

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x_\nu} = 0$$
$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \frac{4\pi}{c} j_\mu$$

Walter Greiner

# Klassische Elektrodynamik

Verlag  
Harri  
Deutsch

# Klassische Elektrodynamik





Edition  
Harri   
Deutsch 

# Klassische Elektrodynamik

von

Walter Greiner

**7., überarbeitete Auflage**

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 55606**

Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner  
Frankfurt Institute for Advanced Studies (FIAS)  
Johann Wolfgang Goethe-Universität  
D-60438 Frankfurt am Main

7., überarbeitete Auflage 2008

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5560-6

ISBN 978-3-8085-5817-1 (E-Book)

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2008 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09618 Brand-Erbisdorf

Druck: freiburger graphische betriebe

# Theoretische Physik

von Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner

Seit vielen Jahren zählen die Bände der Reihe *Theoretische Physik* zu den weltweit geschätzten und wegweisenden Lehrbüchern, mit denen Generationen von Studierenden ihre Physikausbildung erfolgreich abgeschlossen haben. Damit führt Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner die Tradition der klassischen Buchreihen von Sommerfeld, von Planck und von Landau und Lifschitz fort, einen zusammenhängenden Blick auf das gesamte Wissenschaftsfeld der Physik zu geben. Englische, französische, japanische und chinesische Ausgaben untermauern die Bedeutung des Werkes *Theoretische Physik*.

Auf über 7 000 Seiten lehrt der Herausgeber und Hauptautor Physik mit einem eigenständigen, didaktisch geschickten Konzept: Vermittlung der theoretischen Grundlagen und deren Anwendung anhand vieler ausführlicher Beispiele und Aufgaben mit ausgearbeiteten Lösungen – insbesondere auch zu aktuellen Themen. Denn nichts ist für den Studierenden von größerer Bedeutung, als im Detail zu erleben, wie die theoretischen Konzepte und Werkzeuge auf Probleme angewandt werden, die für den arbeitenden Physiker von Interesse sind. Walter Greiner begleitet seine Ausführungen mit einer sorgfältigen Entwicklung der benötigten mathematischen Methoden. Biografische und geschichtliche Notizen schlagen die Brücke zu den Wegbereitern der modernen Physik.

So entstand ein lebendiges Konzept von integrierten Lehr- und Übungsbüchern. Pragmatisch orientiert, aber ohne Abstriche an der theoretischen Grundlegung des Stoffes, gelingt es Walter Greiner, den Lernenden einen schnellen Zugang zum theoretisch-physikalischen Denken finden zu lassen und ihn für den Stoff zu begeistern.

Der Band *Klassische Elektrodynamik* entwickelt ausgehend von experimentellen Befunden die Theorie der Maxwell'schen Gleichungen und verwendet diese zur Untersuchung elektromagnetischer Phänomene.



# Vorwort zur 7. Auflage

Die vorliegende *Klassische Elektrodynamik* ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die sich in langen Jahren als Teil des Studienprogramms der Theoretischen Physik an der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main bewährt haben. Die Vorlesungen werden dort Studierenden der Physik und Mathematik im dritten Semester angeboten, im Anschluß an eine zweisemestrige Einführung in die *Theoretische Mechanik*.

Wir entwickeln hier die Klassische Elektrodynamik gemäß der induktiven Methode, die der Vorgehensweise des in der Forschung aktiven Physikers am nächsten kommt: Ausgehend von einigen experimentellen Schlüsselbeobachtungen wird Schritt für Schritt der Rahmen der Theorie erarbeitet, und nachdem die grundlegenden Gleichungen – die Maxwell'schen Gleichungen – gefunden sind, dienen diese als Ausgangspunkt zur Untersuchung neuer Phänomene.

