{\text{gon}} = 1,26^\circ \quad | \quad 1,26^\circ = 1,4^{\text{gon}}$



Radian oder Bogenmaß (rad, Taschenrechneranzeige: RAD) ▶ S. 39

Definition $\alpha = \frac{\hat{b}}{r}$

Vollkreis $\alpha = 2\pi = 6,28 \dots$

Umrechnungen: $1 \text{ rad} = 180^\circ/\pi = 57,296^\circ$

$1^\circ = \pi/180^\circ = 0,0175 \text{ rad}$

$1^{\text{gon}} = \pi/200^{\text{gon}} = 0,0157 \text{ rad}$

Besondere Längeneinheiten

1 Zoll (") = 2,54 cm
1 inch = 1 Zoll
1 mile = 1609 m
1 mil = 0,0245 mm
1 ft = 0,3048 m (foot)
1 yd = 0,9144 m (yard)

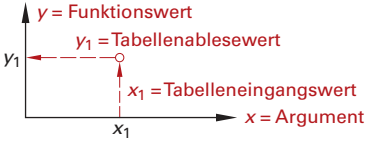
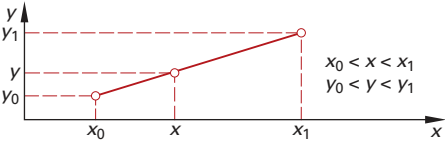
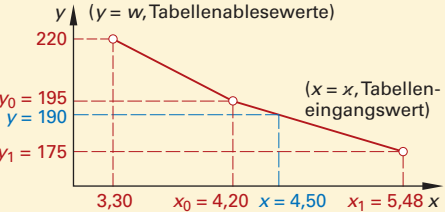
Besondere Flächeneinheiten

1 km ² = 100 ha
1 ha = 100 a
1 a = 100 m ²
1 Morgen = 25 a
1 sq in = 6,452 cm ²
1 sq ft = 0,0929 m ²

Besondere Volumeneinheiten

1 hl = 100 l
1 barrel = 1,59 hl
1 gallon = 4,546 l
1 l = 1 dm ³
1 cu in = 16,39 cm ³ (cubic inch)

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Interpolation	Aufrunden und Abrunden																																
<p>Tabellen z.B. enthalten immer nur eine Auswahl von einander zugeordneten Zahlen- oder Funktionswerten (der Funktionswert y_1 wird dem Argument x_1 zugeordnet).</p>  <p>Werte zwischen zwei Tabelleneingangswerten lassen sich durch lineare Interpolation bestimmen. Dabei wird vereinfacht vorausgesetzt, dass der Zuwachs der Tabellenablesewerte (y-Werte, Funktionswerte) proportional zum Zuwachs der Tabelleneingangswerte (x-Werte, Argumente) erfolgt.</p> <div style="background-color: #fff9c4; padding: 5px; text-align: center;"> $y = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \cdot (x - x_0)$ </div>  <p>Bei steigender Tendenz der Tabellenwerte ist der Bruch $(y_1 - y_0)/(x_1 - x_0)$ positiv, bei fallender Tendenz negativ.</p> <p>Beispiel Gesucht ist der Wasseranspruch w für die Körnungsziffer $k = 4,50$, Konsistenz F3 ▶ S. 275, Größtkorn 32 mm</p>  <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">Tabelleneingangswert $x = k$</th> <th style="padding: 5px;">Tabellenablesewert $y = w$ in l/m^3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">$x_0 = 4,20$</td> <td style="padding: 5px;">$y_0 = 195$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$x_1 = 5,48$</td> <td style="padding: 5px;">$y_1 = 175$</td> </tr> </tbody> </table> <p>$y = 195 + \frac{175 - 195}{5,48 - 4,20} \cdot (4,50 - 4,20) = 190$</p> <p>Der Wasseranspruch für die Körnungsziffer $k = 4,50$ beträgt $190 l/m^3$.</p>	Tabelleneingangswert $x = k$	Tabellenablesewert $y = w$ in l/m^3	$x_0 = 4,20$	$y_0 = 195$	$x_1 = 5,48$	$y_1 = 175$	<p>Aufrunden: Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl ist um 1 zu erhöhen, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl 5 oder größer ist.</p> <p>Abrunden: Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl bleibt unverändert, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl kleiner als 5 ist.</p> <p>Beispiele $\pi = 3,14159265\dots$ wird durch</p> <p>3,1416 aufgerundet auf Zehntausendstel, 3,142 aufgerundet auf Tausendstel, 3,14 abgerundet auf Hundertstel, 3,1 abgerundet auf Zehntel.</p> <p>Signifikante Stellen</p> <p>Im Bauwesen genügt häufig eine Bestimmung von Zahlenwerten auf drei Stellen genau (Rechenschiebergenauigkeit). Dabei wird nach den vorgenannten Regeln auf- oder abgerundet.</p> <p>Beispiele Bei drei signifikanten Stellen wird:</p> <p>3,14159... zu 3,14 143,257 zu 143 344 600 zu 345 000 4 339 111 zu 4 340 000</p> <p>Zehnerpotenzen</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$0,001 = 10^{-3}$</td> <td style="padding: 5px;">$1000 = 10^3$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$0,01 = 10^{-2}$</td> <td style="padding: 5px;">$100 = 10^2$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$0,1 = 10^{-1}$</td> <td style="padding: 5px;">$10 = 10^1$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$1 = 10^0$</td> <td style="padding: 5px;">$1 = 10^0$</td> </tr> </table> <p style="margin-left: 40px;"> $1\ 000\ 000 = 10^6 = 1$ Million $10\ 000\ 000 = 10^7 = 10$ Millionen $100\ 000\ 000 = 10^8 = 100$ Millionen $1\ 000\ 000\ 000 = 10^9 = 1$ Milliarde </p> <p>Beispiele $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\ 000$ $10^{-4} = 0,0001$ 1 ist die vierte Stelle hinter dem Komma. </p> <p>Vorsätze vor Einheiten</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="padding: 5px;">10^{-1} Dezi (d)</td> <td style="padding: 5px;">1 Dezimeter</td> <td style="padding: 5px;">$= (1/10)$ m $= 10$ cm</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">10^{-2} Centi (c)</td> <td style="padding: 5px;">1 Zentimeter</td> <td style="padding: 5px;">$= (1/100)$ m $= 1$ cm</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">10^{-3} Milli (m)</td> <td style="padding: 5px;">1 Millimeter</td> <td style="padding: 5px;">$= (1/1000)$ m $= 1$ mm</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">10^{-6} Mikro (μ)</td> <td style="padding: 5px;">1 Mikrometer</td> <td style="padding: 5px;">$= 1$-millionstel Meter</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">10^{-9} Nano (n)</td> <td style="padding: 5px;">1 Nanometer</td> <td style="padding: 5px;">$= 10^{-9}$ m</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">10^{-12} Pico (p)</td> <td style="padding: 5px;">1 Picometer</td> <td style="padding: 5px;">$= 10^{-12}$ m</td> </tr> </table>	$0,001 = 10^{-3}$	$1000 = 10^3$	$0,01 = 10^{-2}$	$100 = 10^2$	$0,1 = 10^{-1}$	$10 = 10^1$	$1 = 10^0$	$1 = 10^0$	10^{-1} Dezi (d)	1 Dezimeter	$= (1/10)$ m $= 10$ cm	10^{-2} Centi (c)	1 Zentimeter	$= (1/100)$ m $= 1$ cm	10^{-3} Milli (m)	1 Millimeter	$= (1/1000)$ m $= 1$ mm	10^{-6} Mikro (μ)	1 Mikrometer	$= 1$ -millionstel Meter	10^{-9} Nano (n)	1 Nanometer	$= 10^{-9}$ m	10^{-12} Pico (p)	1 Picometer	$= 10^{-12}$ m
Tabelleneingangswert $x = k$	Tabellenablesewert $y = w$ in l/m^3																																
$x_0 = 4,20$	$y_0 = 195$																																
$x_1 = 5,48$	$y_1 = 175$																																
$0,001 = 10^{-3}$	$1000 = 10^3$																																
$0,01 = 10^{-2}$	$100 = 10^2$																																
$0,1 = 10^{-1}$	$10 = 10^1$																																
$1 = 10^0$	$1 = 10^0$																																
10^{-1} Dezi (d)	1 Dezimeter	$= (1/10)$ m $= 10$ cm																															
10^{-2} Centi (c)	1 Zentimeter	$= (1/100)$ m $= 1$ cm																															
10^{-3} Milli (m)	1 Millimeter	$= (1/1000)$ m $= 1$ mm																															
10^{-6} Mikro (μ)	1 Mikrometer	$= 1$ -millionstel Meter																															
10^{-9} Nano (n)	1 Nanometer	$= 10^{-9}$ m																															
10^{-12} Pico (p)	1 Picometer	$= 10^{-12}$ m																															

