

$$V(\vec{r}) = -\gamma \frac{mM}{r}$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}(\vec{r})$$

Walter Greiner

# Klassische Mechanik I


Kinematik und Dynamik  
der Punktteilchen  
Relativität

# **Klassische Mechanik I**

**Kinematik und Dynamik der Punktteilchen  
Relativität**





Edition  
Harri   
Deutsch 

# **Klassische Mechanik I**

## **Kinematik und Dynamik der Punktteilchen**

### **Relativität**

von

Walter Greiner

**8., überarbeitete und erweiterte Auflage**

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 55644**

Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner  
Frankfurt Institute for Advanced Studies (FIAS)  
Johann Wolfgang Goethe-Universität  
D-60438 Frankfurt am Main

8., überarbeitete und erweiterte Auflage 2008

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5564-4

ISBN 978-3-8085-5815-7 (E-Book)

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2008 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>  
Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09618 Brand-Erbisdorf  
Druck: freiburger graphische betriebe

# Theoretische Physik

von Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner

Seit vielen Jahren zählen die Bände der Reihe *Theoretische Physik* zu den weltweit geschätzten und wegweisenden Lehrbüchern, mit denen Generationen von Studierenden ihre Physikausbildung erfolgreich gestaltet haben. Damit führt Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Walter Greiner die Tradition der klassischen Buchreihen von Sommerfeld, von Planck und von Landau und Lifschitz fort, einen zusammenhängenden Blick auf das große Wissenschaftsfeld der Physik zu geben. Englische, französische, japanische und chinesische Ausgaben untermauern die Bedeutung des Werkes *Theoretische Physik*.

Auf über 7 000 Seiten lehrt Walter Greiner, der Herausgeber und Hauptautor, Physik mit einem eigenständigen, didaktisch geschickten Konzept: Vermittlung der theoretischen Grundlagen und deren Anwendung anhand vieler ausführlicher Beispiele und Aufgaben mit ausgearbeiteten Lösungen – insbesondere auch zu aktuellen Themen. Denn nichts ist für den Studierenden von größerer Bedeutung, als im Detail zu erleben, wie die theoretischen Konzepte und Werkzeuge auf konkrete Probleme angewandt werden, die für den arbeitenden Physiker von Interesse sind. Walter Greiner begleitet seine Ausführungen mit einer sorgfältigen Entwicklung der benötigten mathematischen Methoden. Biografische und geschichtliche Notizen schlagen die Brücke zu den Wegbereitern der modernen Physik.

So entstand ein lebendiges Konzept von integrierten Lehr- und Übungsbüchern. Pragmatisch orientiert, aber ohne Abstriche an der theoretischen Grundlegung des Stoffes, gelingt es Walter Greiner, den Lernenden einen schnellen Zugang zum theoretisch-physikalischen Denken zu ebnet und sie für die physikalische Wissenschaft zu begeistern.

Mit dem Band *Klassische Mechanik I: Kinematik und Dynamik der Punktteilchen – Relativität* (vormals *Mechanik I*) beginnt der Einstieg in die Welt der *Theoretischen Physik*.



# Vorwort zur 8. Auflage

Eine zeitgemäße und moderne Universitäts-Ausbildung in Physik sollte möglichst von Anfang an die Theoretische Physik als einen der Grundpfeiler dieser Wissenschaft berücksichtigen. Diese Überlegung führte dazu, daß Studierenden der Physik und Mathematik an der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main die Kurse zur Theoretischen Physik ab dem ersten Semester angeboten werden. Die vorliegende *Klassische Mechanik I* ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die sich in vielen Jahren – seit 1965 – als Teil dieses Studienprogramms bewährt haben. Sie behandeln als Einstieg in die Theoretische Physik die Newtonsche Mechanik und deren Erweiterung zur Einsteinschen Speziellen Relativitätstheorie.

Ich habe versucht, die Darstellung des Stoffes so interessant und verständlich wie möglich zu gestalten. Der Text wird daher mit vielen Beispielen und Übungen ergänzt, die bis ins Detail ausgearbeitet sind. Damit soll das Buch für interessierte Leserinnen und Leser auch zum Selbststudium geeignet sein.

