Sicherheitskennzeichnung für Gefahrstoffe (DIN EN ISO 7010, DIN 4844-1)

Piktogramm	Gefahrenklasse	Piktogramm	Gefahrenklasse
	Instabile explosive Stoffe, Gemische und Erzeugnisse mit Explosivstoffen, selbstzersetzliche Stoffe und Gemische Explosionsgefährlich E E: engl. explosive		Auf Metalle korrosiv wirkend, hautätzend, schwere Augenschädigung Ätzende Chemikalie C C: engl. corrosive
	Entzündbar, selbsterhitzungsfähig, selbstzersetzlich, pyrophor, Organische Peroxide Hochentzündlich F+ Leichtentzündlich F F: engl. flammable		Akute Toxizität Sehr giftig T+ Giftig T T: engl. toxic
	Entzündend (oxidierend) wirkend Brandfördernd O O: engl. oxidizing		Div. Gesundheitsgefahren
	Gase unter Druck, verdichtete; verflüssigte, tiefgekühlte; verflüssigte, gelöste Gase		Gewässergefährdend (Umwelt)

Sicherheitskennzeichnung am Arbeitsplatz (DIN EN ISO 7010, DIN 4844-1)

Zeichensorte	Bedeutung	Farbe	Form	Beispiel	
Verbotszeichen	Verbot	Rot	Kreis mit Diagonalbalken		keine offene Flamme, Feuer, offene Zündquelle
Gebotszeichen	Gebot	Blau	Kreis		Gehörschutz benutzen, weitere: Augenschutz benutzen
Warnzeichen	Warnung	Gelb	gleichseitiges Dreieck mit gerundeten Ecken		Warnung vor explosionsgefährlichen Stoffen
Rettungszeichen	Gefahrlosigkeit	Grün	Quadrat		Sammelstelle, weitere: Notausgang, Erste Hilfe
Brandschutzzeichen	Brandschutz	Rot	Quadrat		Feuerlöscher, weitere: Brandmeldetelefon

Signalwörter

Signalwörter sind Kennzeichnungselemente, die Auskunft über den relativen Gefährdungsgrad der Stoffe und Gemische geben und auf potenzielle Gefahren für die Menschen aufmerksam machen.

GEFAHR	Für die schwerwiegenden Gefahrenkategorien	Quelle der Piktogramme auf U2 und U3: UNECE/GHS
ACHTUNG	Für die weniger schwerwiegenden Gefahrenkategorien	

EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Bauberufe

Peschel · Jansen · Mentlein · Nennewitz · Rode · Steinle

Tabellenbuch Zimmerer

Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen

Bearbeitet von Meistern, Ingenieuren und Lehrern
an berufsbildenden Schulen

Lektorat: Peter Peschel

8. überarbeitete und erweiterte Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 43177

Autoren des Tabellenbuches Zimmerer

Peschel, Peter	Oberstudiendirektor a. D.	Göttingen
Jansen, Thomas	Studienrat	Aurich
Mentlein, Horst	Dr.-Ing.	Lübeck
Nennewitz, Ingo	Tischlermeister	Wiesbaden
Rode, Andreas	Oberstudienrat	Geilenkirchen
Steinle, Jürgen	Technischer Oberlehrer	Ingerkingen

Lektorat
Peter Peschel

Für die Zusammenarbeit im Kapitel 5 und im Kapitel 8 danken wir den Fachdozenten im Lehrinstitut Rosenheim e. V.

Bildbearbeitung
Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Das vorliegende Werk wurde mit aller gebotenen Sorgfalt erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Fakten, Hinweisen und Vorschlägen sowie für eventuelle Satz- und Druckfehler keine Haftung.

Die DIN-Angaben in diesem Tabellenbuch beziehen sich auf die neusten Ausgaben der Normblätter und sonstiger amtlicher Regelwerke (Redaktionsschluss 31.03.2026). Die dargestellten Angaben sind jedoch nur auf das Wesentliche beschränkte und didaktisch ausgewählte Teile der Originalquellen. Verbindlich sind jeweils nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst. Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.
Der Bezug zu den DIN-Normen ist i. d. R. bei den jeweiligen Tabellen ausgewiesen. Quellenangaben zu Produktinformationen, Herstellerangaben, Richtlinien, Arbeits- und Merkblätter der bauspezifischen Verbände und Vereine sind an der jeweiligen Stelle vermerkt oder im Quellenverzeichnis aufgeführt.

8. überarbeitete und erweiterte Auflage 2026

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Korrektur von Druckfehlern identisch sind.

Bei Fragen zur Produktsicherheit wenden Sie sich bitte an
produktsicherheit@europa-lehrmittel.de.

ISBN 978-3-7585-4984-7

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2026 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: PER MEDIEN & MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig
Umschlag: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern
Umschlagmotiv: © Adobe Systems Software Irland Ltd., Adobe Stock, IRL-Dublin © Horst Schmidt
Druck: Triangl Praha – www.trianglprint.cz

Vorwort

Das **„Zimmerer Tabellenbuch“** erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Bautechnik. Es eignet sich besonders für die Ausbildung der **Sägewerker** sowie der **Zimmerer und Dachdecker** bei lernfeldorientiertem Unterricht.

Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl allein als auch mit anderen Lehrbüchern aus der Aus- und Weiterbildung, sowie in der beruflichen Praxis verwendet werden.

Der Inhalt des Tabellenbuches umfasst Tabellen, Formeln, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen als auch viele Stoffwerte und Konstruktionsgrößen sowie Faustformeln aus der Praxis. Die Nähe zum **Tabellenbuch Bautechnik** und zum **Tabellenbuch Holztechnik** ist gewollt, das **Zimmerer Tabellenbuch** geht aber speziell auf die Ausbildungsinhalte der Zimmerer, Dachdecker und Sägewerker ein.

Der Inhalt des Tabellenbuches gliedert sich in die nebenstehend aufgeführten Themenbereiche. Die Vielfalt der Informationen bedingt, dass einzelne Inhalte einer Kapitelüberschrift zugeordnet werden, die möglicherweise auch in einem anderen Themenbereich stehen könnten.

Überarbeitet und erweitert wurden insbesondere folgende Kapitel:

- 5.2 Holzschädlinge und Holzmerkmale
- 5.5 Holz als Handelsware
- 5.6 Furniere
- 5.8 Verbindungsmittel (Gewinde, Bohrung, Senkung)
- 5.9 Ingenieurmäßige Verbindungen (Dübel)
- 7.4 Wärmeschutz (Wärmebrücken, Wärmeschutz im Sommer)
- 7.5 Gebäudeenergiegesetz
- 7.6 Feuchtschutz (Feuchteschutztechnische Berechnung)
- 7.7 Schallschutz
- 8.4 Handwerkzeuge und Maschinen (Einfache Maschinen, Furnierpresse, Betriebsanweisung für Maschinen)
- 8.5 Schleifmittel
- 8.6 Schmiermittel
- 8.7 Kalkulation (Betriebliches Rechnungswesen)

Ein schneller Zugriff wird durch das bewährte Daumenregister ermöglicht. Großer Wert wurde auf die Übersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Tabellen und Formeln sind durch eine farbliche Rasterung hervorgehoben. Viele Beispiele unterstützen die Formeln und Tabellen. Querverweise auf ähnliche Inhalte, verwendete Tabellen oder an anderer Stelle aufgeführte Formeln sind durch ein Dreieck ▶ mit Seitenzahl gekennzeichnet.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Tabellenbuches ist besonders ausführlich gehalten und ermöglicht ein schnelles Finden einzelner Begriffe.

Allen, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des **Zimmerer Tabellenbuches** beigetragen haben, insbesondere den Autoren des Tabellenbuches Bautechnik und des Tabellenbuches Holztechnik sowie den im Quellen- und Literaturverzeichnis genannten Firmen, Institutionen und Verlagen sei an dieser Stelle herzlich gedankt.

Für Anregungen zur Weiterentwicklung sowie für Verbesserungsvorschläge und Fehlerhinweise sind wir dankbar. Sie können dafür unsere Adresse **lektorat@europa-lehrmittel.de** nutzen.

