












## Sicherheitskennzeichnung für Gefahrstoffe (DIN EN ISO 7010, DIN 4844-1)

Piktogramm	Gefahrenklasse	Piktogramm	Gefahrenklasse
	Instabile explosive Stoffe, Gemische und Erzeugnisse mit Explosivstoffen, selbstersetzliche Stoffe und Gemische Explosionsgefährlich E E: engl. explosive		Auf Metalle korrosiv wirkend, hautätzend, schwere Augenschädigung Ätzende Chemikalie C C: engl. corrosive
	Entzündbar, selbsterhitzungsfähig, selbstersetzlich, pyrophor, Organische Peroxide Hochentzündlich F+ Leichtentzündlich F F: engl. flammable		Akute Toxizität Sehr giftig T+ Giftig T T: engl. toxic
	Entzündend (oxidierend) wirkend Brandfördernd O O: engl. oxidizing		Div. Gesundheitsgefahren
	Gase unter Druck, verdichtete; verflüssigte, tiefgekühlte; verflüssigte, gelöste Gase		Gewässergefährdend (Umwelt)

## Sicherheitskennzeichnung am Arbeitsplatz (DIN EN ISO 7010, DIN 4844-1)

Zeichensorte	Bedeutung	Farbe	Form	Beispiel
Verbotsschilde	Verbot	Rot	Kreis mit Diagonalbalken	 keine offene Flamme, Feuer, offene Zündquelle
Gebotsschilde	Gebot	Blau	Kreis	 Gehörschutz benutzen, weitere: Augenschutz benutzen
Warnschilde	Warnung	Gelb	gleichseitiges Dreieck mit gerundeten Ecken	 Warnung vor explosionsgefährlichen Stoffen
Rettungsschilde	Gefahrlosigkeit	Grün	Quadrat	 Sammelstelle, weitere: Notausgang, Erste Hilfe
Brandschutzschilde	Brandschutz	Rot	Quadrat	 Feuerlöscher, weitere: Brandmeldetelefon

### Signalwörter

Signalwörter sind Kennzeichnungselemente, die Auskunft über den relativen Gefährdungsgrad der Stoffe und Gemische geben und auf potenzielle Gefahren für die Menschen aufmerksam machen.

**GEFAHR** Für die schwerwiegenden Gefahrenkategorien

**ACHTUNG** Für die weniger schwerwiegenden Gefahrenkategorien

Quelle der Piktogramme auf U2 und U3: UNECE/GHS



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für Bauberufe

Horst Mentlein  
Peter Peschel

# **Tabellenbuch**

## **Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer**

**Tabellen – Formeln – Regeln – Bestimmungen**

1. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 43234**

Autoren des Tabellenbuches Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer

Mentlein, Horst  
Peschel, Peter

Dr.-Ing.  
OStD a.D.

Lübeck  
Göttingen

Lektorat  
Peter Peschel

Bildbearbeitung:  
Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Die DIN-Angaben in diesem Tabellenbuch beziehen sich auf die neusten Ausgaben der Normblätter und sonstiger amtlicher Regelwerke (Redaktionsschluss 31.08.2023). Die dargestellten Angaben sind jedoch nur auf das Wesentliche beschränkte und didaktisch ausgewählte Teile der Originalquellen. Verbindlich sind jeweils nur die DIN-Blätter und jene Bestimmungen selbst. Die DIN-Blätter können von der Beuth-Verlag GmbH, Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Der Bezug zu den DIN-Normen ist i. d. R. bei den jeweiligen Tabellen ausgewiesen. Quellenangaben zu Produktinformationen, Herstellerangaben, Richtlinien, Arbeits- und Merkblätter der bauspezifischen Verbände und Vereine sind an der jeweiligen Stelle vermerkt und im Quellenverzeichnis aufgeführt.

1. Auflage 2024

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-7585-4323-4

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2024 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
[www.europa-lehrmittel.de](http://www.europa-lehrmittel.de)

Satz: PER MEDIEN & MARKETING GmbH, 38102 Braunschweig, [www.per-mm.de](http://www.per-mm.de)

Umschlag: Blick Kick Kreativ KG, 42699 Solingen

Umschlagfoto: © Wolfilser – [stock.adobe.com](http://stock.adobe.com)

Druck: media print solutions GmbH, 33100 Paderborn

2

# Vorwort

Das Tabellenbuch „Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer“ erweitert die bewährte Europa-Fachbuchreihe für Bauberufe. Es kann jedoch seines eigenständigen Charakters wegen sowohl alleine als auch in Verbindung mit anderen Lehrbüchern in der Aus- und Weiterbildung sowie in der beruflichen Praxis verwendet werden. Es enthält Tabellen, DIN-Normen, Regeln und Bestimmungen von Behörden und Institutionen und viele Stoffwerte und Konstruktionslösungen.

In erster Linie ist dieses Tabellenbuch für die Ausbildung der Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer bestimmt. Um der beruflichen Praxis Rechnung zu tragen wurden Informationen für Fliesen-, Platten- und Mosaikleger sowie Estrichleger aufgenommen.

Die Auswahl der Inhalte erfolgte unter weitgehender Berücksichtigung der Bundesrahmenlehrpläne für die Bauberufe und wurde auf der Grundlage der neuesten Ausgaben aller einschlägigen deutschen und europäischen Regelwerke bearbeitet.

Der Inhalt des Buches gliedert sich in nebenstehend aufgeführten acht Themenbereiche. Die Vielfalt der Informationen bedingt, dass vereinzelt Informationen einem Kapitel zugeordnet werden, die auch an anderen Stellen stehen könnten. Dies gilt insbesondere für das Kapitel Baustoffe. Querverweise auf ähnliche Inhalte, verwendete Tabellen oder an anderer Stelle verwendete Formeln werden durch ein Dreieck ► mit Angabe der Seite gekennzeichnet.

Zum schnellen Auffinden bestimmter Sachverhalte dienen das umfangreiche Inhaltsverzeichnis, insbesondere ein ausführliches Sachwortverzeichnis mit über 1200 Begriffen und das bewährte Daumen-Griffregister. Im Bild- und Quellenverzeichnis sind die im Tabellenbuch zitierten aktuellen Normen aufgeführt.

Ergänzt wird das Medienangebot für Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer durch das Tabellenbuch in digitaler Form, das Fachbuch Bautechnik Grundbildung, das Fachbuch für die Fachstufen und das Übungsbuch Prüfungsvorbereitung aktuell für den Hochbau.

Alle, die durch ihre Anregungen zur Entwicklung des Tabellenbuches für Hochbaufacharbeiter, Maurer, Beton- und Stahlbetonbauer beigetragen haben, sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Ebenso bedanken sich die Autoren dieses Tabellenbuches bei den Autoren des Tabellenbuches Bautechnik im Verlag Europa-Lehrmittel für die Möglichkeit, Abbildungen und Textergänzungen zu entnehmen und für das vorliegende Werk anzupassen.

Für Anregungen zur Weiterentwicklung, Verbesserungsvorschläge, Fehlerhinweisen und Meinungsäußerungen sind wir stets dankbar. Sie können dafür unsere Adresse [lektorat@europa-lehrmittel.de](mailto:lektorat@europa-lehrmittel.de) nutzen.

Göttingen, im Winter 2023/24

Autoren und Verlag

<b>Mathematik</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>Physik, Chemie, Statik</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
<b>Bauzeichnungen</b>	<b>3</b>	<b>3</b>
<b>Baustoffe</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
<b>Mauerwerksbau</b>	<b>5</b>	<b>5</b>
<b>Beton- und Stahlbetonbau</b>	<b>6</b>	<b>6</b>
<b>Baukonstruktionen und Bautenschutz</b>	<b>7</b>	<b>7</b>
<b>Baubetrieb</b>	<b>8</b>	<b>8</b>