Der Einstieg in die Theoretische Physik im ersten Semester bedingt, daß dabei großes Gewicht auf die Behandlung elementarer mathematischer Verfahren aus der Vektoralgebra und -analysis sowie der Theorie der linearen Differentialgleichungen gelegt werden muß. So gesehen ist die *Klassische Mechanik I* auch ein Vorkurs zur Theoretischen Physik.

Die Newtonsche Mechanik wird ausgehend von den Newtonschen Axiomen behandelt. Fragen der Statik und Dynamik werden untersucht, und mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz eröffnet sich ein weites Feld astromonomischer Phänomene, die mit den erarbeiteten Methoden behandelt werden können. So lassen sich die Bewegungen der Planeten im Sonnensystem oder von Raumsonden auf ihrem Weg durch das Sonnensystem genau berechnen. Viele ausgearbeitete Beispiele und Aufgaben behandeln diese Themen. Dabei läßt sich bereits mit recht elementaren Voraussetzungen ein Bogen zu spannenden Problemen der aktuellen Forschung schlagen, zum Beispiel zur Suche nach Planeten außerhalb unseres Sonnensystems.

Den kurzen Abriss über unser Sonnensystem, mit dem die Darstellung der Newtonschen Gravitationstheorie traditionell abgerundet wird, habe ich zu einem längeren Kapitel über die Stellung unserer Erde im Universum erweitert. Hier werden aktuelle Themen der Forschung vorgestellt, wie die Erforschung des Sonnensystems, die Suche nach extrasolaren Planeten, die Dynamik von Galaxien und das Problem der Dunklen Materie und schließlich das Urknall-Modell zur Entstehung und Entwicklung des Universums. Diese spannenden Themen sollen Neugierde wecken auf die vielen aufregenden Fragen der gegenwärtigen Forschung, zu denen –



aufbauend auf empirischem Wissen – mit den Methoden der Theoretischen Physik Antworten gefunden werden können. Die kürzlich erfolgte Bestimmung der Masse des Planeten Eris zeigt, daß hierbei auch elementare Verfahren, die in diesem Buch ausführlich behandelt werden, gewinnbringend zum Einsatz kommen.

Eine Vielzahl von Experimenten führte gegen Ende des 19. Jahrhunderts zu der verblüffenden Einsicht, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes vollkommen unabhängig davon ist, ob sich die Lichtquelle oder der Beobachter relativ zueinander bewegen. Dies ließ sich im Rahmen der Newtonschen Mechanik nicht verstehen und führte Albert Einstein zur Speziellen Relativitätstheorie, die die Newtonsche Theorie erweitert und als Spezialfall umfaßt. Ausgehend von einer Diskussion des Versuchs von Michelson und Morley entwickeln wir die Spezielle Relativitätstheorie und gelangen über den Formalismus von Minkowski zur relativistischen Mechanik. Wieder runden viele Beispiele, etwa zum Aussehen schnell bewegter Körper und Anwendungen aus der Hochenergie-Physik, die Darstellung ab.

Ich hoffe, ja ich bin überzeugt, damit Interesse für die vielfältigen und teilweise neuen Aspekte zu wecken, die selbst ein so klassisches Gebiet wie die Mechanik noch immer bereit hält. Die Studierenden sollen die Theoretische Physik als eine aufregende und spannende Wissenschaft erleben, bei der noch viel zu entdecken bleibt.

Vielleicht tragen dazu auch das neue äußere Gewand und die innere Ausgestaltung der Vorlesungen über Theoretische Physik mit bei. Das Buch wirkt dadurch insgesamt übersichtlicher und freundlicher und hilft somit, die jungen Studentinnen und Studenten weiter zu ermutigen und zu beflügeln.

Besonderen Dank schulde ich Herrn Dr. Stefan Scherer für seine Hilfe bei der Vorbereitung der Drucklegung dieser neuen Auflage.