Göttingen, im Herbst 2026 Autoren und Verlag

MATHEMATIK
7 ... 30

PHYSIK, CHEMIE, STATIK UND LASTANNAHMEN
31 ... 54

BAUZEICHNUNGEN UND SCHIFTEN
55 ... 94

BAUSTOFFE
95 ... 130

HOLZ UND VERBINDUNGSMITTEL
131 ... 196

HOLZBAU
197 ... 252

BAUKONSTRUKTIONEN UND BAUTENSCHUTZ
253 ... 298

BAUBETRIEB
299 ... 347

Inhaltsverzeichnis

1 MATHEMATIK 7

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln 7
Umwandlungstabellen 8
1.2 Rechenarten 9
Bruchrechnung 10
1.3 Dreisatzrechnung 12
1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung 13
1.5 Längen und Winkel 14
1.6 Flächen 15
1.7 Körper 18
1.8 Geometrie 21
1.8.1 Rechtwinklige Dreiecke 21
1.8.2 Winkelfunktionen 22
1.8.3 Schiefwinklige Dreiecke 24
1.8.4 Neigung, Steigung, Gefälle 25
1.8.5 Strahlensätze 26
1.9 Flächenschwerpunkte 26
1.10 Gleichungen und Ungleichungen 27
Umwandlung von einfachen Gleichungen 28
1.11 Mischungsrechnung 28
1.12 Funktionen 29
Taschenrechner 30

2 PHYSIK, CHEMIE, STATIK UND LASTANNAHMEN 31

2.1 Physikalische Größen, Einheiten und Formelzeichen 31
2.2 Physikalische Grundlagen 32
2.3 Arbeit, Energie, Leistung und Wirkungsgrad 37
2.4 Wärmelehre 38
2.5 Chemie 39
2.6 Statik 43
2.7 Spannungen und Formänderungen 47
2.8 Lastannahmen 49
Wichte von Baustoffen und Bauteilen 49
Eigenlasten für Dächer 51
Lastenverteilung bei geneigten Dächern 52
Schneelasten 53
Windlasten 54
2.9 Sicherheitskonzept 54

3 BAUZEICHNUNGEN 55

3.1 Zeichengeräte und Materialien 55
3.2 Darstellungsgrundlagen 56
3.3 Bemaßung 61
3.4 Symbole in Bauzeichnungen 63
3.5 Grundkonstruktionen 68
3.6 Darstellende Geometrie 72
3.7 Schiften 77
3.7.1 Dachformen 77
3.7.2 Dachausmittlungen 78
3.7.3 Schiftmethoden 83
3.7.4 Austragungen am gleichgeneigten Walmdach 85
3.7.5 Austragungen am ungleich-geneigten Walmdach 89
3.7.6 Computer-Abbund 93
3.7.7 Rechnerischer Abbund 94

4 BAUSTOFFE 95

4.1 Natürliche Gesteine 95
4.2 Ziegel und Klinker 96
4.3 Kalksandsteine 98
4.4 Mauersteine aus Beton / Betonsteine 100
4.5 Porenbetonsteine 101
4.6 Sondersteine/Sonderziegel 102
4.7 Gipsplatten, Wandbauplatten 103
4.8 Gips, Gips-Trockenmörtel, Calciumsulfatmörtel 104
4.9 Baukalk 105
4.10 Zement 106
4.11 Gesteinskörnungen (alt: Zuschlag) 108
4.12 Mauermörtel 110
4.13 Putzmörtel 112
4.14 Beton 114
4.15 Stahl 118
Spannungs-Dehnungs-Diagramm 119
4.16 Betonstahl 120
4.17 Plattenwerkstoffe 124
4.18 Kunststoffe 126
4.19 Klebstoffe 127
4.20 Dämmstoffe, Dichtungsstoffe und Sperrstoffe 129

Inhaltsverzeichnis

5 HOLZ UND VERBINDUNGSMITTEL ... 131

5.1 Aufbau des Holzes und Holzarten ... 131
5.1.1 Nadelholz (Auswahl) ... 133
5.1.2 Laubholz (Auswahl) ... 134
5.1.3 Terrassenholz – Gartenholz ... 136
5.1.3 Terrassenholz – Gartenholz ... 136
5.1.4 Thermoholz ... 136
5.1.5 Kennwerte für Holzarten ... 137
5.1.6 Charakteristische Werte von Brettschichtholz ... 138
5.1.7 Statische Werte von Rundhölzern ... 138
5.1.8 Statische Werte von Kanthölzern und Balken ... 139
5.1.9 Charakteristische Rechenwerte für Vollholz ... 140
5.1.10 Kennwerte für Bauholz ... 141
5.2 Holzschädlinge und Holzmerkmale ... 142
5.3 Holzfeuchte ... 144
5.4 Holzschutz ... 147
5.5 Holz als Handelsware ... 149
5.5.1 Rahmenvereinbarung für den Rohholzhandel (RVR) (Auswahl) ... 149
5.5.2 Abgrenzung der Güteklassen für Stammholz ... 154
5.5.3 Schnittholz Einteilung ... 155
5.5.4 Sortierung nach Tegernseer Gebräuchen ... 156
5.5.5 Sortierklassen ... 157
5.5.6 Holz für tragende Bauteile ... 160
5.5.7 Handelsgrößen und Handelsformen ... 163
5.6 Furniere ... 166
5.7 Holzwerkstoffe ... 168
Übersicht der Holzwerkstoffe ... 168
5.7.1 Massivholzplatte ... 169
5.7.2 Furnierschichtholz ... 170
5.7.3 Sperrholz ... 170
5.7.4 OSB ... 171
5.7.5 Spanplatten, Flachpressplatten ... 171
5.7.6 Holzfaserplatten ... 173
5.7.7 Formaldehyd-Klassen bei Holzwerkstoffen ... 174
5.8 Verbindungsmittel ... 175
5.8.1 Nägel und Klammern (Auswahl) ... 175
5.8.2 Holzschrauben ... 182
5.8.3 Befestigungsmittel für Gipsplatten ... 185
5.8.4 Maschinenschrauben, Gewindeschrauben ... 186
5.8.5 Muttern und Unterlegscheiben ... 187
5.8.6 Blechschrauben (Auswahl) ... 188
5.8.7 Gewinde, Bohrungen, Senkung ... 189
5.9 Ingenieurmäßige Verbindungen ... 190
5.9.1 Verbinder ... 190
5.9.2 Dübel besonderer Bauart ... 193

6 HOLZBAU ... 197

6.1 Normative Grundlagen im Holzbau ... 197
6.2 Zimmermannsmäßige Holzverbindungen ... 202
6.3 Dächer ... 204
6.3.1 Dachteile – geometrische und funktionelle Bedeutungen ... 204
6.3.2 Dachkonstruktionen ... 205
6.4 Dachflächenfenster ... 207
6.5 Dachdeckungen ... 209
6.5.1 Dachneigung ... 209
6.5.2 Baustoffe für Deckung und Abdichtung ... 211
6.5.3 Deckung mit Dachziegeln/Dachsteinen/Dachpfannen ... 215
6.5.4 Unterspannbahn (USB) / Unterdeckbahn (UDB) ... 217
6.6 Flachdächer ... 219
6.7 Dachrinnen und Regenfallrohre ... 224
6.8 Fachwerkwände und Holzwände ... 226
6.9 Holzbalkendecken und Fußböden ... 229
6.9.1 Decken ... 229
6.9.2 Holzbalkendecken ... 230
6.9.3 Holzfußböden ... 232
6.10 Hallenkonstruktionen ... 233
6.11 Instandsetzung von Holzkonstruktionen ... 235
6.12 Treppen ... 236
6.12.1 Maßbegriffe und Bezeichnungen ... 236
6.12.2 Steigungsverhältnisse ... 239
6.12.3 Treppenwangen und Tragholme ... 240
6.12.4 Verziehen von Treppen ... 241
6.13 Türen und Fenster ... 243
6.13.1 Türen ... 243
6.13.2 Fenster ... 245
6.13.3 Ausbildung Fenster – Baukörper ... 247
6.14 Innenausbau ... 248
6.14.1 Nichttragende Trennwände (leichte Trennwände) ... 248
6.14.2 Wandverkleidungen ... 251
6.14.3 Deckenverkleidungen ... 252

