

Größen und Einheiten

[illegible]

Formeln Mechatronik

nach den Büchern „Tabellenbuch Mechatronik“, „Fachkunde Mechatronik“, „Rechnen und Projektieren Mechatronik“

7. Auflage 2023
Druck 5 4 3 2 1

Autoren von „Formeln Mechatronik“:

Gregor Häberle	Dr.-Ing.	Tettngang
Konstantin Häberle	MSc EEIT, MSc Math	Zürich
Verena Häberle	MSc EEIT	Zürich
Bernd Schiemann	Dipl.-Ing.	Durbach
Claudius Scholer	Dipl.-Ing., Dipl.-Gewerbelehrer	Metzingen
Matthias Schultheiß	Dipl.-Ing., Dipl.-Gewerbelehrer	Ummendorf, Biberach a. d. Riss

Leitung des Arbeitskreises: Dr.-Ing. Gregor Häberle

Bildbearbeitung: Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Vorwort

Diese Formelsammlung dient zum Lösen von fachmathematischen Aufgaben in der beruflichen Praxis oder in der Aus- und Weiterbildung, z. B. bei Prüfungen oder Klausuren. Sie enthält komprimiert die dafür erforderlichen Formeln aus den Teilbereichen der Elektrotechnik, des Maschinenbaus und der Informationstechnik.

Dabei sind berücksichtigt alle wesentlichen Formeln z. B. der Themengebiete Mathematik, technische Physik, Produktion, Messen, Steuern, Regeln, elektrische Antriebe, Leitungsberechnungen, Schutzeinrichtungen, Digitaltechnik, Datentechnik, statistische Berechnungen, betriebswirtschaftliche Kalkulationen.

Die Formeln sind auf den Seiten nummeriert, sodass bei Gruppenarbeit oder im Unterricht eine Verständigung vereinfacht ist. Die Formelzeichenerklärungen sind auf jeder Seite gegeben. Die zu verwendenden Einheiten sind durch Einheitengleichungen angegeben.

In der **7. Auflage** wurden weitere **Formelumstellungen** vorgenommen. Somit ist ein leichteres Anwenden der Formeln möglich. Auch können selbst umgestellte Formeln dadurch leicht überprüft werden. **Neu** aufgenommen wurden Differenzialrechnung, Integralrechnung, Rechnen mit Determinanten, Vektoren, Umrechnungen von Vorsätzen, weitere mechanische Leistungen, Trägheitsmomente, Leitungsberechnung, Kalkulationsberechnungen zur Lagerhaltung.

Verbesserungsvorschläge können gerne per E-Mail gerichtet sein an lektorat@europa-lehrmittel.de.

Sommer 2023

Die Autoren

Europa-Nr.: 45515
ISBN 978-3-7585-4199-5

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2023 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, Düsseldorf Straße 23, 42781 Haan-Gruiten
www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Umschlagfoto: Siemens-Pressebilder www.siemens.com/presse
Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Mathematik

Größen und Einheiten	U2
Rechenregeln	3
Gleichungssysteme	6
Rechnen mit Vektoren	7
Differenzialrechnung, Integralrechnung	8
Rechnen mit Excel	9
Zahlensysteme, Rechenregeln bei Dualzahlen, Umrechnungen	10
Vorsätze, Zehnerpotenzen, Logarithmen	11
Umrechnungen von Vorsätzen	12
Rechnen mit Größen	13
Prozentrechnung, Dreisatzrechnung, Zuverlässigkeit, Verfügbarkeit	14
Rechtwinkliges Dreieck, Winkelfunktionen, Steigung	15
Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen ..	16
Rechnen mit komplexen Zahlen	17
Längen	18
Flächen	19
Volumen, Oberflächen, Massen	21

Technische Physik

Kräfte, Hebel, Drehmoment	22
Drehmoment, Fliehkraft, Rollen, Keile, Schrauben	23
Winden, Bewegungslehre	24
Wärmetechnik	25
Mechanische Arbeit, mechanische Leistung, Energie	26
Mechanische Leistungen	27
Trägheitsmomente von Körpern	28
Ladung, Spannung, Stromstärke, Widerstand, elektrische Arbeit	29
Elektrische Leistung, elektrisches Feld	30
Magnetisches Feld, Spule, Strom im Magnetfeld, Induktion	31
Grundschaltungen, Kirchhoff'sche Regeln, Spannungsteiler	32
Grundschaltungen von Induktivitäten L und Kapazitäten C	33
Reihenschaltung von R , L , C	34
Parallelschaltung von R , L , C	35
Sinuswechselspannung, Impuls	36
Schalten von Kondensatoren und Spulen	37
Drehstrom, Kompensation der Blindleistung ..	38
Transformator, Temperaturkoeffizient	39
Zahnradberechnungen, Übersetzungen	40
Druck, Reibung	41
Zug, Druck, Flächenpressung, Abscherung	42
Knickung, Biegung, Torsion	43
Berechnungen zur Pneumatik	44
Berechnungen zur Hydraulik	45
Licht und Optik	46

Werkstoffe, Fertigung

Werkstoffprüfung	47
Drehzahlnomogramm	48

Hinweise für die Benutzer

Die oben aufgeführten Seitenüberschriften enthalten nicht die einzelnen, auf den Seiten vorkommenden Begriffe. Finden Sie also hier nicht das Gesuchte, so schauen Sie bitte im Sachwortverzeichnis nach.

Kräfte und Leistungen beim Zerspanen	49
Schnittgeschwindigkeiten beim Zerspanen	50

Bauelemente, Messen, Steuern, Regeln

Widerstände, Kondensatoren, Kennzeichnung ..	52
Transistoren als Schalter	53
Operationsverstärker	54
Regelungstechnik	55
Schaltungen zur Widerstandsbestimmung, Messbereichserweiterung	56
Messen mit Oszilloskop und PC	57
Gleichrichter, Wechselwegschaltung	58

Elektrische Antriebe und Anlagen

Prüfen elektrischer Maschinen, Schrittmotoren ..	59
Antriebstechnik	60
Gleichstromantriebe	61
Schutz von Leitungen, Mindest-Leiterquerschnitte	62
Überstrom-Schutzeinrichtungen	63
Feinsicherungen, Strombelastbarkeit von wärmefesten oder flexiblen Leitungen	64
Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen für 70°C bei $\vartheta_U = 30^\circ\text{C}$	65
Strombelastbarkeit von Kabeln und Leitungen für 90°C bei $\vartheta_U = 30^\circ\text{C}$	66
Umrechnungsfaktoren für die Strombelastbarkeit	67
Leitungsberechnung	68
Fehlerschutz gegen elektrischen Schlag	71
Messungen zur Prüfung der Schutzmaßnahmen gegen elektrischen Schlag	72

Digitaltechnik, Informationstechnik

Binäre Verknüpfungen, Schaltalgebra	73
Wertetabelle und KV-Diagramme	74
Sequenzielle Schaltungen, DA-Umsetzer und AD-Umsetzer	75
Datenübertragung	76
Koordinaten und Arbeitsbewegungen bei CNC-Maschinen	77

Verbindungstechnik

Gewinde	78
ISO-System für Grenzmaße und Passungen	79

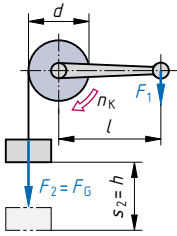
Betriebliche Berechnungen

Statistische Berechnungen und Prozesslenkung ..	80
Kosten, Preise, Kennzahlen	81
Betriebswirtschaftliche Kalkulation	82
Kalkulationen für Lagerhaltung, Bestellung, Losgröße, Make-or-Buy	83
Kennzahlen der Produktion	84
Hauptnutzungszeiten	85
Arbeitsvorbereitung	86
Rechenregeln anwenden beim Formeln Umstellen	U3

