EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Farbtechnik und Raumgestaltung

Mathematik Maler und Lackierer, Fahrzeuglackierer

Grundlagen - Aufmaß - Lohn - Kalkulation

3. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 44334

Autoren des Buches Mathematik für Maler und Lackierer, Fahrzeuglackierer

Grebe, Peter	Studiendirektor	Olpe
Sirtl, Helmut	Studiendirektor	Reutlingen

Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:

Helmut Sirtl

Bildbearbeitung

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, 73760 Ostfildern

Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Bildentwürfe:

Die Autoren

3. Auflage 2025

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-7585-4253-4

Bei Fragen zur Produktsicherheit wenden Sie sich bitte an produktsicherheit@europa-lehrmittel.de.

Satz und Layout: Grafische Produktionen Jürgen Neumann, 97222 Rimpar

Umschlag: Mediacreativ, Hr. Kuhl, 40724 Hilden

Umschlagfoto: Helmut Sirtl

Druck: CPI books GmbH, 25917 Leck

Vorwort

Heute benötigen Maler und Lackierer sowie Fahrzeuglackierer umfassendes Fachwissen bei ihren komplexen Arbeiten. In allen Bereichen tauchen mathematische Problemstellungen auf, so dass eine Berufsausbildung nur dann erfolgreich ist, wenn sie ihr Augenmerk auch auf die Lösung fachmathematischer Problemstellungen richtet.

Das vorliegende Fachbuch **„Mathematik"** wurde **für Maler und Lackierer sowie Fahrzeuglackierer** in der Ausbildung konzipiert und eignet sich bestens zum Einsatz im lernfeldorientierten Unterricht. Das Buch eignet sich auch für den Einsatz an weiterführenden Bildungsgängen, wie **Techniker- und Meisterschulen.** Zur **Prüfungsvorbereitung** und zum **Selbststudium** ist es aufgrund seiner zielgerichteten, klaren Struktur zu empfehlen.

Kennzeichen dieses Buches ist die **übersichtliche, kompakte und anschauliche Darstellung der Inhalte.** Jeder Kapitel bildet eine in sich geschlossene Einheit die mit einem **umfassenden Aufgabenteil** abschließt, mit dem der Lernerfolg überprüft werden kann.

Die Texte in **schülergerechter Sprache** stehen in engem Zusammenhang mit vielen **Grafiken, Tabellen und Fotos,** wodurch der Lernende **Aufgabenstellungen der Praxis** anschaulich nachvollziehen kann. Die breit gefächerten Aufgaben führen vom Rekapitulieren zur Fähigkeiten der Reorganisation und des Tranfers hin zu problemlösenden Denken. Bei allen Fragen wurde auf Berufsbezug geachtet.

Klare Aufgabenformulierungen, oft unterstützt durch Bilder oder anschauliche Darstellungen entsprechen dem Gedanken der Inklusion.

Ein klar strukturiertes Inhaltsverzeichnis und ein umfangreiches **Sachwortverzeichnis** ermöglichen schnelles Auffinden von Seiten, die bei der Lösung aktueller mathematischer Probleme hilfreich sind.

Das Lehrwerk ist nach folgenden Schwerpunkten gegliedert:

– Die **Kapitel 1 und 2** vermitteln Grundlagenwissen und dienen der Festigung vorhandener Kenntnisse.
– **Kapitel 3** widmet sich der heute weit verbreiteten Informationsvermittlung durch Diagramme und Tabellen.
– Die **Kapitel 4, 5 und 6** zur Flächen- und Körperberechnung sowie zum Lesen und Umgang mit Bauzeichnungen führen hin zu den **Kapiteln 7 und 8,** in denen die geltenden Aufmaßregeln des Maler- und Lackiererhandwerks praxisbezogen und leicht nachvollziehbar über das heute übliche Aufmaßformular erlent und eingeübt werden.
– **Kapitel 9** behandelt verschiedene neue Aufgabenbereiche mit dem Ziel der Abrechnung, die etwas außerhalb der Kernbeschäftigung des Maler und Lackierers liegen, aber durchaus heute von Malerbetrieben angeboten werden, wie Bodenarbeiten, Trockenbauarbeiten u. a..
– In den **Kapiteln 10, 11, 12 und 13** erfährt der Lernende alles über die Berechnung von Material- und Lohnkosten, sowie zur erfolgreichen Kosten- und Preisberechung, der Grundlage einer erfolgreichen Betriebsführung.
– Das **Kapitel 14** richtet sich zum Thema Kalkulation direkt an Fahrzeuglackierer. Deren Aufgaben- und Arbeitsbereich weicht in einigen Fällen vom Bereich des Maler und Lackierers ab.
– Abgerundet wird das Lehrwerk durch **Kopiervorlagen** im Anhang.

Der Autor und Leiter des Arbeitskreises verfügt als Malermeister und Dipl.Ing. FH über jahrelange Erfahrung im Malerhandwerk, im Schuldienst in der Ausbildung von Malern und Lackierern sowie der Ausbildung von Lehrkräften für den Schuldienst. Er steht in regem Austausch mit Lehrern, Schülern und Vertretern des Handweks, sodass alle Kapitel laufend aktualisiert und für Lernende aktuell aufbereitet werden.

Den Lesern dieses Lehrwerks wünscht der Autor Freude und Erfolg bei der Erarbeitung und Vertiefung ihrer Fachkenntnisse. Hinweise und Ergänzungen, die zur Weiterentwicklung des Buches beitragen, nimmt er unter der Verlagsadresse oder per E-Mail (lektorat@europa-lehrmittel.de) dankbar entgegen.

Herbst 2025 Autor und Verlag

Inhaltsverzeichnis

1	**Grundlagen**	**7**
1.1	**Zahlen und Zahlensysteme**	**8**
1.2	**Umwandlung von Einheiten**	**9**
1.3	**Rechenzeichen und Grundrechenarten**	**10**
1.4	**Bruchrechnen**	**12**
1.5	**Rechenregeln**	**13**
1.6	**Gleichungen und Formeln**	**14**
1.7	**Potenzieren und Radizieren**	**15**
1.8	**Einfache Verhältnisse**	**15**
1.9	**Aufgaben**	**16**
2	**Verhältnisrechnen, Dreisatz und Prozentrechnen**	**19**
2.1	**Verhältnisrechnen mit dem Dreisatz**	**20**
2.2	**Prozentrechnen**	**22**
2.3	**Rabatt, Skonto, Umsatzsteuer**	**23**
2.4	**Zinsrechnen**	**24**
2.5	**Aufgaben**	**25**
3	**Umgang mit Diagrammen und Tabellen**	**27**
3.1	**Diagramme**	**28**
3.1.1	Kurvendiagramm	28
3.1.2	Säulendiagramm	29
3.1.3	Kreisdiagramm	29
3.2	**Organigramme**	**30**
3.3	**Tabellen**	**31**
3.4	**Aufgaben**	**32**
4	**Längen- und Flächenberechnungen**	**33**
4.1	**Längenberechnung**	**34**
4.2	**Viereckige Flächen**	**35**
4.2.1	Quadrat	35
4.2.2	Rechteck	35
4.2.3	Parallelogramm	36
4.2.4	Trapez	37
4.3	**Dreieckige Flächen**	**38**
4.4	**Regelmäßige Vielecke**	**39**
4.5	**Runde Flächen**	**40**
4.5.1	Kreis	40
4.5.2	Kreisabschnitt, Kreisausschnitt, Kreisring	41
4.5.3	Ellipse	42
4.6	**Zusammengesetzte Flächen**	**42**
4.7	**Aufgaben**	**43**
5	**Körperberechnung**	**51**
5.1	**Körper mit gleicher Grund- und Deckfläche**	**52**
5.1.1	Würfel und Quader	53
5.1.2	Prisma	54
5.1.3	Zylinder	54
5.1.4	Sonstige Grund- und Deckformen	54

5.2 Spitze Körper ... 55
5.2.1 Pyramide ... 55
5.2.2 Kegel ... 56
5.2.3 Sonstige Grundformen ... 56
5.3 Stumpfe Körper ... 56
5.3.1 Pyramidenstumpf ... 57
5.3.2 Kegelstumpf ... 57
5.4 Kugel ... 58
5.5 Zusammengesetzte Körper ... 58
5.6 Körperdarstellung ... 59
5.7 Aufgaben ... 61

6 Bauzeichnungen und Maßstab ... 69

6.1 Lesen von Planzeichnungen ... 70
6.2 Bemaßung von Planzeichnungen ... 71
6.3 Zeichnen im Maßstab ... 72
6.4 Aufgaben ... 73