Inhaltsverzeichnis

7 BAUKONSTRUKTIONEN UND BAUTENSCHUTZ ... 253

7.1 Mauerwerksbau ... 253
7.1.2 Gemauerte Wände ... 253
7.1.1 Maßordnung im Hochbau ... 253
7.1.3 Konstruktionsregeln für Mauerwerk ... 255
7.1.4 Charakteristische Druckfestigkeiten ... 256
7.1.5 Nichttragende innere Trennwände ... 257
7.1.6 Mauerwerksverbände ... 258
7.2 Beton- und Stahlbetonbau ... 260
7.2.1 Betondruck- und Betonzugfestigkeiten ... 260
7.2.2 Deckensysteme (Auswahl) ... 261
7.2.3 Allgemeine Bewehrungsregeln ... 262
7.2.4 Konstruktionshinweise für Stahlbetonbauteile ... 264
7.3 Schalungsbau ... 266
7.4 Wärmeschutz ... 270
7.4.1 Physikalische Grundlagen ... 270
7.4.2 Wärmetechnische Mindestanforderungen ... 271
7.4.3 Wärmeübertragung ebener Bauteile 272
7.4.4 Wärmebrücken ... 275
7.4.5 Anforderungen an den Wärmeschutz im Sommer ... 276
7.4.6 Wärmeschutztechnische Rechenwerte ... 277
7.5 Gebäudeenergiegesetz (GEG) ... 279
7.6 Feuchteschutz ... 281
7.7 Schallschutz ... 286
7.8 Brandschutz ... 290
7.9 Oberflächenschutz ... 295
7.10 Befestigungssysteme ... 296

8 BAUBETRIEB ... 299

8.1 Betrieb als Dienstleister ... 299
8.2 Arbeitsplanung und Arbeitsvorbereitung ... 302
8.2.1 Bauplanung ... 302
8.2.2 Bauablaufsplanung ... 303
8.2.3 Baustelleneinrichtungen ... 304
8.2.4 Fördergeräte und Hebewerkzeug ... 305
8.3 Messen im Zimmererhandwerk ... 307
8.3.1 Messinstrumente ... 307
8.3.2 Grundlagen ... 310
8.3.3 Höhenmessungen ... 311
8.4 Handwerkzeuge und Maschinen ... 312
8.4.1 Handwerkzeuge ... 312
8.4.2 Maschinenwerkzeuge ... 314
8.4.3 Abbundanlagen ... 319
8.4.4 Furnierpresse ... 320
8.4.5 Betriebsanweisung für Maschinen ... 321
8.4.6 Handmaschinen ... 322
8.4.7 Verschnittberechnung ... 323
8.5 Schleifmittel ... 324
8.5.1 Anwendung, Schleifmittelform und Kornbereich ... 325
8.5.2 Schleifscheiben ... 325
8.5.3 Randformen für Schleifscheiben (Auswahl) ... 326
8.5.4 Arbeitsschutz (Keramisch-Gebundene Schleifscheiben) ... 326
8.6 Schmiermittel ... 326
8.7 Kalkulation und Lohnkosten ... 327
8.7.1 Arbeitszeitbedarf ... 328
8.7.2 Holzliste ... 332
8.7.3 Betriebliches Rechnungswesen ... 332
8.8 Bauvertragsrecht und Abrechnung ... 333
8.8.1 Allgemeine Technische Vertragsbedingungen (ATV), VOB/C ... 334
5.8.5 Muttern und Unterlegscheiben ... 336
8.8.2 Elemente des Baurechts ... 337
8.8.3 Baugesetze und Verordnungen ... 338
8.9 Gerüstbau ... 340
8.10 Umwelt- und Arbeitsschutz ... 343
8.10.1 Vorschriften und Begriffe ... 343
8.10.2 Gefahrstoffe im Bauwesen ... 344
8.10.3 Lösemittel und Verdünnungsmittel ... 347
Bild- und Quellenverzeichnis ... 348
Sachwortverzeichnis ... 351

In den Umschlagseiten
Sicherheitskennzeichnung
Verbots-, Gebots-, Warn-, Rettungs- und Brandschutzzeichen

1 Mathematik

1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

Mathematische Zeichen

Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise
$=$	gleich	$\perp$	senkrecht auf	$\overline{AB}$	Strecke
$\neq$	ungleich	$\parallel$	parallel zu	$\overset{\frown}{AB}$	Bogen
$:=$	definitionsgemäß gleich	$+$	plus	g	Gerade
		$-$	minus	$\sphericalangle$	Winkel
$\approx$	ungefähr gleich	$\times$, $\cdot$	mal	$\llcorner$ $\lrcorner$	rechter Winkel
$\ldots$	usw., bis	$:$, $/$	durch, geteilt durch	m	Steigung
$\triangleq$	entspricht	$\sum$	Summe von, Summe aller	P, Q	Punkte
$<$	kleiner als	$\prod$	Produkt von, Produkt aller	x, y, z	Koordinaten
$\leq$	kleiner oder gleich	$\sqrt{\ }$	Quadratwurzel aus	∞	unendlich
$>$	größer als	$\sqrt[n]{\ }$	n-te Wurzel aus	$\Rightarrow$	daraus folgt
$\geq$	größer oder gleich	Δx	Delta-*x*		
$\gg$	sehr groß gegen	%	Prozent		
$\ll$	sehr klein gegen	‰	Promille		
$\backsim$	proportional				
$\cong$	kongruent zu				

Technische Zusammenhänge werden meist in ihrer kürzesten Form durch Formeln beschrieben. Allgemeine Formelzeichen werden *kursiv* geschrieben.

Römische Zahlen

I =	1	XL =	40
II =	2	L =	50
III =	3	LX =	60
IV =	4	LXX =	70
V =	5	LXXX =	80
VI =	6	XC =	90
VII =	7	C =	100
VIII =	8	CCC =	300
IX =	9	CD =	400
X =	10	D =	500
XI =	11	DCCC =	800
XIV =	14	CM =	900
XIX =	19	XM =	990
XX =	20	IM =	999
XXI =	21	MMXXIII =	2023
		MMXXIV =	2024
		MMXXV =	2025

Konstanten (gerundet)

Größe	Zahlenwert
π	3,141593
$\pi : 4$	0,785398
$\pi : 180$	0,017453
π^2	9,869604
$1 : \pi$	0,318310
$180 : \pi$	57,295780
$\sqrt{1/\pi}$	0,564190
$\sqrt{2}$	1,414214
$\sqrt{3}$	1,732051
e	2,718282

Auf- und Abrunden

Aufrunden: Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl ist um 1 zu erhöhen, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl 5 oder größer ist.

Abrunden: Dle letzte Ziffer einer gerundeten Zahl bleibt unverändert, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl kleiner als 5 ist.

Beispiele

π = 3,14159265... wird durch
- 3,1416 aufgerundet (Zehntausendstel)
- 3,142 aufgerundet (Tausendstel)
- 3,14 abgerundet (Hundertstel)
- 3,1 abgerundet (Zehntel)

Große Zahlen

10^6 = 1000000 = Million
10^9 = 1000000000 = Milliarde
10^{12} = Billion
10^{18} = Trillion
10^{24} = Quadrillion
10^{30} = Quintillion
10^{36} = Sextillion

Griechisches Alphabet

$A\ \alpha$ Alpha	$B\ \beta$ Beta	$\Gamma\ \gamma$ Gamma	$\Delta\ \delta$ Delta	$E\ \varepsilon$ Epsilon	$Z\ \zeta$ Zeta	$H\ \eta$ Eta	$\Theta\ \vartheta$ Theta
$I\ \iota$ Jota	$K\ \varkappa$ Kappa	$\Lambda\ \lambda$ Lambda	$M\ \mu$ My	$N\ \nu$ Ny	$\Xi\ \xi$ Xi	$O\ o$ Omikron	$\Pi\ \pi$ Pi
$P\ \varrho$ Rho	$\Sigma\ \sigma$ Sigma	$T\ \tau$ Tau	$\Upsilon\ \upsilon$ Ypsilon	$\Phi\ \varphi$ Phi	$X\ \chi$ Chi	$\Psi\ \psi$ Psi	$\Omega\ \omega$ Omega

Umwandlungstabellen

Längeneinheiten **1 km = 1000 m**

⇒	× 10	× 10	× 10	
1 m 0,1 m 0,01 m 0,001 m	10 dm 1 dm 0,1 dm 0,01 dm	100 cm 10 cm 1 cm 0,1 cm	1000 mm 100 mm 10 mm 1 mm	
	: 10	: 10	: 10	⇐