Wie jede vorhergehende bringt auch diese 7. deutsche Auflage der *Klassischen Elektrodynamik* eine weitere Überarbeitung und didaktische Verbesserung. Auch wurde auf einige aktuelle Themen Bezug genommen, zum Beispiel auf den *Freien-Elektronen-Laser* in Beispiel 18.5. Die in letzter Zeit immer wieder in der Presse verbreiteten Meldungen über angeblich überlichtschnelle Signalausbreitung in Hohlleitern oder Koaxial-Kabeln machen deutlich, wie wichtig gerade heute ein gründliches Verständnis der klassischen Theorie der Ausbreitung von Licht in Medien mit anomaler Dispersion ist – in Kapitel 19 wird dieses Thema im Detail behandelt.

Ich freue mich, daß der Verlag Harri Deutsch das äußere Gewand und die innere Ausstattung der Vorlesungen über Theoretische Physik neu gestaltet hat – die positive Resonanz hierauf hat diese Neuauflage der *Klassischen Elektrodynamik* nötig und möglich gemacht. Das Buch wirkt jetzt insgesamt freundlicher und hilft somit, die jungen Studentinnen und Studenten weiter zu beflügeln.

Besonderen Dank schulde ich Herrn Dr. Stefan Scherer, der mir sowohl bei den Korrekturen als auch bei der technischen Überwachung sehr geholfen hat.

Frankfurt am Main, im November 2007

Walter Greiner

# Die Mitarbeiter

An den bisherigen Auflagen haben mitgearbeitet:

## **6. Auflage (2002)**

Dipl.-Phys. S. Scherer

## **5. Auflage (1990)**

Dipl.-Phys. S. Graf

Dipl.-Phys. C. Greiner

Dr. M. Greiner

Frau A. Steidl

sowie

M. Berenguer, Ch. Borchert, S. Butorac, M. Hafner, Ch. Hartnack, D. Hilberg,  
Ch. Hofmann, A. Jahns, J. Klenner, G. Peilert, J. Schaffner, S. Schneider,  
M. Vidovic, L. Winckelmann

## **4. Auflage (1986)**

Dipl.-Phys. A. Thiel

sowie

U. Müller, Dipl.-Phys. Th. de Reus, Dr. K.-H. Wietschorke

## **3. Auflage (1981)**

Dipl.-Phys. M. Seiwert

Frau B. Utschig

## **2. Auflage (1977)**

Frau M. Knolle

Frau R. Lasarzig

Herr Dipl.-Phys. H. Peitz

Frau B. Utschig

## 1. Auflage (1974)

Prof. Dr. H. Diehl

Dr. B. Fricke<sup>1)</sup>

Dr. U. Mosel<sup>2)</sup>

mit

P. Bergmann, H. Betz, W. Betz, D. Blöcker, J. Briechle<sup>3)</sup>, M. Bundschuh,  
C. v. Charzewski, S. Erlenkämpfer, J. Hahn, J. Hofmann, J. Kirsch, P. Kurowski,  
H. Leber, B. Jakob, H. J. Lustig, A. Mahn, F. Mohring, B. Müller<sup>4)</sup>, H. Peitz,  
J. Rafelski<sup>5)</sup>, J. Reinhardt, D. Schebesta, H. J. Scheefer, H. Sewerin, K. Stiebing,  
P. Struckmeier, J. Wagner

sowie

Frau M. Knolle, Frau R. Lasarzig, Frau B. Utschig

---

<sup>1)</sup> jetzt Professor an der Universität Kassel

<sup>2)</sup> jetzt Professor an der Universität Giessen

<sup>3)</sup> Wir gedenken besonders Herrn Jörg Briechle, der am 24.3.1970 bei einem Lawinenunglück gestorben ist.