# Inhaltsverzeichnis

	<b>Vorwort</b> .....	<b>3</b>	4.20 Spezialmörtel und Kleber .....	87
	<b>Inhalt</b> .....	<b>4</b>	4.21 Beton .....	88
<b>1</b>	<b>1 Mathematik</b> .....	<b>5</b>	4.22 Stahl .....	101
	1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln .....	5	4.23 Betonstähle .....	102
	1.2 Rechenarten .....	7	4.24 Kunststoffe .....	105
	1.3 Dreisatzrechnung .....	10	4.25 Dämmstoffe, Dichtungsstoffe und Sperrstoffe .....	106
	1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung .....	11	4.26 Holz .....	108
	1.5 Längen und Winkel .....	12		
<b>2</b>	1.6 Flächen .....	13	<b>5 Mauerwerksbau</b> .....	<b>111</b>
	1.7 Körper .....	15	5.1 Maßordnung im Hochbau .....	111
	1.8 Geometrie .....	18	5.2 Gemauerte Wände .....	111
	1.9 Flächen und Flächenschwerpunkte .....	21	5.3 Statische und konstruktive Maßnahmen .....	113
	1.10 Gleichungen und Ungleichungen .....	22	5.4 Vereinfachte Mauerwerksbemessung .....	114
	<b>2 Physik, Chemie, Statik</b> .....	<b>23</b>	5.5 Charakteristische Druckfestigkeiten .....	115
<b>3</b>	2.1 Physikalische Größen, Einheiten und Formelzeichen .....	23	5.6 Nichttragende innere Trennwände .....	116
	2.2 Physikalische Grundlagen .....	24	5.7 Kelleraußenwände .....	117
	2.3 Arbeit, Energie, Leistung und Wirkungsgrad .....	26	5.8 Mauerwerksarten .....	118
	2.4 Wärmelehre .....	27	5.9 Bauteile und Konstruktionsdetails .....	121
	2.5 Chemie .....	28	5.10 Mauerwerk aus Naturstein .....	123
	2.6 Statik .....	32	5.11 Umweltbedingungen des Mauerwerks .....	124
<b>4</b>	2.7 Spannungen .....	38	5.12 Mauerwerksverbände .....	125
	2.8 Lastannahmen .....	39	5.13 Hausschornsteine .....	127
	2.9 Sicherheitskonzept .....	40		
	<b>3 Bauzeichnungen</b> .....	<b>41</b>	<b>6 Beton- und Stahlbetonbau</b> .....	<b>129</b>
	3.1 Zeichengeräte und Materialien .....	41	6.1 Betondruck- und Betonzugfestigkeiten .....	129
	3.2 Ausführungshinweise .....	42	6.2 Deckensysteme .....	130
	3.3 Bemaßung .....	45	6.3 Fundamente aus unbewehrtem Beton .....	131
<b>5</b>	3.4 Symbole in verschiedenen Bauzeichnungen .....	46	6.4 Allgemeine Bewehrungsregeln .....	132
	3.5 Treppen (DIN 18065) .....	50	6.5 Konstruktionshinweise für Stahlbetonbauteile .....	137
	3.6 Darstellende Geometrie .....	53	6.6 Querschnittstabeln für Balken- und Plattenbewehrung .....	140
	<b>4 Baustoffe</b> .....	<b>55</b>	6.7 Schalungsbau .....	141
	4.1 Natürliche Gesteine .....	55		
	4.2 Ziegel und Klinker .....	58	<b>7 Baukonstruktionen und Bautenschutz</b> .....	<b>145</b>
	4.3 Kalksandsteine .....	62	7.1 Gerüstbau .....	145
	4.4 Mauersteine aus Beton/Betonsteine .....	64	7.2 Baugruben .....	148
	4.5 Porenbetonsteine .....	65	7.3 Bauvermessung .....	150
	4.6 Fliesen und Platten .....	66	7.4 Befestigungssysteme .....	153
	4.7 Gipsplatten, Wandbauplatten .....	68	7.5 Wärmeschutz .....	155
	4.8 Pflastersteine .....	69	7.6 Feuchteschutz .....	160
	4.9 Rohre für Abwasserleitungen .....	70	7.7 Schallschutz .....	162
	4.10 Baukalk .....	71	7.7 Brandschutz .....	165
<b>7</b>	4.11 Zement .....	72		
	4.12 Gips, Gips-Trockenmörtel, Calciumsulfatmörtel .....	75	<b>8 Baubetrieb</b> .....	<b>166</b>
	4.13 Gesteinskörnungen .....	76	8.1 Kalkulation und Lohnkosten .....	166
	4.14 Gesteinskörnung für Beton .....	77	8.2 Bauvertragsrecht und Abrechnung .....	167
	4.15 Estrichmörtel .....	81	8.3 Baustoffbedarf und Arbeitszeitbedarf .....	173
	4.16 Mauermörtel .....	82	8.4 Gefahrstoffe im Bauwesen .....	175
	4.17 Putzmörtel .....	84		
	4.18 Dünnbettmörtel .....	86	<b>Bild- und Quellenverzeichnis</b> .....	<b>176</b>
<b>8</b>	4.19 Mörtel und Kleber für Fliesen und Platten .....	86	<b>Sachwortverzeichnis</b> .....	<b>179</b>

# 1 Mathematik

## 1.1 Zeichen, Begriffe und Tafeln

### Mathematische Zeichen

Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise	Mathem. Zeichen	Sprechweise
=	gleich	⊥	senkrecht auf	$\overline{AB}$	Strecke
≠	ungleich	∥	parallel zu	$\widehat{AB}$	Bogen
:=	definitionsgemäß	+	plus	$g$	Gerade
≈	ungefähr gleich	-	minus	∠	Winkel
...	usw., bis	x, ·	mal	⊥ ⊥	rechter Winkel
△	entspricht	∴, /	durch, geteilt durch	$m$	Steigung
<	kleiner als	∑	Summe von, Summe aller	P, Q	Punkte
≤	kleiner oder gleich	∏	Produkt von, Produkt aller	x, y, z	Koordinaten
>	größer als	√	Quadratwurzel aus	∞	unendlich
≥	größer oder gleich	$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	⇒	daraus folgt
≫	sehr groß gegen	Δx	Delta-x	Technische Zusammenhänge werden meist in ihrer kürzesten Form durch Formeln beschrieben. Allgemeine Formelzeichen werden <i>kursiv</i> geschrieben.	
≪	sehr klein gegen	%	Prozent		
∝	proportional	‰	Promille		
≅	kongruent zu				

Römische Zahlen	Konstanten	Auf- und Abrunden
-----------------	------------	-------------------

Römische Zahlen		Konstanten		Auf- und Abrunden
		Größe	Zahlenwert	
I = 1	XL = 40	π	3,141 593	<b>Aufrunden:</b> Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl ist um 1 zu erhöhen, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl kleiner als 5 ist. <b>Abunden:</b> Die letzte Ziffer einer gerundeten Zahl bleibt unverändert, wenn die nächste Ziffer der nichtgerundeten Zahl kleiner als 5 ist  <b>Beispiele</b> π = 3,14159265... wird durch 3,1416 aufgerundet (Zehntausendstel) 3,142 aufgerundet (Tausendstel) 3,14 abgerundet (Hundertstel) 3,1 abgerundet (Zehntel)
II = 2	L = 50	π : 4	0,785 398	
III = 3	LXX = 70	π : 180	0,017 453	
IV = 4	LXXX = 80	π <sup>2</sup>	9,869 604	
V = 5	XC = 90	1 : π	0,318 310	
VI = 6	C = 100	180 : π	57,295 780	
VII = 7	CCC = 300	√1/π	0,564 190	
VIII = 8	CD = 400	√2	1,414 214	
IX = 9	D = 500	√3	1,732 051	
X = 10	DCCC = 800	e	2,718 282	
XI = 11	CM = 900			
XIV = 14	XM = 990			
XIX = 19	IM = 999			
XX = 20	MMXXIII = 2023			

Große Zahlen	Griechisches Alphabet							
--------------	-----------------------	--	--	--	--	--	--	--

10 <sup>6</sup> = 1000 000 = Million 10 <sup>9</sup> = 1000 000 000 = Milliarde 10 <sup>12</sup> = Billion 10 <sup>18</sup> = Trillion 10 <sup>24</sup> = Quadrillion 10 <sup>30</sup> = Quintillion 10 <sup>36</sup> = Sextillion	<i>A</i> α	<i>B</i> β	<i>Γ</i> γ	<i>Δ</i> δ	<i>E</i> ε	<i>Z</i> ζ	<i>H</i> η	<i>Θ</i> θ
	Alpha	Beta	Gamma	Delta	Epsilon	Zeta	Eta	Theta
	<i>I</i> ι	<i>K</i> κ	<i>Λ</i> λ	<i>M</i> μ	<i>N</i> ν	<i>Ξ</i> ξ	<i>O</i> ο	<i>Π</i> π
	Iota	Kappa	Lambda	My	Ny	Xi	Omikron	Pi
	<i>P</i> ρ	<i>Σ</i> σ	<i>T</i> τ	<i>Υ</i> υ	<i>Φ</i> φ	<i>X</i> χ	<i>Ψ</i> ψ	<i>Ω</i> ω
	Rho	Sigma	Tau	Ypsilon	Phi	Chi	Psi	Omega