1

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Trigonometrische Funktionen

► S. 30

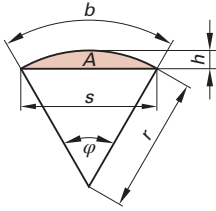
φ in Grad	0° ... 45°		
	sin φ	tan φ	
0	0,0000	0,0000	90
1	0,0175	0,0175	89
2	0,0349	0,0349	88
3	0,0523	0,0524	87
4	0,0698	0,0699	86
5	0,0872	0,0875	85
6	0,1045	0,1051	84
7	0,1219	0,1228	83
8	0,1392	0,1405	82
9	0,1564	0,1584	81
10	0,1736	0,1763	80
11	0,1908	0,1944	79
12	0,2079	0,2126	78
13	0,2250	0,2309	77
14	0,2419	0,2493	76
15	0,2588	0,2679	75
16	0,2756	0,2867	74
17	0,2924	0,3057	73
18	0,3090	0,3249	72
19	0,3256	0,3443	71
20	0,3420	0,3640	70
21	0,3584	0,3839	69
22	0,3746	0,4040	68
23	0,3907	0,4245	67
24	0,4067	0,4452	66
25	0,4226	0,4663	65
26	0,4384	0,4877	64
27	0,4540	0,5095	63
28	0,4695	0,5317	62
29	0,4848	0,5543	61
30	0,5000	0,5774	60
31	0,5150	0,6009	59
32	0,5299	0,6249	58
33	0,5446	0,6494	57
34	0,5592	0,6745	56
35	0,5736	0,7002	55
36	0,5878	0,7265	54
37	0,6018	0,7536	53
38	0,6157	0,7813	52
39	0,6293	0,8098	51
40	0,6428	0,8391	50
41	0,6561	0,8693	49
42	0,6691	0,9004	48
43	0,6820	0,9325	47
44	0,6947	0,9657	46
45	0,7071	1,0000	45
	cos φ	cot φ	φ
	45° ... 90°		in Grad