Frankfurt am Main, im September 2007

Walter Greiner

# Die Mitarbeiter

An den bisherigen Auflagen haben im Laufe der Jahre viele ehemalige Studierende, Doktoranden und Assistenten mitgearbeitet:

## **7. Auflage (2003)**

Dipl.-Phys. Kristof Balasz, Dipl.-Phys. Stefan Scherer

## **6. Auflage (1992)**

Dipl.-Phys. J. Augustin, Dipl.-Phys. Ch. Best, A. Bischoff, A. Dumitru <sup>1)</sup>,  
Dipl.-Phys. B. Ehrnsperger, Dipl.-Phys. O. Graf, Dipl.-Phys. K. Griepenkerl,  
Dipl.-Phys. A. von Keitz, Dr. G. Peilert, Dipl.-Phys. M. Vidović

sowie

Frau A. Steidl

## **5. Auflage (1989)**

Dipl.-Phys. Carsten Greiner <sup>2)</sup>, Dr. Martin Greiner <sup>3)</sup>, Dipl.-Phys. R. Heuer,  
Dr. G. Plunien, Dr. M. Rufa

## **4. Auflage (1984)**

Carsten Greiner <sup>2)</sup>, Dr. M. Seiwert

## **3. Auflage (1980)**

Dipl.-Phys. M. Seiwert, Carsten Greiner <sup>2)</sup>, Martin Greiner <sup>3)</sup>

sowie

Frau B. Utschig

---

<sup>1)</sup> jetzt Junior-Professor an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

<sup>2)</sup> jetzt Professor an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

<sup>3)</sup> jetzt bei der Siemens AG München und Professor an der Universität Gießen

## **2. Auflage (1976)**

Frau R. Lasarzig, Frau B. Utschig, G. Terlecki <sup>1)</sup>

## **1. Auflage (1974)**

Dr. B. Fricke <sup>2)</sup>

mit

H. Betz <sup>3)</sup>, W. Betz, G. Binnig <sup>4)</sup>, M. Bundschuh, C. von Charzewski, J. von Czarniecki, R. Fickler, H. R. Fiedler, E. Hoffmann, L. Kohaupt <sup>5)</sup>, N. Krug, P. Kurowski, B. Moreth, R. Mörschel, B. Müller <sup>6)</sup>, J. Rafelski <sup>7)</sup>, J. Reinhardt, H. Schaller, H. J. Scheefer, M. Soffel <sup>8)</sup>, K. E. Stiebing, E. Stämmeler, H. Störmer <sup>9)</sup>, J. Wagner, R. Zimmermann

sowie

Frau M. Knolle, Frau R. Lasarzig, G. Terlecki, Frau B. Utschig

---

<sup>1)</sup> jetzt Professor an der Fachhochschule Kaiserslautern

<sup>2)</sup> jetzt Professor an der Universität Kassel

<sup>3)</sup> Wir gedenken besonders Frau Helga Rafelski, geborene Betz, die in Tucson/Arizona im Alter von 50 Jahren allzu früh an Leukämie verstorben ist.

<sup>4)</sup> Gerd Binnig erhielt 1986 für die Entwicklung des Raster-Tunnel-Mikroskopes zusammen mit H. Rohrer und E. Ruska den Nobelpreis für Physik. Er ist jetzt IBM-Fellow am IBM-Forschungslabor Rüschlikon/Schweiz und Professor an der Universität in München.

<sup>5)</sup> jetzt Professor an der Technischen Fachhochschule Berlin

<sup>6)</sup> jetzt Professor an der Duke University, Durham, North Carolina, USA, dort Dean of the Faculty

<sup>7)</sup> jetzt Professor an der University of Arizona, Tucson, Arizona, USA

<sup>8)</sup> jetzt Professor an der Technischen Universität Dresden

<sup>9)</sup> jetzt Professor an der Columbia University, New York, USA. Er erhielt 1998 den Nobelpreis für Physik gemeinsam mit Daniel C. Tsui für die Entdeckung des gebrochenzahligen Quanten-Hall-Effekts.