7 Aufmaß Räume und Innenbereich ... 75

7.1 Regeln und Vorschriften nach VOB ... 76
7.2 Allgemeine Aufmaßregeln ... 77
7.3 Aufmaß von Räumen ... 79
7.3.1 Öffnungen, Nischen, Aussparungen, Unterbrechungen ... 79
7.3.2 Abwicklung von Raumflächen ... 83
7.3.3 Aufmaß von Decken ... 84
7.4 Fenster ... 86
7.5 Fensterläden, Rollläden ... 89
7.6 Türen ... 90
7.7 Heizkörper, Radiatoren ... 92
7.8 Aufgaben ... 96

8 Aufmaß Fassaden und Außenbereich ... 105

8.1 Fassadenarten ... 106
8.2 Aufmaßregeln für Fassaden ... 106
8.3 Ergänzende Aufmaßregeln für Arbeiten an Fassaden ... 108
8.4 Fassaden und Anbauten ... 109
8.5 Balkone, Loggien, Erker ... 110
8.6 Aufgaben ... 111

9 Aufmaße besonderer Arbeiten ... 115

9.1 Treppenhaus, Treppen ... 116
9.2. Tapezierarbeiten ... 118
9.2.1 Überschlägige Berechnung des Tapetenbedarfs nach Flächenmaß ... 119
9.2.2 Genaue Berechnung des Tapetenbedarfs nach Aufmaß und Bahnenanzahl ... 120
9.2.3 Tapezieren von Decken ... 122
9.3 Bodenbelagsarbeiten ... 124
9.4 Trockenbauarbeiten ... 129
9.4.1 Aufmaßregeln für Trockenbauarbeiten ... 129
9.5 Fachwerk ... 133
9.6 Metallbauteile ... 134

9.7 Wärmedämm-Verbundsysteme 138
9.7.1 Energetische Planung von Wärmedämmmaßnahmen 138
9.7.2 Aufmaß von WDVS 139
9.7.3 Beispiel Leistungsverzeichnis WDVS 141
9.8 Fugenabdichtung 143
9.9 Gerüstbau 143
9.10 Aufgaben 144

10 Materialberechnung 155

10.1 Materialbedarf 156
10.1.1 Nass- und Trockenschichtdicke, Festkörperanteil 156
10.1.2 Masse, Volumen, Dichte 157
10.1.3 Brutto, Netto, Tara 158
10.1.4 Werkstoffpreis 158
10.2 Materialverarbeitung 159
10.2.1 Verbrauch und Ergiebigkeit 159
10.2.2 Mischungsrechnen 159
10.2.3 Arbeiten mit Technischen Merkblättern 161
10.3 Aufgaben 163

11 Lohnberechnung 169

11.1 Tarifverträge und Lohnvereinbarungen 170
11.2 Zeitlohn 171
11.3 Leistungslohn und Akkordlohn 172
11.4 Lohn- und Gehaltsabrechnung 173
11.5 Aufgaben 174

12 Kalkulation 175

12.1 Kalkulationsgrundlagen 176
12.2 Lohnkosten und Materialkostenermittlung 178
12.3 Lohnmalnehmer und Werkstoffmalnehmer 179
12.4 Stundenverrechnungssatz und Lohnminute 179
12.5 Betriebliche Kennzahlen 180
12.6 Maschinenkosten 181
12.7 Aufgaben 183

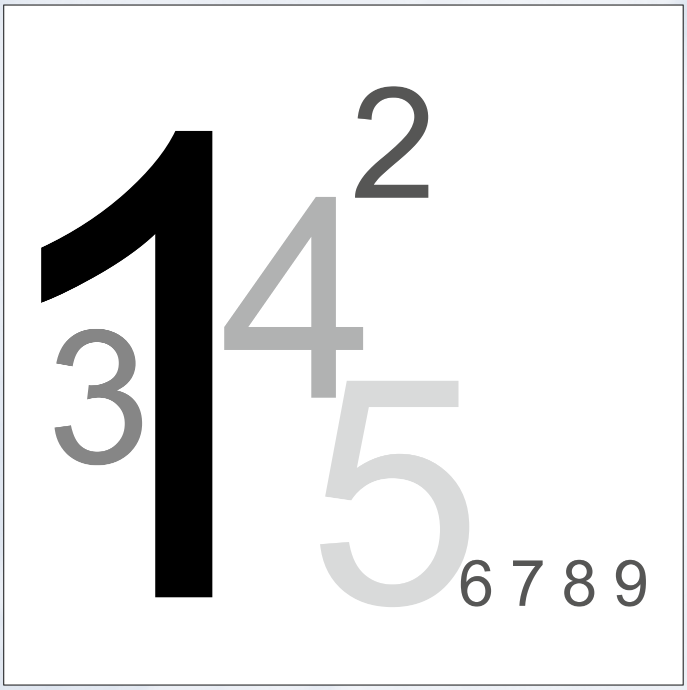
13 Kalkulation, Ergänzung für Fahrzeuglackierer 187

13.1 Zuschlagskalkulation 188
13.2 Rechnen mit Arbeitswerten 189
13.3 Kalkulation mit Schadensprogrammen 191
13.4 Kalkulation von Ausbeularbeiten 192
13.5 Berechnung von Hagelschäden 193
13.6 Maschinenkosten 193
13.7 Aufgaben 194

14 Anhang 195

Kopiervorlage für das Aufmaß 196
Kopiervorlage zur Lohnberechnung 197
Kopiervorlage für Kalkulationsaufgaben 198
Sachwortverzeichnis 199
Bildquellenverzeichnis 204

1
Grundlagen



1.1 Zahlen und Zahlensysteme
1.2 Umwandlung von Einheiten
1.3 Rechenzeichen und Grundrechenarten
1.4 Bruchrechnen
1.5 Rechenregeln
1.6 Gleichungen und Formeln
1.7 Potenzieren und Radizieren
1.8 Einfache Verhältnisse

1.9 Aufgaben

Täglich muss der Maler und Lackierer mathematische Aufgaben lösen.

Maße, Mengen, Zeiten sind zu ermitteln, um Aufträge gezielt bearbeiten zu können. Je genauer die Berechnung, umso stimmiger ist das Ergebnis durch passend bereitgestellte Materialien und Zeitangaben, die dem Maler und Lackierer, aber auch dem Kunden, Orientierung und Sicherheit über den Arbeitsablauf geben.

Auch die Erstellung der korrekten Rechnung, die Nachprüfung der Lohnabrechnung, die Ermittlung betrieblicher Kennzahlen u. a. bedürfen der Mathematik.

In allen Bereichen des Lebens, so auch im Maler- und Lackiererhandwerk, steht am Anfang die Beherrschung der Grundrechenarten, Disziplin beim Rechnen und die Fähigkeit zumindest überschlagsmäßig überprüfen zu können, ob das Ergebnis so überhaupt Sinn macht. Sicherheit bei der Umwandlung von Maßen, im Dreisatz- und Prozentrechnen und anderer Grundlagen sind dabei unverzichtbar.

Der Bedarf an Fassadenfarbe wurde nur geschätzt, nun muss der Geselle 5 km zur Werkstatt fahren, um neue Farbe zu holen. Bei einem Stundenverrechnungssatz von 70,00 € kostet dieser Fehler dem Kunden oder dem Betrieb etwa 50,00 €!

1.1 Zahlen und Zahlensysteme

Zahlen und Ziffern
Rechnen funktioniert anfangs auch ohne besondere Zeichen für Zahlen. Reichen die Finger beider Hände nicht mehr aus oder sind zu viele Striche auf dem Bierdeckel, wird es schwierig.

Darum rechnen wir mit Zahlen (**Bild 1**).

Bild 1: Zahlenvermittlung

Ganze Zahlen geben Auskunft über eine Anzahl.

Beispiele: 45 €, 3 Fenster, 25 m

Dezimalzahlen geben eine genauere Auskunft. Hinter dem Komma folgen Angaben über Zehntel, Hundertstel usw.

Beispiel: 45,25 €

Beispiel: 57,00 €

Die Schreibweise mit **Ziffern** erleichtert den Umgang mit Zahlen ungemein. Für jede Anzahl steht eine Zeichenkombination aus Ziffern:

Dreitausendfünfhundertachtundzwanzig wird zu 3528.

Römische Ziffern werden heute nur noch in wenigen Fällen, z. B. als Jahreszahlen oder an Kirchturmuhren geschrieben (**Bild 2**). Das Rechnen mit römischen Zahlen wird nur noch selten gelehrt.

Bild 2: Anwendung römischer Zahlen

Schreibweise: 1 = I, 2 = II, 3 = III, 4 = IV, 5 = V, 6 = VI, 7 = VII, 8 = VIII, 9 = IX, 10 = X, 50 = L, 100 = C, 500 = D, 1000 = M

Beispiel: 1794 = MDCCXCIV

Heute benutzen wir die **arabischen Ziffern** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Diese Ziffern reichen im Dezimalsystem aus, um alle Zahlen darstellen zu können, siehe Beispiel **Bild 3**.