φ in Grad	0° ... 45°		
	sin φ	tan φ	
45	0,7071	1,0000	45
46	0,7193	1,0355	44
47	0,7314	1,0724	43
48	0,7431	1,1106	42
49	0,7547	1,1504	41
50	0,7660	1,1918	40
51	0,7771	1,2349	39
52	0,7880	1,2799	38
53	0,7986	1,3270	37
54	0,8090	1,3764	36
55	0,8192	1,4281	35
56	0,8290	1,4826	34
57	0,8387	1,5399	33
58	0,8480	1,6003	32
59	0,8572	1,6643	31
60	0,8660	1,7321	30
61	0,8746	1,8041	29
62	0,8829	1,8807	28
63	0,8910	1,9626	27
64	0,8988	2,0503	26
65	0,9063	2,1445	25
66	0,9135	2,2460	24
67	0,9205	2,3559	23
68	0,9272	2,4751	22
69	0,9336	2,6051	21
70	0,9397	2,7475	20
71	0,9455	2,9042	19
72	0,9511	3,0777	18
73	0,9563	3,2709	17
74	0,9613	3,4874	16
75	0,9659	3,7321	15
76	0,9703	4,0108	14
77	0,9744	4,3315	13
78	0,9781	4,7046	12
79	0,9816	5,1446	11
80	0,9848	5,6713	10
81	0,9877	6,3138	9
82	0,9903	7,1154	8
83	0,9925	8,1444	7
84	0,9945	9,5144	6
85	0,9962	11,4301	5
86	0,9976	14,3007	4
87	0,9986	19,0811	3
88	0,9994	28,6363	2
89	0,99985	57,2900	1
90	1,0000	∞	0
	cos φ	cot φ	φ
	45° ... 90°		in Grad

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Bestimmungstücke eines Kreisabschnitts

► S. 24



- r Halbmesser
- b Bogenlänge
- h Bogenhöhe
- s Sehnenlänge
- A Fläche des Kreisabschnitts
- φ Bogenmaß
- φ° Zentriwinkel (in Grad)

► S. 14

$$b = r \cdot \pi \cdot \frac{\varphi^\circ}{180^\circ}$$

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$h = 2 \cdot r \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{4}\right)$$

$$A = \frac{r^2}{2} \cdot \left(\pi \cdot \frac{\varphi^\circ}{180^\circ} - \sin \varphi\right)$$

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$$

$$r = \frac{s^2}{8 \cdot h} + \frac{h}{2}$$

Da oft nur der Kreisabschnitt gegeben ist und weder der Radius r noch der Mittelpunktswinkel φ bekannt sind, hilft die Näherungsformel für den Flächeninhalt des Kreisabschnitts mit der Stichelhöhe h und Sehne s . Die Näherung ist besonders gut, wenn φ° klein ist.

φ in Grad	$\frac{b}{r}$	$\frac{h}{r}$	$\frac{s}{r}$	$\frac{A}{r^2}$	φ in Grad	$\frac{b}{r}$	$\frac{h}{r}$	$\frac{s}{r}$	$\frac{A}{r^2}$
10	0,1745	0,0038	0,1743	0,00044	50	0,8727	0,0937	0,8452	0,05331
11	0,1920	0,0046	0,1917	0,00059	51	0,8901	0,0974	0,8610	0,05649
12	0,2094	0,0055	0,2091	0,00076	52	0,9076	0,1012	0,8767	0,05978
13	0,2269	0,0064	0,2264	0,00097	53	0,9250	0,1051	0,8924	0,06319
14	0,2443	0,0075	0,2437	0,00121	54	0,9425	0,1090	0,9080	0,06673
15	0,2618	0,0086	0,2611	0,00149	55	0,9599	0,1130	0,9235	0,07039
16	0,2793	0,0097	0,2783	0,00181	56	0,9774	0,1171	0,9389	0,07417
17	0,2967	0,0110	0,2956	0,00217	57	0,9948	0,1212	0,9543	0,07808
18	0,3142	0,0123	0,3129	0,00257	58	1,0123	0,1254	0,9696	0,08212
19	0,3316	0,0137	0,3301	0,00302	59	1,0297	0,1296	0,9848	0,08629
20	0,3491	0,0152	0,3473	0,00352	60	1,0472	0,1340	1,0000	0,09059
21	0,3665	0,0167	0,3645	0,00408	61	1,0647	0,1384	1,0151	0,09502
22	0,3840	0,0184	0,3816	0,00468	62	1,0821	0,1428	1,0301	0,09958
23	0,4014	0,0201	0,3987	0,00535	63	1,0996	0,1474	1,0450	0,10428
24	0,4189	0,0219	0,4158	0,00607	64	1,1170	0,1520	1,0598	0,10911
25	0,4363	0,0237	0,4329	0,00686	65	1,1345	0,1566	1,0746	0,11408
26	0,4538	0,0256	0,4499	0,00771	66	1,1519	0,1613	1,0893	0,11919
27	0,4712	0,0276	0,4669	0,00862	67	1,1694	0,1661	1,1039	0,12443
28	0,4887	0,0297	0,4838	0,00961	68	1,1868	0,1710	1,1184	0,12982
29	0,5061	0,0319	0,5008	0,01067	69	1,2043	0,1759	1,1328	0,13535
30	0,5236	0,0341	0,5176	0,01180	70	1,2217	0,1808	1,1472	0,14102
31	0,5411	0,0364	0,5345	0,01301	71	1,2392	0,1859	1,1614	0,14683
32	0,5585	0,0387	0,5513	0,01429	72	1,2566	0,1910	1,1756	0,15279
33	0,5760	0,0412	0,5680	0,01566	73	1,2741	0,1961	1,1896	0,15889
34	0,5934	0,0437	0,5847	0,01711	74	1,2915	0,2014	1,2036	0,16514
35	0,6109	0,0463	0,6014	0,01864	75	1,3090	0,2066	1,2175	0,17154
36	0,6283	0,0489	0,6180	0,02027	76	1,3265	0,2120	1,2313	0,17808
37	0,6458	0,0517	0,6346	0,02198	77	1,3439	0,2174	1,2450	0,18477
38	0,6632	0,0545	0,6511	0,02378	78	1,3614	0,2229	1,2586	0,19160
39	0,6807	0,0574	0,6676	0,02568	79	1,3788	0,2284	1,2722	0,19859
40	0,6981	0,0603	0,6840	0,02767	80	1,3963	0,2340	1,2856	0,20573
41	0,7156	0,0633	0,7004	0,02976	81	1,4137	0,2396	1,2989	0,21301
42	0,7330	0,0664	0,7167	0,03195	82	1,4312	0,2453	1,3121	0,22045
43	0,7505	0,0696	0,7330	0,03425	83	1,4486	0,2510	1,3252	0,22804
44	0,7679	0,0728	0,7492	0,03664	84	1,4661	0,2569	1,3383	0,23578
45	0,7854	0,0761	0,7654	0,03915	85	1,4835	0,2627	1,3512	0,24367
46	0,8029	0,0795	0,7815	0,04176	86	1,5010	0,2686	1,3640	0,25171
47	0,8203	0,0829	0,7975	0,04448	87	1,5184	0,2746	1,3767	0,25990
48	0,8378	0,0865	0,8135	0,04731	88	1,5359	0,2807	1,3893	0,26825
49	0,8552	0,0900	0,8294	0,05025	89	1,5533	0,2867	1,4018	0,27675
50	0,8727	0,0937	0,8452	0,05331	90	1,5708	0,2929	1,4142	0,28540