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Vektorrechnung</b>	1
1	Einführung und Grunddefinitionen	1
2	Das Skalarprodukt	3
3	Komponentendarstellung eines Vektors	6
4	Das Vektorprodukt (axialer Vektor)	9
5	Das Spatprodukt	20
6	Anwendung der Vektorrechnung	21
7	Differentiation und Integration von Vektoren	33
8	Das begleitende Dreibein – Frenetsche Formeln	41
9	Flächen im Raum	56
10	Koordinatensysteme	59
11	Vektorielle Differentialoperationen	73
12	Bestimmung von Linienintegralen	98
13	Die Integralsätze von Gauß und Stokes	101
14	Berechnung von Oberflächenintegralen	113
15	Volumen-(Raum-)Integrale	117
<b>II</b>	<b>Newtonsche Mechanik</b>	121
16	Die Newtonschen Axiome	121
17	Grundbegriffe der Mechanik	126
18	Die allgemeine lineare Bewegung	145
19	Der freie Fall	148
20	Die Reibung	157
21	Der harmonische Oszillator	180
22	Mathematische Zwischenbetrachtung (Reihenentwicklung, Eulersche Formeln)	193
23	Der gedämpfte harmonische Oszillator	196
24	Das Pendel	210
25	Mathematische Vertiefung: Differentialgleichungen	224
26	Planetenbewegungen	229
27	Spezielle Probleme in Zentralfeldern	264
28	Die Erde und unser Sonnensystem	276
<b>III</b>	<b>Relativitätstheorie</b>	345
29	Relativitätsprinzip und Michelson-Versuch	345
30	Die Lorentz-Transformation	353
31	Eigenschaften der Lorentz-Transformation	372
32	Additionstheorem der Geschwindigkeiten	402

33	Die Grundgrößen der Mechanik im Minkowski-Raum . . . . .	407
34	Anwendungen der speziellen Relativitätstheorie . . . . .	442
	<b>Sachwortverzeichnis</b> . . . . .	<b>467</b>

# Aufgaben und Beispiele

A	3.1	Addition und Subtraktion von Vektoren . . . . .	8
A	4.1	Vektorprodukt . . . . .	15
A	4.2	Beweis von Determinantenregeln . . . . .	15
A	4.3	Determinanten . . . . .	17
B	4.1	Laplacescher Entwicklungssatz . . . . .	18
A	6.1	Abstandsvektor . . . . .	21
A	6.2	Projektion eines Vektors auf einen anderen . . . . .	22
A	6.3	Geraden- und Ebenengleichung . . . . .	22
B	6.1	Der Kosinussatz . . . . .	23
B	6.2	Der Satz von Thales . . . . .	23
B	6.3	Die Drehmatrix . . . . .	24
A	6.4	Überlagerung von Kräften . . . . .	26
B	6.4	Gleichgewichtsbedingung für einen starren Körper ohne feste Drehachse . . . . .	27
A	6.5	Kraft und Drehmoment . . . . .	28
A	6.6	Stabkräfte im Dreibock . . . . .	30
A	6.7	Gesamtkraft und Drehmoment . . . . .	31
B	7.1	Differentiation eines Vektors . . . . .	33
B	7.2	Differentiation eines Produktes aus Skalar und Vektor . . . . .	35
A	7.1	Geschwindigkeit und Beschleunigung auf einer Raumkurve . . . . .	36
B	7.3	Kreisbewegung . . . . .	36
B	7.4	Schraubenlinie . . . . .	37
B	7.5	Integration eines Vektors . . . . .	39
A	7.2	Integration eines Vektors . . . . .	39
A	7.3	Bewegung auf einer Raumkurve . . . . .	39
A	7.4	Flugzeug landet auf spezieller Raumkurve . . . . .	41
A	8.1	Krümmung und Torsion . . . . .	47
B	8.1	Frenetsche Formeln am Kreis . . . . .	48
B	8.2	Begleitendes Dreibein und Schraubenlinie . . . . .	49
B	8.3	Evolvente eines Kreises . . . . .	53
A	8.2	Bogenlänge . . . . .	53
B	8.4	Verallgemeinerung der Evolute . . . . .	54
B	9.1	Normalenvektor einer Fläche im Raum . . . . .	58
A	10.1	Zur Geschwindigkeit und Beschleunigung in Zylinderkoordinaten . . . . .	69
A	10.2	Darstellung eines Vektors in Zylinderkoordinaten . . . . .	71
A	10.3	Winkelgeschwindigkeit und Radialbeschleunigung . . . . .	71