Flächeneinheiten **1 km² = 1000000 m²**

⇒	× 100	× 100	× 100	
1 m² 0,01 m² 0,0001 m² 0,000001 m²	100 dm² 1 dm² 0,01 dm² 0,0001 dm²	10000 cm² 100 cm² 1 cm² 0,01 cm²	1000000 mm² 10000 mm² 100 mm² 1 mm²	
	: 100	: 100	: 100	⇐

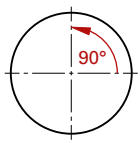
Volumeneinheiten **1 km³ = 1000000000 m³**

⇒	× 1000	× 1000	× 1000	
1 m³ 0,001 m³ 0,000001 m³ 0,000000001 m³	1000 dm³ 1 dm³ 0,001 dm³ 0,000001 dm³	1000000 cm³ 1000 cm³ 1 cm³ 0,001 cm³	1000000000 mm³ 1000000 mm³ 1000 mm³ 1 mm³	
	: 1000	: 1000	: 1000	⇐

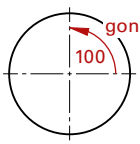
Zeiteinheiten

Zeit *t*	(Jahr) 1 a = 365 d (Monat) 1 m = (1/12) a	(Tag) 1 d = 24 h (Stunde) 1 h = 60‘	(Minute) 1‘ = 60“ (Sekunde) 1“ = (1/60)‘

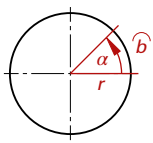
Umrechnung Winkeleinheiten **180° ≙ 200gon**



Grad (°; auch Altgrad, Taschenrechneranzeige: DEG von englisch Degree)
Vollkreis = 4 × 90° = 360°
Unterteilungen: 1° = 60' (Minuten, Winkel-Minuten)
1' = 60" (Sekunden, Winkel-Sekunden)
Umrechnungen: $1{,}4° = 1° + 0{,}4° \cdot \frac{60'}{1°} = 1° + 24' = 1°24'$
$1°24' = 1° + 24' \cdot \frac{1°}{60'} = 1° + 0{,}4° = 1{,}4°$



Gon (gon; auch Neugrad, Taschenrechneranzeige: GRAD)
Vollkreis = 4 x 100gon = 400gon
Umrechnungen: $1^{gon} = \frac{360°}{400^{gon}} \cdot 1^{gon} = 0{,}9°$
$1{,}4^{gon} = 1{,}4^{gon} \cdot 9°/10^{gon}$ $\quad 1{,}26° = 1{,}26° \cdot 10^{gon}/9°$
$1{,}4^{gon} = 1{,}26°$ $\quad 1{,}26° = 1{,}4^{gon}$



Radiant oder Bogenmaß (rad, Taschenrechneranzeige: RAD)
Definition $\alpha = \frac{\widehat{b}}{r}$
Vollkreis $\alpha = 2 \cdot \pi = 6{,}28 \ldots$
Umrechnungen: 1 rad = 180°/π = 57,296°
1° = π/180° = 0,0175 rad
1^{gon} = π/200gon = 0,0157 rad

Besondere Längeneinheiten	Besondere Flächeneinheiten	Besondere Volumeneinheiten
1 Zoll (“) = 2,54 cm 1 inch = 1 Zoll 1 mile = 1609 m 1 Seemeile = 1852 m	1 km² = 100 ha 1 ha = 100 a 1 a = 100 m² 1 Morgen = 25 a	1 hℓ = 100 ℓ 1 barrel = 1,59 hℓ 1 gallone = 4,546 ℓ 1 ℓ = 1 dm³

1.2 Rechenarten

Grundrechenarten

Rechenart	a	b	c
Addition	Summand	Summand	Summenwert
	Beispiel	$a + b = c$	
Subtraktion	Minuend	Subtrahend	Differenzwert
	Beispiel	$a - b = c$	
Multiplikation	Faktor	Faktor	Produktwert
	Beispiel	$a \cdot b = c$	
Division	Dividend	Divisor	Quotientenwert
	Beispiel	$a : b = c$	

Addition und Multiplikation

Kommutativität	$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$
Assoziativität	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Distributivität	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Stufen der Rechenarten

Stufe 1	Addition, Subtraktion
Stufe 2	Multiplikation, Division
Stufe 3	Potenzierung, Radizierung

Beispiele Addition, Subtraktion

$$a + 0 = 0 + a = a$$
$$a + (b - c) = a + b - c$$
$$a - (b + c) = a - b - c$$
$$a - (b - c) = a - b + c$$
$$a - 0 = a \quad \text{aber} \quad 0 - a = -a$$
$$a + (-b) = a - b$$
$$a - (-b) = a + b$$
$$-(a + b) = -a - b$$
$$-(a - b) = -a + b = b - a$$

Beispiele Multiplikation

- Schreibweise: $a \cdot b = ab$, $2 \cdot a = 2a$
  $(a) \cdot (b) = (b) \cdot (a)$, $ab = ba$
  $abc = acb = bac = bca = cab = cba$
- Der Multiplikationspunkt kann laut Definition in der Mathematik entfallen.
  $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0 \quad a = 0$
  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = 1 \quad a = a$
- Gleiche Vorzeichen ergeben plus, ungleiche Vorzeichen ergeben minus:
  $(+a)(+b) = (-a)(-b) = +ab = ab$
  $(+a)(-b) = (-a)(+b) = -ab$

Sonstige Rechenarten

Rechenart	a	b	c
Potenzierung	Basis	Exponent	Potenzwert
	Beispiel	$a^b = c$	
Radizierung	Radikant	Wurzelexponent	Wurzelwert
	Beispiel	$\sqrt[b]{a} = c$	

Rechenregeln ohne Klammern

Gleichstufige Rechenarten werden von links nach rechts ausgeführt.

Beispiel $8 - 2 + 3 = 6 + 3 = 9$

Bei ungleichstufigen Rechenarten wird die Rechenart höherer Stufe zuerst ausgeführt. Es gilt Punktrechnung vor Strichrechnung sowie Potenzieren und Radizieren vor Punktrechnung und Strichrechnung.

Beispiel
$8 - 2 \cdot 3 = 8 - 6 = 2$
$20 : 5 + 3 \cdot 7 = 4 + 21 = 25$
$14 + 3 \cdot 2^3 = 14 + 3 \cdot 8 = 38$

Klammerregeln

Die Rechnung innerhalb einer Klammer wird stets vor der Rechnung außerhalb der Klammer ausgeführt.

Beispiel $(2 + 9) \cdot 6 = 11 \cdot 6 = 66$

Bei mehrfacher Klammerung werden von innen nach außen runde, eckige und geschweifte Klammern benutzt. Die Klammern werden von innen nach außen aufgelöst.

Beispiel
$2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot (3 + 4)] : 3\} =$
$2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot 7] : 3\} =$
$2 \cdot \{3 + 4 \cdot 12 : 3\} =$
$2 \cdot 19 = 38$

Auflösen der Klammer mit **PLUS (+)** vor der Klammer ⇒ Klammer kann entfallen.
Auflösen der Klammer mit **MINUS (–)** vor der Klammer ⇒ Klammer kann entfallen, wenn alle Vorzeichen in der Klammer umgekehrt werden.
Faktor vor der Klammer mit Summanden ⇒ Jeder Wert in der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert.