1

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Zahlentabellen

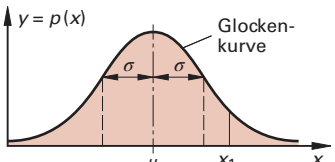
Grad – Gon – Rad (Bogenmaß) ▶ S. 10

Konstanten (gerundet)

Grad	Rad	Gon	Rad	Rad	Grad	Gon	Größe	Zahlenwert	Größe	Zahlenwert
1	0,0175	1	0,0157	0,1	5,73	6,37	π	3,141593	e	2,718282
2	0,0349	2	0,0314	0,2	11,46	12,73	2π	6,283185	e^2	7,389056
3	0,0524	3	0,0471	0,3	17,19	19,10	3π	9,424778	e^3	20,085537
4	0,0698	4	0,0628	0,4	22,92	25,46	$\pi : 3$	1,047198	\sqrt{e}	1,648721
5	0,0873	5	0,0785	0,5	28,65	31,83	$\pi : 4$	0,785398	$\sqrt[3]{e}$	1,395612
6	0,1047	6	0,0942	0,6	34,38	38,20	$\pi : 180$	0,017453	e^π	23,140693
7	0,1222	7	0,1100	0,7	40,11	44,56	π^2	9,869604	$e^{2\pi}$	535,491656
8	0,1396	8	0,1257	0,8	45,84	50,93	π^3	31,006277	$e^{\pi/2}$	4,810477
9	0,1571	9	0,1414	0,9	51,57	57,30	$\sqrt{\pi}$	1,772454	$e^{-\pi}$	0,043214
10	0,1745	10	0,1571	1,0	57,30	63,66	$\sqrt[3]{\pi}$	1,464592	$1 : e$	0,367879
20	0,3491	20	0,3142	1,2	68,75	76,39	$1 : \pi$	0,318310	$1 : e^2$	0,135335
30	0,5236	30	0,4712	1,4	80,21	89,13	$180 : \pi$	57,295780	$\sqrt{1/e}$	0,606531
40	0,6981	40	0,6283	1,6	91,67	101,9	$1 : \pi^2$	0,101321	e^e	15,154262
50	0,8727	50	0,7854	1,8	103,1	114,6	$\sqrt{1/\pi}$	0,564190	π^e	22,459158
60	1,0472	60	0,9425	2,0	114,6	127,3	$\ln \pi$	1,144730	$\ln 10$	2,302585
70	1,2217	70	1,0996	2,2	126,1	140,1	$\lg \pi$	0,497150	$\lg e$	0,434294
80	1,3963	80	1,2566	2,4	137,5	152,8	$\sqrt{2}$	1,414214	$\sqrt{3}$	1,732051
90	1,5708	90	1,4137	2,6	149,0	165,5	$\sqrt{5}$	2,236068	$\sqrt{6}$	2,449490
100	1,7453	100	1,5708	2,8	160,4	178,3	$\sqrt{7}$	2,645751	$\sqrt{10}$	3,162278
120	2,0944	126	1,9635	3,0	171,9	191,0				
140	2,4435	150	2,3562	3,2	183,3	203,7				
160	2,7925	175	2,7489	3,4	194,8	216,5				
180	3,1416	200	3,1416	3,6	206,3	229,2				

Normalverteilung

▶ S. 50



Durch Transformation mit $z = (x-\mu)/\sigma$ erhält man die normierte Normalverteilung für $\mu = 0$ und $\sigma = 1$. Für diese normierte Normalverteilung gibt es Tabellenwerte (vgl. rechts).