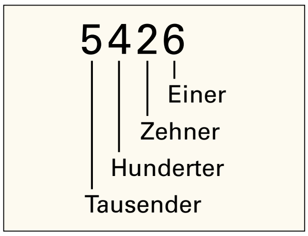


Bild 3: Wertverschiebung in arabischen Zahlen im Dezimalsystem

Dezimalsystem
Der Wert einer Ziffer hängt beim Dezimalsystem von seiner Stelle in der Zahl ab. Jede Stelle vor oder nach dem Komma bedeutet eine Wertverschiebung um den Faktor 10 (**Bild 3**).

Das Dezimalsystem hat sich in allen Bereichen durchgesetzt, da damit nicht nur alle Zahlen auf einfache Weise dargestellt werden können sondern auch relativ einfache Regeln das Rechnen erleichtern, siehe nächste Seite.

Früher galt häufig das Zwölfersystem. Darum gibt es Elf und Zwölf als eigene Zahlennamen. 12 ist ein Dutzend.

Erhalten haben sich die Zeiteinteilung mit 24 Stunden je Tag sowie das Jahr mit 12 Monaten.

Computer rechnen mit Binärzahlen und speichern auch Bilder binär. Sie rechnen nur mit 2 Ziffern, 0 und 1. So lautet die Schreibweise für die Zahl 21 im binären Code 10101.

Auf- und Abrunden
Maler schreiben und rechnen mit Meterangaben immer auf 2 Stellen nach dem Komma.

Aufgerundet wird, wenn die dritte Zahl 5 oder größer ist.

Beispiel: 25,40592 m wird aufgerundet zu 25,41 m

Abgerundet wird, wenn die dritte Zahl 4 oder kleiner ist.

Beispiel: 17,39449 m wird abgerundet zu 17,39 m

Wird bei Gewichtsangaben auf 3 Stellen gerundet, so gilt die Regel des Ab- oder Aufrundens für die vierte Zahl.

Beispiel: 25,40592 kg wird aufgerundet zu 25,406 kg

Beispiel: 17,39449 kg wird abgerundet zu 17,394 kg

1.2 Umwandlung von Einheiten

Einheiten sind Angaben zu einem Zahlenwert. So weiß man, was die Zahl bedeutet, z. B. eine Länge, eine Fläche, eine Zeit etc.

Um mit ihnen sinnvoll rechnen zu können, gibt es sie in verschiedenen Größen. Es macht keinen Sinn, eine Fläche mit 23 700 cm^2 anzugeben. 2,37 m^2 vermitteln eine klarere Vorstellung dieser Fläche.

Das Ergebnis einer Berechnung ist immer nur dann richtig, wenn Maße in gleichen Einheiten eingesetzt werden.

Die Multiplikation von 3 Meter mal 70 Zentimeter führt nur zum richtigen Ergebnis, wenn vorher entweder die Meter in Zentimeter umgewandelt oder die Zentimeter in Meter umgewandelt werden.

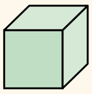
Strecke *l, b, r*		m	dm	cm	mm
		5,12 ↔	51,2 ↔	512 ↔	5120
		Die Kommaverschiebung erfolgt jeweils um **1 Stelle**			
Fläche *A*		m^2	dm^2	cm^2	mm^2
		0,34 ↔	34 ↔	3 400 ↔	340 000
		Die Kommaverschiebung erfolgt jeweils um **2 Stellen**			
Volumen Rauminhalt *V*		m^3	dm^3	cm^3	mm^3
		1,62 ↔	1620 ↔	1620 000 ↔	16 200 000 000
		Die Kommaverschiebung erfolgt jeweils um **3 Stellen**			

Tabelle 1: Umwandlung von Maßzahlen

Schichtdicken werden in µm gemessen. Umwandlung: 1 mm = 1000 µm (Mikrometer).

Rauminhalte werden auch in Liter beschrieben. Es können m^3 in Liter umgerechnet werden und umgekehrt. 1 l = 1 dm^3. Flüssige Werkstoffe werden immer in Liter angegeben **(Tabelle 2)**.

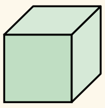
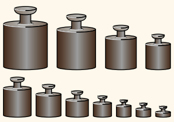
Volumen Rauminhalt		m^3	1 dm^3 = 1 l	1 cm^3 = 1 ml	
		↔	Liter l ↔	ml	
		4,234	4 234	4 234 000	
		Die Kommaverschiebung erfolgt jeweils um **3 Stellen**			
Gewicht		Tonne	Kilogramm	Gramm	
		t ↔	kg ↔	g ↔	mg
		0,567	567	567 000	
		Die Kommaverschiebung erfolgt jeweils um **3 Stellen**			

Tabelle 2: Umwandlung von Volumen und Gewichten

Die Umwandlung von Zeiteinheiten ist schwieriger, da der Zeiteinteilung nicht das 10er-. sondern das 12er-System zugrunde liegt. So kann nicht durch Kommaverschiebung umgerechnet werden.

Bei der Ermittlung von Zeiten liegt das Ergebnis häufig in Minuten vor und muss in Stunden und Minuten umgewandelt werden. Es werden die enthaltenen ganzen Stunden berechnet. Übrig bleiben die restlichen Minuten **(Tabelle 3)**.

Zeit		Tage	Stunden (h)	Minuten (min)	Sekunden (s)
		↔	12 h 15 min ↔	735 min ↔	
				735 : 60 = 12 h + 15 min	
		Umrechnungszahl = 24		Umrechnungszahl = 60	

Tabelle 3: Umwandlung von Zeiten

Beispiel 1
735 min : 60 min/h = 12 h
12 h · 60 h/min = 720 min
735 min – 720 min = 15 min Rest
Ergebnis: **735 min sind 12 h 15 min**

1.3 Rechenzeichen und Grundrechenarten

Rechenzeichen benennen, was mit den Zahlen zu tun ist, falls Zahlenwerte an sich nicht schon das Ergebnis ist.

6 + 3 = 9	Addition (Zusammenzählen)
6 – 3 = 3	Subtraktion (Abziehen)
6 x • 3 = 18	Multiplikation (Malnehmen)
6 : 3 = 2	Division (Teilen)

Rechen-zeichen

Rechts des = -Zeichens steht das Ergebnis des Rechenvorgangs.
Links und rechts dieses Zeichens steht der gleiche Zahlenwert.

Die folgenden mathematischen Zeichen sind eine Auswahl weiterer international einheitlich und nach DIN genormter Rechenzeichen.

Zeichen	Bedeutung	Zeichen	Bedeutung	Zeichen	Bedeutung
~	Ungefähr gleich	( )	Runde Klammer	2^2	Zum Quadrat
≠	Nicht gleich	[ ]	Eckige Klammer	%	Prozent
>	Größer als	{ }	Geschweifte Klammer	‰	Promille
≥	Größer oder gleich	∑	Summe	π	Kreiszahl 3,14
<	Kleiner als	/ — (⅔)	Bruch	∅	Durchmesser
≤	Kleiner oder gleich	$\sqrt{\ }$	Wurzel aus	Δ	Delta, Differenz

Tabelle 1: Mathematische Zeichen

Grundrechenarten
Die Grundrechenarten gehören zu den elementaren Grundlagen der Mathematik. Deren korrekte Anwendung unter Beachtung der entsprechenden Rechengesetze gehört neben dem Lesen und Schreiben zur Grundausbildung in jeder Schule. Der Maler und Lackierer, der die Grundrechenarten ohne Probleme beherrscht, ist gut gerüstet für mathematische Aufgaben des Maler- und Lackiererberufes.

Am Grundriss dieser Wohnung werden die Grundrechenarten mit Aufgaben im Wesentlichen wiederholt.

Addition
Berechnen Sie die gesamte Bodenfläche der Wohnung.

Subtraktion
Die gesamte Grundfläche der Wohnung beträgt 93,50 m². Gefliest werden 32,50 m². Wie groß ist die Bodenfläche, die mit Teppichboden belegt wird?

Multiplikation
Die Eingangstüre ist 1,10 m breit und 2,00 m hoch. Sie wird von beiden Seiten beschichtet. Wie groß ist die Beschichtungsfläche?

Division
Die Innenwand des Wohnzimmers mit 6,50 m Länge wird tapeziert. Die Bahnenbreite der Tapete beträgt 0,53 m. Wie viele Tapetenbahnen der Mustertapete werden benötigt?