## Umwandlungstabellen

### Längeneinheiten $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

$\Rightarrow$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$
1 m	10 dm	100 cm	1000 mm
0,1 m	1 dm	10 cm	100 mm
0,01 m	0,1 dm	1 cm	10 mm
0,001 m	0,01 dm	0,1 cm	1 mm
	: 10	: 10	: 10 $\Leftarrow$

### Flächeneinheiten $1 \text{ km}^2 = 1000000 \text{ m}^2$

$\Rightarrow$	$\times 100$	$\times 100$	$\times 100$
1 m <sup>2</sup>	100 dm <sup>2</sup>	10000 cm <sup>2</sup>	1000000 mm <sup>2</sup>
0,01 m <sup>2</sup>	1 dm <sup>2</sup>	100 cm <sup>2</sup>	10000 mm <sup>2</sup>
0,0001 m <sup>2</sup>	0,01 dm <sup>2</sup>	1 cm <sup>2</sup>	100 mm <sup>2</sup>
0,000001 m <sup>2</sup>	0,0001 dm <sup>2</sup>	0,01 cm <sup>2</sup>	1 mm <sup>2</sup>
	: 100	: 100	: 100 $\Leftarrow$

### Volumeneinheiten $1 \text{ km}^3 = 1000000000 \text{ m}^3$

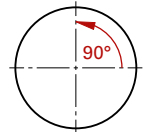
$\Rightarrow$	$\times 1000$	$\times 1000$	$\times 1000$
1 m <sup>3</sup>	1000 dm <sup>3</sup>	1000000 cm <sup>3</sup>	1000000000 mm <sup>3</sup>
0,001 m <sup>3</sup>	1 dm <sup>3</sup>	1000 cm <sup>3</sup>	1000000 mm <sup>3</sup>
0,000001 m <sup>3</sup>	0,001 dm <sup>3</sup>	1 cm <sup>3</sup>	1000 mm <sup>3</sup>
0,000000001 m <sup>3</sup>	0,000001 dm <sup>3</sup>	0,001 cm <sup>3</sup>	1 mm <sup>3</sup>
	: 1000	: 1000	: 1000 $\Leftarrow$

### Zeiteinheiten

(Jahr) 1 a = 365 d	(Tag) 1 d = 24 h	(Minute) 1' = 60"	
(Monat) 1 m = (1/12) a	(Stunde) 1 h = 60'	(Sekunde) 1" = (1/60)'	

### Umrechnung Winkleinheiten

$180^\circ \triangleq 200^{\text{gon}}$



**Grad** (°; auch Altgrad, Taschenrechneranzeige: DEG von englisch Degree)

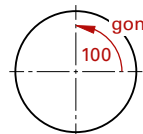
Vollkreis =  $4 \times 90^\circ = 360^\circ$

Unterteilungen:  $1^\circ = 60'$  (Minuten, Winkel-Minuten)

$1' = 60''$  (Sekunden, Winkel-Sekunden)

Umrechnungen:  $1,4^\circ = 1^\circ + 0,4^\circ \cdot \frac{60'}{1^\circ} = 1^\circ + 24' = 1^\circ 24'$

$1^\circ 24' = 1^\circ + 24' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 1^\circ + 0,4^\circ = 1,4^\circ$



**Gon** (gon; auch Neugrad, Taschenrechneranzeige: GRAD)

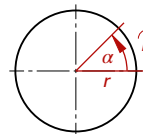
Vollkreis =  $4 \times 100^{\text{gon}} = 400^{\text{gon}}$

Umrechnungen:  $1^{\text{gon}} = \frac{360^\circ}{400^{\text{gon}}} \cdot 1^{\text{gon}} = 0,9^\circ$

$1,4^{\text{gon}} = 1,4^{\text{gon}} \cdot 9^\circ/10^{\text{gon}}$

$1,26^\circ = 1,26^\circ \cdot 10^{\text{gon}}/9^\circ$

$1,4^{\text{gon}} = 1,26^\circ$        $1,26^\circ = 1,4^{\text{gon}}$



**Radian** oder Bogenmaß (rad, Taschenrechneranzeige: RAD)

Definition  $\alpha = \frac{\hat{b}}{r}$

Vollkreis  $\alpha = 2\pi = 6,28 \dots$

Umrechnungen: 1 rad =  $180^\circ/\pi = 57,296^\circ$

$1^\circ = \pi/180^\circ = 0,0175 \text{ rad}$

$1^{\text{gon}} = \pi/200^{\text{gon}} = 0,0157 \text{ rad}$

### Besondere Längeneinheiten

1 Zoll (")	= 2,54 cm
1 inch	= 1 Zoll
1 mile	= 1609 m
1 mil	= 0,0245 mm

### Besondere Flächeneinheiten

1 km <sup>2</sup>	= 100 ha
1 ha	= 100 a
1 a	= 100 m <sup>2</sup>
1 Morgen	= 25 a

### Besondere Volumeneinheiten

1 hl	= 100 l
1 barrel	= 1,59 hl
1 gallone	= 4,546 l
1 l	= 1 dm <sup>3</sup>

1.2 Rechenarten							
Grundrechenarten				Sonstige Rechenarten			
Rechenart	a	b	c	Rechenart	a	b	c
Addition	Summand	Summand	Summenwert	Potenzierung	Basis	Exponent	Potenzwert
	<b>Beispiel</b> $a + b = c$				<b>Beispiel</b> $a^b = c$		
Subtraktion	Minuend	Subtrahend	Differenzwert	Radizierung	Radikant	Wurzel-exponent	Wurzelwert
	<b>Beispiel</b> $a - b = c$				<b>Beispiel</b> $\sqrt[b]{a} = c$		
Multiplikation	Faktor	Faktor	Produktwert	<b>Rechenregeln ohne Klammern</b>			
	<b>Beispiel</b> $a \cdot b = c$			Gleichstufige Rechenarten werden von links nach rechts ausgeführt.			
Division	Dividend	Divisor	Quotientenwert	<b>Beispiel</b> $8 - 2 + 3 = 6 + 3 = 9$			
	<b>Beispiel</b> $a : b = c$			Bei ungleichstufigen Rechenarten wird die Rechenart höherer Stufe zuerst ausgeführt. Es gilt Punktrechnung vor Strichrechnung sowie Potenzieren und Radizieren vor Punktrechnung und Strichrechnung.			
<b>Addition und Multiplikation</b>							
<b>Kommutativität</b>	$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$						
<b>Assoziativität</b>	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$						
<b>Distributivität</b>	$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$						
<b>Stufen der Rechenarten</b>							
Stufe 1	Addition, Subtraktion						
Stufe 2	Multiplikation, Division						
Stufe 3	Potenzierung, Radizierung						
<b>Beispiele Addition, Subtraktion</b>							
$a + 0 = 0 + a = a$ $a + (b - c) = a + b - c$ $a - (b + c) = a - b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$ $a - 0 = a$ aber $0 - a = -a$ $a + (-b) = a - b$ $a - (-b) = a + b$ $-(a + b) = -a - b$ $-(a - b) = -a + b = b - a$							
<b>Beispiele Multiplikation</b>							
<ul style="list-style-type: none"> <li>Schreibweise: <math>a \cdot b = ab</math>, <math>2 \cdot a = 2a</math>  <math>(a) \cdot (b) = (b) \cdot (a)</math>, <math>ab = ba</math>  <math>abc = acb = bac = bca = cab = cba</math></li> <li>Der Multiplikationspunkt kann laut Definition in der Mathematik entfallen.  <math>a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0</math>  <math>a \cdot 1 = 1 \cdot a = a</math></li> <li>Gleiche Vorzeichen ergeben plus, ungleiche Vorzeichen ergeben minus:  <math>(+a)(+b) = (-a)(-b) = +ab = ab</math>  <math>(+a)(-b) = (-a)(+b) = -ab</math></li> </ul>							
<b>Klammerregeln</b>							
Die Rechnung innerhalb einer Klammer wird stets vor der Rechnung außerhalb der Klammer ausgeführt.							
<b>Beispiel</b> $(2 + 9) \cdot 6 = 11 \cdot 6 = 66$							
Bei mehrfacher Klammerung werden von innen nach außen runde, eckige und geschweifte Klammern benutzt. Die Klammern werden von innen nach außen aufgelöst.							
<b>Beispiel</b> $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot (3 + 4)] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot [26 - 2 \cdot 7] : 3\} =$ $2 \cdot \{3 + 4 \cdot 12 : 3\} =$ $2 \cdot 19 = 38$							
Auflösen der Klammer mit <b>PLUS (+)</b> vor der Klammer $\Rightarrow$ Klammer kann entfallen.							
Auflösen der Klammer mit <b>MINUS (-)</b> vor der Klammer $\Rightarrow$ Klammer kann entfallen, wenn alle Vorzeichen in der Klammer umgekehrt werden.							
<b>Faktor</b> vor der Klammer mit Summanden $\Rightarrow$ Jeder Wert in der Klammer wird mit dem Faktor multipliziert.							
<b>Beispiele</b> $(a - b) \cdot c = c \cdot (a - b) = ac - bc$ $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$ $(a - b) \cdot (c + d) = ac + ad - bc - bd$ $(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$ $(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$							