Rechenregeln 1

Vorzeichenregeln	(Fortsetzung Regeln der Bruchrechnung)	(Fortsetzung Regeln d. Klammerrechnung)
Positives Produkt $a \cdot b = a \cdot b = b \cdot a = ab$ $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b = ab$ $(+) \cdot (+) = (+)$ 1 $(-) \cdot (-) = (+)$ 2 <p>Das Produkt ist positiv, wenn beide Faktoren das gleiche Vorzeichen besitzen. Der Multiplikationspunkt vor Buchstaben darf entfallen, nicht aber vor Zahlen.</p>	Addition, Subtraktion ungleichnamiger Brüche $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{xb + ya}{ab}$ Hauptnenner: ab Der Hauptnenner muss gebildet werden. Durch Erweitern der Brüche werden diese auf den Hauptnenner gebracht. Anschließend kann addiert bzw. subtrahiert werden.	Multiplizieren von Klammerausdrücken $(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$ $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$ $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ 8 <p>Jedes Glied der Klammer wird mit jedem Glied der anderen Klammer multipliziert.</p>
Negatives Produkt $a \cdot (-b) = -a \cdot b = -ab$ $(-a) \cdot b = -a \cdot b = -ab$ $(+) \cdot (-) = (-)$ 3 <p>Das Produkt ist negativ, wenn beide Faktoren das gleiche Vorzeichen besitzen. Der Multiplikationspunkt vor Buchstaben darf entfallen, nicht aber vor Zahlen.</p>	Multiplikation von Brüchen $\frac{x}{a} \cdot \frac{y}{b} = \frac{xy}{ab}$ 7 <p>Zähler und Nenner werden jeweils getrennt multipliziert.</p>	Quadrieren von Klammerausdrücken $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 9 $(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - ab - ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 10 <p>Beim Quadrieren von Klammerausdrücken ist auf die richtige Berechnung der Zeichen Plus und Minus zu achten (siehe Vorzeichenregeln).</p>
Positiver Quotient $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ $(+) : (+) = (+)$ 4 $(-) : (-) = (+)$ 5 <p>Der Quotient ist positiv, wenn Dividend (Zähler) und Divisor (Nenner) gleiche Vorzeichen besitzen.</p>	Division von Brüchen $\frac{x}{a} : \frac{y}{b} = \frac{x/a}{y/b} = \frac{x \cdot b}{a \cdot y}$ Der Dividend $\frac{x}{a}$ wird mit dem Kehrwert des Divisors $\frac{y}{b}$ multipliziert.	Dividieren eines Klammerausdrucks $(a + b) : c = \frac{a + b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ $\frac{a - b}{a} = \frac{a}{a} - \frac{b}{a} = 1 - \frac{b}{a}$ <p>Jedes Glied der Klammer wird durch den Divisor dividiert.</p>
Negativer Quotient $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ $\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ $(+) : (-) = (-)$ 6 <p>Der Quotient ist negativ, wenn Dividend (Zähler) und Divisor (Nenner) ungleiche Vorzeichen besitzen.</p>	Kürzen, Erweitern von Brüchen $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d}$ $\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$ <p>Der Wert eines Bruchs bleibt unverändert, wenn Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert oder dividiert werden.</p>	Klammerauflösung, Punktrechnung, Strichrechnung $a \cdot (2x - x) + b \cdot (5y + 2y)$ $= ax + b \cdot 7y = ax + 7by$ <p>Die Klammerauflösung ist vor der Punktrechnung, diese wiederum vor der Strichrechnung auszuführen.</p>
Punktrechnungen, Strichrechnungen $2a \cdot b - 4c \cdot 2d = 2ab - 8cd$ <p>Punktrechnungen (\cdot und $:$) müssen vor Strichrechnungen ($+$ und $-$) ausgeführt werden.</p>	Regeln der Klammerrechnung Pluszeichen vor Klammer $a + (b - c) = a + b - c$ Ein Pluszeichen vor einer Klammer erlaubt das Weglassen der Klammer.	Regeln beim Potenzieren Multiplizieren von Potenzen gleicher Basis $a^2 \cdot a^3 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$ $a^2 \cdot a^3 = a^{(2+3)} = a^5$ <p>Die Exponenten werden addiert.</p>
Regeln der Bruchrechnung Addition, Subtraktion gleichnamiger Brüche $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} - \frac{z}{a} = \frac{x + y - z}{a}$ <p>Bei gleichnamigen Brüchen werden die Zähler addiert bzw. subtrahiert.</p>	Minuszeichen vor Klammer $a - (b - c) = a - b + c$ <p>Ein Minuszeichen vor einer Klammer bewirkt, dass bei Weglassen der Klammer aus Pluszeichen in der Klammer Minuszeichen und aus Minuszeichen Pluszeichen werden.</p>	Dividieren von Potenzen gleicher Basis $\frac{a^4}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = a^2$ $a^4 : a^2 = \frac{a^4}{a^2} = a^{(4-2)} = a^2$ <p>Die Exponenten werden subtrahiert.</p>
Siehe auch Umschlagseite am Buchende		(Fortsetzung nächste Seite)

Seilwinde, Räderwinde



Seilwinde

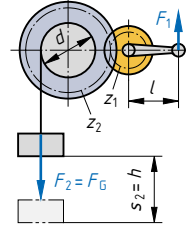
$$F_1 \cdot l = \frac{F_G \cdot d}{2} \quad 1$$

$$F_1 = \frac{F_G \cdot d}{2 \cdot l}$$

$$h = \pi \cdot d \cdot n_K \quad 3$$

$$W_2 = F_G \cdot h \quad 5$$

d Trommel-durchmesser
 F_2, F_G Gewichtskraft
 F_1 Handkraft
 h, s_2 Lastweg
 i Übersetzungs-verhältnis
 l Kurbellänge
 n_K Zahl der Kurbel-umdrehungen
 W_2 abgegebene Arbeit
 z_1 Zähnezahl treibend
 z_2 Zähnezahl getrieben



Räderwinde

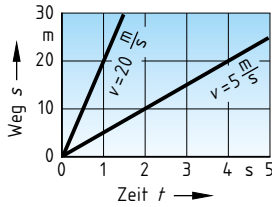
$$F_1 \cdot l \cdot i = \frac{F_G \cdot d}{2} \quad 2$$

$$F_1 = \frac{F_G \cdot d}{2 \cdot l \cdot i}$$

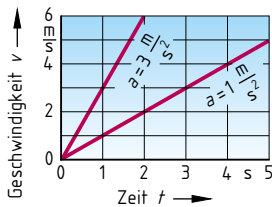
$$i = \frac{z_2}{z_1} \quad 4$$

$$W_2 = F_G \cdot h \quad 6$$

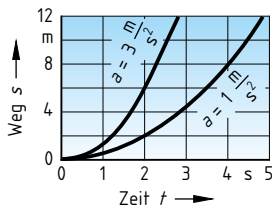
Bewegungslehre



Weg-Zeit-Diagramm



Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm



Weg-Zeit-Diagramm

a Beschleunigung,
 Verzögerung
 g Fallbeschleunigung,
 Ortskoeffizient
 s Weg
 t Zeit
 v Geschwindigkeit

Die Zunahme der Geschwindigkeit in 1 Sekunde heißt **Beschleunigung**, die Abnahme der Geschwindigkeit heißt **Verzögerung**.

$$[a] = \text{m/s}^2$$

Der freie Fall ist eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, bei der die vom Ort abhängige Fallbeschleunigung g wirksam ist.

Auf der Erde:

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Formeln gelten für Beschleunigung aus dem Stand oder bei Verzögerung in den Stand.