A 11.1	Gradient eines Skalarfeldes . . . . .	80
A 11.2	Bestimmung des Skalarfeldes aus dem zugehörigen Gradientenfeld .	81
A 11.3	Divergenz eines Vektorfeldes . . . . .	81
A 11.4	Rotation eines Vektorfeldes . . . . .	81
A 11.5	Elektrische Feldstärke, elektrisches Potential . . . . .	82
A 11.6	Differentialoperationen in Kugelkoordinaten . . . . .	83
A 11.7	Reziprokes Dreibein . . . . .	88
A 11.8	Reziproke Koordinatensysteme . . . . .	89
B 12.1	Linienintegral über ein Vektorfeld . . . . .	100
A 13.1	Wegunabhängigkeit eines Linienintegrals . . . . .	107
A 13.2	Bestimmung der Potentialfunktion . . . . .	109
A 13.3	Wirbelfluß eines Kraftfeldes durch eine Halbkugel . . . . .	110
A 13.4	Zum konservativen Kraftfeld . . . . .	112
B 14.1	Zur Berechnung eines Oberflächenintegrals . . . . .	114
A 14.1	Fluß durch eine Oberfläche . . . . .	115
B 15.1	Berechnung eines Volumenintegrals . . . . .	118
A 15.1	Berechnung einer Gesamtkraft aus der Kraftdichte . . . . .	119
A 16.1	Einfache Seilrolle . . . . .	124
A 16.2	Doppelte Seilrolle . . . . .	124
B 17.1	Potentielle Energie . . . . .	129
A 17.1	Impulsstoß durch zeitabhängiges Kraftfeld . . . . .	131
A 17.2	Kraftstoß . . . . .	132
A 17.3	Das ballistische Pendel . . . . .	133
B 17.2	Kräfte bei der Bewegung auf einer Ellipse . . . . .	137
A 17.4	Berechnung von Drehimpuls und Drehmoment . . . . .	139
A 17.5	Nachweis, daß ein gegebenes Kraftfeld konservativ ist . . . . .	140
A 17.6	Kraftfeld, Potential, Gesamtenergie . . . . .	140
A 17.7	Impuls und Kraft am Rammfahl . . . . .	141
B 17.3	Elementare Betrachtungen über Scheinkräfte . . . . .	142
A 19.1	Bewegung einer Masse im konstanten Kraftfeld . . . . .	153
A 19.2	Bewegung auf einer Schraubenlinie im Schwerfeld . . . . .	153
A 19.3	Raumschiff umkreist Erde . . . . .	156
B 20.1	Freier Fall mit Reibung nach Stokes . . . . .	158
B 20.2	Der schräge Wurf mit Reibung nach Stokes . . . . .	160
A 20.1	Freier Fall mit Newtonscher Reibung . . . . .	165
A 20.2	Bewegung einer Lokomotive mit Reibung . . . . .	168
B 20.3	Die schiefe Ebene . . . . .	169
A 20.3	Zwei Massen auf schiefen Ebenen . . . . .	171
A 20.4	Eine Kette rutscht vom Tisch . . . . .	172
A 20.5	Eine Scheibe auf Eis – der Reibungskoeffizient . . . . .	174
A 20.6	Ein Autounfall . . . . .	175
A 20.7	Ein Teilchen auf einer Kugel . . . . .	176
A 20.8	Eine Leiter lehnt an einer Wand . . . . .	178
A 20.9	Eine Masse rutscht unter Haft- und Gleitreibung . . . . .	179