z	p(z)	F(z)	z	p(z)	F(z)
0,0	0,3989	0,5000	1,1	0,2179	0,8643
0,1	0,3970	0,5398	1,2	0,1942	0,8849
0,2	0,3910	0,5793	1,3	0,1714	0,9032
0,3	0,3814	0,6179	1,4	0,1497	0,9192
0,4	0,3683	0,6554	1,5	0,1295	0,9332
0,5	0,3521	0,6915	1,6	0,1109	0,9452
0,6	0,3332	0,7257	1,7	0,0940	0,9554
0,7	0,3123	0,7580	1,8	0,0790	0,9641
0,8	0,2897	0,7881	1,9	0,0656	0,9713
0,9	0,2661	0,8159	2,0	0,0540	0,9772
1,0	0,2420	0,8413	3,0	0,0044	0,99865

Statistische Sicherheit, Vertrauensgrenzen

Werte der t-Verteilung nach DIN 1319, Teil 3; DIN 13119; $(1-\alpha)$ = Vertrauensniveau

n	1- α = 90 %		1- α = 95 %		1- α = 99,73 %		obere Vertrauensgrenze
	t	t/\sqrt{n}	t	t/\sqrt{n}	t	t/\sqrt{n}	
2	6,31	4,66	12,71	8,98	235,80	166,70	$x_o = \bar{x} + \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s$
3	2,92	1,69	4,30	2,48	19,21	11,09	
4	2,35	1,18	3,18	1,59	9,22	4,61	
5	2,13	0,95	2,78	1,24	6,62	2,96	untere Vertrauensgrenze
6	2,02	0,82	2,57	1,05	5,51	2,25	
10	1,83	0,58	2,26	0,71	4,09	1,29	
50	1,68	0,24	2,01	0,28	3,16	0,45	
100	1,66	0,17	1,98	0,20	3,08	0,31	
200	1,65	0,12	1,97	0,14	3,04	0,21	

$$x_u = \bar{x} - \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s$$

1.2 Rechenarten							
Grundrechenarten				Sonstige Rechenarten			
Rechenart	a	b	c	Rechenart	a	b	c
Addition	Summand	Summand	Summenwert	Potenzierung	Basis	Exponent	Potenzwert
	Beispiel		$a + b = c$		Beispiel		$a^b = c$
Subtraktion	Minuend	Subtrahend	Differenzwert	Radizierung	Radikand	Wurzel-exponent	Wurzelwert
	Beispiel		$a - b = c$		Beispiel		$\sqrt[b]{a} = c$
Multiplikation	Faktor	Faktor	Produktwert	Logarithmierung	Logarithmand	Basis	Logarithmuswert
	Beispiel		$a \cdot b = c$		Beispiel		$\log_b a = c$
Division	Dividend	Divisor	Quotientenwert	Rechenregeln ohne Klammern			
	Beispiel		$a : b = c$	Gleichstufige Rechenarten werden von links nach rechts ausgeführt: Punktrechnung vor Strichrechnung sowie Potenzieren und Radizieren vor Punktrechnung und Strichrechnung.			
Addition und Multiplikation				Beispiel $8 - 2 + 3 = 6 + 3 = 9$			
Kommutativität	$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$			Bei ungleichstufigen Rechenarten wird die Rechenart höherer Stufe zuerst ausgeführt.			
Assoziativität	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$			Beispiel $8 - 2 \cdot 3 = 8 - 6 = 2$ $20 : 5 + 3 \cdot 7 = 4 + 21 = 25$ $14 + 3 \cdot 23 = 14 + 3 \cdot 8 = 38$			
Distributivität	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$						
Stufen der Rechenarten				Klammerregeln			
Stufe 1	Addition, Subtraktion			Die Rechnung innerhalb einer Klammer wird stets vor der Rechnung außerhalb der Klammer ausgeführt.			
Stufe 2	Multiplikation, Division			Beispiel $(2 + 9) \cdot 6 = 11 \cdot 6 = 66$			
Stufe 3	Potenzierung, Radizierung			Bei mehrfacher Klammerung werden von innen nach außen runde, eckige und geschweifte Klammern benutzt. Die Klammern werden von innen nach außen aufgelöst.			
Beispiele Addition, Subtraktion				Beispiel $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot (3 + 4)] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot 7] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot 12 : 3\} = 2 \cdot 19 = 38$			
Beispiele Multiplikation				Auflösen der Klammer mit PLUS (+) vor der Klammer \Rightarrow Klammer kann entfallen. Auflösen der Klammer mit MINUS (-) vor der Klammer \Rightarrow Klammer kann entfallen, wenn alle Vorzeichen in der Klammer umgekehrt werden. Faktor vor der Klammer mit Summanden \Rightarrow Jeder Wert in der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert.			
<ul style="list-style-type: none"> ■ Schreibweise: $a \cdot b = ab$, $2 \cdot a = 2a$ $(a) \cdot (b) = (b) \cdot (a)$, $ab = ba$ $abc = acb = bac = bca = cab = cba$ Der Multiplikationspunkt kann laut Definition in der Mathematik entfallen. $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ ■ Gleiche Vorzeichen ergeben plus, ungleiche Vorzeichen ergeben minus: $(+a) + (+b) = (+a) + (+b) = +ab = ab$ $(+a) + (-b) = (+a) - b = +ab - b$ $(-a) + (-b) = (-a) + (-b) = -ab$ 				Beispiele $(a - b) \cdot c = c \cdot (a - b) = ac - bc$ $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$ $(a - b) \cdot (c + d) = ac + ad - bc - bd$ $(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$ $(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$			