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 60 \frac{\text{m}}{\text{min}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 16,667 \frac{\text{m}}{\text{min}} = 0,2778 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Geschwindigkeit

$$v = \frac{s}{t} \quad 7$$

$$s = v \cdot t$$

$$t = \frac{s}{v}$$

End- oder Anfangsgeschwindigkeit, allgemein

$$v = a \cdot t \quad 8$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} \quad 9$$

$$a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$$

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a}$$

End- oder Anfangsgeschwindigkeit, beim freien Fall

$$v = g \cdot t \quad 10$$

$$t = v/g$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot s} \quad 11$$

$$s = v^2/(2 \cdot g)$$

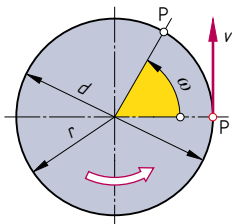
Beschleunigungsweg

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \quad 12$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad 13$$

$$a = 2 \cdot \frac{s}{t^2} \quad v = \frac{2s}{t}$$

$$t = \sqrt{2 \cdot \frac{s}{a}} \quad t = \frac{2s}{v}$$



Kreisförmige Bewegung

Anmerkung: Die Winkelgeschwindigkeit eines Zeigers ist die Kreisfrequenz ω (Omega).

d Durchmesser
 f Frequenz
 n Drehzahl,
 Umdrehungsfrequenz
 r Radius
 v Umfangsgeschwindigkeit
 ω Winkelgeschwindigkeit

Umrechnungen rad \leftrightarrow (Grad):

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,295^\circ$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} \approx 0,0174 \text{ rad}$$

$$\frac{1}{\text{min}} = 1 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{1}{60 \text{ s}}$$

$$[d] = [r] = \text{m}$$

$$[f] = \frac{1}{\text{s}} = \text{Hz}$$

$$[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{^\circ}{\text{s}} \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$= \frac{1}{\text{s}}$$

$$n = v/(\pi \cdot d)$$

$$d = v/(\pi \cdot n)$$

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \quad 14$$

Kreisfrequenz

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad 15$$

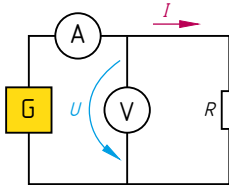
Umfangsgeschwindigkeit

$$v = \pi \cdot d \cdot n \quad 16$$

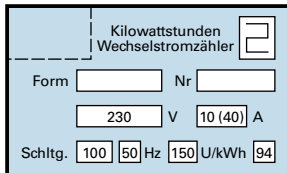
$$v = \omega \cdot r \quad 17$$

$$\omega = \frac{v}{r} \quad r = v/\omega$$

Elektrische Leistung



Ermitteln der Leistung mit Strommesser und Spannungsmesser



Leistungsschild eines Zählers

$$P = U \cdot I$$

1

$$[P] = V \cdot A = AV \\ = W = J/s$$

$$[n] = 1/h \\ [C_2] = 1/kWh$$

Leistungsmessung mit Zähler

$$[t] = h$$

elektrische Leistung

$$P = I^2 \cdot R$$

2

$$P = \frac{U^2}{R}$$

3

elektr. Leistung bei gleichem Lastwiderstand

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2}$$

4

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{U_1^2}{U_2^2}$$

5

Indizes 1 und 2 gelten für verschiedene Betriebsfälle.

elektrische Leistung

$$P = \frac{n}{C_z}$$

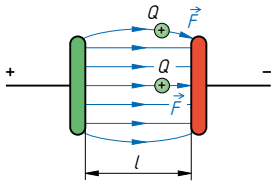
6

$$P = \frac{\text{Zahl der Umdrehungen}}{t \cdot C_z}$$

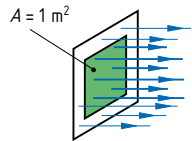
 C_z Zählerkonstante in Umdr./kWh I Stromstärke n Umdrehungsfrequenz, Drehzahl P Leistung R Lastwiderstand t Zeit U Spannung

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern erkennbar.

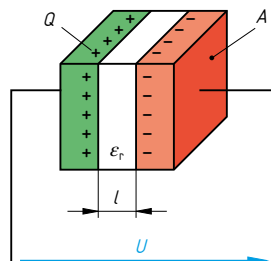
Elektrisches Feld



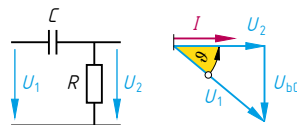
Elektrische Feldstärke



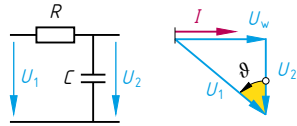
Elektrische Flussdichte



Kapazität



Hochpass



Tiefpass

Die elektrische **Feldstärke** E gibt die Kraft an, die auf die Ladung $Q = 1 \text{ As}$ im elektrischen Feld wirkt.Die elektrische **Flussdichte** D gibt an, wie groß die Ladung je Quadratmeter ist.

$$[F] = N$$

$$D = \frac{Q}{A} \quad [D] = \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot \frac{\text{pAs}}{\text{Vm}} = 8,85 \text{ pF/m}$$

$$[C] = \frac{\text{As}}{\text{V}} = F \text{ (Farad)}$$

$$[Q] = V \cdot A = \text{var}$$

var = Volt-Ampere-reaktiv (reaktiv = rückwirkend)

$$w = \frac{W}{V}$$

$$[W] = \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot \text{V}^2 = \text{Ws} = \text{J} \quad (\text{Joule})$$

$$[w] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$[R] = \Omega = \text{V/A}$$

$$[f_c] = \text{Hz} = 1/s = \frac{1}{\text{V/A} \cdot \text{As/V}}$$

Tiefpass

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^2}}$$

18

Anziehungskraft Plattenkondensator

$$F = \frac{1}{2} \cdot E \cdot Q$$

7

$$E = 2 \cdot F/Q \quad Q = 2 \cdot F/E$$

$$F = \epsilon \cdot U^2 \cdot A/(2 \cdot l^2)$$

elektrische Flussdichte

$$D = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E$$

9

Kapazität

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{l}$$

11

$$A = C \cdot l/\epsilon \quad l = \epsilon \cdot A/C$$

Ladung

$$Q = I \cdot t$$

14

$$\Delta Q = i \cdot \Delta t$$

Energiedichte

$$w = \frac{1}{2} \cdot D \cdot E$$

16

Hochpass

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_c/R)^2}}$$

19

elektrische Feldstärke

$$E = \frac{F}{Q}$$

8

$$F = E \cdot Q \quad Q = F/E$$

beim homogenen Feld

$$E = \frac{U}{l}$$

10

Ladung

$$Q = C \cdot U$$

12

$$\Delta Q = C \cdot \Delta u$$

$$i = C \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

13

Energie

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

15

$$C = 2 \cdot W/U^2$$

Impedanz

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

17

Grenzfrequenz

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

20

 A Plattenfläche gleicher C Kapazität D elektrische Flussdichte E elektrische Feldstärke f Frequenz F Kraft f_c Grenzfrequenz (c von cut) I, i Stromstärke Q Ladung t Zeit U, u Spannung V Volumen w Energiedichte W Arbeit, Energie X Blindwiderstand Δ Differenz (Delta) ϵ Permittivität ϵ_0 elektrische Feld-

konstante

 ϵ_r Permittivitätszahl

Indizes:

1 Eingang

2 Ausgang

b Blind-

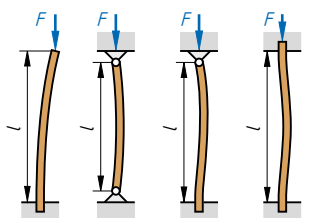
A kapazitiv

w Wirk-

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern und Formelüberschriften erkennbar.

Knickung, Biegung, Torsion

Beanspruchung auf Knickung



freie Knicklänge

$$l_k = 2 \cdot l \quad l_k = l \quad l_k = 0,7 \cdot l \quad l_k = 0,5 \cdot l$$

F_{kzul}	zulässige Knickkraft	$[F_{kzul}]$	= N
l_k	freie Knicklänge	$[l_k]$	= cm
E	Elastizitätsmodul	$[E]$	= N/cm ²
I	Flächenmoment 2. Grades	$[I]$	= cm ⁴
ν	Sicherheitszahl (Nü)		

Hinweis: Elastizitätsmodul E und Biegespannung σ (Sigma) sind meist in N/mm² angegeben.
Umrechnung: 1 N/mm² = 100 N/cm².