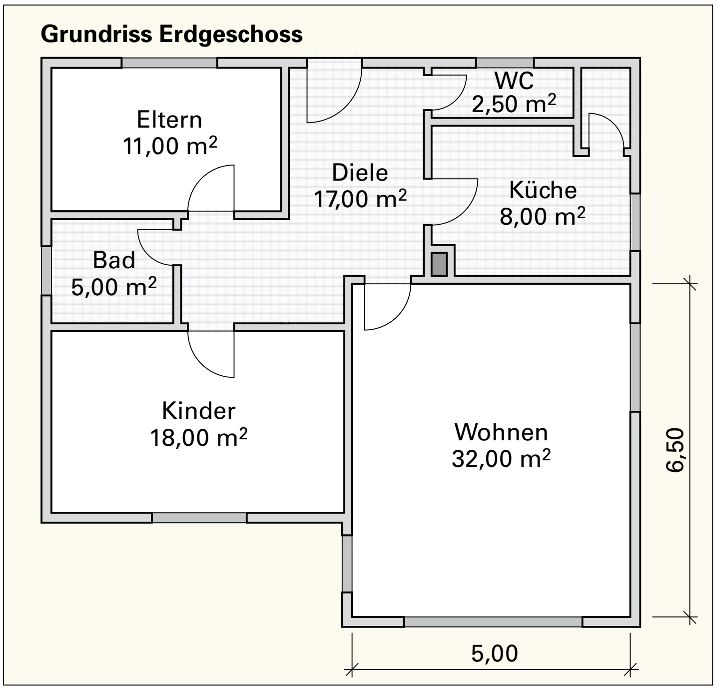


Bild 1: Grundriss zu den Aufgaben

Addition
Summand + Summand = Summe

Nur Größen mit gleichen Einheiten können addiert werden. Dabei bleibt die Einheit erhalten.

Einfache Additionen lassen sich durchaus im Kopf rechnen.

Umfangreiche Additionen erfolgen schriftlich. Beim Schreiben ist darauf zu achten, dass die Einer, Zehner, Hunderter…. rechtsbündig geschrieben werden und genau übereinander stehen. So vermeidet man Additionsfehler.

In welcher Reihenfolge addiert wird, spielt keine Rolle.

$5 + 3 = 8 \qquad 3 + 5 = 8$

Lösung der Aufgabe

$$\begin{array}{r} 11{,}00\ \text{m}^2 \\ 5{,}00\ \text{m}^2 \\ 17{,}00\ \text{m}^2 \\ 2{,}50\ \text{m}^2 \\ 8{,}00\ \text{m}^2 \\ 32{,}00\ \text{m}^2 \\ 18{,}00\ \text{m}^2 \\ \hline = \mathbf{93{,}50\ m^2} \end{array}$$

Gesamtwohnfläche

Subtraktion
Minuend – Subtrahend = Differenz

Minuend = Die Zahl, von der etwas abgezogen wird.

Subtrahend = Zahl, die abgezogen wird.

Minuend und Subtrahend dürfen beim Rechnen nicht vertauscht werden.

$5 - 3 = 2 \quad \neq \quad 3 - 5 =$
$3 - 5 = -2$

Das Ergebnis kann eine negative Zahl sein.

Beispiel:
Auf dem Konto befinden sich 500 € und es werden 550 € abgehoben.

Lösung der Aufgabe

$$\begin{array}{r} 93{,}50\ \text{m}^2 \\ -\ 32{,}50\ \text{m}^2 \\ \hline = \mathbf{61{,}00\ m^2} \end{array}$$

93,50 m² Gesamtwohnfläche – 32,50 m² = **61,00 m²** Teppichboden

Multiplikation
Faktor · Faktor = Produkt

Beim Multiplizieren können die beiden Faktoren vertauscht werden. Das Ergebnis ist das gleiche.

$5 \cdot 3 = 15 \qquad 3 \cdot 5 = 15$

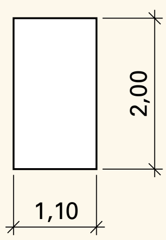
Multipliziert man Größen mit Zahlen, so bleibt die Einheit erhalten.

$5{,}00\ \text{m}^2 \cdot 3 = 15{,}00\ \text{m}^2$

Multipliziert man verschiedene Größen miteinander, so entsteht eine neue Einheit.

$5{,}00\ \text{m} \cdot 6{,}40\ \text{m} = 32{,}00\ \text{m}^2$

Lösung der Aufgabe



beidseitig

$1{,}10\ \text{m} \cdot 2{,}00\ \text{m} \cdot 2 = \mathbf{4{,}40\ m^2}$

Division
Dividend : Divisor = Quotient

Beim Dividieren dürfen Dividend und Divisor nicht vertauscht werden.

$6 : 3 = 2 \quad \neq \quad 3 : 6 = 0{,}5$

Dividiert man Zahlen mit unterschiedlichen Einheiten, so entsteht eine neue Einheit.

$22{,}00\ \text{m}^2 : 2\ \text{Maler} = 11{,}00\ \text{m}^2/\text{Maler}$

Sprich: Quadratmeter je Maler

Dividiert man Zahlen mit gleichen Einheiten, so heben sich die Einheiten durch Wegkürzen auf. Es entsteht eine Zahl ohne Einheit, z. B. in der Aufgabe die Bahnenzahl, eine Stückzahl, ein Malnehmer…

Anstelle des Rechenzeichens : kann eine Division auch als Bruch geschrieben werden.

Lösung der Aufgabe

Wandlänge : Bahnenbreite = Bahnenzahl

$6{,}50\ \text{m} : 0{,}53\ \text{m} = 12{,}26\ \text{Bahnen}$

$$\frac{6{,}50\ \text{m Wandlänge}}{0{,}53\ \text{m Breite je Bahn}} = 12{,}26\ \text{Bahnen}$$

Da auch für den 0,26 m Reststreifen eine ganze Bahn benötigt wird, ist aufzurunden. Es werden **13 Bahnen** benötigt.

1.4 Bruchrechnen

Der Bruchstrich entspricht dem Zeichen „geteilt durch :“. Ein Bruch beschreibt den Anteil an einem Ganzen. So ist z. B. der fünfte Teil eines Ganzen 1/5. Davon sind 2 Teile vom Ganzen 2/5.

Die Zahl auf dem Bruchstrich bezeichnet man als Zähler, die Zahl unter dem Bruchstrich als Nenner.

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$$

Erweitern und Kürzen von Brüchen	Ein Bruch verändert seinen Wert nicht, wenn Nenner und Zähler mit der gleichen Zahl multipliziert oder dividiert werden. Vor dem Kürzen muss die Zahl gefunden werden, durch die Zähler und Nenner teilbar sind.	kürzen $\frac{51:3}{9:3} = \frac{17}{3}$ erweitern $\frac{7 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{21}{9}$
Umwandeln gemischter Zahlen in Brüche	Besteht eine Zahl aus einer ganzen Zahl und einem Bruch, so kann die ganze Zahl in den Bruch umgewandelt und zum vorliegenden Bruchteil addiert werden.	$2\frac{3}{4} = 2 \cdot \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$
Umwandeln von Brüchen in gemischte Zahlen	Ein Bruch kann in eine gemischte Zahl umgewandelt werden, indem man durch Teilung bis zum Komma rechnet und den Rest als Bruch beibehält.	$\frac{11}{4}$ = 11 : 4 = 2 Ganze + Rest 3 Viertel = $2\frac{3}{4}$
Addieren von Brüchen	Brüche können nur addiert werden, wenn der gleiche Nenner vorliegt, d. h. wenn sie gleichnamig sind. Ungleichnamige Brüche müssen durch Erweitern gleichnamig gemacht werden. Der einfachste Weg, den gemeinsamen Nenner zu finden, ist die Multiplikation aller Nenner. Addiert werden dann die Zähler der gleichnamigen Brüche.	$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$
Subtrahieren von Brüchen	Brüche können nur subtrahiert werden, wenn der gleiche Nenner vorliegt, d. h. wenn sie gleichnamig sind. Ungleichnamige Brüche müssen durch Erweitern gleichnamig gemacht werden. Der einfachste Weg, den gemeinsamen Nenner zu finden, ist die Multiplikation aller Nenner. Subtrahiert werden dann die Zähler der gleichnamigen Brüche.	$\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$
Multiplikation von Brüchen	Man multipliziert Brüche, indem man Nenner mit Nenner und Zähler mit Zähler multipliziert. Es ist von Vorteil, gemischte Zahlen wie z. B. 2 ¾. in einen Bruch umzuwandeln (11/4) und das Ergebnis wieder in eine gemischte Zahl umzuwandeln.	$\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 3} = \frac{8}{18}$ gekürzt $= \frac{4}{9}$
Division von Brüchen	Man dividiert Brüche, indem man den Nenner des einen mit dem Zähler des anderen Bruches multipliziert und den Zähler mit dem Nenner des anderen Bruches (Kehrwert). Es ist von Vorteil, gemischte Zahlen wie z. B. 2 ¾ in einen Bruch umzuwandeln (11/4) und das Ergebnis wieder in eine gemischte Zahl umzuwandeln.	$\frac{4}{6} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{6 \cdot 2} = \frac{12}{12}$ gekürzt = 1