<sup>4)</sup> jetzt Professor an der Duke University, North Carolina, USA

<sup>5)</sup> Jetzt Professor an der University of Arizona, USA



# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Elektrostatik</b>	1
1	Einführung und Grundbegriffe	1
2	Greensche Theoreme	39
3	Mathematische Ergänzung: Orthogonale Funktionen und Multipolentwicklung	68
4	Mathematische Ergänzung: Elementares über Funktionentheorie	95
<b>II</b>	<b>Makroskopische Elektrostatik</b>	117
5	Herleitung der Feldgleichungen für den materieverfüllten Raum	117
6	Einfache Dielektrika und die Suszeptibilität	126
7	Elektrostatische Energie und Kräfte im Dielektrikum	148
<b>III</b>	<b>Magnetostatik</b>	171
8	Grundlagen der Magnetostatik	171
9	Vektorpotential	191
10	Magnetisches Moment	199
11	Magnetisches Feld in Materie	208
<b>IV</b>	<b>Elektrodynamik</b>	221
12	Faradaysches Induktionsgesetz	221
13	Maxwellgleichungen	232
14	Quasistationäre Ströme und Stromkreise	254
15	Elektromagnetische Wellen im Vakuum	282
16	Elektromagnetische Wellen in Materie	295
17	Reflexions- und Brechungsindex	311
18	Hohlleiter und Hohlraumresonatoren	330
19	Lichtwellen	352
20	Bewegte Ladungen im Vakuum	383
21	Hertzscher Dipol	402
22	Kovariante Formulierung der Elektrodynamik	431
23	Relativistisch-kovarianter Lagrange-Formalismus	449
<b>V</b>	<b>Über die Geschichte der Elektrodynamik</b>	465
24	Geschichte der Elektrostatik	465
25	Erzeugung elektrischer Ströme – Magnetostatik	467
26	Geschichte der Optik	471
27	Anmerkungen zu Teil V	476
<b>Anhang – Einheitensysteme in der Elektrodynamik</b>		529
<b>Sachwortverzeichnis</b>		533



# Aufgaben und Beispiele

B	1.1	Plattenkondensator	17
A	1.1	Kugelkondensator	18
A	1.2	Zylinderkondensator	19
A	1.3	Dipolmoment – Dipolfeld	23
A	1.4	Allgemeine Integralsätze	25
B	1.2	Wechselwirkungsenergie zweier Punktladungen	28
B	1.3	Energiedichte im Plattenkondensator	30
A	1.5	Potential eines homogen geladenen Stabes	35
A	1.6	Kapazität eines leitenden Rotationsellipsoids	37
A	1.7	Kapazitäten und Induktionskoeffizienten	38
B	2.1	Geerdete, leitende Kugel im Feld einer Ladung	45
B	2.2	Nicht geerdete, leitende Kugel im Feld einer Ladung	49
B	2.3	Leitende Kugel im Feld einer Ladung auf dem Potential $V$	50
B	2.4	Leitende Kugel im homogenen elektrischen Feld	51
B	2.5	Inversion eines Potentials an einer Kugel	52
A	2.1	Punktladungen vor einer leitenden Ebene	53
B	2.6	Greensche Funktion für eine Kugel – Allgemeine Lösung des speziellen Potentialproblems	55
A	2.2	Leitende Halbkugeln auf verschiedenen Potentialen	56
A	2.3	Punktladung zwischen geerdeten, leitenden Ebenen	59
A	2.4	Greensche Funktion der Poisson-Gleichung in verschiedenen Dimensionen	62
A	2.5	Symmetrie der Greenschen Funktion für das Dirichlet-Problem	64
A	2.6	Rechteckige Schachtel mit Neumannschen Randbedingungen	65
A	3.1	Orthonormierung der Polynome $x^n$	76
B	3.1	Multipolentwicklung für die homogen geladene Kugel	89
B	3.2	Deformierte Kugel mit Quadrupolmomenten	90
B	3.3	Multipole aus Punktladungen	93
B	4.1	Rechnen mit komplexen Zahlen	97
B	4.2	Holomorphe Funktionen	98
B	4.3	Integration in der komplexen Ebene	99
B	4.4	Das Residuum	106
A	4.1	Berechnung eines Residuums	107
B	4.5	Berechnung des Integrals $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$	109
B	4.6	Potential eines geladenen Drahtes	112
B	4.7	Potential am Rand eines Plattenkondensators	113