Zulässige Knickkraft

$$F_{kzul} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_k^2 \cdot \nu}$$

1

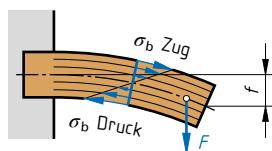
Diese Formel gilt nur für schlanke Bauteile und innerhalb des elastischen Bereichs der Werkstoffe.

$$l_k = \pi \sqrt{E \cdot I / (F_{kzul} \cdot \nu)}$$

$$I = F_{kzul} \cdot l_k^2 \cdot \nu / (\pi^2 \cdot E)$$

Belastungsfälle

Beanspruchung auf Biegung



σ_b	Biegespannung	$[\sigma_b]$	= N/cm ²
F	Biegekraft	$[F]$	= N
M_b	Biegemoment	$[M_b]$	= Ncm
W	axiales Widerstandsmoment	$[W]$	= cm ³
l	Länge	$[l]$	= cm
f	Durchbiegung	$[f]$	= cm
E	Elastizitätsmodul	$[E]$	= N/cm ²
I	Flächenmoment 2. Grades	$[I]$	= cm ⁴

Biegespannung

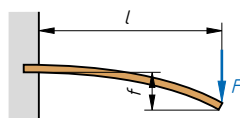
$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

2

$$M_b = \sigma_b \cdot W$$

$$W = M_b / \sigma_b$$

Träger mit Einzelkraft belastet



einseitig eingespannt

$$M_b = F \cdot l$$

3

$$F = M_b / l \quad l = M_b / F$$

$$f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$$

5

$$F = 3 \cdot f \cdot E \cdot I / l^3$$

$$M_b = \frac{F \cdot l}{4}$$

7

$$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

9

$$M_b = \frac{F \cdot l}{8}$$

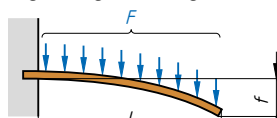
11

$$f = \frac{F \cdot l^3}{192 \cdot E \cdot I}$$

13

$$I = F \cdot l^3 / (192 \cdot E \cdot f)$$

Träger mit gleichmäßig verteilter Belastung



einseitig eingespannt

$$M_b = \frac{F \cdot l}{2}$$

4

$$F = 2 \cdot M_b / l \quad l = 2 \cdot M_b / F$$

$$f = \frac{F \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot I}$$

6

$$F = 8 \cdot f \cdot E \cdot I / l^3$$

$$M_b = \frac{F \cdot l}{8}$$

8

$$f = \frac{5 \cdot F \cdot l^3}{384 \cdot E \cdot I}$$

10

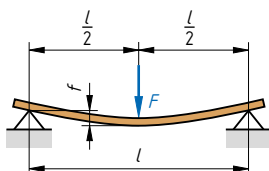
$$M_b = \frac{F \cdot l}{12}$$

12

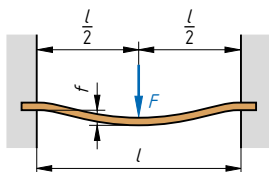
$$f = \frac{F \cdot l^3}{384 \cdot E \cdot I}$$

14

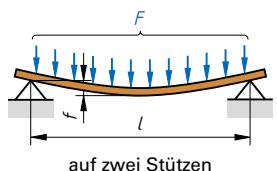
$$I = \sqrt[3]{384 \cdot E \cdot I \cdot f / F}$$



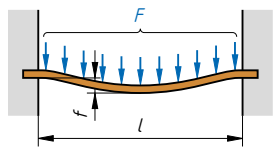
auf zwei Stützen



doppelseitig eingespannt

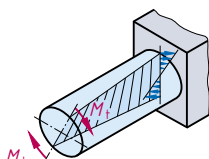


auf zwei Stützen



doppelseitig eingespannt

Beanspruchung auf Torsion (Verdrehung)



Torsion

τ_t	Torsionsspannung	$[\tau_t]$	= kN/mm ²
M_t	Torsionsmoment	$[M_t]$	= Nm
W_p	polares Widerstandsmoment	$[W_p]$	= mm ³
τ_{tF}	Torsionsfließgrenze	$[\tau_{tF}]$	= N/mm ²
τ_{tzul}	zulässige Torsionsspannung	$[\tau_{tzul}]$	= N/mm ²
ν	Sicherheitszahl (Nü)		
R_e	Streckgrenze	$[R_e]$	= N/mm ²
d	Durchmesser	$[d]$	= mm

$$\text{Für Welle: } W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

Torsionsspannung

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_p}$$

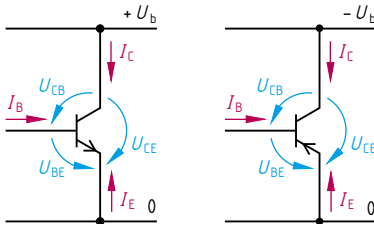
15

zulässige Torsionsspannung (für Stahl)

$$\tau_{tzul} = \frac{\tau_{tF}}{\nu} \approx \frac{0,7 \cdot R_e}{\nu}$$

16

Transistoren als Schalter



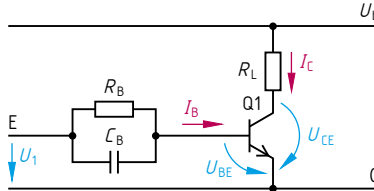
NPN-Transistor, PNP-Transistor

Bei den Transistoren setzt man die Bezugspfeile gleichartig. Deshalb sind im Datenblatt beim **NPN-Transistor** die Spannungsangaben sowie die Stromangaben für I_B und I_C positiv, der I_E hat aber die entgegengesetzte Richtung wie sein Bezugspfeil.

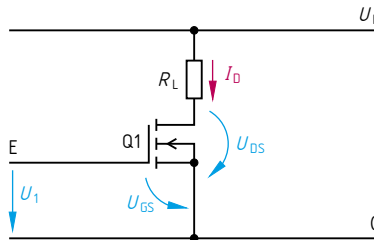
Beim **PNP-Transistor** sind alle Spannungen sowie I_B und I_C entgegengesetzt zu den Bezugspfeilen, haben also negative Werte.

Für FET (Feldeffekttransistoren):

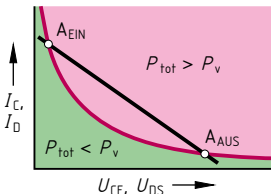
Der Steuerkreis wird leistungslos gesteuert.



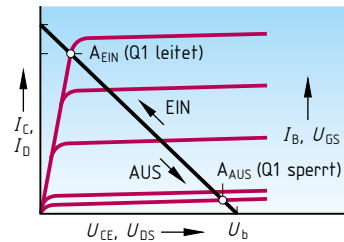
Bipolar Transistor als Schalter



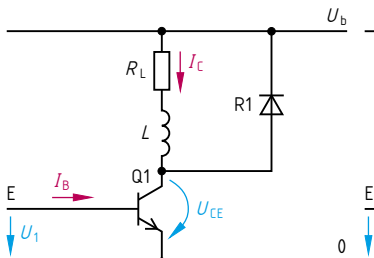
Feldeffekttransistor als Schalter



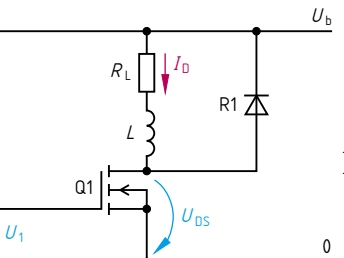
Verlustleistung des Transistors



Schaltverhalten bei Wirklast



Bipolarer Transistor mit induktiver Last



FET mit induktiver Last

Kollektor-Emitterspannung

$$U_{CE} = U_{CB} + U_{BE} \quad 1$$

$$U_{BE} = U_{CE} - U_{CB} \quad U_{CB} = U_{CE} - U_{BE}$$

Emitterstrom

$$I_E = I_C + I_B \quad 2$$

$$I_C = I_E - I_B \quad I_B = I_E - I_C$$

Gleichstromverhältnis

$$B = \frac{I_C}{I_B} \quad 3$$

$$I_C = B \cdot I_B \quad I_B = I_C / B$$

Verlustleistung

$$P_v = U_{DS} \cdot I_D \quad 4$$

$$P_v = U_{CE} \cdot I_C \quad 5$$

$$P_v < P_{tot}$$

Kollektorstrom

$$I_C = \frac{U_b - U_{CEsat}}{R_L} \quad 7$$

Basisstrom

$$I_{Bmin} = \frac{I_{Cmax}}{B_{min}} \quad 9$$

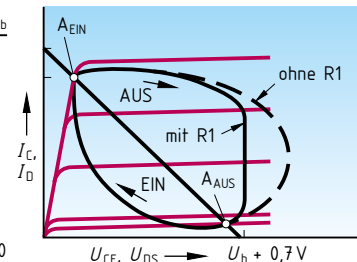
$$I_B = \ddot{u} \cdot I_{Bmin} \quad 11$$