Tabelle 1: Umrechnungsmöglichkeiten

Umrechnung eines Bruches in eine Dezimalzahl	Jeder Bruch kann in eine Dezimalzahl umgewandelt werden, indem man den Zähler durch den Nenner teilt.	$\frac{3}{4}$ = 3 : 4 = 0,75
Umrechnung einer Dezimalzahl in einen Bruch	Die Dezimalzahl ist der Anteil von 1. So kann sie als Bruch geschrieben werden. Durch Erweiterung erhält man einen reinen Bruch, der eventuell noch gekürzt werden kann.	$0{,}8 = \frac{0{,}8}{1} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

Tabelle 2: Umrechnungsmöglichkeiten

1.5 Rechenregeln

Beim Rechnen mit Zahlen und Variablen müssen Regeln und Gesetzmäßigkeiten berücksichtigt werden, damit das richtige Ergebnis erzielt wird. Die wichtigsten sind:

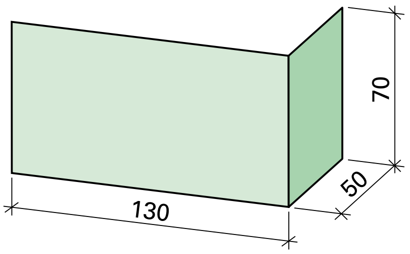
Regel 1: Punktrechnung vor Strichrechnung

Regel 2: Klammern haben immer Vorrang

Regel 3: Auf beiden Seiten eines = Zeichens steht immer die gleiche Größe.

Regel 1: Punktrechnung vor Strichrechnung
Diese Regel kommt zum Einsatz wenn Strichzeichen (+ und –) und Punktzeichen (· und :) in einem Rechenansatz gemeinsam vorliegen.

Beispiel 1:
Die beiden Flächen der Raumabtrennung sind einseitig zu beschichten. Wie groß ist die Beschichtungsfläche?



Die beiden Flächen können **getrennt** berechnet werden. Zuerst wird nach der Regel die linke Fläche und dann die rechte Fläche berechnet. Anschließend werden beide Flächen addiert.

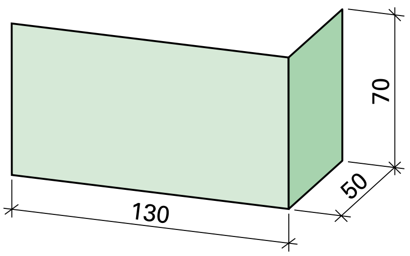
$1{,}30\text{ m} \cdot 0{,}70\text{ m} + 0{,}50\text{ m} \cdot 0{,}70\text{ m} =$
$0{,}91\text{ m}^2 \quad + \quad 0{,}35\text{ m}^2 \quad = \mathbf{1{,}26\text{ m}^2}$

Regel 2: Klammern haben immer Vorrang
Die Klammer hebt Regel 1 auf. Ist eine Klammer gesetzt, muss immer zuerst der Wert in der Klammer ausgerechnet werden, d. h. die Klammer muss aufgelöst werden. Das Multiplikationszeichen vor oder hinter der Klammer kann entfallen. Alle anderen Zeichen müssen geschrieben werden.

In einer Klammer gilt wie immer die Regel: Punkt vor Strich

Befinden sich Klammern innerhalb einer Klammer, so sind diese zuerst aufzulösen. Oft werden in solchem Falle andere Klammerformen gewählt (rund, eckig, geschweift).

Beispiel 2:
= gleiche Problemstellung wie oben:
Die beiden Flächen der Raumabtrennung sind einseitig zu beschichten. Wie groß ist die Beschichtungsfläche?



Die beiden Flächen können **gemeinsam** berechnet werden. Dafür muss eine Klammer geschrieben werden.

Zuerst werden die beiden Grundlängen addiert. Das Ergebnis wird mit der Höhe multipliziert.

$(1{,}30\text{ m} + 0{,}50\text{ m}) \cdot 0{,}70\text{ m} =$
$1{,}80 \quad \cdot 0{,}70\text{ m} = \mathbf{1{,}26\text{ m}^2}$

Bedeutung der Einheiten
Werden bei obenstehender Aufgabe die Rechenregeln 1 und 2 nicht beachtet, so zeigt sich in den Einheiten, ob die Aufgabe richtig gelöst wurde:

Berechnung nach Regel 1: $\text{m} \cdot \text{m} + \text{m} \cdot \text{m} =$
$\text{m}^2 \quad + \quad \text{m}^2 \quad = \text{m}^2$

Berechnung nach Regel 2: $(\text{m} + \text{m}) \cdot \text{m} =$
$\text{m} \quad \cdot \text{m} = \text{m}^2$

Wann sind Klammern zu setzen?
Rechnen bedeutet immer Lösung eines konkreten Problems. Ohne Einheiten und Kenntnis der oben gestellten Aufgabe, wäre nicht erkennbar, dass folgende Berechnung der Aufgabe **falsch** ist, obwohl nach der Regel richtig gerechnet wurde:

$1{,}30\text{ m} + 0{,}50\text{ m} \cdot 0{,}70\text{ m} =$
$1{,}30\text{ m} + \quad 0{,}35\text{ m}^2 \quad = \cancel{1{,}65}$

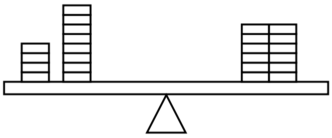
Folglich ist wichtig, dass der Rechenansatz immer richtig zur Aufgabe geschrieben wird.

1.6 Gleichungen und Formeln

Regel 3: Auf beiden Seiten eines = Zeichens steht immer die gleiche Größe.
Ist eine gestellte Rechenaufgabe richtig berechnet, so steht das richtig errechnete Ergebnis hinter dem = Zeichen.

Beide Seiten sind gleich, es handelt sich somit um eine Gleichung.

4 + 8 = 12 **2,4 + 5,9 = 8,3**
34 – 6 = 28 **6,12 + 3,50 + 4,60 = 14,22**



Auf beiden Seiten des = Zeichens einer Gleichung muss die gleiche Größe stehen, auch wenn sich auf beiden Seiten des = Zeichens eine Rechenoperation befindet.

34 – 5 = 20 + 9 **15 · 3 = 80 – 35**

In einer **Bestimmungsgleichung** ist ein Wert unbekannt. Ist in einer Gleichung ein Wert unbekannt, so wird häufig ein *x* eingesetzt. Der unbekannte Wert kann errechnet werden.

$\mathbf{4 + 6 \cdot x = 40}$ $\mathbf{2 \cdot 6 = 4 + x}$

Einfache Gleichungen lösen

Durch Isolieren der Unbekannten entsteht eine zu lösende Rechenaufgabe. Die Unbekannte wird isoliert, indem man auf beiden Seiten die gleiche Rechenoperation vornimmt, so dass die Vorgabe erhalten bleibt, dass beide Seiten der Gleichung identisch sind.

	$2 \cdot 6$	=	$4 + x$
tauschen	$4 + x$	=	$2 \cdot 6$
– 4	x	=	$2 \cdot 6 - 4$
	x	=	$12 - 4$
	x	=	8

Beim Multiplizieren von unbekannten Größen wird häufig das Malzeichen weggelassen.

$5 \cdot x$ entspricht $5x$

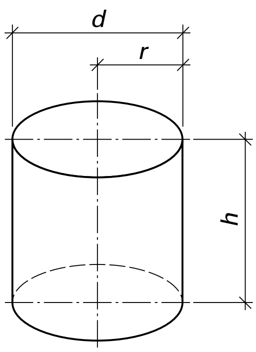
Mögliche Schritte	z. B.		
Seite tauschen	$x = 3 + 6$		$3 + 6 = x$
Gleiche Zahl auf beiden Seiten addieren/subtrahieren	$16 = x + 3$	– 3	$16 - 3 = x$
Beide Seiten mit dem gleichen Wert multiplizieren/dividieren	$24 = 3 \cdot x$	: 3	$24 : 3 = x$
Mehrere gleiche Unbekannte können addiert oder subtrahiert werden.	$4 \cdot x + 3 \cdot x = 24$		$7 \cdot x = 24$

Mathematische Formeln

Eine Formel ist eine Gleichung mit deren Hilfe man etwas Unbekanntes oder nicht Messbares berechnen kann.

Die Formel schreibt den Rechenweg vor und beinhaltet Abkürzungen von mathematischen oder physikalischen Größen (Formelelemente).

Beispiel 1: Berechnen Sie die gesamte Oberfläche des Zylinders.



$$O = r \cdot r \cdot \pi \cdot 2 + d \cdot \pi \cdot h$$

Um richtig zu rechnen, muss:

- die Bedeutung der einzelnen Formelelemente bekannt sein.
- an jeder Stelle die richtigen Zahl eingesetzt werden.
- unbedingt auf die richtige Einheit der Zahlen geachtet werden.

$$O = \underbrace{r \cdot r \cdot \pi}_{\text{Kreisfläche}} \cdot 2 + \underbrace{d \cdot \pi \cdot h}_{\text{Mantel}}$$

Beispiel 2: Berechnen Sie die Oberfläche des Zylinders ohne die Standfläche.