A 21.1	Amplitude, Frequenz und Periode einer harmonischen Schwingung .	187
A 21.2	Masse hängt an Feder . . . . .	188
A 21.3	Schwingung einer Masse an einer ausgelenkten Feder . . . . .	188
A 21.4	Schwingung eines schwimmenden Zylinders . . . . .	189
A 21.5	Masse hängt an zwei Federn und schwingt . . . . .	189
B 21.1	Zusammengesetzte Federn . . . . .	191
A 21.6	Schwingung eines drehbar gelagerten Stabes . . . . .	192
A 22.1	Zur Taylorreihe . . . . .	195
A 23.1	Gedämpfte Schwingung eines Teilchens . . . . .	205
A 23.2	Harmonischer Oszillator wird von außen erregt . . . . .	207
A 23.3	Massenpunkt in der $x$ - $y$ -Ebene . . . . .	208
A 24.1	Die Zykloide . . . . .	214
A 24.2	Das Zykloidenpendel . . . . .	215
A 24.3	Eine Perle gleitet auf einer Zykloide . . . . .	217
A 24.4	Das Problem der Tautochrone . . . . .	218
A 24.5	Bewegung einer Peitschenschnur . . . . .	221
B 26.1	Das Cavendish-Experiment . . . . .	235
A 26.1	Kraftgesetz einer Kreisbahn . . . . .	248
A 26.2	Kraftgesetz einer Spiralbahn . . . . .	249
A 26.3	Die Lemniskatenbahn . . . . .	249
A 26.4	Fluchtgeschwindigkeit auf der Erde . . . . .	251
A 26.5	Das Raketenproblem . . . . .	251
A 26.6	Bewegungsgleichungen einer Zweistufenrakete . . . . .	254
A 26.7	Kondensation eines Wassertropfens . . . . .	254
A 26.8	Bewegung eines Lastwagens mit variabler Ladung . . . . .	255
B 26.2	Die reduzierte Masse . . . . .	256
A 26.9	Bahn eines Kometen . . . . .	258
A 26.10	Bewegung im Zentralfeld . . . . .	259
A 26.11	Meerwasser als Raketenantrieb . . . . .	262
B 26.3	Geschichtliche Bemerkung zur Vertiefung . . . . .	262
A 27.1	Gravitationskraft eines homogenen Stabes . . . . .	267
A 27.2	Gravitationskraft einer homogenen Scheibe . . . . .	268
A 27.3	Gravitationspotential einer Hohlkugel . . . . .	269
A 27.4	Tunnel durch die Erde . . . . .	270
A 27.5	Stabilität einer Kreisbahn . . . . .	275
A 27.6	Stabilität einer Kreisbahn . . . . .	275
A 28.1	Massenakkretion der Sonne . . . . .	327
B 28.1	Bewegung eines geladenen Teilchens im Magnetfeld der Sonne . . .	328
B 28.2	Ausflug zu den äußeren Planeten . . . . .	331
A 28.2	Periheldrehung . . . . .	341
A 30.1	Lorentz-Invarianz der Wellengleichung . . . . .	365
A 30.2	Rapidität . . . . .	371
B 31.1	Zerfall der Myonen . . . . .	374
A 31.1	Zur Zeitdilatation . . . . .	375



A 31.2	Relativität der Gleichzeitigkeit	376
A 31.3	Klassische Längenkontraktion	378
A 31.4	Zur Längenkontraktion	379
A 31.5	Lorentz-Transformation für beliebig orientierte Relativgeschwindigkeit	401
B 33.1	Konstruktion der Viererkraft durch Lorentz-Transformation	412
B 33.2	Der Einsteinsche Kasten	417
B 33.3	Zum Massenzuwachs mit der Geschwindigkeit	418
A 33.1	Relativistischer Massenzuwachs	420
A 33.2	Ablenkung des Lichtes im Gravitationsfeld	422
A 33.3	Massenverlust der Sonne durch Strahlung	430
A 33.4	Geschwindigkeitsabhängigkeit der Protonenmasse	430
A 33.5	Effektivität eines funktionierenden Fusionsreaktors	431
A 33.6	Zerfall des $\pi^+$ -Mesons	432
A 33.7	Lebensdauer der $K^+$ -Mesonen	433
A 33.8	Zur Kernspaltung	436
A 33.9	Masse-Energie-Äquivalenz am Beispiel des $\pi^0$ -Mesons	436
A 33.10	Zur Paarvernichtung	437
A 33.11	Kinetische Energie des Photons	438
A 33.12	Das sogenannte „Zwillingsparadoxon“	439
A 33.13	Kinetische Energie eines relativistischen Teilchens	441
A 34.1	Die relativistische Rakete	452
A 34.2	Die Photonenrakete	454
A 34.3	Das relativistische Zentralkraftproblem	455
B 34.1	Beispiel zur Vertiefung: Gravitationslinsen	463