Basisvorwiderstand

$$R_v = \frac{(U_1 - U_{BEsat}) \cdot B_{min}}{\ddot{u} \cdot I_{Cmax}} \quad 12$$

Größtes U_{CE} mit Freilaufdiode

$$U_{CEmax} = U_b + 0,7V \quad 13$$



Schaltverhalten bei induktiver Last

A	Arbeitspunkt
B	Gleichstromverhältnis
C_B	Basiskondensator
I_B	Basisstrom
I_C	Kollektorstrom
I_D	Drainstrom
I_G	Gatestrom
L	Induktivität

P_{tot}	höchstzulässige Verlustleistung
P_v	Verlustleistung
R_L	Lastwiderstand
S	Steilheit
U_1	Eingangsspannung
U_b	Betriebsspannung
U_{BE}	Basis-Emitter-Spannung

U_{CE}	Kollektor-Emitter-Spannung
U_{CEsat}	Kollektorsättigungsspannung
U_{DS}	Drain-Source-Spannung
U_{GS}	Gate-Source-Spannung
\ddot{u}	Übersteuerungsfaktor (2 bis 5)
V_u	Spannungsverstärkungsfaktor

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern und Formelüberschriften erkennbar.

Benennung	Schaltplan	Formeln	
Einwegschaltung M1, E1 mit Dioden: „ungesteuert“ mit IGBTs oder Thyristoren: „gesteuert“		Bauleistung $P_T/P_d = 3,1$ 1	Spannung (gesteuert) $U_{dix} = \frac{U_{di}}{2} (1 + \cos \alpha)$ 2
Zweipuls-Mittelpunktschaltung M2 mit Dioden: „ungesteuert“ mit IGBTs oder Thyristoren: „gesteuert“		Bauleistung $P_T/P_d = 1,5$ 6	Spannung (gesteuert) $U_{dix} = \frac{U_{di}}{2} (1 + \cos \alpha)$ 7
Sternschaltung (Dreipuls-Mittelpunktschaltung) M3 mit Dioden: „ungesteuert“ mit IGBTs oder Thyristoren: „gesteuert“		Bauleistung $P_T/P_d = 1,5$ 10	Spannung (gesteuert) $U_{dix} = U_{di} \cdot \cos \alpha$ 11
Zweipuls-Brückenschaltung B2 mit Dioden: „ungesteuert“ mit IGBTs oder Thyristoren: „gesteuert“		Bauleistung $P_T/P_d = 1,23$ 14	Spannung (gesteuert) $U_{dix} = \frac{U_{di}}{2} (1 + \cos \varphi)$ 15
Sechspuls-Brückenschaltung B6 mit Dioden: „ungesteuert“ mit IGBTs oder Thyristoren: „gesteuert“		Bauleistung $P_T/P_d = 1,1$ 18	Spannung (gesteuert) $U_{dix} = U_{di} \cdot \cos \alpha$ 19
voll gesteuerte Einphasen-Wechselwegschaltung W1C		Lastspannung $U_\alpha = U_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} - \frac{\alpha}{180^\circ}}$ 22	Lastleistung $P_\alpha = P_0 \cdot \left(1 + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} - \frac{\alpha}{180^\circ}\right)$ 23
		Laststrom $I_\alpha = I_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} - \frac{\alpha}{180^\circ}}$ 24	Bauleistung $I_Z = I/2$ 25

Die ideale Gleichspannung U_{di} bzw. U_{dix} ist die Ausgangsspannung eines Gleichrichters ohne den Spannungsfall an den Bauelementen.

$\cos \varphi$ Leistungsfaktor

I Stromstärke

I_d Gleichstrom

I_Z Zweigstrom

I_α Stromstärke mit $\alpha > 0^\circ$

I_0 Stromstärke mit $\alpha = 0^\circ$

P_0

P_d Leistung mit $\alpha = 0^\circ$

P_T Gleichstromleistung

P_α Bauleistung

Leistung mit $\alpha > 0^\circ$

U_{di} ideale Gleichspannung mit $\alpha = 0^\circ$

U_{dix} ideale Gleichspannung mit $\alpha > 0^\circ$

U_α

Wechselspannung mit $\alpha > 0^\circ$

U_0 Wechselspannung mit $\alpha = 0^\circ$

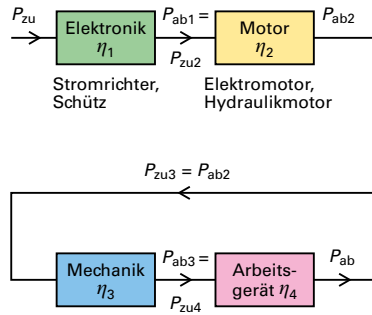
U_1 Eingangswechselspannung

α Zündwinkel (Alpha)

π 3,14159 (Pi)

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern und Formelüberschriften erkennbar.

Leistungsbedarf



Blockschaltplan des üblichen Antriebs

Typische Wirkungsgrade

Elektronik η_1	Motor η_2	Mechanik η_3	Arbeitsgerät η_4	Gesamt η
0,85	0,8	0,85	0,9	0,52

$$[P_{zu}] = [P_{ab}] = W$$

$$[\eta] = 1$$

$$[F_s] = N$$

$$[s] = m$$

$$[t] = s$$

$$[p] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

$$1 \text{ bar} = 0,1 \text{ MPa} = 10 \text{ N/cm}^2$$

$$[M] = Nm$$

$$[n] = 1/s$$

$$[\omega] = 1/s$$

$$[m] = kg$$

$$[v] = m/s$$

$$[t_{an}] = s$$

$$[J] = kg \cdot m^2$$

Bedarf nach Anlauf

$$P_{zu} = P_{ab}/\eta$$

$$\eta = P_{ab}/P_{zu}$$

Leistung für Längsbewegung

$$P_{ab} = F_s \cdot s/t$$

$$F_s = \frac{P_{ab} \cdot t/s}{s} = \frac{P_{ab} \cdot t}{F_s}$$

Anwendung bei Förderung von Flüssigkeiten und Gasen

Gesamtwirkungsgrad

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4$$

$$P_{ab} = F_s \cdot v$$

Pumpenleistung

$$P_{ab} = p \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Leistung für Drehbewegung

$$P_{ab} = M \cdot \omega$$

$$\omega = 2\pi \cdot n$$

$$s = \text{min}/60 \Rightarrow 1/s = 60/\text{min}$$

Leistung beim Anlauf

bei Längsbewegung:

$$P_{ab} = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot t_{an}}$$

bei Drehbewegung:

$$P_{ab} = \frac{J \cdot \omega^2}{2 \cdot t_{an}}$$

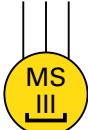
$$m = 2 \cdot P_{ab} \cdot t_{an}/v^2$$

$$J = 2 \cdot P_{ab} \cdot t_{an}/\omega^2$$

Antrieb mit Drehfeldmotoren

Synchron

3 AC



3000/min
s = 0 %
 $\eta = 0,97$
 $\cos \varphi = 0,9$
 $n = n_s$

Asynchron

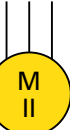
3 AC



2700/min
s = 10 %
 $s_k = 20 \%$
 $\eta = 0,9$
 $\cos \varphi = 0,8$

AC

AC



2640/min
s = 12 %
 $s_k = 20 \%$
 $\eta = 0,8$
 $\cos \varphi = 0,7$

$$[n]^1 = [n_s] = 1/s$$

$$[f] = [f_1] = Hz$$

$$[s] = \%$$

$$[S] = 1/s$$

$$[\eta] = 1$$

$$[M] = [M_N] = Nm$$

Bei Asynchronmotoren:

$$M \approx M_N \cdot \frac{n_s - n}{n_s - n_N}$$

$$f_L = f \left(1 - \frac{n}{n_s} \right)$$

$$n_{min} = 60 \cdot n_{sec}$$

$$n_{sec} = n_{min}/60$$

Drehfelddrehzahl

$$n_s = \frac{f}{p}$$

Drehzahl

$$n = n_s - \frac{s \cdot n_s}{100\%}$$

Schlupf

$$S = n_s - n$$

Schlupf in %

$$s = \frac{(n_s - n) \cdot 100\%}{n_s}$$

Stromaufnahme der Antriebsschaltung

beim Drehstrommotor:

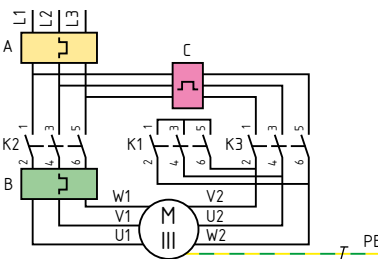
$$I = \frac{P_{ab}}{\eta \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi}$$

beim Einphasenmotor:

$$I = \frac{P_{ab}}{\eta \cdot U \cdot \cos \varphi}$$

Typische Daten von Antriebsmotoren

Auslösestrom – Einstellung beim Motorschutz von Drehfeldmotoren



$$[I_a] = [I_N] = A$$

A: für schweren Anlauf, aber geringer Schutz in Y (ohne B, C)

B: für leichten Anlauf, optimal (ohne A, C)

C: für schweren Anlauf, kein Schutz in Y (ohne A, B)

Einstellung bei Motoren für Direktanlauf

$$I_a = I_N$$

Einstellung bei Δ -Schützenschaltung

Anordnung A oder C:

$$I_a = I_N$$

Anordnung B:

$$I_a = 0,58 \cdot I_N$$

$\cos \varphi$ Leistungsfaktor
 F Kraft
 f Frequenz
 f_L Frequenz im Läufer
 I Stromstärke (Leiterstrom)
 J Trägheitsmoment
 M Moment, Drehmoment
 m Masse
 n Drehzahl, Umdrehungsfrequenz
 n_s Drehfelddrehzahl, synchr. D.
 P Wirkleistung

p 1. Polpaarzahl (halbe Polzahl),
 2. Druck
 S Schlupf
 s 1. Weg, 2. Schlupf in %
 s_k Schlupf beim Kippmoment in %
 t Zeit
 U Leiterspannung
 V Volumen
 v Geschwindigkeit
 Δ Zeichen für Differenz (Delta)
 η Wirkungsgrad (Eta)

ω Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz (Omega)

Indizes:

1, 2, 3 ... Zählnummern
 a Auslöse-
 an Anlauf-
 ab abgegeben
 N Bemessungs-, Nenn-
 s 1. synchrone, 2. senkrecht
 zu zugeführt

min Minute
 sec Sekunde

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen ist aus den Bildern und Formelüberschriften erkennbar.

Überlastschutz

Bemessungsstromregel: Bei Überlastung muss die Überstrom-Schutzeinrichtung ansprechen, bevor die Leitung zu heiß wird.

Betriebsstrom

$$I_B \leq I_N \leq I_Z$$

Auslösestrom der Schutzeinrichtung

$$I_t \leq 1,45 \cdot I_Z$$

Strombelastbarkeit der Leitung

$$I_Z \geq 0,69 \cdot I_t$$

Anordnung der Überstrom-Schutzeinrichtung: Grundsätzlich am Anfang des Stromkreises und dort, wo die Strombelastbarkeit verringert wird. Dabei müssen Überstrom-Schutzeinrichtungen nach den VDE-Bestimmungen verwendet werden. Versetzen der Überstrom-Schutzeinrichtung ist aber zulässig, wenn der Schutz erhalten bleibt.

Wegfall der Überstrom-Schutzeinrichtung: Wegfall soll erfolgen, wenn eine Abschaltung gefährlicher ist als eine Überlastung. Wegfall darf erfolgen, wenn eine Überlastung ausscheidet, z.B. bei manchen Hilfsstromkreisen.

Kurzschlusschutz

Automatische Abschaltung der Stromversorgung durch den Kurzschlussstrom an der Kurzschlussstelle. Dabei muss die Schleifenimpedanz Z_S ausreichend klein sein. Deshalb ist die Leitungslänge begrenzt (**Tabelle unten**).

Die Ausschaltzeit muss nicht geprüft werden, wenn RCDs mit $I_{AN} \leq 500$ mA oder richtig bemessene Leitungsschutzschalter eingesetzt sind.

Bei PVC:

$$k = 115 \cdot \sqrt{s} \text{ A/mm}^2$$

bei Gummi:

$$k = 141 \cdot \sqrt{s} \text{ A/mm}^2$$

Kurzschlussstrom

einpoliger Kurzschluss:

$$I_k = \frac{U_0}{Z_S}$$

dreipoliger Kurzschluss:

$$I_k \approx \frac{2 \cdot U_0}{Z_S}$$

Bedingung

$$i^2 t < (k \cdot A)^2$$

Ausschaltzeit

$$t_a \leq (k \cdot A / I_k)^2$$

Anordnung der Schutzeinrichtung: Am Anfang des Stromkreises und dort, wo der Querschnitt verringert wird. Versetzen bis 3 m ist zulässig, wenn die Leitung vor der Schutzeinrichtung kurzschlussicher verlegt ist, z.B. durch zugängliche Mantelleitung ohne mechanische Gefährdung und ohne Nähe zu brennbaren Stoffen.

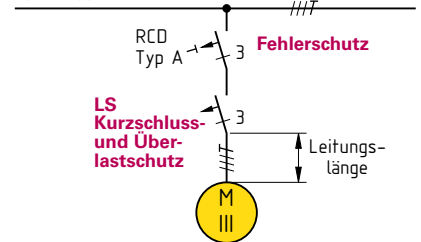
Wegfall der Überstrom-Schutzeinrichtung: Wie beim Überlastschutz, z.B. bei der Sicherheitsbeleuchtung.

Größte Leitungslänge l_{\max} von Kupferleitungen bei TN-System und Leitungsschutzschalter (LS) Typ C¹⁾

vgl. DIN VDE 0100-520 Beiblatt 2

A in mm ²	I_N in A	f_l in m/10 mΩ	bei $Z_{V0} = 300$ mΩ und Typ C		
			I_{erf} in A	Z_S in Ω	l_{\max} in m
1,5	10	0,31	100	2,30	64
	16		160	1,44	36
2,5	16	0,50	160	1,44	59
	20		200	1,15	44
	25		250	0,92	32
4	16	0,81	160	1,44	96
	20		200	1,15	72
	35		350	0,66	30
6	20	1,22	200	1,15	109
	35		350	0,66	45
	40		400	0,58	35

50 Hz 400 V



Fehlerschutz und Leitungsschutz LS
Größte Leitungslänge LS Typ C

$$l_{\max} = l_{\max 300} + (Z_{V0300} - Z_V) \cdot f_l$$

Werte der Tabelle gelten für 3AC-Anlagen 400V 50 Hz im TN-System und zulässige Kurzschlusstemperatur am Leiter von 160 °C und für $t_a = 5$ s.

f_l Korrekturfaktor für l_{\max} je 10 mΩ Abweichung von Z_{V0} (Z_{V0300})

l_{\max} maximale Leitungslänge, $l_{\max 300}$ bei $Z_{V0} = 300$ mΩ (= Z_{V0300})

Δl Differenz Leitungslänge = $(Z_{V0300} - Z_V) \cdot f_l$

Für $Z_V = 380$ mΩ ist bei $A = 1,5$ mm²
 $\Delta l = (300 - 380) \text{ mΩ} \times 0,31 \text{ m/10 mΩ} = -2,48 \text{ m}$.
Bei $I_N = 10$ A ist $l_{\max} = 64 \text{ m} - 2,48 \text{ m} = 61,5 \text{ m}$.