B	4.8	Potential eines geladenen Drahtes vor einer leitenden Fläche . . . . .	114
B	5.1	Mit einem Dielektrikum gefüllter Plattenkondensator . . . . .	125
B	6.1	Potentialverteilung einer Punktladung vor einer dielektrischen Halbebene mit konstanter Dielektrizitätskonstante . . . . .	132
B	6.2	Polarisation einer Kugel im homogenen Feld . . . . .	136
B	6.3	Kugelförmiger Hohlraum im Dielektrikum . . . . .	139
B	7.1	Kelvinsche Spannungswaage . . . . .	159
B	7.2	Kraft auf ein Dielektrikum im Plattenkondensator . . . . .	159
B	7.3	Kraftwirkung bei konstant gehaltenen Potentialen . . . . .	161
B	7.4	Kraft auf ein Dielektrikum in einem Kondensator bei konstantem Potential . . . . .	162
A	7.1	Flüssigkeit im Zylinderkondensator . . . . .	163
A	7.2	Punktladung im homogenen, aber anisotropen Medium . . . . .	165
B	8.1	Magnetfeld eines geraden Leiters . . . . .	179
B	8.2	Kraft zwischen zwei parallelen Leitern . . . . .	181
A	8.1	Helmholtz-Spulen . . . . .	185
A	8.2	Magnetfeld einer langen Spule . . . . .	188
A	8.3	Magnetfeld einer Halbkreissschleife . . . . .	188
A	8.4	Magnetfeld in einem Draht mit Hohlzylinder . . . . .	189
A	8.5	Teilchen im Magnetfeld – Massenspektrograph . . . . .	191
B	9.1	Magnetfeld eines stromdurchflossenen Kreisleiters . . . . .	193
A	9.1	Magnetfeld einer geladenen rotierenden Kugel . . . . .	195
A	9.2	Vektorpotential paralleler Leiter . . . . .	197
B	10.1	Veranschaulichung des magnetischen Momentes . . . . .	204
A	10.1	Magnetisches Moment und Drehimpuls eines geladenen Teilchens .	205
A	10.2	Kraft und Drehmoment zwischen zwei Kreisleitern . . . . .	206
A	10.3	Kraft und Drehmoment eines magnetischen Dipols . . . . .	207
B	11.1	Magnetfeld einer homogen magnetisierten Kugel . . . . .	216
B	11.2	Magnetisierbare Kugel im äußeren Feld . . . . .	218
A	11.1	Energieverlust und Hysteresis . . . . .	219
A	11.2	Messung von $\vec{E}$ , $\vec{D}$ , $\vec{B}$ und $\vec{H}$ . . . . .	220
A	12.1	Induktion eines Stromes in einer Leiterschleife . . . . .	227
A	12.2	Spannung in einer Leiterschleife . . . . .	227
A	12.3	Induktion in einer Spule durch zeitlich veränderliches Magnetfeld .	228
B	12.1	Elektromagnetische Generatoren und Motoren . . . . .	229
A	12.4	Linearer Motor . . . . .	230
A	13.1	Ohmsches Gesetz . . . . .	237
A	13.2	Energietransport im Leitungsdraht . . . . .	246
B	13.1	Magnetische Feldenergie einer Spule . . . . .	247
A	13.3	Kontinuitätsgleichung und Maxwellsche Gleichungen . . . . .	247
A	13.4	Strahlungsdruck und Kometen . . . . .	248
B	13.2	Die Frage der magnetischen Monopole . . . . .	249
A	13.5	Drehimpulserhaltung im elektromagnetischen Feld . . . . .	252
A	14.1	Magnetfeldenergie stationärer Ströme . . . . .	260