Diese Aufgabe kann nur richtig gelöst werden, wenn verstanden wurde, dass nun die Kreisfläche nur 1 · berechnet wird, folglich nicht mit 2 multipliziert wird.

Bei komplexen Formeln kann das Umformen sehr kompliziert sein. Dann ist es sinnvoller, die bereits umgestellte Formel in der Formelsammlung nachzuschlagen.

1.7 Potenzieren und Radizieren

Potenzieren

Darunter versteht man das Multiplizieren einer Zahl mit sich selbst. Besitzt die Zahl eine Einheit, so wird auch die Einheit mit sich selbst multipliziert. Die Potenz ist lediglich eine vereinfachte Schreibweise.

$5 \cdot 5$	Schreibweise als Potenz	5^2
$4 \cdot 4 \cdot 4$		4^3
$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$		8^6

Hochzahl, Exponent

$$7^3 = 343$$

Basiswert, Grundzahl   Potenzwert

Maßeinheiten beim Potenzieren

Maßeinheiten mit dem Exponent ^{2} werden meist als Quadrat.... ausgesprochen. $5\text{ m} \cdot 5\text{ m} = 25\text{ m}^2$ (Quadratmeter)

Maßeinheiten mit dem Exponent ^{3} werden häufig als Kubik.... ausgesprochen. $5\text{ m} \cdot 5\text{ m} \cdot 5\text{ m} = 125\text{ m}^3$ (Kubikmeter)

Da es in der Welt keine 4. Dimension gibt, kann ein Ergebnis nie die Einheit m^4 oder höher besitzen.

In Formeln kann es durchaus rein rechnerisch zu unbegreifbaren Einheiten führen, z. B. ist das Ergebnis der Beschleunigung m/s^2 (Meter pro Quadratsekunde)

Zu höheren Potenzen oder falls keine Einheit dazugehört, wird die Hochzahl genannt. $c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c = c^6$ (sprich c hoch 6).

Die Berechnung der Potenz hat Vorrang vor allen anderen Rechenarten.

Radizieren

Geläufiger ist die Bezeichnen „Wurzel ziehen“ (radix = Wurzel). Maler und Lackierer benötigen nur die Quadratwurzel.

$\sqrt{9}$	sprich: Wurzel aus 9	= 3
$\sqrt{27{,}04}$	27,04	= 5,2

Quadratwurzel

$$\sqrt{16} = 4$$

Basiswert, Grundzahl   Wurzelwert

Wird die Quadratwurzel einer Zahl mit sich selbst multipliziert, so ist das Ergebnis wieder die Zahl unter der Wurzel. In Wissenschaft und Technik wird auch mit Wurzeln höherer Ordnung gerechnet (z. B. dritte Wurzel: $\sqrt[3]{\ }$)

1.8 Einfache Verhältnisse

Stehen zwei Beziehungen, die sich in Zahlen ausdrücken lassen, in einem immer gleichen Verhältnis zueinander, so kann eine Unbekannte errechnet werden.

Beispiel 1

Länge und Breite eines Firmenschildes stehen zueinander im Verhältnis 3 : 2.

Dieses Verhältnis gilt für Schilder dieser Firma in jeder Größe z. B. 60 cm : 40 cm.

Aus der vorgebenden Breite lässt sich die Höhe errechnen:

Innenglieder

$$3 : \underbrace{2 = 60}_{} : 40$$

Außenglieder

Das Produkt der Innenglieder ist gleich dem Produkt der Außenglieder.

Das Verhältnis kann als Bruch geschrieben werden. Die unbekannte Zahl kann durch Umstellen der Gleichung isoliert und berechnet werden.

Beispiel 2

Das Firmenschild der Firma Max Sauber soll auf das Firmenfahrzeug übertragen werden. Es steht auf dem Firmenfahrzeug zur Beschriftung in der Fahrzeugbreite 1,60 m zur Verfügung.

Wie hoch ist das Firmenzeichen auf der Fahrzeugseite?

$$3 : 2 = 1{,}60\text{ m} : x$$

$$\frac{3}{2} = \frac{160\text{ m}}{x}$$

Formel umstellen

$$x = \frac{160\text{ m} \cdot 2}{3} = \mathbf{1{,}07\text{ m}}$$

Beispiel 3

Auf dem Briefpapier soll das Firmenschild der Firma Max Sauber 2,5 cm hoch sein.

Wie lang ist das Firmenschild auf dem Briefpapier?

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{2{,}5\text{ cm}}$$

Formel umstellen

$$\frac{x}{2{,}5\text{ cm}} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3 \cdot 2{,}5\text{ cm}}{2} = \mathbf{3{,}75\text{ cm}}$$

Situationen, in denen Verhältnisse berechnet werden müssen, findet man in vielen Bereichen des Maler- und Lackiererhandwerks, z. B. beim Ansetzen eines Zweikomponentenlackes im richtigen Mischungsverhältnis (siehe Kap. 10.2.2), beim Maßstabsrechnen (siehe Kap. 6.3), beim Berechnen der Höhe von Kleinbuchstaben einer Schrift u. a.

1.9 Aufgaben

zu 1.1 Zahlensysteme

Aufgabe 1
Schreiben Sie die römischen Zahlen in arabische Zahlen um, und umgekehrt.

Arabische Zahl	Römische Zahl
23 120 588	
	IX DCI MCMXXV

Aufgabe 2
Runden Sie die folgenden Dezimalzahlen hinter dem Komma ab oder auf.

Auf 2 Stellen	Auf 3 Stellen
27,345 578,494999 3,1415926535 0,005	5,4738 578,4949999 0,03568 2457,5545

zu 1.2 Umwandlung von Einheiten

Aufgabe 3
Wandeln Sie die Zahlen in die neue Einheit um.

a) 4,560 cm^2 = dm^2
b) 1,2 m^3 = m
c) 720 s = min + s
d) 3,5 m^3 = cm^3
e) 12 l = dm^3
f) 66,3 dm^3 = m^3
g) 954 s = min
h) 15,5 m^3 = cm^3
i) 0,04 l = ml
k) 22300 cm = m
m) 432 min = h + min
n) 0,0001 kg = g
p) 4 h 15 min = min
r) 720 s = min
s) 216000 s = h
t) 0,3 kg = g
u) 45,27 l = dm^3
v) 3,5 Tage = min

zu 1.3 Rechenzeichen und Grundrechenarten

Aufgabe 4
Addieren und subtrahieren Sie die folgenden Zahlen im Kopf ohne jede Hilfsmittel.

5 – 2 + 7 + 6 + 8 =
12 – 6 + 4 – 2 + 8 + 10 + 5 + 5 – 3 – 3 + 6 =
3 + 7 + 5 + 6 + 4 – 2 – 5 + 6 + 1 + 2 + 3 + 5 – 5 + 70 – 50 + 5 + 3 =

Aufgabe 5
Addieren Sie die folgenden Zahlen. Als Hilfsmittel dürfen Sie Bleistift und Papier verwenden, z. B. für Zwischenergebnisse.

23 6 14 4 8999 7
45 32 8 5
9 0 90

Aufgabe 6
Subtrahieren Sie die folgenden Zahlen von der größten aufgeführten Zahl. Als Hilfsmittel dürfen Sie Bleistift und Papier verwenden.

23 6 14 4 8999 7
45 32 8 5
9 0 90

Aufgabe 7
Berechnen Sie schriftlich.

Addition	Subtraktion	Multiplikation	Division
674 + 888 =	789 – 499 =	14,34 · 3 =	7896 : 25 =
0,67 + 0,45 =	8475,12 – 5643,78 =	5,45 · 45,78 =	125,56 : 4 =
2545,67 + 657,34 =	1478,12 – 945,60 =	5,4 · 3,9 · 2 =	6,75 : 2,25 =
10,904 + 12,103 =	1002,5 – 77,56 =	6,98 · 3,15 =	0,8 : 0,4 =
0,4 + 4,9 + 0,03 =	0,999 – 0,839 =	0,565 · 8,30 =	6590,5 : 5,0 =

Aufgabe 8
Berechnen Sie die Aufgaben unter Beachtung der Einheiten.