¹⁾Zusätzlich Spannungsfall beachten! (Seite 69)


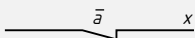

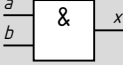

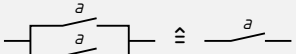
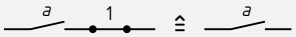
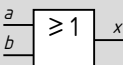
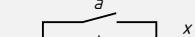
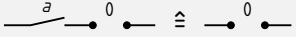

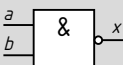
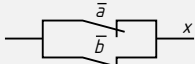
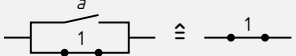
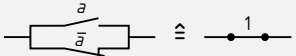
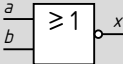
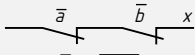
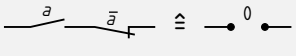
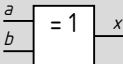
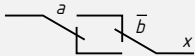
Mindest-Leiterquerschnitte

Verlegungsart	A in mm ²	Verlegungsart	A in mm ²
feste, geschützte Verlegung	Cu 1,5; Al 16	bewegliche Leitungen für • leichte Handgeräte bis 1 A, Länge der Anschlussleitung ≤ 2 m • Geräte bis 2,5 A, Länge der Anschlussleitung ≤ 2 m • Geräte bis 10 A • Gerätesteckdosen und Kupplungsdosen bis $I_N = 10$ A • Geräte über 10 A	Cu 0,5
Leitung in Schaltanlagen	Cu 0,5		Cu 0,5
• bis 2,5 A	Cu 0,75		Cu 0,75
• über 2,5 A bis 16 A	Cu 1,0		Cu 0,75
Fassungsadern	Cu 0,75		Cu 0,75
Starkstromfreileitungen aus	Cu 16 Al 25		Cu 1,0

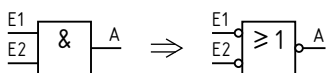
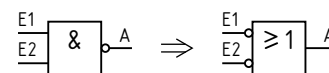
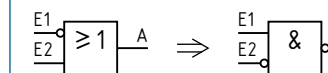
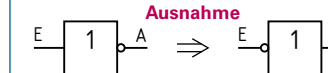
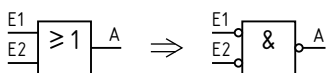
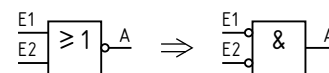
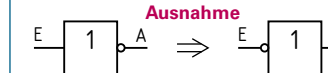
A Leiterquerschnitt
 I_t Auslösestrom der Überstrom-Schutzeinrichtung (früher I_Z)
 I_B Betriebsstrom
 I_k Kurzschlussstrom
 I_{erf} erforderlicher Abschaltstrom

I_N Bemessungsstrom der Überstrom-Schutzeinrichtung
 I_Z Strombelastbarkeit der Leitung vom Hersteller angegebener Kennwert der Schutzeinrichtung
 $I_{\Delta N}$ Bemessungsdifferenzstrom

k Material-Koeffizient
 t_a Ausschaltzeit
 U_0 Netzspannung gegen Erde
 Z_S gesamte Schleifenimpedanz
 Z_{V0} Impedanz vor der Überstrom-Schutzeinrichtung (Vorimpedanz)
 Z_V

Binäre Verknüpfungen		Regeln der Schaltalgebra	
Schaltzeichen, Benennung	Kontaktschaltung, Schaltfunktion	Regel	Erklärung
 NICHT (Negation)	 $x = \bar{a}$ oder $x = -a$ (a nicht)	$a \wedge a \wedge \dots = a$	
 AND, UND (Konjunktion)	 $x = a \wedge b$ (a und b)	$a \vee a \vee \dots = a$	
		$a \wedge 1 = a$	
 OR, ODER (Disjunktion)	 $x = a \vee b$ (a oder b)	$a \wedge 0 = 0$	
		$a \vee 0 = a$	
 NAND	 $x = a \vee \bar{b} = \overline{a \wedge b} = a \bar{b}$ (a nand b)	$a \vee 1 = 1$	
		$a \vee \bar{a} = 1$	
 NOR	 $x = \bar{a} \wedge \bar{b} = \overline{a \vee b} = a \bar{b}$ (a nor b)	$a \wedge \bar{a} = 0$	
 XOR (Exklusiv-ODER)	 $x = (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b) = a \oplus b$ (a xor b)	Binäre Variable, z.B. a , entsprechen in einer Kontaktschaltung einem Schließer, invertierte binäre Variable, z.B. \bar{a} , entsprechen einem Öffner. Verwirklichung der Verknüpfungen UND-Verknüpfung, Zeichen \wedge : durch Reihenschaltung der Schaltglieder verwirklicht. ODER-Verknüpfung, Zeichen \vee : durch Parallelschaltung der Schaltglieder verwirklicht. Vergleich mit üblichen Algebra-Operationen: Das Zeichen \wedge entspricht der Multiplikation in der Algebra, z.B. $1 \wedge b$ entspricht $1 \cdot b \Rightarrow 1 \wedge b = b$. Das Zeichen \vee entspricht der Addition in der Algebra, z.B. $0 \vee a$ entspricht $0 + a \Rightarrow 0 \vee a = a$. Bei Graphcet zulässig: \cdot entspricht \wedge , $+$ entspricht \vee .	

Gesetze der Schaltalgebra			
Name	Formel	Name	Formel
Kommutativ-Gesetze	$a \wedge b = b \wedge a$ $a \vee b = b \vee a$	Einschließungs-Gesetze	$a \wedge (a \vee b) = a$ $a \vee (a \wedge b) = a$
Assoziativ-Gesetze	$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$	1. De Morgan'sches Gesetz	$\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$
Distributiv-Gesetze	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$	2. De Morgan'sches Gesetz	$\overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$

Grafische Anwendung der Gesetze von De Morgan			
Ein gleichwertiges Schaltzeichen wird wie folgt gebildet (Ausnahme beim NICHT-Element):			
1. Alle & werden ≥ 1; 2. Alle ≥ 1 werden &; 3. Alle Anschlüsse werden gegenüber dem Ausgangszustand invertiert.			
			