Beispiele
$(a - b) \cdot c = c \cdot (a - b) = ac - bc$
$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$
$(a - b) \cdot (c + d) = ac + ad - bc - bd$
$(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$
$(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$

1

Bruchrechnung

Rechenoperation	Formeln und Rechenregeln	Beispiele
Erweitern	Multiplikation von Zähler und Nenner mit gleicher Zahl. $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{n} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$	$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$ Der Wert bleibt gleich.
Kürzen	Division von Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl. $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} : \frac{n}{n} = \frac{a : n}{b : n}$	$\frac{14}{21} = \frac{14}{21} : \frac{7}{7} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{2}{3}$ Der Wert bleibt gleich.
Hauptnenner (HN) bestimmen	Der Hauptnenner (HN) ist das kleinste gemeinsame Vielfache (KgV) der Nenner. Berechnung durch Zerlegung der Nenner in Primfaktoren.	HN von $\frac{1}{4}; \frac{2}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{30}$ $4 = 2 \cdot 2$ $\quad 6 = 2 \cdot 3$ $5 = 5$ $\quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $HN = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$
Addition gleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$	$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5 + 3}{8} = \frac{8}{8} = 1$
ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) + (c \cdot b)}{b \cdot d}$	$\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$
Subtraktion gleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$	$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
ungleichnamige Brüche	$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} - \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{(a \cdot d) - (c \cdot b)}{b \cdot d}$	$\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$
Multiplikation Bruch mit Zahl	$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$	$\frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$
Bruch mit Bruch	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$
Division Bruch durch Zahl	$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b} \cdot n$	$\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{8 \cdot 5} = \frac{3}{40}$
Bruch durch Bruch	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{3}{8} : \frac{2}{5} = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{16}$
Umwandeln gemeiner Bruch in Dezimalzahl	übliches Teilen des Zählers durch den Nenner	$\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2{,}66\ldots = 2{,}\overline{6}$ $\quad 8 : 3 = 2{,}66\ldots$ periodische Wiederholung $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$
Umwandeln endliche Dezimalbrüche	Erweitern mit 10, 100, 1000 usw., ggf. anschließend kürzen	$0{,}375 = \frac{0{,}375 \cdot 1000}{1000} = \frac{3}{8}$
reinperiodische Dezimalbrüche	Rechnung gemäß Beispiel für unreinperiodische Dezimalbrüche	$0{,}\overline{42} = \frac{42}{99}$
unreinperiodische Dezimalbrüche		$x = 2{,}3\overline{42}$ $\quad 1000 \cdot x = 2342{,}\overline{42}$ $\quad -10 \cdot x = -23{,}\overline{42}$ $\quad 990 \cdot x = 2319{,}00$ $x = \frac{2319}{990}$
Vorzeichenregeln beim Dividieren	$(+a) : (+b) = +a : b = +\frac{a}{b} \quad b \neq 0$ $(+a) : (-b) = -a : b = -\frac{a}{b} \quad b \neq 0$ $(-a) : (-b) = +a : b = +\frac{a}{b} \quad b \neq 0$	$(+3) : (+8) = +3 : 8 = +\frac{3}{8}$ $(+3) : (-8) = -3 : 8 = -\frac{3}{8}$ $(-3) : (-8) = +3 : 8 = +\frac{3}{8}$
Division durch 0	Eine Division durch 0 ist unzulässig. $+\infty$ bzw. $-\infty$ sind keine reellen Zahlen.	

Potenzen

Definition (Sprechweise: a hoch n)	$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ n Anzahl der Faktoren
Spezialfälle (für $a \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}$)	$a^1 = a$; $a^0 = 1$ $1^n = 1$; $0^n = 0$
Potenzen mit negativen Exponenten	$a^{-1} = \frac{1}{a}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
Vorzeichen beim Potenzieren (für $n \in \mathbb{N}$)	$(+a)^n = +a^n$ für alle n $(-a)^n = +a^n$ für gerade n $(-a)^n = -a^n$ für ungerades n
Beispiele	$2a^3 + 3a^3 - a^3 = 4a^3$ $3a^4 + 4a^2 - 2a^2 = 3a^4 + 2a^2$
Produkt von Potenzen	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
Quotient von Potenzen	$a^m : a^n = a^{m-n}$ $a^m : b^m = (a : b)^m$

Zehnerpotenzen

0,001	=	10^{-3}	1000	=	10^3
0,01	=	10^{-2}	100	=	10^2
0,1	=	10^{-1}	10	=	10^1
1	=	10^0	1	=	10^0

1 000 000	$= 10^6$	= 1 Million
10 000 000	$= 10^7$	= 10 Millionen
100 000 000	$= 10^8$	= 100 Millionen
1 000 000 000	$= 10^9$	= 1 Milliarde

Beispiele
$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$
$10^{-4} = 0{,}0001$
1 ist die vierte Stelle nach dem Komma

Zahlenmengen

Symbol	Zahlenmenge	Menge aller …
$\mathbb{N}$	Natürliche Zahlen	positiven ganzen Zahlen
$\mathbb{Z}$	Ganze Zahlen	positiven und negativen ganzen Zahlen
$\mathbb{Q}$	Rationale Zahlen	endlichen und periodischen Dezimalzahlen
$\mathbb{R}$	Reelle Zahlen	endlichen und unendlichen Dezimalzahlen
$\mathbb{C}$	Komplexe Zahlen	imaginäre Einheit $i^2 = -1$

Wurzeln

Definition (für $a \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}$)	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$
Darstellung mit Bruchpotenzen (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$
Produkte von Wurzeln (für $a \geq 0$ und $b \geq 0$)	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^q} = a^{\frac{m+q}{n}}$
Eindeutigkeit von Wurzeln (für $a \geq 0$)	$\sqrt[n]{a^n} = a$ $\sqrt[2]{4} = +2$ $\sqrt[3]{27} = +3$

- Wurzeln positiver Radianten sind positiv.
- Wurzeln negativer Radikanden sind für den reellen Zahlenbereich nicht definiert.
  $\sqrt{-5}$ nicht definiert
- Wurzel aus null ist gleich null:
  $\sqrt{0} = 0$

Beispiel (Hinweis auf ± Zeichen)
Sei $x^2 = 3$
$x = \pm\sqrt{3} = \pm 1{,}7321\ldots$
(nicht $x = \sqrt{3} = \pm 1{,}7321\ldots$)

Binomische Formeln

1. binomische Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. binomische Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. binomische Formel $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Höhere Potenzen

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

Spezialfälle

$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$
$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$
$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)$
$a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + ab^{n-2} + \ldots + b^{n-1})$

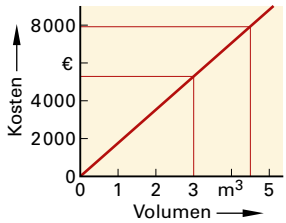
Logarithmen

Definition	$\log_b a = c$, wenn $b^c = a$ für $b > 0$ und $a > 0$
Brigg'scher (dekadischer) **Logarithmus**	$\lg a = \log_{10} a$

1.3 Dreisatzrechnung

Dreisatzarten	direkter Dreisatz		indirekter Dreisatz	
1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$	je mehr desto mehr	$x \Rightarrow y$	je mehr desto weniger
2. Einheitssatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	oder	$1 \Rightarrow y \cdot x$	oder
3. Schlusssatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	je weniger desto weniger	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$	je weniger desto mehr

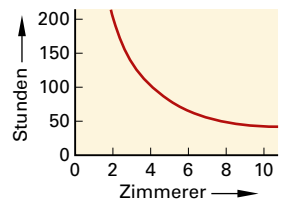
Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt oder proportional)



Beispiel 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m³ Eichenholz?

1. 4,50 m³ Eichenholz kosten 7875,00 €
2. 1,00 m³ Eichenholz kostet $\frac{7875{,}00\ €}{4{,}50\ m^3}$
3. 3,00 m³ Eichenholz kosten $\frac{7875{,}00\ € \cdot 3{,}00\ m^3}{4{,}50\ m^3} = \mathbf{5250{,}00\ €}$

Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt oder antiproportional)



Beispiel 5 Zimmerer benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Zimmerer zur Verfügung stehen?

1. 5 Zimmerer benötigen 80 h
2. 1 Zimmerer benötigt $5 \cdot 80\ h$
3. 8 Zimmerer benötigen $\frac{5 \cdot 80\ h}{8} = \mathbf{50\ h}$

Zusammengesetzter Dreisatz (doppelter Dreisatz)

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

Beispiel 6 Zimmerer verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 240 m² Parkett. Wieviel m² Parkett verlegen 5 Zimmerer bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?

1. Dreisatz:
- 6 Zimmerer verlegen in 8 h $240\ m^2$
- 1 Zimmerer verlegt in 8 h $\frac{240\ m^2}{6}$
- 5 Zimmerer verlegen in 8 h $\frac{240\ m^2 \cdot 5}{6}$

2. Dreisatz:
- 5 Zimmerer verlegen in 1 h $\frac{240\ m^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$
- 5 Zimmerer verlegen in 9 h $\frac{240\ m^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = \mathbf{225\ m^2}$

Verhältnisgleichung, Proportionen

Mischungsrechnung ▶ S. 28

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung geschrieben werden.