# Historische Notizen

1	Leopold Kronecker	5
2	Pierre Frédéric Sarrus	12
3	Thales von Milet	23
4	Jean Frédéric Frenet	44
5	Jean Gaston Darboux	46
6	Gabriel Cramer	67
7	Pierre Simon Laplace	79
8	Carl Friedrich Gauß	101
9	Sir George Gabriel Stokes	106
10	August Ferdinand Möbius	116
11	Isaak Newton	122
12	Robert Hooke	148
13	Leonhard Euler	195
14	Christiaan Huygens	221
15	Johannes Kepler	229
16	Tycho Brahe	230
17	Henry Cavendish	236
18	Giovanni Domenico Cassini	250
19	Immanuel Kant	291
20	Claudius Ptolemäus	293
21	Nikolaus Kopernikus	294
22	Sir Friedrich Wilhelm Herschel	302
23	Edwin Hubble	302
24	Val Logsdon Fitch	311
25	James Watson Cronin	311
26	Andrej Sacharov	311
27	Robert Woodrow Wilson	311
28	Arno Allan Penzias	312
29	George Gamow	312
30	Robert Dicke	313
31	Philip James Edwin Peebles	313
32	Vera Cooper Rubin	317
33	Fritz Zwicky	321
34	Bohdan Paczynski	323
35	Galileo Galilei	345
36	Albert Abraham Michelson	348

---

37	Albert Einstein . . . . .	352
38	Hendrik Antoon Lorentz . . . . .	354
39	Hermann Minkowski . . . . .	358
40	Anton Lampa . . . . .	380
41	Robert Vivian Pound . . . . .	439
42	Wolfgang Pauli . . . . .	452
43	Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld . . . . .	462

# I Vektorrechnung

## 1 Einführung und Grunddefinitionen

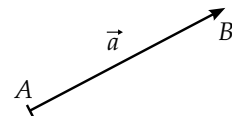
Physikalische Größen, die durch Angabe eines Zahlenwertes vollständig bestimmt sind, nennt man

*Skalare* (z. B. Masse, Temperatur, Energie, Wellenlänge).

Größen, zu deren vollständiger Beschreibung neben dem Zahlenwert, dem Betrag, noch die Angabe ihrer Richtung erforderlich ist, nennt man

*Vektoren* (z. B. Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Drehmoment).

Ein Vektor läßt sich geometrisch durch eine gerichtete Strecke darstellen, d. h. durch eine Strecke, der man eine Richtung zuordnet, so daß z. B. gilt:  $A$  sei der Anfangspunkt und  $B$  sei der Endpunkt des Vektors  $\vec{a}$  (vgl. Figur).



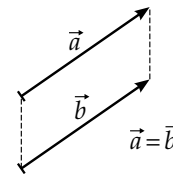
Vektor  $\vec{a}$  zeigt von  $A$  nach  $B$ .

Der *Betrag* des Vektors ist dann durch die Länge der Strecke  $AB$  gegeben. Symbolisch beschreibt man einen Vektor häufig durch einen lateinischen Buchstaben, den man zur Verdeutlichung des Vektorcharakters mit einem kleinen Pfeil versieht. Weitere mögliche Darstellungen sind die Benutzung deutscher Buchstaben oder Herausheben durch Fettdruck.

Den Betrag eines Vektors  $\vec{a}$  schreibt man als:  $|\vec{a}| = a$ .

**Definition:** Zwei Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  heißen genau dann *gleich*, wenn

1.  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ,
2.  $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$  (gleichgerichtet parallel)



Die Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  sind gleich.

sind. Dann schreiben wir  $\vec{a} = \vec{b}$ .

Das heißt: Alle gleichlangen und gleichgerichteten Strecken sind gleichberechtigte Darstellungen desselben Vektors. Man sieht also bei einem Vektor von seiner speziellen Lage im Raum ab.

Ein zum Vektor  $\vec{a}$  *entgegengesetzt gleicher* Vektor ist  $-\vec{a}$ . Entgegengesetzt gleiche Vektoren sind längengleich ( $|\vec{a}| = |-\vec{a}|$ ) und liegen auf parallelen Geraden, haben aber entgegengesetzte Richtungen; sie sind somit antiparallel ( $\vec{a} \uparrow\downarrow -\vec{a}$ ). Ist also etwa  $\vec{a} = \vec{AB}$ , so ist  $-\vec{a} = \vec{BA}$ .