1.2 Rechenarten

Bruchrechnung		
Rechenart, Rechenoperation	Formeln und Rechenregeln	Beispiele
Erweitern	Multiplikation von Zähler und Nenner mit gleicher Zahl. Wert bleibt gleich. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a : n}{b : n}$	$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$
Kürzen	Division von Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl. Wert bleibt gleich. $\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} = \frac{a : n}{b : n}$	$\frac{14}{21} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{2}{3}$
Hauptnenner (HN) bestimmen	Der Hauptnenner ist das kleinste gemeinsame Vielfache (KgV) der Nenner. Berechnung durch Zerlegung der Nenner in Primfaktoren.	Hauptnenner HN von $\frac{1}{4}; \frac{2}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{30}$ $4 = 2 \cdot 2$ $5 = 5$ $6 = 2 \cdot 3$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $HN = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$
Addition gleichnamige Brüche ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) + (c \cdot b)}{b \cdot d}$ oder nach vorheriger Ermittlung des Hauptnenners.	$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5+3}{8} = \frac{8}{8} = 1$ $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{30} = \frac{15}{60} + \frac{10}{60} + \frac{2}{60} = \frac{27}{60}$
Subtraktion gleichnamige Brüche ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$ $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} - \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) - (c \cdot b)}{b \cdot d}$ oder nach vorheriger Ermittlung des Hauptnenners.	$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$ $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{30} = \frac{15}{60} - \frac{12}{60} + \frac{2}{60} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$
Multiplikation Bruch mit Zahl Bruch mit Bruch	$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{8} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}$ $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$
Division Bruch durch Zahl Bruch durch Bruch	$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b \cdot n}$ $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{8 \cdot 5} = \frac{3}{40}$ $\frac{3}{8} : \frac{2}{5} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{16}$
Umwandeln gemeiner Bruch in Dezimalzahl	übliches Teilen des Zählers durch den Nenner	$\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2,66\dots$ $8 : 3 = 2,66\dots$ -6 20 periodische Wiederholung -18 20 $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$ $0,375 = \frac{0,375 \cdot 1000}{1000} = \frac{375}{1000} = \frac{375 : 125}{1000 : 125} = \frac{3}{8}$ $0,3 = \frac{3}{10}$ $0,42 = \frac{42}{100}$ $x = 2,34\overline{2}$ $x = \frac{2319}{990}$ $1000 \cdot x = 2342,4\overline{2}$ $-10 \cdot x = -23,4\overline{2}$ $990 \cdot x = 2319,0$
Umwandeln endliche Dezimalbrüche reinerperiodische Dezimalbrüche unreinerperiodische Dezimalbrüche	Erweitern mit 10, 100, 1000 usw., ggf. anschließend kürzen } Rechnung gemäß Beispiel für unreinerperiodische Dezimalbrüche	
Vorzeichenregeln beim Dividieren	$(+a) : (+b) = +a : b = +\frac{a}{b} \quad b \neq 0$ $(+a) : (-b) = -a : b = -\frac{a}{b} \quad b \neq 0$ $(-a) : (-b) = +a : b = +\frac{a}{b} \quad b \neq 0$	$(+3) : (+8) = +3 : 8 = +\frac{3}{8}$ $(+3) : (-8) = -3 : 8 = -\frac{3}{8}$ $(-3) : (-8) = +3 : 8 = +\frac{3}{8}$
Division durch 0	Eine Division durch 0 ist unzulässig. + ∞ bzw. - ∞ sind keine reellen Zahlen.	