Außenglieder

$\mathbf{a : b = 3 : 4}$ oder $\mathbf{\frac{a}{b} = \frac{3}{4}}$

Innenglieder Bruchgleichung

Eine Verhältnisgleichung kann als Produktengleichung geschrieben werden.

$\mathbf{a : b = 3 : 4}$ oder $\mathbf{3 \cdot b = 4 \cdot a}$

Innenglied × Innenglied = Außenglied × Außenglied

1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung

Prozentrechnung

Rechnen mit reinem Grundwert

- Prozent % ≙ 1/100
- Grundwert G
- Prozentwert PW
- Prozentsatz p [%]

$$G = \frac{PW \cdot 100\,\%}{p\,\%}$$

$$PW = \frac{G \cdot p\,\%}{100\,\%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100\,\%}{G}$$

Beispiel
Eichenholz hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite $b = 320$ mm?

Lösung

$$PW = \frac{320\text{ mm} \cdot 8{,}9\,\%}{100\,\%} = 28{,}5\text{ mm}$$

Rechnen mit vermindertem Grundwert

- Verminderter Grundwert G_{min}

Verminderter Grundwert	Prozentwert (PW)
100 % – p %	p %
100 % = Grundwert (G)	

$$G_{min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{min} \cdot 100\,\%}{100\,\% - p\,\%}$$

Beispiel
Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % des Bruttopreises weniger und überweist 16500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?

Lösung

$$G = \frac{16500{,}00\text{ €} \cdot 100\,\%}{100\,\% - 10\,\%} = 18333{,}33\text{ €}$$

Rechnen mit vermehrtem Grundwert

- Vermehrter Grundwert G_{mehr}

Grundwert (G)	Prozentwert (PW)
100 %	p %
100 % + p % = vermehrter Grundwert	

$$G_{mehr} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{mehr} \cdot 100\,\%}{100\,\% + p\,\%}$$

Beispiel
Ein Arbeiter erhält nach der Lohnerhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 15,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn.

Lösung

$$G = \frac{15{,}40\text{ €} \cdot 100\,\%}{100\,\% + 3{,}5\,\%} = 14{,}88\text{ €}$$

Zinsrechnung

- Kapital — K [€]
- Zinsen — Z [€]
- Zinssatz — p [%/Jahr]
- Laufzeit — t [Jahre]
- 1 Zinsjahr — 360 Tage
- 1 Zinsmonat — 30 Tage

Kapital	Z

Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.

$$K = \frac{Z \cdot 100\,\%}{p\,\% \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p\,\% \cdot t}{100\,\%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100\,\%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100\,\%}{K \cdot p\,\%}$$

Beispiel
Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40000,00 € mit Zinssatz von 8,5 %.
a) Berechnen Sie die Zinsen.
b) Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn 3700,00 € Zinsen bei gleicher Laufzeit anfallen würden?

Lösung (Berechnung für ein Jahr)

$$Z = \frac{40000{,}00\text{ €} \cdot 8{,}5\,\%}{100\,\%} = 3400{,}00\text{ €}$$

$$p = \frac{3700{,}00\text{ €} \cdot 100\,\%}{40000{,}00\text{ €}} = 9{,}25\,\%$$

Zinseszinsrechnung

Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.

- Anzahl der Jahre n

Kapital nach n Jahren:

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p\,\%}{100\,\%}\right)^n$$

Beispiel
Ein Auszubildender legt 5000,00 € festverzinslich mit $p = 4{,}5$ % an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?

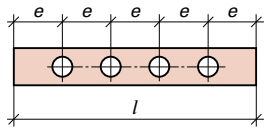
Lösung

$$K_{10} = 5000{,}00\text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4{,}5\,\%}{100\,\%}\right)^{10} =$$

$$K_{10} = 7764{,}85\text{ €}$$

1.5 Längen und Winkel

Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände

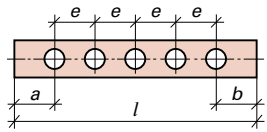


$$e = \frac{l}{n+1}$$

$$z = n+1$$

l	Gesamtlänge, Teilungsstrecke
e	Länge der Abstände
n	Anzahl der Teilungselemente
z	Anzahl der Abstände

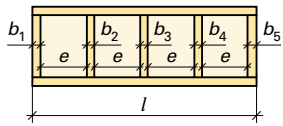
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand



$$e = \frac{l-(a+b)}{n-1}$$

a, b	Randabstände
l	Gesamtlänge, Teilungsstrecke
e	Länge der Abstände
n	Anzahl der Teilungselemente

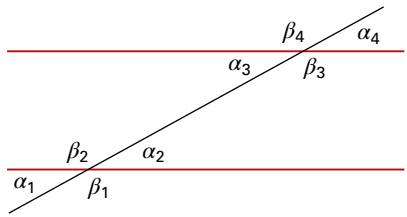
Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen



$$e = \frac{l-(b_1+\ldots+b_n)}{n-1}$$

$b_1, \ldots, b_n$	Unterbrechungen
l	Gesamtlänge, Teilungsstrecke
e	Länge der Abstände
n	Anzahl der Teilungselemente

Winkelarten



Scheitelwinkel sind gleich groß.
Scheitelwinkel liegen am Winkelscheitel einander gegenüber.

$\alpha_1 = \alpha_2$ und $\alpha_3 = \alpha_4$

Wechselwinkel sind gleich groß.
Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen liegen dem Winkel auf der anderen Seite gegenüber.

$\alpha_1 = \alpha_3$ und $\beta_1 = \beta_4$

Stufenwinkel sind gleich groß.
Stufenwinkel liegen auf der anderen Stufe der gleichen Seite der Geraden.

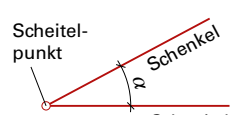
$\alpha_1 = \alpha_3$ und $\beta_1 = \beta_3$

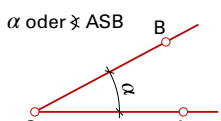
Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°.
Nebenwinkel sind Nachbarwinkel auf derselben Seite der Parallelen.

$\alpha_1 + \beta_1 = 180°$ und $\alpha_4 + \beta_4 = 180°$

Winkeleinheiten

Zwei von einem Punkt ausgehende Halbgeraden bilden einen Winkel. Die Benennung erfolgt mit griechischen Buchstaben α, β, γ.



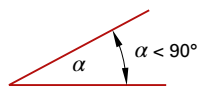


Die Einheiten der Winkel sind Grad (°), Minuten (′) und Sekunden (″). Es gelten dieselben Umrechnungsregeln wie bei den Zeiteinheiten.

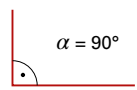
Umrechnung	1° = 60′	1′ = 60″

0,56666° = 0,56666° · 60′/je 1° ⇒ 34′
21′ = 21′ : 60′/je 1° ⇒ 0,35°

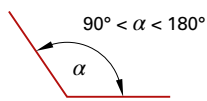
Winkelbenennungen



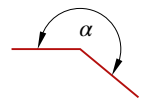
Spitzer Winkel



Rechter Winkel (R)



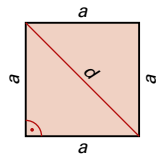
Stumpfer Winkel



Überstumpfer Winkel

1.6 Flächen

Quadrat



A	Fläche
a	Seitenlänge
d	Diagonalenlänge
U	Umfang

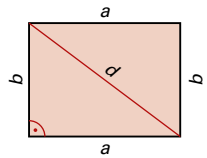
$A = a \cdot a = a^2$

$U = 4 \cdot a$

$d = \sqrt{2} \cdot a \approx 1{,}414 \cdot a$

$a = \sqrt{A}$

Rechteck



A	Fläche
a	Länge (Grundlinie)
b	Breite (Höhe)
d	Diagonalenlänge
U	Umfang

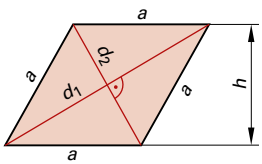
$A = a \cdot b$
(Fläche = Grundlinie mal Höhe)