A 14.2	Schwingkreis	263
A 14.3	Selbstinduktionskoeffizient einer Spule	263
A 14.4	Induktionskoeffizient zweier Schleifen	264
A 14.5	Selbstinduktionskoeffizient eines kreisförmigen Leiters	267
A 14.6	Gegenseitige Induktion zweier konzentrischer Spulen	268
A 14.7	Lenzsche Regel	269
B 14.1	Das sogenannte Vektordiagramm	274
A 14.8	Gekoppelte Schwingkreise	279
B 14.2	Transformator	281
A 15.1	Lineare und zirkulare Polarisation	291
B 15.1	Über die Lichtgeschwindigkeit (geschichtliche Notiz)	293
A 16.1	Berechnung des Brechungsindex	300
A 16.2	Nichtlokale Verallgemeinerung der Beziehung $\vec{D}(\vec{x}, t) = \epsilon \vec{E}(\vec{x}, t)$	307
A 16.3	Wellen entlang einer Doppelleitung: Die Telegraphengleichung	309
A 17.1	Frequenzabhängiger Brechungsindex, Reflexionsvermögen	315
A 17.2	Reflektion einer Welle an einer Metalloberfläche	327
B 18.1	Koaxialkabel	335
B 18.2	Wellengeschwindigkeit im Hohlleiter	340
B 18.3	Rechteckiger Hohlleiter	341
B 18.4	Zylindrischer Hohlraumresonator	345
B 18.5	Der Freie-Elektronen-Laser	348
A 19.1	Fast monochromatische Wellen	364
B 19.1	Kausalität und Dispersionsbeziehungen	366
A 19.2	Zum optischen Theorem	377
A 19.3	Spin des elektromagnetischen Feldes	381
A 20.1	Zur Kirchhoffschen Integraldarstellung	396
A 20.2	Liénard-Wiechert-Potentiale einer sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegendem Punktladung	399
A 21.1	Strahlung rotierender Ladungen	411
A 21.2	Rutherford'sches Atommodell	416
A 21.3	Abstrahlung eines elektrisch homogen geladenen symmetrischen Kreisels	417
A 21.4	Bewegung einer Punktladung im Feld einer stationären Punktladung	417
A 21.5	Elektron im elektromagnetischen Feld	420
B 21.1	Strahlungsverlust einer harmonisch schwingenden Ladung	421
A 21.6	Natürliche Linienbreite durch Strahlungsverlust	423
A 21.7	Streuung von Licht durch ein polarisierbares Molekül	425
A 21.8	Strahlungscharakteristik einer einfachen Antenne	427
B 22.1	Skalare und Vierervektoren	433
A 22.1	Lorentz-Transformation	437
B 22.2	Elektrisches und magnetisches Feld einer relativistisch bewegten Punktladung	439
A 22.2	Relativistischer Dopplereffekt und Aberration	445

---

B 23.1	Lagrange-Formalismus für ein geladenes Teilchen im Coulombfeld .	450
B 23.2	Lagrange-Formalismus für ein geladenes Teilchen im äußeren Magnetfeld . . . . .	451
B 23.3	Lagrange-Formalismus für ein freies Teilchen . . . . .	454
B 23.4	Lagrange-Formalismus für ein geladenes Teilchen im äußeren elektromagnetischen Feld . . . . .	454
B 23.5	Lagrange-Gleichung des freien Teilchens . . . . .	457
B 23.6	Lagrange-Gleichung des geladenen Teilchens im äußeren elektromagnetischen Feld . . . . .	457
B 23.7	Bewegung einer Ladung im statischen, homogenen magnetischen Feld . . . . .	458
A 23.1	Bewegung einer Ladung in statischen, homogenen elektrischen und magnetischen Feldern . . . . .	459
A 23.2	Relativistische Bewegung einer Ladung im statischen, homogenen elektrischen Feld . . . . .	461
A 23.3	Relativistische Bewegung einer Ladung in parallelen, homogenen elektrischen und magnetischen Feldern . . . . .	462