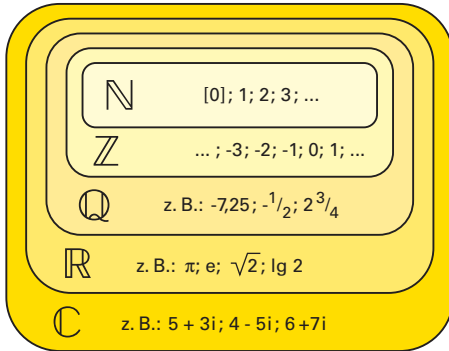
1.2 Rechenarten

Potenzen		Wurzeln	
Definition (Sprechweise: a hoch n)	$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ n Anzahl der Faktoren	Definition (für $a \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}^*$)	$(\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$
Spezialfälle (für $a \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}^*$)	$a^1 = a; a^0 = 1$ $1^n = 1; 0^n = 0$	Darstellung mit Bruchpotenzen (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} = a^{\frac{1}{m \cdot n}}$
Potenzen mit negativen Exponenten	$a^{-1} = \frac{1}{a}; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$		Produkte von Wurzeln (für $a \geq 0$ und $b \geq 0$)
Vorzeichen beim Potenzieren (für $n \in \mathbb{N}^*$)	$(+a)^n = +a^n$ für alle n $(-a)^n = +a^n$ für gerade n $(-a)^n = -a^n$ für unger. n	Eindeutigkeit von Wurzeln (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{a^n} = a$ $\sqrt[2]{4} = +2$ $\sqrt[3]{27} = +3$
Summe und Differenz von Potenzen	$2a^3 + 3a^3 - a^3 = 4a^3$ $3a^4 + 4a^2 - 2a^2 = 3a^4 + 2a^2$	<ul style="list-style-type: none"> Wurzeln positiver Radikanten sind positiv. Wurzeln negativer Radikanden sind für den reellen Zahlenbereich nicht definiert. $\sqrt{-5}$ nicht definiert Wurzel aus null ist gleich null: $\sqrt{0} = 0$ 	
Produkt von Potenzen	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	Beispiel (Hinweis auf \pm Zeichen) Sei $x^2 = 3$ $x = \pm \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$ (nicht $x = \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$)	
Quotient von Potenzen	$a^m : a^n = a^{m-n}$ $a^m : b^m = (a : b)^m$		
Fakultät, Binomialkoeffizient			
Fakultät: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. Es gilt $0! = 1$ Binomialkoeffizient: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ mit $0 \leq k \leq n$			
Binomische Formeln		Logarithmen	
1. binomische Formel $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 2. binomische Formel $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 3. binomische Formel $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$		Definition	$\log_b a = c$, wenn $b^c = a$ für $b > 0$ und $a > 0$
		Brigg'scher (dekadischer) Logarithmus	$\lg a = \log_{10} a$
Höhere Potenzen $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $(a \pm b)^n = a^n \pm \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 \pm \dots \pm \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \dots \pm \dots$		natürlicher Logarithmus (logarithmus naturalis)	$\ln a = \log_e a$ mit $e = 2,71828\dots$
		Spezialfälle	$\lg 1 = 0; \ln 1 = 0$ $\log_b 1 = 0; \log_b b = 1$ $\lg 10 = 1; \ln e = 1$
Binominalkoeffizient $\binom{n}{k}$ $\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot k}$		Logarithmengesetze (für alle Basen $b > 0$)	$\log(ac) = \log a + \log c$ $\log \frac{a}{c} = \log a - \log c$ $\log(a^n) = n \log a$ $\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log a$
Spezialfälle $a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)$ $a^n - b^n = (a-b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + \dots + b^{n-1})$		Umrechnungen	$\ln a = \ln 10 \cdot \lg a$ $\lg a = \lg e \cdot \ln a$ $\lg e = M = 0,4343\dots$ $\ln 10 = \frac{1}{M} = 2,3026\dots$ $b^{\log_b a} = a$ $\log^b(b^n) = n$

1.2 Rechenarten

Zahlenmengen, Verknüpfungen

Für einige Zahlenmengen, die in der Mathematik eine besondere Bedeutung haben, hat man eigene Symbole gebildet.



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

\mathbb{N}^* , \mathbb{Z}^* , \mathbb{Q}^* , \mathbb{R}^* sind Zahlenmengen ohne Null.

Die Menge, die keine Elemente enthält, heißt **leere Menge** und wird mit \emptyset oder $\{\}$ bezeichnet.

Die Lösungsmenge wird mit \mathbb{L} benannt.

Symbol	Zahlenmenge	Menge aller ...
\mathbb{N}	Natürliche Zahlen	positiven ganzen Zahlen
\mathbb{Z}	Ganze Zahlen	positiven und negativen ganzen Zahlen
\mathbb{Q}	Rationale Zahlen	endlichen und periodischen Dezimalzahlen
\mathbb{R}	Reelle Zahlen	endlichen und unendlichen Dezimalzahlen
\mathbb{C}	Komplexe Zahlen	imaginäre Einheit $i^2 = -1$

Die nicht in \mathbb{Q} liegenden Zahlen von \mathbb{R} heißen **irrationale Zahlen (unendliche, nicht periodische Dezimalzahlen)**, z. B. die Kreiszahl $\pi = 3,141592\dots$, die Euler'sche Zahl $e = 2,71828\dots$, $\sqrt{2} = 1,4142\dots$

Zahlenmengen heißen abgeschlossen bzgl. ihrer Rechenoperationen, wenn das Ergebnis wieder in derselben Zahlenmenge liegt.

Symbol	Abgeschlossenheit	Beispiel
\mathbb{N}	$+$, \cdot	$2 + 5 = 7$
\mathbb{B}	$+$, \cdot , $:$	$1/2 + 1/5 = 7/10$
\mathbb{Z}	$+$, \cdot , $-$	$2 - 5 = -3$
\mathbb{Q}	$+$, $-$, \cdot , $:$	$2 : 5 = 2/5$
\mathbb{R}	$+$, $-$, \cdot , $:$	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}$

Priorität der Verknüpfungen

Treten in einem Ausdruck (Aussage, Term) unterschiedliche Verknüpfungen auf, so werden die Verknüpfungen höherer Priorität vor denen geringerer Priorität abgearbeitet. Bei Verknüpfungen gleicher Priorität erfolgt die Abarbeitung von links nach rechts.

Es gelten die Klammerregeln.

Priorität	Verknüpfung
hoch niedrig	Potenzierung, Radizierung, Logarithmierung, Funktionen
	\cdot , $:$ (Punktrechnung)
	$+$, $-$ (Strichrechnung)
	$>$, \geq , $=$, \leq , $<$, \neq (relationale Operatoren)
	\neg (nicht)
	\wedge (und)
	\vee (oder)
	\Rightarrow (Implikation), \Leftrightarrow (Äquivalenz)

Aussagen

A, B, C, ... sind Leerstellen für **wahre (w)** oder **falsche (f)** Aussagen.

Beispiele

A = Deutschland liegt in Europa! (w)
B = 12 ist eine Primzahl! (f)
C = Es regnet! (w oder f)
D = Die Erde wird nass! (w oder f)
E = Aus **C** folgt **D**! (w)
F = $b > \text{grün}$ (keine Aussage)

Aussagenverknüpfungen

\neg	Negation	$\neg A$	nicht A
\wedge	Konjunktion	$A \wedge B$	A und B
\vee	Disjunktion	$A \vee B$	A oder B
\Rightarrow	Implikation	$A \Rightarrow B$	aus A folgt B (wenn A , dann B)
\Leftrightarrow	Äquivalenz	$A \Leftrightarrow B$	A genau dann, wenn B

Eine **Tautologie** ist eine aussagenlogische Verknüpfung, die nur den Wahrheitswert **w** annehmen kann.