$U = 2 \cdot (a + b)$

$d = \sqrt{a^2 + b^2}$

$a = \frac{A}{b} \qquad b = \frac{A}{a}$

Rhombus, Raute



A	Fläche
a	Seitenlänge (Grundlinie)
h	Höhe
d_1, d_2	Diagonalenlängen
U	Umfang
$d_1 \perp d_2$	

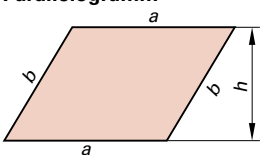
$A = a \cdot h$

$A = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$

$a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$

$U = 4 \cdot a = 2 \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$

Parallelogramm

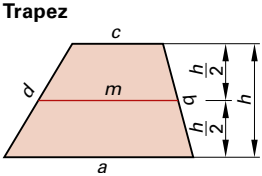


A	Fläche
a, b	Seitenlängen
a	Grundlinie
h	Höhe
U	Umfang

$A = a \cdot h$
(Fläche = Grundlinie mal Höhe)

$U = 2 \cdot (a + b)$

Trapez



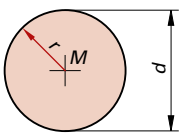
A	Fläche
a, b, c, d	Seitenlängen
m	mittlere Länge
h	Höhe
U	Umfang

$A = m \cdot h = \frac{a + c}{2} \cdot h$

$m = \frac{a + c}{2}$

$U = a + b + c + d$

Kreis



A	Fläche
r	Radius (Halbmesser)
d	Durchmesser
U	Umfang
M	Kreismittelpunkt

$A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d_2$

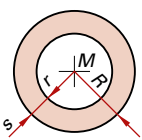
$r^2 = \frac{A}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

$d = 2 \cdot r$

$d^2 = \frac{4 \cdot A}{\pi} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$

$U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$

Kreisring



R	Außenradius
r	Innenradius
s	Kreisringdicke

$A = A_{\text{Außenkreis}} - A_{\text{Innenkreis}}$

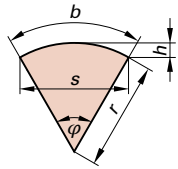
$A = (R^2 - r^2) \cdot \pi$

$s = R - r$

1

Flächen

Kreisausschnitt



A	Fläche (Kreisausschnitt)
r	Radius
s	Sehnenlänge
b	Bogenlänge
$\varphi°$	Zentriwinkel im Altgradmaß

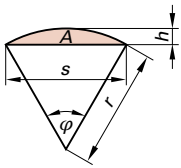
$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi°}{4 \cdot 360°}$$

$$b = \frac{d \cdot \pi \cdot \varphi°}{360°}$$

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi°}{2}\right)$$

$$s = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (2 \cdot r - h)}$$

Kreisabschnitt



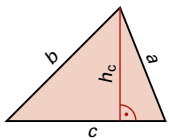
r	Halbmesser
b	Bogenlänge
h	Bogenhöhe
s	Sehnenlänge
A	Fläche des Kreisabschnitts
$\varphi°$	Zentriwinkel im Altgradmaß

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi°}{4 \cdot 360°} - \frac{s \cdot (r - h)}{2}$$

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi°}{2}\right)$$

Dreieck



▶ Kapitel 1.8

A	Fläche
a, b, c	Seitenlängen
c	Grundlinie
h_c	Höhe
U	Umfang
s	halber Umfang

$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

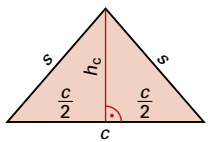
(Fläche = $\frac{1}{2}$ mal Grundlinie mal Höhe)

$$h_c = \frac{2 \cdot A}{c}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$$

$$U = a + b + c = 2 \cdot s$$

Gleichschenkliges Dreieck



A	Fläche
s	Schenkellänge
c	Grundlinie
h_c	Höhe
U	Umfang

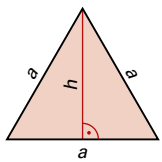
$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot c \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$$

$$h_c = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$$

$$U = 2 \cdot s + c$$

Gleichseitiges Dreieck



A	*Fläche*
a	*Seitenlänge*
h	*Höhe*
U	*Umfang*

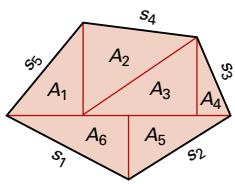
$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \approx 0{,}433 \cdot a^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \approx 0{,}866 \cdot a$$

$$U = 3 \cdot a$$

Unregelmäßiges Vieleck



A	Fläche
A_i	Teilflächen ($i = 1, 2, ..., m$)
s_i	Seitenlängen ($i = 1, 2, ..., n$)
n	Anzahl der Ecken
m	Anzahl der Teilflächen
U	Umfang

$$A = A_1 + A_2 + ... + A_m$$

$$U = s_1 + s_2 + ... + s_n$$

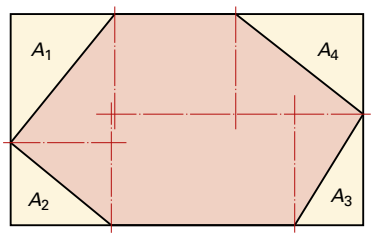
Flächen am Dach

Die Flächen am Dach können i.d.R. in folgende Flächen eingeteilt werden: Dreieck, Rechteck, Trapez. Dazu werden Längen (wahre Längen) und Flächen (wahre Flächen) berechnet.

Zusammengesetzte Flächen

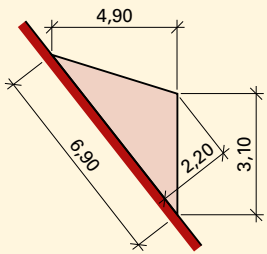
Zur Berechnung des Flächeninhalts zusammengesetzter Flächen wird die Fläche so mit einem Rechteck umschrieben, dass alle Ecken eingefasst werden. Die überzähligen Flächeninhalte $\boldsymbol{A_i} = A_1$ bis A_n werden abgezogen.

$$\boldsymbol{A = A_R - A_1 - A_2 - A_3 - A_4 \ldots A_n}$$



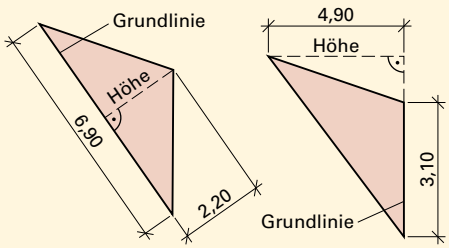
Beispiel

Die Wange einer Dachgaube soll verschiefert werden. Der Flächeninhalt ist zu ermitteln.



Lösung

Für die Berechnung sind folgende Maße notwendig: Grundlinie g und Höhe h. Grundsätzlich kann jede Dreieckseite als Grundlinie gewählt werden.



$$A = \frac{6{,}90\ \text{m} \cdot 2{,}20\ \text{m}}{2} \qquad A = \frac{3{,}10\ \text{m} \cdot 4{,}90\ \text{m}}{2}$$

$$\boldsymbol{A = 7{,}59\ \text{m}^2} \qquad \boldsymbol{A = 7{,}59\ \text{m}^2}$$

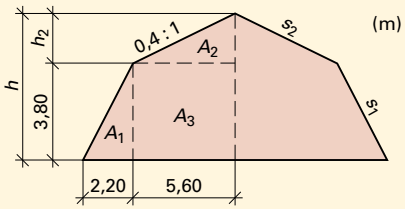
Beispiel

Der Giebel eines symmetrischen Mansardendaches hat das skizzierte Aussehen. Typische und notwendige Berechnungen:

a) Dachhöhe h

b) Länge der Sparren s_1 und s_2
(zum Beispiel notwendig für die Berechnung der Dachfläche)

c) Flächeninhalt A des Giebels
(zum Beispiel notwendig für die Berechnung des Dachraumes)



Lösung

a) Berechnung von h
Verhältnisgleichung anwenden
$0{,}4 : 1 = h_2 : 5{,}60\ \text{m}$
$h_2 = 0{,}4 \cdot 5{,}60\ \text{m} \quad \rightarrow \quad h_2 = 2{,}24\ \text{m}$
$h = 3{,}80\ \text{m} + 2{,}24\ \text{m}$
$\boldsymbol{h = 6{,}04\ \text{m}}$

b) Berechnung der Sparrenlängen
Pythagoras anwenden
$s_1 = \sqrt{(3{,}80\ \text{m})^2 + (2{,}20\ \text{m})^2}$
$\boldsymbol{s_1 = 4{,}39\ \text{m}}$ (gerundet)
$s_2 = \sqrt{(2{,}24\ \text{m})^2 + (5{,}60\ \text{m})^2}$
$\boldsymbol{s_2 = 6{,}03\ \text{m}}$ (gerundet)

c) Flächeninhalt A_L
Fläche einteilen in Dreieck A_1, Dreieck A_2 und Viereck A_3