Potenzen			Wurzeln	
<b>Definition</b> (Sprechweise: a hoch n)	$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ n Anzahl der Faktoren		<b>Definition</b> (für $a \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}^*$ )	$(\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$
<b>Spezialfälle</b> (für $a \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}^*$ )	$a^1 = a; a^0 = 1$ $1^n = 1; 0^n = 0$		<b>Darstellung mit Bruchpotenzen</b> (für $a \geq 0$ )	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = (\sqrt[n]{a})^m$
<b>Potenzen mit negativen Exponenten</b>	$a^{-1} = \frac{1}{a}; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$		<b>Produkte von Wur- zeln</b> (für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ )	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^q} = a^{\frac{m+q}{n}}$
<b>Vorzeichen beim Potenzieren</b> (für $n \in \mathbb{N}^*$ )	$(+ a)^n = +a^n$ für alle n $(- a)^n = + a^n$ für gerade n $(- a)^n = - a^n$ für ungerades n		<b>Eindeutigkeit von Wurzeln</b> (für $a \geq 0$ )	$\sqrt[n]{a^n} = a$ $\sqrt[2]{4} = + 2$ $\sqrt[3]{27} = + 3$
<b>Beispiele</b>	$2 a^3 + 3 a^3 - a^3 = 4 a^3$ $3 a^4 + 4 a^2 - 2 a^2 = 3 a^4 + 2 a^2$		<ul style="list-style-type: none"> <li>Wurzeln positiver Radikanten sind positiv.</li> <li>Wurzeln negativer Radikanden sind für den reellen Zahlenbereich nicht definiert. <math>\sqrt{-5}</math> nicht definiert</li> <li>Wurzel aus null ist gleich null: <math>\sqrt{0} = 0</math></li> </ul>	
<b>Produkt von Potenzen</b>	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$		<b>Beispiel</b> (Hinweis auf $\pm$ Zeichen) Sei $x^2 = 3$ $x = \pm \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$ (nicht $x = \sqrt{3} = \pm 1,7321\dots$ )	
<b>Quotient von Potenzen</b>	$a^m : a^n = a^{m-n}$ $a^m : b^m = (a : b)^m$		<b>Binomische Formeln</b>	
<b>Zehnerpotenzen</b>			<ol style="list-style-type: none"> <li>binomische Formel <math>(a + b)^2 = a^2 + 2 ab + b^2</math></li> <li>binomische Formel <math>(a - b)^2 = a^2 - 2 ab + b^2</math></li> <li>binomische Formel <math>(a + b)(a - b) = a^2 - b^2</math></li> </ol>	
$0,001 = 10^{-3}$ $1000 = 10^3$ $0,01 = 10^{-2}$ $100 = 10^2$ $0,1 = 10^{-1}$ $10 = 10^1$ $1 = 10^0$ $1 = 10^0$				
$1\,000\,000 = 10^6 = 1$ Million $10\,000\,000 = 10^7 = 10$ Millionen $100\,000\,000 = 10^8 = 100$ Millionen $1\,000\,000\,000 = 10^9 = 1$ Milliarde				
<b>Beispiele</b>			<b>Höhere Potenzen</b>	
$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$ $10^{-4} = 0,0001$ 1 ist die vierte Stelle nach dem Komma			$(a + b)^3 = a^3 + 3 a^2 b + 3 ab^2 + b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3 a^2 b + 3 ab^2 - b^3$ $(a \pm b)^n = a^n \pm \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2$ $\quad \quad \quad \pm \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \dots \pm \dots$	
<b>Zahlenmengen</b>			<b>Spezialfälle</b>	
<b>Symbol</b>	<b>Zahlenmenge</b>	<b>Menge aller ...</b>	$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ $a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a^2 - b^2)$ $a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2} b + a^{n-3} b^2 + \dots + ab^{n-2} + \dots + b^{n-1})$	
$\mathbb{N}$	Natürliche Zahlen	positiven ganzen Zahlen		
$\mathbb{Z}$	Ganze Zahlen	positiven und negativen ganzen Zahlen		
$\mathbb{Q}$	Rationale Zahlen	endlichen und periodischen Dezimalzahlen		
$\mathbb{R}$	Reelle Zahlen	endlichen und unendlichen Dezimalzahlen		
$\mathbb{C}$	Komplexe Zahlen	imaginäre Einheit $i^2 = -1$		
			<b>Logarithmen</b>	
			<b>Definition</b>	$\log_b a = c$ , wenn $b^c = a$ für $b > 0$ und $a > 0$
			<b>Brigg'scher (dekadischer) Logarithmus</b>	$\lg a = \log_{10} a$

### 1.3 Dreisatzrechnung

Dreisatzarten	direkter Dreisatz		indirekter Dreisatz	
1. Aussagesatz	$x \Rightarrow y$	je mehr desto mehr	$x \Rightarrow y$	je mehr desto weniger
2. Einheitssatz	$1 \Rightarrow \frac{y}{x}$	oder	$1 \Rightarrow y \cdot x$	oder
3. Schlussatz	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x_1}{x}$	je weniger desto weniger	$x_1 \Rightarrow \frac{y \cdot x}{x_1}$	je weniger desto mehr

#### Dreisatz mit geradem Verhältnis (direkt oder proportional)

**Beispiel** 4,50 m<sup>3</sup> Eichenholz kosten 7875,00 €. Wieviel kosten 3,00 m<sup>3</sup> Eichenholz?

- 4,50 m<sup>3</sup> Eichenholz kosten 7875,00 €
- 1,00 m<sup>3</sup> Eichenholz kostet  $\frac{7875,00 \text{ €}}{4,50 \text{ m}^3}$
- 3,00 m<sup>3</sup> Eichenholz kosten  $\frac{7875,00 \text{ €} \cdot 3,00 \text{ m}^3}{4,50 \text{ m}^3} = 5250,00 \text{ €}$

#### Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis (indirekt oder antiproportional)

**Beispiel** 5 Maurer benötigen für eine Montagearbeit 80 Stunden. Wie lange dauert die Montage, wenn 8 Maurer zur Verfügung stehen?

- 5 Maurer benötigen 80 h
- 1 Maurer benötigt  $5 \cdot 80 \text{ h}$
- 8 Maurer benötigen  $\frac{5 \cdot 80 \text{ h}}{8} = 50 \text{ h}$

#### Zusammengesetzter Dreisatz (doppelter Dreisatz)

Es werden 3 Größen gegenübergestellt. Die gesuchte Größe wird stufenweise errechnet. In jeder Stufe wird nur eine Größe verändert.

**Beispiel** 6 Fliesenleger verlegen bei 8-stündiger Arbeitszeit pro Tag 58 m<sup>2</sup> Mosaik. Wie viel m<sup>2</sup> Mosaik verlegen 5 Fliesenleger bei einer Arbeitszeit von 9 h/Tag?

**1. Dreisatz:** 6 Fliesenleger verlegen in 8 h 58 m<sup>2</sup>

1 Fliesenleger verlegt in 8 h  $\frac{58 \text{ m}^2}{6}$

5 Fliesenleger verlegen in 8 h  $\frac{58 \text{ m}^2 \cdot 5}{6}$

**2. Dreisatz:** 5 Fliesenleger verlegen in 1 h  $\frac{58 \text{ m}^2 \cdot 5}{6 \cdot 8}$

5 Fliesenleger verlegen in 9 h  $\frac{58 \text{ m}^2 \cdot 5 \cdot 9}{6 \cdot 8} = 54,375 \text{ m}^2 \approx 54 \text{ m}^2$

#### Verhältnisgleichung, Proportionen

Zwei Verhältnisse mit gleichen Werten können gleichgesetzt und als Gleichung geschrieben werden. Das Verhältnis (eine Proportion) kann auch als Bruchgleichung geschrieben werden.