Axiome (ursprünglich Sätze), die unmittelbar einleuchten, brauchen nicht bewiesen zu werden und dienen als Grundlage der Beweisführung.

Wahrheitstafel

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
w	w	f	w	w	w	w
w	f	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	w	f
f	f	w	f	f	w	w

1.3 Dreisatzrechnung

Verhältnisse beim Dreisatz

1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$
2. Einheitssatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$
3. Schlussatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$

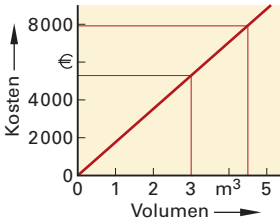
direkter Dreisatz

je mehr desto mehr
oder
je weniger desto weniger

indirekter Dreisatz

$x \Rightarrow y$	je mehr desto weniger
$1 \Rightarrow y \cdot x$	oder
$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$	je weniger desto mehr

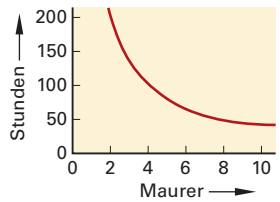
Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt oder proportional)



Beispiel 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m³ Eichenholz?

- 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €
- 1,00 m³ Eichenholz kostet $\frac{7875,00 \text{ €}}{4,50 \text{ m}^3}$
- 3,00 m³ Eichenholz kosten $\frac{7875,00 \text{ €} \cdot 3,00 \text{ m}^3}{4,50 \text{ m}^3} = 5250,00 \text{ €}$

Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt oder antiproportional)



Beispiel 5 Maurer benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Maurer zur Verfügung stehen?

- 5 Maurer benötigen 80 h
- 1 Maurer benötigt $5 \cdot 80 \text{ h}$
- 8 Maurer benötigen $\frac{5 \cdot 80 \text{ h}}{8} = 50 \text{ h}$

Zusammengesetzter Dreisatz (doppelter Dreisatz)

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

Beispiel 6 Zimmerer verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 240 m² Parkett. Wie viel m² Parkett verlegen 5 Zimmerer bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?

- Dreisatz:** 6 Zimmerer verlegen in 8 h 240 m²
 1 Zimmerer verlegt in 8 h $\frac{240 \text{ m}^2}{6}$
 5 Zimmerer verlegen in 8 h $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5}{6}$
- Dreisatz:** 5 Zimmerer verlegen in 1 h $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$
 5 Zimmerer verlegen in 9 h $\frac{240 \text{ m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = 225 \text{ m}^2$

Verhältnissgleichung, Proportionen

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung geschrieben werden.

Außenglieder

$$a : b = 3 : 4$$

oder

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

Eine Verhältnissgleichung kann als Produktgleichung geschrieben werden.

$$a : b = 3 : 4 \quad \text{oder} \quad 3 \cdot b = 4 \cdot a$$

Innenglieder

Bruchgleichung

$$\text{Innenglied} \times \text{Innenglied} = \text{Außenglied} \times \text{Außenglied}$$

1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung

Prozentrechnung

Rechnen mit reinem Grundwert

- Prozent % $\hat{=}$ 1/100
- Grundwert G
- Prozentwert PW
- Prozentsatz p [%]

$$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p \%}$$

$$PW = \frac{G \cdot p \%}{100 \%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$$

Beispiel

Eiche hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite $b = 320$ mm?

Lösung

$$PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,48 \text{ mm}$$

Rechnen mit vermindertem Grundwert

- Verminderter Grundwert G_{\min}

Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)
100 % - p %	p %
100 % = Grundwert (G)	

$$G_{\min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p \%}$$

Beispiel

Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % des Bruttopreises weniger und überweist 16500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?

Lösung

$$G = \frac{16500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%} = 18333,33 \text{ €}$$

Rechnen mit vermehrtem Grundwert

- Vermehrter Grundwert G_{mehr}

Grundwert (G)	Prozentwert (PW)
100 %	p %
100 % + p % = vermehrter Grundwert	

$$G_{\text{mehr}} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p \%}$$

Beispiel

Ein Arbeiter erhält nach der Lohnerhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 15,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn.

Lösung

$$G = \frac{15,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3,5 \%} = 14,88 \text{ €}$$

Zinsrechnung

- Kapital K [€]
- Zinsen Z [€]
- Zinssatz p [%/Jahr]
- Laufzeit t [Jahre]
- 1 Zinsjahr 360 Tage
- 1 Zinsmonat 30 Tage

Kapital	Z
---------	---

Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \% \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \% \cdot t}{100 \%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p \%}$$

Beispiel

Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40000,00 € mit Zinssatz von 8,5 %.

a) Berechnen Sie die Zinsen.

b) Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn bei gleicher Laufzeit 3700,00 € Zinsen anfallen würden?

Lösung (Berechnung für ein Jahr)

$$Z = \frac{40000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \%}{100 \%} = 3400,00 \text{ €}$$

$$p = \frac{3700,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40000,00 \text{ €}} = 9,25 \%$$

Zinseszinsrechnung

Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.

- Anzahl der Jahre n

Kapital nach n Jahren:

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p \%}{100 \%}\right)^n$$

Beispiel

Ein Zimmerer legt 5000,00 € festverzinslich mit $p = 4,5$ % an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?

Lösung

$$K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \%}{100 \%}\right)^{10} = 7764,85 \text{ €}$$