# Historische Notizen

1	Charles Coulomb	2
2	Carl Friedrich Gauß	7
3	Siméon Denis Poisson	11
4	Pierre Simon Laplace	11
5	Paul Adrien Maurice Dirac	12
6	George Green	40
7	Peter Gustav Dirichlet	42
8	Carl Gottfried Neumannn	42
9	Jean Baptiste Joseph Fourier	72
10	Erhard Schmidt	76
11	Adrien-Marie Legendre	79
12	Augustin Louis Cauchy	100
13	Pierre Laurent	105
14	Rudolf Julius Emanuel Clausius	145
15	Georg Simon Ohm	175
16	Félix Savart	177
17	Jean Baptiste Biot	177
18	Hans Christian Oerstedt	177
19	Wilhelm Eduard Weber	178
20	Friedrich Wilhelm Georg Kohlrausch	178
21	André Marie Ampère	182
22	Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz	186
23	Pierre Curie	212
24	Pierre Weiss	213
25	Michael Faraday	221
26	Heinrich Friedrich Emil Lenz	223
27	James Clerk Maxwell	233
28	John Henry Poynting	238
29	Nikola Tesla	277
30	Willebrord Snellius	319
31	Augustin Jean Fresnel	322
32	David Brewster	326
33	Hendrik Anthony Kramers	373
34	Ralph Kronig	373
35	Alfred Marie Liénard	396
36	Johann Emil Wiechert	396

37	Gustav Robert Kirchhoff . . . . .	399
38	Heinrich Rudolf Hertz . . . . .	402
39	John William Strutt Rayleigh . . . . .	426

# I Elektrostatik

## 1 Einführung und Grundbegriffe

Bei der Untersuchung der Eigenschaften ruhender geladener Körper erhielt man experimentell folgende Ergebnisse: Geladene Körper (Ladungen) üben eine Kraft aufeinander aus. Es gibt zwei Arten von Ladungen, positive und negative. Verschiedenartige Ladungen ziehen sich an, gleichartige stoßen sich ab. Die Kraft zwischen zwei Ladungen  $q_1$  und  $q_2$  ist proportional zu ihrem Produkt:

$$F_{12} \sim q_1 q_2$$

Die Kraft nimmt mit dem Quadrat des gegenseitigen Abstandes ab, d. h., es gilt:

$$F_{12} \sim \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2}$$

Die elektrostatischen Kräfte sind Zentralkräfte. Wir können also für die Kraft, die von der Ladung 2 auf die Ladung 1 ausgeübt wird, schreiben:

$$\vec{F}_{12} = k q_1 q_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (1.1)$$

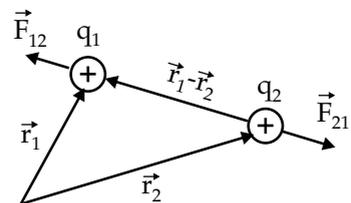
$k$  ist eine noch festzulegende Proportionalitätskonstante.

Diese Gleichung, die die Kraftwirkung zwischen zwei Ladungen angibt, heißt *Coulombsches Gesetz*.

Charles Coulomb  
(1736–1806)  
→ S. 2

Außerdem gilt das *Superpositionsprinzip*: Die elektrischen Kräfte, die auf eine Probeladung  $q_1$  von mehreren Ladungen  $q_2, q_3, \dots$  ausgeübt werden, überlagern sich ungestört, ohne daß die Anwesenheit der verschiedenen Ladungen die Kraft zwischen  $q_1$  und einer gewissen Ladung (z. B.  $q_2$ ) verändert. Das bedeutet insbesondere, daß die Kräfte zwischen den Ladungen nur *Zweikörperkräfte* sein können; *Vielkörperkräfte* treten nicht auf. Bei *Vielkörperkräften* hängt die Kraft zwischen zwei Körpern 1 und 2 auch von den Positionen  $\vec{r}_3, \vec{r}_4, \dots$  ab. Zum Beispiel wäre eine Dreikörperkraft

$$\vec{F}_{12} = k q_1 q_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{\left| (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \left( 1 + \frac{q_3^2}{q_1 q_2} \frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}{|\vec{r}_s - \vec{r}_3|^3} \right) \right|^3} \quad (1.2)$$



Zum Coulombschen Kraftgesetz:  
Gleiche Ladungen stoßen sich ab.