Außenglieder

Eine Verhältnisgleichung kann als Produktgleichung geschrieben werden.

$a : b = 3 : 4$  oder  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

$a : b = 3 : 4$  oder  $3 \cdot b = 4 \cdot a$

Innenglieder Bruchgleichung

**Innenglied x Innenglied = Außenglied 2 Außenglied**

# 1.4 Prozentrechnung und Zinsrechnung

## Prozentrechnung

### Rechnen mit reinem Grundwert

- Prozent %  $\hat{=}$  1/100
- Grundwert  $G$
- Prozentwert  $PW$
- Prozentsatz  $p$  (%)

$$G = \frac{PW \cdot 100 \%}{p}$$

$$PW = \frac{G \cdot p}{100 \%}$$

$$p = \frac{PW \cdot 100 \%}{G}$$

**Beispiel**

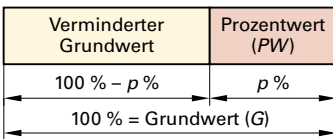
Eichenholz hat einen tangentialen Schwindverlust von 8,9 %. Um wie viel mm schwindet ein Seitenbrett mit einer Breite  $b = 320$  mm?

**Lösung**

$$PW = \frac{320 \text{ mm} \cdot 8,9 \%}{100 \%} = 28,5 \text{ mm}$$

### Rechnen mit vermindertem Grundwert

- Verminderter Grundwert  $G_{\min}$



$$G_{\min} = G - PW$$

$$G = \frac{G_{\min} \cdot 100 \%}{100 \% - p}$$

**Beispiel**

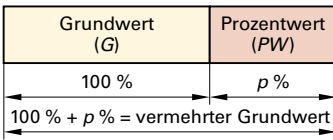
Ein Kunde bezahlt wegen mangelhafter Arbeit 10 % des Bruttopreises weniger und überweist 16500,00 €. Wie hoch war der Bruttopreis?

**Lösung**

$$G = \frac{16500,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% - 10 \%} = 18333,33 \text{ €}$$

### Rechnen mit vermehrtem Grundwert

- Vermehrter Grundwert  $G_{\text{mehr}}$



$$G_{\text{mehr}} = G + PW$$

$$G = \frac{G_{\text{mehr}} \cdot 100 \%}{100 \% + p}$$

**Beispiel**

Ein Arbeiter erhält nach der Lohn-erhöhung von 3,5 % einen Stundenlohn von 13,40 €. Errechnen Sie den vorherigen Lohn.

**Lösung**

$$G = \frac{13,40 \text{ €} \cdot 100 \%}{100 \% + 3,5 \%} = 12,95 \text{ €}$$

## Zinsrechnung

- Kapital  $K$  (€)
- Zinsen  $Z$  (€)
- Zinssatz  $p$  (%/Jahr)
- Laufzeit  $t$  (Jahre)
- 1 Zinsjahr 360 Tage
- 1 Zinsmonat 30 Tage



Mit dem Zinssatz werden die Zinsen für ein Jahr berechnet.

$$K = \frac{Z \cdot 100 \%}{p \cdot t}$$

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \%}$$

$$p = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot t}$$

$$t = \frac{Z \cdot 100 \%}{K \cdot p}$$

**Beispiel**

Ein Betrieb erhält einen Kredit über 40000,00 € mit Zinssatz von 8,5 %.

- Berechnen Sie die Zinsen.
- Wie hoch wäre der Zinssatz, wenn 3700,00 € Zinsen bei gleicher Laufzeit anfallen würden?

**Lösung** (Berechnung für ein Jahr)

$$Z = \frac{40000,00 \text{ €} \cdot 8,5 \%}{100 \%} = 3400,00 \text{ €}$$

$$p = \frac{3700,00 \text{ €} \cdot 100 \%}{40000,00 \text{ €}} = 9,25 \%$$

### Zinseszinsrechnung

Die Zinsen werden dem Kapital am Jahresende zugerechnet und mitverzinst.

- Anzahl der Jahre  $n$

Kapital nach  $n$  Jahren:

$$K_n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

**Beispiel**

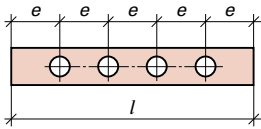
Ein Maurer legt 5000,00 € festverzinslich mit  $p = 4,5$  % an. Wie hoch ist sein Kapital nach 10 Jahren?

**Lösung**

$$K_{10} = 5000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{4,5 \%}{100}\right)^{10} = 7764,85 \text{ €}$$

# 1.5 Längen und Winkel

## Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände

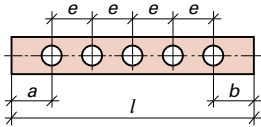


$$e = \frac{l}{n + 1}$$

$$z = n + 1$$

- $l$  Gesamtlänge, Teilungsstrecke
- $e$  Länge der Abstände
- $n$  Anzahl der Teilungselemente
- $z$  Anzahl der Abstände

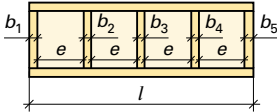
## Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Randabstand



$$e = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

- $a, b$  Randabstände
- $l$  Gesamtlänge, Teilungsstrecke
- $e$  Länge der Abstände
- $n$  Anzahl der Teilungselemente

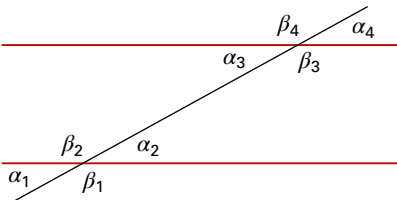
## Teilen der Gesamtlänge in gleiche Abstände mit Unterbrechungen



$$e = \frac{l - (b_1 + \dots + b_n)}{n - 1}$$

- $b_1, \dots, b_n$  Unterbrechungen
- $l$  Gesamtlänge, Teilungsstrecke
- $e$  Länge der Abstände
- $n$  Anzahl der Teilungselemente

## Winkelarten



**Scheitelwinkel** sind gleich groß.  
Scheitelwinkel liegen am Winkelscheitel einander gegenüber.

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad \text{und} \quad \alpha_3 = \alpha_4$$

**Wechselwinkel** sind gleich groß.  
Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen liegen dem Winkel auf der anderen Seite gegenüber.

$$\alpha_1 = \alpha_3 \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta_4$$

**Stufenwinkel** sind gleich groß.  
Stufenwinkel liegen auf der anderen Stufe der gleichen Seite der Geraden.

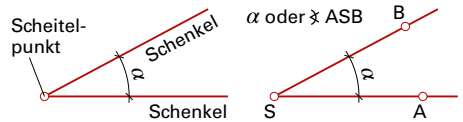
$$\alpha_1 = \alpha_3 \quad \text{und} \quad \beta_1 = \beta_3$$

**Nebenwinkel** ergänzen sich zu 180°.  
Nebenwinkel sind Nachbarwinkel auf derselben Seite der Parallelen.

$$\alpha_1 + \beta_1 = 180^\circ \quad \text{und} \quad \alpha_4 + \beta_4 = 180^\circ$$

## Winkleinheiten

Zwei von einem Punkt ausgehende Halbgeraden bilden einen Winkel. Die Benennung erfolgt mit griechischen Buchstaben  $\alpha, \beta, \gamma$ .



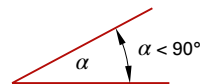
Die Einheiten der Winkel sind Grad (°), Minuten (') und Sekunden ("). Es gelten dieselben Umrechnungsregeln wie bei den Zeiteinheiten.

$$\text{Umrechnung} \quad 1^\circ = 60' \quad 1' = 60''$$

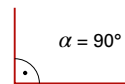
$$0,56666^\circ = 0,56666^\circ \cdot 60' / \text{je } 1^\circ \rightarrow 34'$$

$$21' = 21' : 60' / \text{je } 1^\circ \rightarrow 0,35''$$

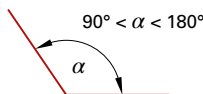
## Winkelbenennungen



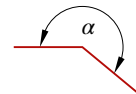
Spitzer Winkel



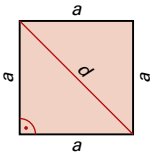
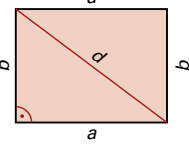
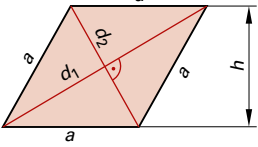
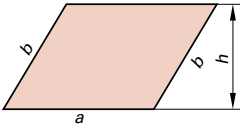
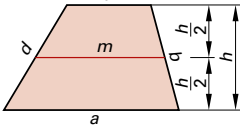
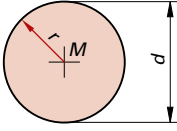
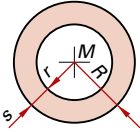
Rechter Winkel (R)