		<p>Ausnahme</p> 	

Tabelle, Diagramm		Vorgehensweise	Erklärung																																																																					
<div><div><div>③</div><div>②</div><div>①</div><div>④</div></div><table><tr><th>b_3</th><th>b_2</th><th>b_1</th><th>y_{H1}</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></div> <div>Wertetabelle zum Beispiel</div>	b_3	b_2	b_1	y_{H1}	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	<div><div><div>Zeile</div><div>0</div><div>1</div><div>2</div><div>3</div><div>4</div><div>5</div><div>6</div><div>7</div></div></div>	<p>Eine Schaltfunktion kann meist mittels einer Wertetabelle minimiert (vereinfacht) werden. In der Wertetabelle erhält jede Variable eine Spalte. In die rechte Spalte der Eingangsvariablen (Ziffer 1 im Kreis, Bild) wird von oben nach unten abwechselnd 0 und 1 eingetragen, in der Spalte links daneben abwechselnd 00 und 11 (Ziffer 2 im Kreis) usw.</p>	<p>Beispiel: Eine LED soll leuchten, wenn 0-Signale von den Führern B1 UND B2 UND B3 kommen ODER allein B3 ein 1-Signal abgibt ODER 1-Signale von B1 UND B3 UND 0-Signal von B2 kommen (Bild). Die dazugehörige Schaltfunktion lautet:</p> $y_{H1} = (\bar{b}_1 \wedge \bar{b}_2 \wedge \bar{b}_3) \vee (\bar{b}_1 \wedge \bar{b}_2 \wedge b_3) \vee (b_1 \wedge \bar{b}_2 \wedge b_3).$ <p>y_{H1} abhängige Variable b_1, b_2, b_3 unabhängige Variable</p>																																	
b_3	b_2	b_1	y_{H1}																																																																					
0	0	0	1																																																																					
0	0	1	0																																																																					
0	1	0	0																																																																					
0	1	1	0																																																																					
1	0	0	1																																																																					
1	0	1	1																																																																					
1	1	0	0																																																																					
1	1	1	0																																																																					
<div><div><div><div><div>a</div><div>0</div><div>1</div><div>5</div><div>4</div></div><div>b</div><div><div>2</div><div>3</div><div>7</div><div>6</div></div><div>c</div></div></div><div><div><div>$b_1 \hat{=} a$</div><div>1</div><div>0</div><div>1</div><div>1</div></div><div>$b_2 \hat{=} b$</div><div><div>0</div><div>0</div><div>0</div><div>0</div></div><div>$b_3 \hat{=} c$</div></div></div> <div>KV-Diagramm für drei unabhängige Variable</div>	<p>Jede Zeile der Wertetabelle enthält eine Information über die abhängige Variable. Diese Information jeder Zeile lässt sich in das KV-Diagramm (Erfinder Karnaugh und Veitch) übertragen. Dabei muss die Felderbezeichnung, z.B. b_1, b_2, b_3, der Reihenfolge in der Wertetabelle entsprechen.</p>	<p>Steht in der Zeile der Wertetabelle eine 1 für die abhängige Variable, dann wird in das entsprechende Feld des KV-Diagramms ebenfalls eine 1 eingetragen (Bild). Die Zahlen in den Feldern des linken Diagramms geben die Zeilennummern der Wertetabelle an.</p>																																																																						
<div><div><div><div><div>a</div><div>0</div><div>1</div></div><div>b</div><div><div>2</div><div>3</div></div></div></div><div><div><div><div>a</div><div>0</div><div>1</div><div>5</div><div>4</div></div><div>b</div><div><div>2</div><div>3</div><div>7</div><div>6</div></div><div>c</div><div><div>10</div><div>11</div><div>15</div><div>14</div></div><div>d</div><div><div>8</div><div>9</div><div>13</div><div>12</div></div></div></div></div> <div>KV-Diagramm für zwei und vier Variable</div>	<p>Für zwei unabhängige Variable bzw. vier unabhängige Variable können nach dem gleichen Schema die Zeilen der Wertetabelle in die Felder des KV-Diagramms übertragen werden (Bild).</p> <p>Für zwei Variable besteht das KV-Diagramm aus je zwei Feldern für die Variablen a und b sowie aus je zwei Feldern für die negierten Werte \bar{a} und \bar{b}. Entsprechend enthält das KV-Diagramm für vier Variable auch Felder für die negierten Werte ($\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}$).</p>	<p>Die Zahlen in den Feldern der KV-Diagramme geben die Zeilennummern der dazugehörigen Wertetabelle an.</p> <p>Die Felder in den Spalten neben den a-Spalten (für vier Variable) besitzen die Werte \bar{a}. Die Felder in den Zeilen oberhalb und unterhalb der b-Zeilen besitzen die Werte \bar{b}.</p> <p>Entsprechendes gilt für die Zeilen oberhalb der d-Zeilen und die Spalten neben den c-Spalten.</p>																																																																						
<div><div><div><div><div>a</div><div>1</div><div>1</div><div>1</div><div>0</div></div><div>b</div><div><div>1</div><div>1</div><div>X</div><div>0</div></div><div>c</div><div><div>1</div><div>1</div><div>1</div><div>0</div></div><div>d</div><div><div>0</div><div>1</div><div>1</div><div>0</div></div></div></div><div>Fall 1</div></div> <div><div><div><div>a</div><div>1</div><div>0</div><div>0</div><div>1</div></div><div>b</div><div><div>0</div><div>0</div><div>0</div><div>0</div></div><div>c</div><div><div>0</div><div>0</div><div>0</div><div>0</div></div><div>d</div><div><div>1</div><div>0</div><div>0</div><div>1</div></div></div></div> <div>Fall 2</div> <div>Beispiele für Minimierungen mit KV-Diagrammen</div>	<p>Schaltfunktionen lassen sich minimieren, wenn man im KV-Diagramm mehrere Felder zusammenfassen kann.</p> <p>In der Wertetabelle und im KV-Diagramm kann für nicht definierte Zustände ein X eingetragen werden, z.B. für den Zählerstand 10 bei einem Zähler 0 bis 9. Beim Minimieren der Schaltfunktion können die X-Felder mit 0 oder 1 ausgewertet werden.</p>	<p>Für den Fall 1 lautet die Schaltfunktion</p> $y = a \vee (b \wedge d) \vee (\bar{c} \wedge \bar{d}).$ <p>Im Fall 2 können die an den Kanten stehenden Einsen zu Blöcken zusammengefasst werden. Die dazugehörige Schaltfunktion lautet</p> $y = \bar{a} \wedge \bar{b}.$																																																																						
<div><div><div><div><div>\bar{b}</div><div>b</div><div>\bar{b}</div><div>\bar{a}</div><div>a</div><div>a</div><div>\bar{a}</div></div><div>\bar{c}</div><div>c</div><div>c</div><div>c</div><div>d</div><div>\bar{d}</div><div>\bar{d}</div></div></div></div> <div>KV-Diagramm für fünf Variable</div>	<p>Ein KV-Diagramm mit fünf unabhängigen Variablen kann dreidimensional dargestellt werden. Jeder Fläche e, \bar{e} ist ein eigenes KV-Diagramm für vier Variable zugeordnet.</p> <p>Für das Zusammenfassen der Felder zeichnet man beide KV-Diagramme nebeneinander.</p>	<p>Beide KV-Diagramme werden wie üblich zusammengefasst, ergänzt um UND e bzw. UND \bar{e} in den UND-Termen. Die Verknüpfung aller 5er-UND-Terme erfolgt mit ODER.</p>																																																																						
<div><div><div><div><div>Eingänge</div><div>A</div><div>B</div><div>C</div><div>D</div></div><div><div>Code-Umsetzer</div><div>BCD</div></div><div><div>Anzeige</div><div>7 Segm.</div></div></div></div><div><div><div><div><div>a</div><div>b</div><div>c</div><div>d</div><div>e</div><div>f</div><div>g</div></div><div><div>a</div><div>b</div><div>c</div><div>d</div><div>e</div><div>f</div><div>g</div></div></div></div></div><div><div><div>8-4-2-1-Code</div><div>7-Segment-Code</div><div>Dezimalzahl</div><div>Zeile</div></div><table><tr><td>D</td><td>C</td><td>B</td><td>A</td><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>d</td><td>e</td><td>f</td><td>g</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>4</td></tr></table></div><div><div><div>Block 3</div><div>Block 1</div><div>Block 2</div><div>Block 4</div></div><div><div><div>a</div><div>1</div><div>0</div><div>1</div><div>0</div></div><div><div>1</div><div>1</div><div>1</div><div>1</div><div>1</div></div><div><div>X</div><div>X</div><div>X</div><div>X</div><div>X</div></div><div><div>1</div><div>1</div><div>X</div><div>X</div><div>X</div></div></div><div>für a</div><div>$a = (A \wedge C) \vee B \vee (\bar{A} \wedge \bar{C}) \vee D$</div></div></div>	D	C	B	A	a	b	c	d	e	f	g		0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	3	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	4
D	C	B	A	a	b	c	d	e	f	g																																																														
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0																																																													
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1																																																													
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	2																																																													
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	3																																																													
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	4																																																													
Anwendung Codeumsetzer: BCD-Code → Siebensegmentcode																																																																								