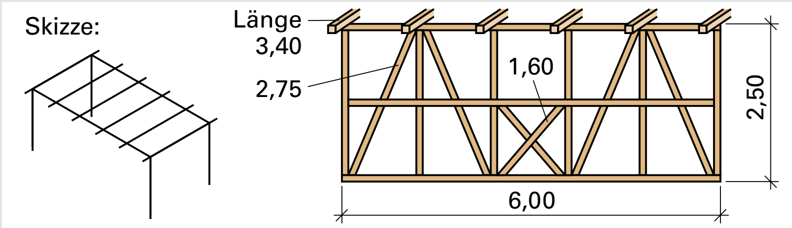
a) 12,60 m^2 + 6,00 m^2 + 115 dm^2 + 1,2 m^2 =
b 750 g + 67,677 kg =
c) 15 l + 8 l + 345000 ml =
d) 78 cm + 78 mm + 78 m – 78 dm =
e) 13 h 15 min + 3 h 45 min – 1 h 15 min + 2 h =
f) 7 l + 13000 ml + 3,5 l + 2 l =
g) 78,4 m · 2,3 m =
h) 750 g · 18 =
i) 15 m^2 · 8 m =
k) 874 m^2 : 8 m^2 =
l) 1,00 m : 20 cm =
m) 68,88 m^2 : 8 =

Aufgabe 9
Ihr Konto weist 500,00 € auf. Sie gehen shoppen und geben aus: 23,56 €, 4,35 €, 36,90 €, 250,00 €. Welchen Betrag fehlt Ihnen zum Kauf eines Smartphones im Werte von 358,00 €?

Aufgabe 10
Geselle Alf arbeitet an einem Auftrag 30 h, Geselle Ben 24 h, der Hilfsarbeiter Cäsar ebenfalls 24 h. Geselle Alf erhält als Stundenlohn 16,50 €, Geselle Ben 15,50 €, Hilfsarbeiter Cäsar 14,40 €.
Welche Lohnsumme ist vom Kunden zu diesem Auftrag zu bezahlen?

Aufgabe 11
Folgende Balkenlängen dieses offenen Carports werden gemessen. Alle Balken besitzen die gleiche Dicke. Überschneidungen werden übermessen.

Berechnen Sie die gesamte Balkenlänge.



zu 1.4 Bruchrechnen

Aufgabe 12
Kürzen Sie die Brüche so weit wie möglich.

$\frac{7}{21}$ | $\frac{38}{114}$ | $\frac{125}{50}$ | $\frac{27}{9}$ | $\frac{108}{16}$

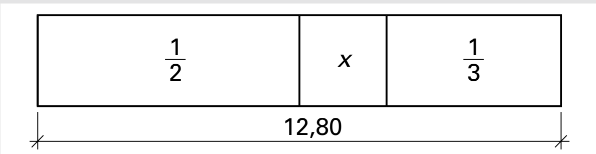
Aufgabe 13
Erweitern sie die Brüche.

$\frac{4}{5} = \frac{?}{25}$ | $\frac{2}{7} = \frac{?}{21}$ | $\frac{31}{14} = \frac{?}{56}$ | $\frac{2}{3} = \frac{?}{51}$ |

Aufgabe 14
Berechnen Sie folgende Brüche

a)	b)	c)	d)	e)	f)
$\frac{2}{6} + \frac{4}{6} =$	$\frac{5}{6} - \frac{1}{6} =$	$\frac{1}{8} \cdot 25 =$	$6\,\frac{4}{10} : 4 =$	$1\,\frac{3}{4} + \frac{3}{4} =$	$1\,\frac{3}{4} \cdot 7\,\frac{1}{2} =$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$	$1\,\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} =$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} =$	$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} =$	$4\,\frac{5}{8} - \frac{3}{4} =$	$\frac{4}{3} : 2\,\frac{1}{2} =$

Aufgabe 15
Ein Spielfeld wird einliniert. Wie groß ist der restliche Anteil x a) als Bruchteil b) in cm



Aufgabe 16
Wandeln Sie um.

In einen Bruch	4,50	0,8	0,75	1,40	2,7
In eine Dezimalzahl	$\frac{3}{5}$	$\frac{27}{9}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{435}{5}$	$\frac{18}{7}$

zu 1.5 Rechenregeln

Aufgabe 17
$5 + 4 + 3 \cdot 2 =$
$2{,}20 \cdot 5{,}00 + 10 \cdot 5{,}40 - 2{,}00 \cdot 6{,}00 =$
$43{,}40 : 6{,}20 - 3{,}10 \cdot 2{,}20 =$
$7 \cdot 4 \cdot 5 - 8 + 4 \cdot 4 : 2 + 7 \cdot 7 - 1 =$

Aufgabe 18
$(5 + 4 + 3) \cdot 2 =$
$2{,}20 \cdot (5{,}00 + 10) \cdot (5{,}40 - 2{,}00) \cdot 6{,}00 =$
$43{,}40 : (6{,}20 - 3{,}10) \cdot 2{,}20 =$
$7 \cdot 4 \cdot 5 - 8 + 4 \cdot 4 : (2 + 7 \cdot 7) - 1 =$

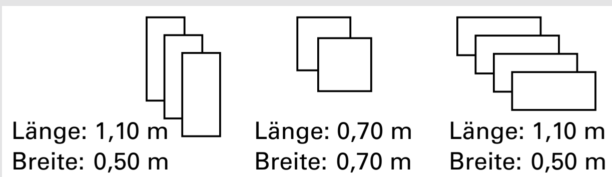
Aufgabe 19
$[(17 + 6) \cdot 5 + 8] \cdot 4 =$
$5 \cdot [7 + (12 \cdot 3 - 24 : 2)] =$
$8 \cdot [7 \cdot 3 - 2) + 2 \cdot (8 : 2 - 2) =$
$(85 + 5) \cdot 2 + [(6 - 2 \cdot 2) \cdot 3 - 1] =$

Aufgabe 20
Wo müssen Klammern gesetzt werden, damit das Ergebnis in der gewünschten Einheit steht?
$m + m \cdot m + m \cdot m + m \cdot m = \quad m^2$
$m + m \cdot m + m \cdot m + m \cdot m \cdot m = \quad m^3$

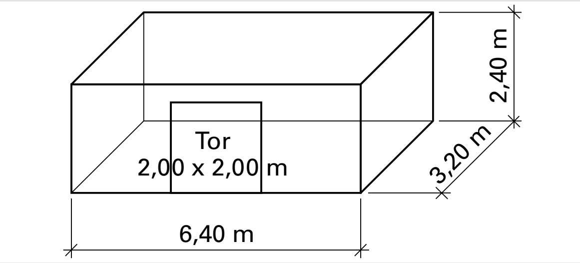
Aufgabe 21
Diese Platten werden einseitig beschichtet.

Berechnung einer Fläche: Länge · Breite.

Schreiben Sie die Berechnung der gesamten Fläche in 1 Zeile und ermitteln Sie das Ergebnis.



Aufgabe 22
Vergleichen Sie folgende Berechnungen der Wandfläche des dargestellten Raumes.
a) Welche Rechenvorschläge führen zum richtigen Ergebnis?
b) In welchem Falle kann auf das Einsetzen von Klammern verzichtet werden?



1	2 · 3,20 · (2,40 + 2) · 6,40 · 2,40 – 2,00 · 2,00
2	(6,40 + 3,20) · 2 · 2,40 – 2,00 · 2,00
3	(6,40 + 3,20 + 6,40 + 3,20) · 2,40 – 2,00 · 2,00
4	(6,40 · 2,40) + (3,20 · 2,40) + (6,40 · 2,40) + (3,20 · 2,40) – (2,00 · 2,00)
5	(6,40 · 3,20) + (6,40 · 3,20) – 2,00 · 2,00

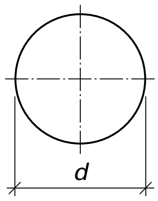
Aufmaßregeln für Maler und Lackierer zur Berechnung von Wandflächen siehe Kap. 7:
Fläche = Grundlinie · Höhe
Öffnungen über 2,50 m² werden abgezogen.

Zu 1.6 Gleichungen und Formeln

Aufgabe 23
Berechnen Sie den Wert von x

$x + 12 = 22$	$412{,}4 - x = 6{,}4$	x + 26,70 m = 45,00 m
$7 + x = 14$	$x + 12{,}5 = 24$	x – 7 cm + 25 cm = 23,30 cm
$25 - x = 9$	$14 + 6x = 50$	14,500 kg + 67,300 kg = x + 50,600 kg
$4x + 12 = 24$	$2x + 4x = 24$	5 cm + x + 9 cm = 3 cm + 3,54 m + 11 cm = m

Aufgabe 24
Berechnen Sie die Fläche einer kreisrunden Tischplatte mit einem Durchmesser von 1,60 m.