Stumpfer Winkel

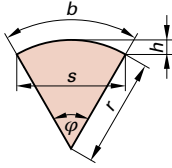


Überstumpfer Winkel

<b>1.6 Flächen</b>			
<p><b>Quadrat</b></p> 	<p><math>A</math> <math>a</math> <math>d</math> <math>U</math></p>	<p>Fläche Seitenlänge Diagonalenlänge Umfang</p>	<p><math>A = a \cdot a = a^2</math> <math>U = 4 \cdot a</math> <math>d = \sqrt{2} \cdot a \approx 1,414 \cdot a</math></p>
<p><b>Rechteck</b></p> 	<p><math>A</math> <math>a</math> <math>b</math> <math>d</math> <math>U</math></p>	<p>Fläche Länge (Grundlinie) Breite (Höhe) Diagonalenlänge Umfang</p>	<p><math>A = a \cdot b</math> (Fläche = Grundlinie mal Höhe) <math>U = 2 \cdot (a + b)</math> <math>d = \sqrt{a^2 + b^2}</math></p>
<p><b>Rhombus, Raute</b></p> 	<p><math>A</math> <math>a</math> <math>h</math> <math>d_1, d_2</math> <math>U</math> <math>d_1 \perp d_2</math></p>	<p>Fläche Seitenlänge (Grundlinie) Höhe Diagonalenlängen Umfang</p>	<p><math>A = a \cdot h</math> <math>A = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2</math> <math>a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}</math> <math>U = 4 \cdot a = 2 \cdot \sqrt{d_1^2 + d_2^2}</math></p>
<p><b>Parallelogramm</b></p> 	<p><math>A</math> <math>a, b</math> <math>a</math> <math>h</math> <math>U</math></p>	<p>Fläche Seitenlängen Grundlinie Höhe Umfang</p>	<p><math>A = a \cdot h</math> (Fläche = Grundlinie mal Höhe) <math>U = 2 \cdot (a + b)</math></p>
<p><b>Trapez</b></p> 	<p><math>A</math> <math>a, b, c, d</math> <math>m</math> <math>h</math> <math>U</math></p>	<p>Fläche Seitenlängen mittlere Länge Höhe Umfang</p>	<p><math>A = m \cdot h = \frac{a+c}{2} \cdot h</math> <math>m = \frac{a+c}{2}</math> <math>U = a + b + c + d</math></p>
<p><b>Kreis</b></p> 	<p><math>A</math> <math>r</math> <math>d</math> <math>U</math> <math>M</math></p>	<p>Fläche Radius (Halbmesser) Durchmesser Umfang Kreismittelpunkt</p>	<p><math>A = \pi \cdot r^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2</math> <math>d = 2 \cdot r</math> <math>U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d</math></p>
<p><b>Kreisring</b></p> 	<p><math>R</math> <math>r</math> <math>s</math></p>	<p>Außenradius Innenradius Kreisringdicke</p>	<p><math>A = A_{\text{Außenkreis}} - A_{\text{Innenkreis}}</math> <math>A = (R^2 - r^2) \cdot \pi</math> <math>s = R - r</math></p>

**1.6 Flächen**

**Kreisausschnitt**



A Fläche (Kreisausschnitt)  
 r Radius  
 s Sehnenlänge  
 b Bogenlänge  
 $\varphi^\circ$  Zentriwinkel im Altgradmaß

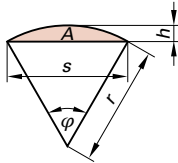
$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{4 \cdot 360^\circ}$$

$$b = \frac{d \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{360^\circ}$$

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi^\circ}{2}\right)$$

$$h = 2 \cdot \sqrt{h \cdot (2 \cdot r - h)}$$

**Kreisabschnitt**



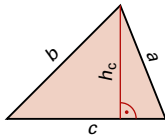
r Halbmesser  
 b Bogenlänge  
 h Bogenhöhe  
 s Sehnenlänge  
 A Fläche des Kreisabschnitts  
 $\varphi^\circ$  Zentriwinkel im Altgradmaß

$$A \approx \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \varphi^\circ}{4 \cdot 360^\circ} - \frac{s \cdot (r - h)}{2}$$

$$s = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\varphi^\circ}{2}\right)$$

**Dreieck**



► S. 19, 21

A Fläche  
 a, b, c Seitenlängen  
 c Grundlinie  
 hc Höhe  
 U Umfang  
 s halber Umfang

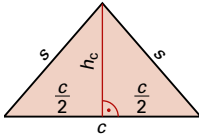
$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

(Fläche =  $\frac{1}{2}$  mal Grundlinie mal Höhe)

$$s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$$

$$U = a + b + c = 2 \cdot s$$

**Gleichschenkliges Dreieck**



A Fläche  
 s Schenkellänge  
 c Grundlinie  
 hc Höhe  
 U Umfang

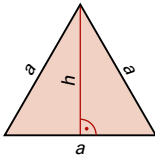
$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot c \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$$

$$h_c = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot s^2 - c^2}$$

$$U = 2 \cdot s + c$$

**Gleichseitiges Dreieck**



A Fläche  
 a Seitenlänge  
 h Höhe  
 U Umfang

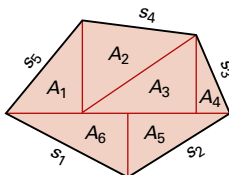
$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \approx 0,433 \cdot a^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \approx 0,866 \cdot a$$

$$U = 3 \cdot a$$

**Unregelmäßiges Vieleck**



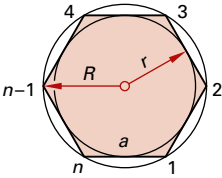
A Fläche  
 Ai Teilflächen (i = 1, 2, ..., m)  
 si Seitenlängen (i = 1, 2, ..., n)  
 n Anzahl der Ecken  
 m Anzahl der Teilflächen  
 U Umfang

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_m$$

$$U = s_1 + s_2 + \dots + s_n$$

### 1.6 Flächen

**Regelmäßiges Vieleck**



- A Fläche
- a Seitenlänge
- R Umkreisradius
- r Inkreisradius
- n Anzahl der Ecken
- U Umfang
- $\varphi^\circ$  Mittelpunktswinkel

$$A = \frac{1}{2} \cdot n \cdot a \cdot r$$

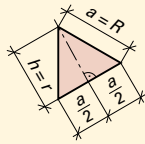
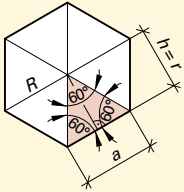
$$R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + 4 \cdot r^2}$$

$$r = \sqrt{R^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$r = R \cdot \cos(\varphi^\circ/2)$$

$$U = n \cdot a$$

**Beispiel Sechseck**



Sechseck

$$A = 6 \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$A = 3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$$

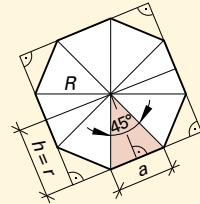
$$A \approx 2,598 \cdot R^2$$

Achteck

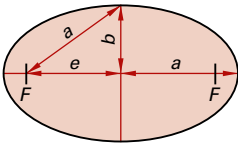
$$A = 8 \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot r$$

$$A \approx 2,828 \cdot R^2$$

**Beispiel Achteck**



**Ellipse**



- A Fläche
- a großer Halbmesser
- b kleiner Halbmesser
- e Brennpunkt Abstand
- U Umfang
- F Brennpunkte

$$A = \pi \cdot a \cdot b \quad e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

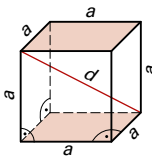
$$U \approx \pi \cdot (a + b)$$

$$U = \pi \cdot (a + b) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{1}{64}\lambda^4 + \dots\right)$$

mit  $\lambda = \frac{a-b}{a+b}$

### 1.7 Körper

**Würfel**



- A Grundfläche
- V Volumen
- O Oberfläche
- a Seitenlänge
- d Raumdiagonale

**V = Grundfläche x Höhe**

$$A = a^2$$

$$V = A \cdot a$$

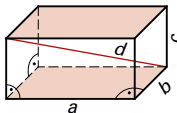
$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = \sqrt{3} \cdot a$$

$$d \approx 1,732 \cdot a$$

**Quader, Rechteck**



- A Grundfläche
- V Volumen
- O Oberfläche
- a, b, c Seitenlängen
- d Raumdiagonale

$$A = a \cdot b$$

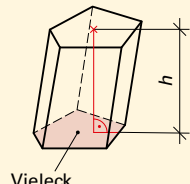
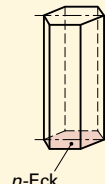
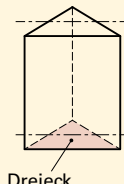
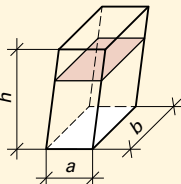
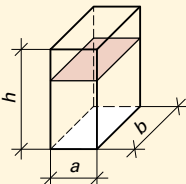
$$V = A \cdot c$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