$A_1 = 0{,}5 \cdot 2{,}20\ \text{m} \cdot 3{,}80\ \text{m}$
$A_1 = 4{,}180\ \text{m}^2$

$A_2 = 0{,}5 \cdot 5{,}60\ \text{m} \cdot 2{,}24\ \text{m}$
$A_2 = 6{,}272\ \text{m}^2$

$A_3 = 5{,}60\ \text{m} \cdot 3{,}80\ \text{m}$
$A_3 = 21{,}280\ \text{m}^2$

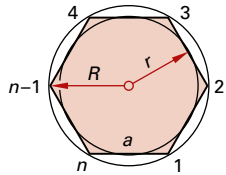
$A_L = 4{,}180\ \text{m}^2 + 6{,}272\ \text{m}^2 + 21{,}28\ \text{m}^2$
$\boldsymbol{A_L = 31{,}732\ \text{m}^2}$

Gesamtfläche: $A = A_L + A_R$
$\boldsymbol{A = 63{,}464\ \text{m}^2}$

Hinweis: Bei Materialbedarfsberechnungen darf nicht abgerundet werden.

Flächen

Regelmäßiges Vieleck



A	Fläche
a	Seitenlänge
R	Umkreisradius
r	Inkreisradius
n	Anzahl der Ecken
U	Umfang
$\varphi°$	Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{1}{2} \cdot n \cdot a \cdot r$$

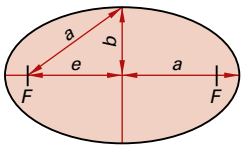
$$R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + 4 \cdot r^2}$$

$$r = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$r = R \cdot \cos(\varphi°/2)$$

$$U = n \cdot a$$

Ellipse



A	Fläche
a	großer Halbmesser
b	kleiner Halbmesser
e	Brennpunktabstand
U	Umfang
F	Brennpunkte

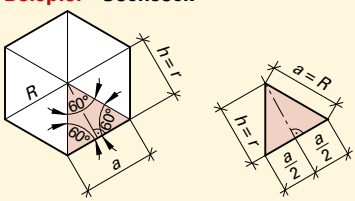
$$A = \pi \cdot a \cdot b \qquad e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$U \approx \pi \cdot (a + b)$$

$$U = \pi \cdot (a + b) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{1}{64}\lambda^4 + \ldots\right)$$

$$\text{mit } \lambda = \frac{a - b}{a + b}$$

Beispiel Sechseck



Sechseck

$$A = 6 \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$A = 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$$

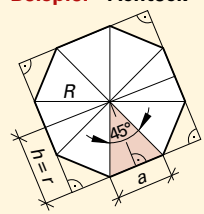
$$A \approx 2{,}598 \cdot R^2$$

Achteck

$$A = 8 \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot r$$

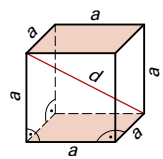
$$A \approx 2{,}828 \cdot R^2$$

Beispiel Achteck



1.7 Körper

Würfel



A	Grundfläche
V	Volumen
O	Oberfläche
a	Seitenlänge
d	Raumdiagonale

V = Grundfläche × Höhe

$$A = a^2$$

$$V = A \cdot a$$

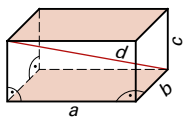
$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = \sqrt{3} \cdot a$$

$$d \approx 1{,}732 \cdot a$$

Quader, Rechtkant



A	Grundfläche
V	Volumen
O	Oberfläche
a, b, c	Seitenlängen
d	Raumdiagonale

$$A = a \cdot b$$

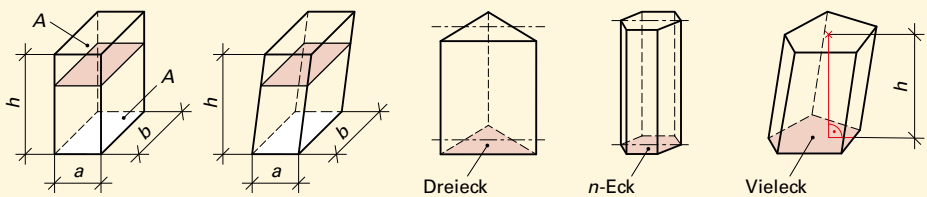
$$V = A \cdot c$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

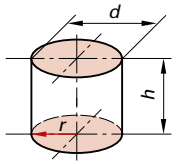
Prismen, gerade und schief



$$V = A \cdot h \qquad O = 2 \cdot A + M$$

Körper

Zylinder
gerade und schief

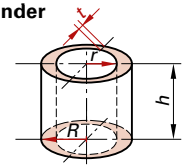


A Grundfläche
V Volumen
O Oberfläche
R Außenradius
r Innenradius
t Wanddicke
h Höhe

V = Grundfläche × Höhe

$A = \pi \cdot r^2$
$V = A \cdot h$
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
$= \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot h$
$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$
$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$
$d = 2 \cdot r$

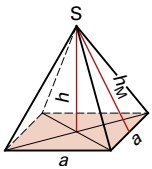
Hohlzylinder
gerade und schief



A Grundfläche
V Volumen
O Oberfläche
R Außenradius
r Innenradius
t Wanddicke
h Höhe

$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$
$V = A \cdot h$
$V = \pi \cdot h \cdot (R^2 - r^2)$
$V = \pi \cdot h \cdot t \cdot (R + r)$
$t = R - r$
$O = 2 \cdot \pi \cdot (R + r) \cdot (h + t)$

Pyramide
gerade und schief



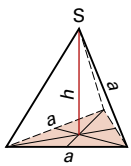
quadratische Grundfläche

V Volumen
A Grundfläche
U Grundumfang
h_M Mantelhöhe
O Oberfläche
M Mantelfläche
h Höhe
a Seitenlänge

$V_{\text{Spitzer Körper}} = \frac{1}{3}$ Grundfläche × Höhe

$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$
$M = \frac{1}{2} \cdot U \cdot h_M$
$A = a^2$
$O = M + A$
$U = 4 \cdot a$

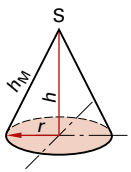
Tetraeder



V Volumen
A Grundfläche
a Seitenlänge
h Höhe
O Oberfläche (vier gleiche Dreiecke)

$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3 \approx 0{,}118 \cdot a^3$
$O = \sqrt{3} \cdot a^2 \approx 1{,}732 \cdot a^2$
$A = \frac{1}{4} \cdot O \approx 0{,}433 \cdot a^2$
$h = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot a \approx 0{,}816 \cdot a$

Kegel
gerade und schief

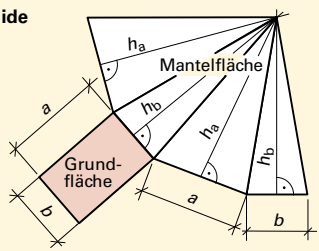


V Volumen
A Grundfläche
r Radius
h Höhe
h_M Mantelhöhe
M Mantelfläche
O Oberfläche

$A = \pi \cdot r^2$
$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$
$M = \pi \cdot r \cdot h_M$
$O = \pi \cdot r \cdot (h_M + r)$
$h_M = \sqrt{r^2 + h^2}$
$h = \sqrt{h_M^2 - r^2}$

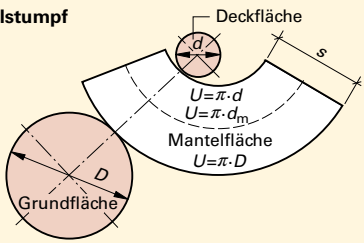
Abwicklung einer Pyramide und eines Kegelstumpfes

Pyramide



$O = M + A$ $\quad M = a \cdot h_a + b \cdot h_b$

Kegelstumpf



$O = M + A_o + A_u$ $\quad M = \pi \cdot d_m \cdot s$