$\boxed{d = 2r}$

$\boxed{A = r \cdot r \cdot \pi}$

d = Durchmesser
r = Radius
A = Fläche
π = Kreiszahl 3,14

Zu 1.7 Potenzieren und Radizieren

Aufgabe 25
Berechnen Sie folgende Potenzwerte
3^5 12^3 $3{,}5^2$ $0{,}6^3$ 2^{10}
$1{,}3^4$ $0{,}4^2$ $3{,}6^3$ 1^7 10^7

Aufgabe 26
Berechnen Sie folgend Potenzwerte
$5 + 3^2 =$
$4^2 + 5^2 =$
$2^4 + 3^3 + 4 \cdot 5 =$
$8^2 : 2 =$

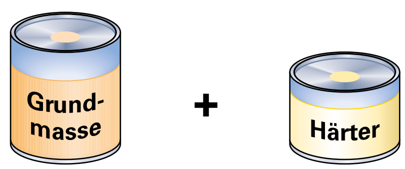
Aufgabe 27
Berechnen Sie den Zahlenwert.
$\sqrt{625} =$
$10 - \sqrt{25} =$
$8^2 - \sqrt{4} =$
$\sqrt{81} \cdot \sqrt{49} =$

Aufgabe 28
Schreiben Sie als Potenz 2,3 · 2,3 · 2,3 · 2,3 · 2,3 · 2,3 · 2,3 · 2,3 · 2,3 · 2,3 · 2,3 · 2,3

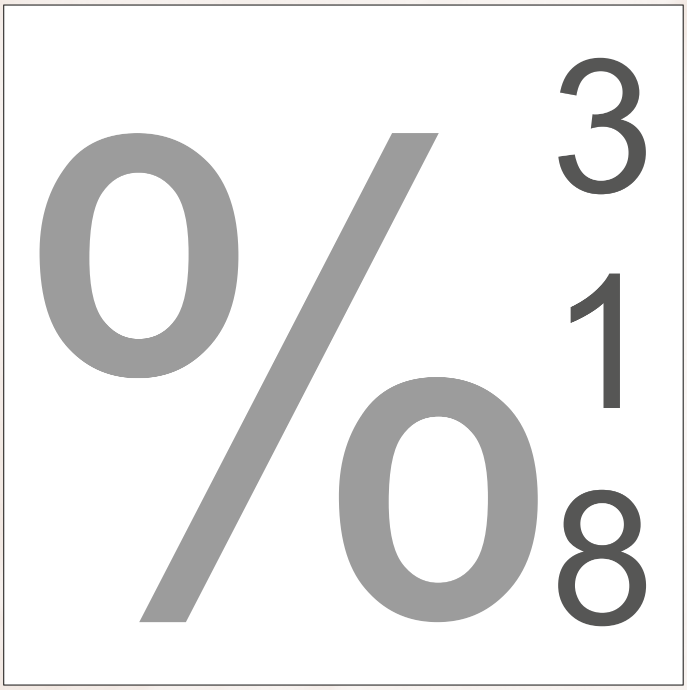
Zu 1.8 Einfache Verhältnisse

Aufgabe 29
Bei einer gemalten Schrift liegt das Höhenverhältnis zwischen Groß- und Kleinbuchstaben bei 7: 5.
Berechnen Sie die Höhe der Kleinbuchstaben, wenn die Höhe der Großbuchstaben 17 cm betragen soll.

Aufgabe 30
Ein namhafter Hersteller gibt das Mischungsverhältnis seiner Zweikomponenten-Bodenbeschichtung mit Grundmasse : Härter = 84 : 16 Gewichtsteilen an.
Wieviel Härter müssen Sie zugeben, wenn Sie 1,8 kg Grundmasse einwiegen?



2
Verhältnisrechnen, Dreisatz und Prozentrechnen



2.1 Verhältnisrechnen mit dem Dreisatz
2.2 Prozentrechnen
2.3 Rabatt, Skonto, Umsatzsteuer
2.4 Zinsberechnung

2.5 Aufgaben

2.1 Verhältnisrechnen mit dem Dreisatz

Häufig stehen Zahlen im Verhältnis zueinander:

- Die Anzahl der Dosen im Verhältnis zum Preis.
- Die Anzahl der Arbeiter im Verhältnis zum Zeitaufwand.

Liegt eine bekannte Aussage vor (z. B. für 30 m^2 wurden 6 Liter verbraucht), so kann über den Mittelsatz (Wieviel Farbe wurde für 1 m^2 verbraucht?) ein neuer Schluss gezogen werden (Wieviel Farbe benötigt man für 47 m^2?).

Zahlen, die Angaben zu Menge, Zeit, Verbrauch oder Arbeitsaufwand u. a. in Verhältnis zu weiteren Zahlenangaben setzen, können in einem geraden oder einem umgekehrtem Verhältnis zueinander stehen. Ist das Verhältnis geklärt, kann in drei Schritten das Ergebnis errechnet werden.

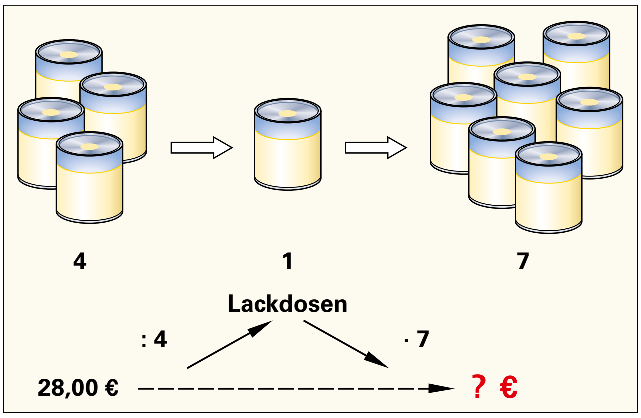


Bild 1: Prinzip des Dreisatzrechnens

Dreisatz mit geradem Verhältnis

Ein gerades Verhältnis liegt immer dann vor, wenn beide Werte gleichzeitig zunehmen oder abnehmen.

Bei geradem Verhältnis verläuft die Linie im Diagramm stets gerade aufwärts.

Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis

Entwickeln sich beide Werte gegenläufig (je mehr umso weniger, je weniger umso mehr), so spricht man von einem umgekehrten Verhältnis.

Bei umgekehrtem Verhältnis verläuft die Linie im Diagramm stets abwärts.

Dies ist bei folgenden Beziehungen der Fall:

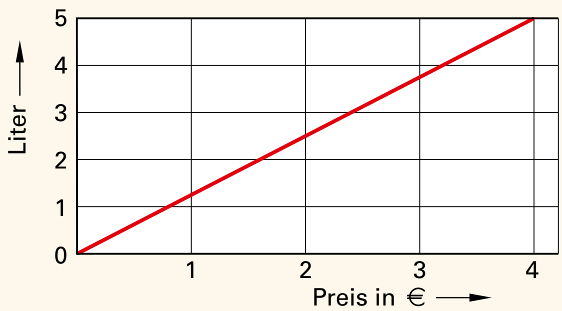
Gerades Verhältnis:

Mehr Arbeitszeit – **mehr** Lohn,
Größere Menge – **höherer** Preis
Weniger m^2 – **weniger** Verbrauch

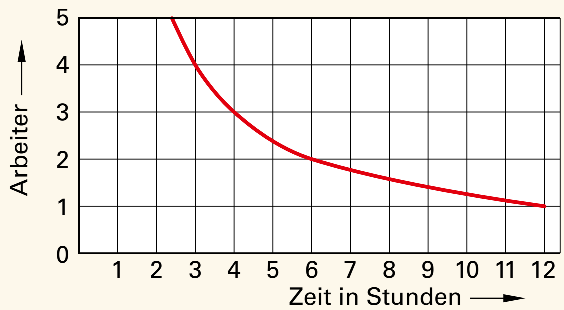
Umgekehrtes Verhältnis:

Mehr Arbeiter – **weniger** Zeitaufwand

Grafische Darstellung des Zusammenhangs:



Liter	1	2	3	4	5
Preis in €	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0



Arbeiter	1	2	3	4	5
Zeit in Stunden	12	6	4	3	2,4

Beispiel 1 und 2:

3 Dosen Lack kosten 68,00 €. Wie teuer sind 11 Dosen Lack?

1. **Schritt:**
   3 Dosen kosten
   68,00 €
2. **Schritt**
   1 Dose kostet
   68,00 € : 3
3. **Schritt**
   1 Dosen kosten
   68,00 € : 3 · 11
   = 249,33 €

vereinfacht dargestellt

$$\begin{array}{c|c} 3 & \\ 1 & \frac{68{,}00 \cdot 11}{3} \\ 11 & \end{array}$$

= 249,33 €

6 Arbeiter benötigen für eine Arbeit 5 Stunden. Wie lange benötigen 9 Arbeiter ?

1. **Schritt:**
   6 Arbeiter benötigen
   15 Stunden
2. **Schritt**
   1 Arbeiter benötigt
   15 Stunden · 6
3. **Schritt**
   9 Arbeiter benötigen
   15 Stunden · 6 : 9
   = 10 Stunden

vereinfacht dargestellt

$$\begin{array}{c|c} 6 & \\ 1 & \frac{15 \cdot 6}{9} \\ 9 & \end{array}$$

= 10 Stunden