**Prismen, gerade und schief**



Dreieck

n-Eck

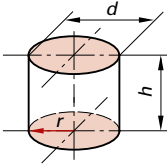
Vieleck

$$V = A \cdot h \quad O = A_u + A_o + M$$



1.7 Körper

**Zylinder**  
gerade  
und  
schief

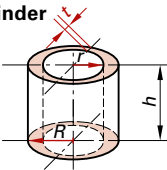


A Grundfläche  
V Volumen  
O Oberfläche  
R Außenradius  
r Innenradius  
t Wanddicke  
h Höhe

V = Grundfläche x Höhe

$A = \pi \cdot r^2$   
 $V = A \cdot h$   
 $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$   
 $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$   
 $O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$   
 $d = 2 \cdot r$

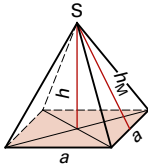
**Hohlzylinder**  
gerade  
und  
schief



A Grundfläche  
V Volumen  
O Oberfläche  
R Außenradius  
r Innenradius  
t Wanddicke  
h Höhe

$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$   
 $V = A \cdot h$   
 $V = \pi \cdot h \cdot (R^2 - r^2)$   
 $V = \pi \cdot h \cdot t \cdot (R + r)$   
 $t = R - r$   
 $O = 2 \cdot \pi \cdot (R + r) \cdot (h + t)$

**Pyramide**  
gerade  
und  
schief



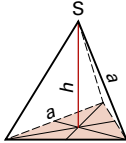
quadratische Grundfläche

V Volumen  
A Grundfläche  
U Grundumfang  
 $h_M$  Mantelhöhe  
O Oberfläche  
M Mantelfläche  
h Höhe  
a Seitenlänge

V Spitzer Körper = 1/3 Grundfläche x Höhe

$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$   
 $M = \frac{1}{2} \cdot U \cdot h_M$   
 $A = a^2$   
 $O = M + A$   
 $U = 4 \cdot a$

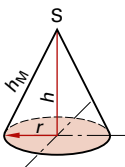
**Tetraeder**



V Volumen  
A Grundfläche  
a Seitenlänge  
h Höhe  
O Oberfläche  
(vier gleichgroße Flächen)

$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3 \approx 0,118 \cdot a^3$   
 $O = \sqrt{3} \cdot a^2 \approx 1,732 \cdot a^2$   
 $A = \frac{1}{4} \cdot O \approx 0,433 \cdot a^2$   
 $h = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot a \approx 0,816 \cdot a$

**Kegel**  
gerade  
und  
schief



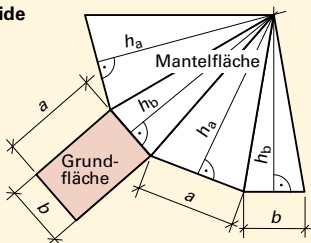
V Volumen  
A Grundfläche  
r Radius  
h Höhe  
 $h_M$  Mantelhöhe  
M Mantelfläche  
O Oberfläche

V Spitzer Körper = 1/3 Grundfläche x Höhe

$A = \pi \cdot r^2$   
 $V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$   
 $M = \pi \cdot r \cdot h_M$   
 $O = \pi \cdot r \cdot (h_M + r)$   
 $h_M = \sqrt{r^2 + h^2}$   
 $h = \sqrt{h_M^2 - r^2}$

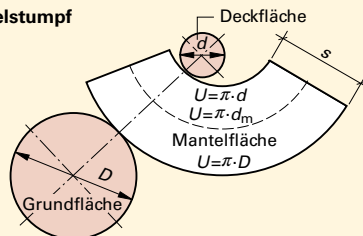
Abwicklung einer Pyramide und eines Kegelstumpfes

**Pyramide**

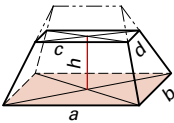
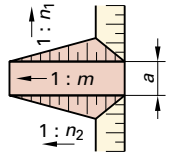
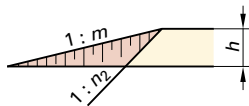
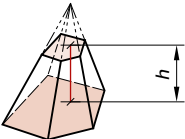
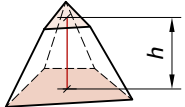
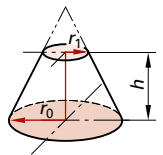
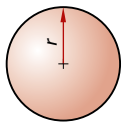
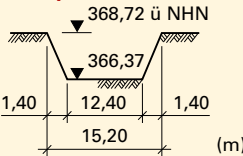


$O = M + A$        $M = a \cdot h_a + b \cdot h_b$

**Kegelstumpf**



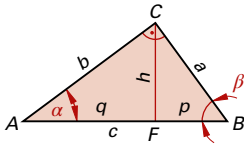
$O = M + A_o + A_u$        $M = \pi \cdot d_m \cdot s$

<p><b>Obelisk (Ponton)</b> Keil (<math>d = 0</math>) (Baugrube)</p> 	<p><math>V</math> Volumen <math>a, b</math> Seitenlängen der Grundfläche <math>c, d</math> Seitenlängen der Deckfläche <math>h</math> Höhe <math>A_0</math> Grundfläche <math>A_1</math> Deckfläche</p>	<p><math>V = \frac{h}{6} \cdot [a \cdot b + c \cdot d + (a + c) \cdot (b + d)]</math> <math>A_0 = a \cdot b \quad A_1 = c \cdot d</math> <math>V \approx \frac{1}{2} \cdot (A_0 + A_1) \cdot h</math> <b>Sonderfall Keil/Walmdach:</b> <math>d = 0</math> <math>V = \frac{1}{6} \cdot h \cdot b \cdot (2 \cdot a + c)</math></p>
<p><b>Rampe</b></p> 	<p><math>1 : m</math> Steigung der Rampe <math>1 : n_1</math> Steigung der Böschung</p> 	<p><math>V = \frac{h^2}{6} \cdot \left( 3 \cdot a + 2 \cdot n_1 \cdot h \cdot \frac{m - n_2}{m} \right) \cdot (m - n_2)</math> für <math>n_2 = 0</math> (z.B. lotrechte Wand) <math>V = \frac{h^2}{6} \cdot (3 \cdot a + 2 \cdot n_1 \cdot h) \cdot m</math></p>
<p><b>Pyramidenstumpf</b> gerade und schief</p> 	<p><math>V</math> Volumen <math>A_0</math> Grundfläche <math>A_1</math> Deckfläche <math>h</math> Höhe</p>	<p>Simpsonsche Regel <math>V = \frac{h}{3} \cdot (A_0 + A_1 + \sqrt{A_0 \cdot A_1})</math> Näherungsformel <math>V \approx \frac{h}{2} \cdot (A_0 + A_1)</math></p>
<p><b>Prismatoid</b></p> 	<p><math>A_0, A_1</math> Deck- und Grundfläche sind parallel, können aber unterschiedliche Formen haben</p>	<p><math>A_m = \frac{1}{4} \cdot (A_0 + A_1 + 2 \cdot \sqrt{A_0 \cdot A_1})</math> <math>V = \frac{h}{6} \cdot (A_0 + A_1 + 4 \cdot A_m)</math> <math>A_m</math> ist der zur Grundfläche parallele Querschnitt in halber Höhe</p>
<p><b>Kegelstumpf</b> gerade und schief</p> 	<p><math>r_0</math> Radius der Grundfläche <math>r_1</math> Radius der Deckfläche <math>h</math> Höhe <math>h_M</math> Mantelhöhe <math>M</math> Mantelfläche <math>O</math> Oberfläche</p>	<p><math>V = \frac{h}{3} \cdot \pi \cdot (r_0^2 + r_0 \cdot r_1 + r_1^2)</math> <math>h_M = \sqrt{(r_0 - r_1)^2 + h^2}</math> <math>M = \pi \cdot h_M \cdot (r_0 + r_1)</math> <math>O = \pi \cdot (r_0^2 + r_1^2 + h_M \cdot r_0 + h_M \cdot r_1)</math> Mantelfläche = Oberfläche - Deckfläche - Grundfläche</p>
<p><b>Kugel</b></p> 	<p><math>V</math> Volumen <math>O</math> Oberfläche <math>r</math> Radius <math>d</math> Durchmesser</p>	<p><math>V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad V \approx 4,189 \cdot r^3</math> <math>O = 4 \cdot \pi \cdot r^2</math> <math>d = 2 \cdot r \quad d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}</math></p>
<p><b>Beispiel</b></p> 	<p>Rechteckige Baugrube mit den Abmessungen <math>A_u = 12,40 \text{ m} \times 8,65 \text{ m}</math> und <math>A_o = 15,20 \text{ m} \times 11,45 \text{ m}</math>. Der Aushub in <math>\text{m}^3</math> ist zu berechnen. <math>h = 368,72 - 366,37 = 2,35 \text{ m}</math> Näherungsformel (in der Baupraxis bevorzugt) <math>V \approx (1/2) \cdot (12,40 \cdot 8,65 + 15,20 \cdot 11,45) \cdot (368,72 - 366,37)</math> <math>V \approx (1/2) \cdot (107,26 + 174,04) \cdot 2,35 \approx 330,5 \text{ m}^3</math> Genauere Formel <math>V = (2,35/6) \cdot [15,20 \cdot 11,45 + 12,40 \cdot 8,65 + (12,40 + 15,20) \cdot (11,45 + 8,65)]</math> <math>V = (2,35/6) \cdot [174,04 + 107,26 + 554,76] = 327,5 \text{ m}^3</math></p>	

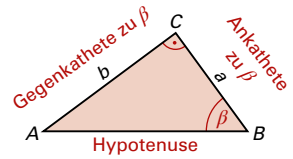
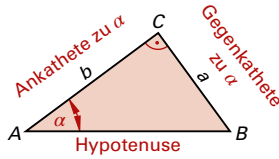
# 1.8 Geometrie

## 1.8.1 Rechtwinklige Dreiecke

### Bezeichnungen

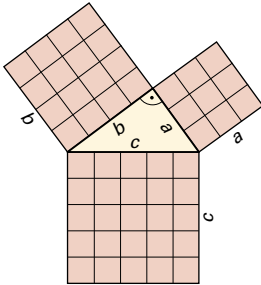


A, B, C Eckpunkte  
 h Höhe  
 p, q Hypotenusenabschnitte



Die dem rechten Winkel (1 R = 90°) gegenüberliegende Seite heißt Hypotenuse (c). Die beiden anderen Seiten heißen Katheten (a und b). Bezogen auf die an der Hypotenuse liegenden Winkel heißt die gegenüberliegende Kathete Gegenkathete und die anliegende Kathete Ankathete.

### Satz des Pythagoras



Im rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den Katheten gleich dem Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### Trigonometrische Funktionen

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Kosinus} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\text{Tangens} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\text{Kotangens} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \sin \beta = \frac{b}{c}$$

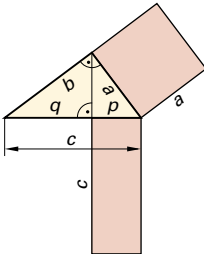
$$\cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \quad \tan \beta = \frac{b}{a}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} \quad \cot \beta = \frac{a}{b}$$

Im rechtwinkligen Dreieck besteht ein Zusammenhang zwischen den Winkeln und den Seiten.

### Kathetensatz (Euklid)



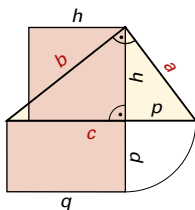
Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über einer Kathete gleich dem Flächeninhalt des Rechtecks aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusenabschnitt:

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot (p + q) = c^2$$

### Höhensatz (Euklid)



Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über der Höhe gleich dem Flächeninhalt des Rechtecks aus den Hypotenusenabschnitten:

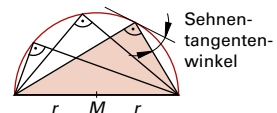
$$h^2 = p \cdot q$$

$$p = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot c}$$

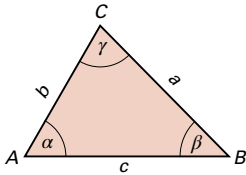
$$q = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot c}$$

### Satz des Thales

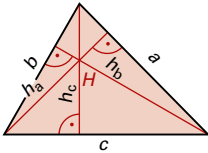
Über dem Durchmesser eines Kreises als Grundlinie ist jedes Dreieck, dessen Spitze auf dem Kreisbogen liegt, ein rechtwinkliges Dreieck. Der Sehnentangentenwinkel ist halb so groß wie der Mittelpunktswinkel über demselben Bogen.



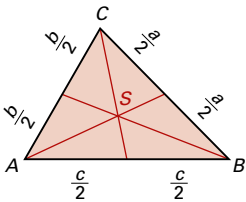
1.8.2 Schiefwinklige Dreiecke



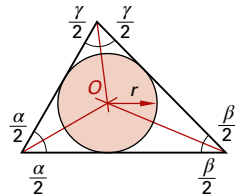
**Winkelsumme**  
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



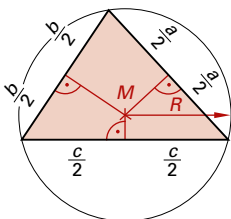
**Höhen**  
 $h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$



**Inkreis**  
 $r = \frac{2 \cdot A}{a + b + c}$   
 $r = \frac{a \cdot b \cdot c}{2 \cdot R \cdot (a + b + c)}$



**Umkreis**  
 $R = \frac{a}{2 \cdot \sin \alpha} = \frac{b}{2 \cdot \sin \beta}$   
 $R = \frac{c}{2 \cdot \sin \gamma}$



$a, b, c$  Seiten des Dreiecks  
 $\alpha, \beta, \gamma$  Winkel im Dreieck (den Seiten  $a, b, c$  gegenüber)  
 $A$  Flächeninhalt  
 $h_a, h_b, h_c$  den Seiten des Dreiecks zugeordnete Höhen  
 $R$  Radius des umbeschriebenen Kreises (Umkreis)  
 $r$  Radius des eingeschriebenen Kreises (Inkreis)

Die **Höhen** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt (Höhenschnittpunkt  $H$ ).

Die **Seitenhalbierenden** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt. Es ist der Flächenschwerpunkt  $S$  der Dreiecksfläche.

Der **Schwerpunkt** ist von den Seitenmitten halb so weit entfernt wie von den gegenüberliegenden Ecken. Der Schwerpunkt teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis **2 : 1**.

**Schwerpunktkoordinaten**

Mit  $A(x_A/y_A)$ ,  $B(x_B/y_B)$  und  $C(x_C/y_C)$  folgt für  $S(x_S/y_S) \Rightarrow$

$$x_S = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$$

$$y_S = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

Die **Winkelhalbierenden** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt. Es ist der Mittelpunkt  $O$  des Inkreises.

Die **Mittelsenkrechten** eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt. Es ist der Mittelpunkt  $M$  des Umkreises.

**Euler-Gerade**

In jedem Dreieck liegen der Höhenschnittpunkt  $H$ , der Schwerpunkt  $S$  und der Schnittpunkt  $M$  der Mittelsenkrechten auf einer Geraden, der sogenannten Euler-Geraden.

**Flächenformeln**

$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c \quad \text{mit } h_c \perp c$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{\sin \gamma \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

**Heron'sche Formel**

$$A = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$

mit  $s = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$

**Seitensätze**

$$a + b > c$$

$$b + c > a$$

$$a + c > b$$

**Sinussatz**

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

**Kosinussatz**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2 \cdot c \cdot a \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

**Bestimmung fehlender Stücke**

■ Drei Seiten sind gegeben:  $a, b, c$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} \Rightarrow \alpha$$

$$\cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2 \cdot c \cdot a} \Rightarrow \beta$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot a} \Rightarrow \gamma$$

■ Zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel sind gegeben:  $a, b, \gamma$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \cdot \sin \gamma$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c} \cdot \sin \gamma$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

■ Zwei Seiten und ein gegenüberliegender Winkel sind gegeben:  $a, b, \alpha$  mit  $a > b$

$$\sin \beta = \frac{b}{a} \cdot \sin \alpha$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma}$$

Für den Fall  $a < b$  können zwei Lösungen existieren: eine (Doppel-)Lösung oder keine Lösung.