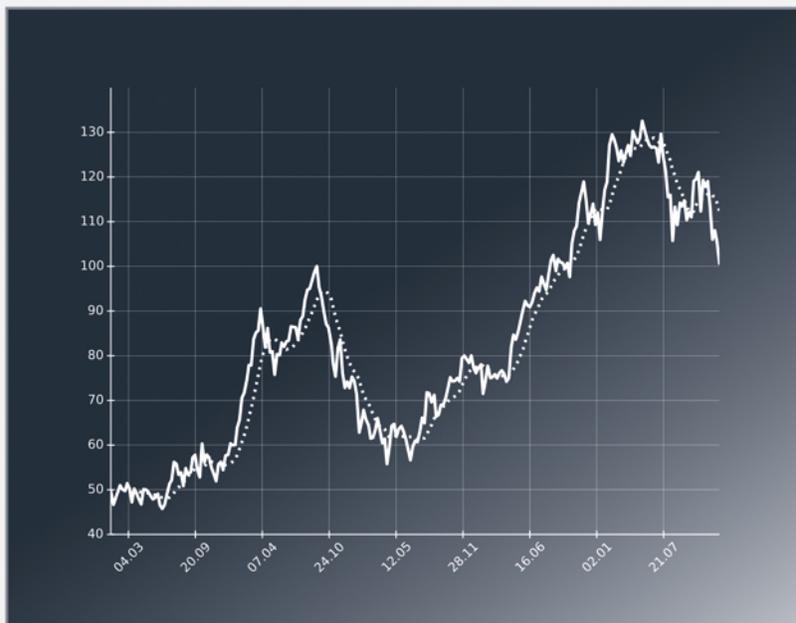


A. Pfeifer



FINANZMATHEMATIK

LEHRBUCH FÜR STUDIUM UND PRAXIS

Mit Futures, Optionen, Swaps und anderen Derivaten

Edition
Harri 
Deutsch



Bestellen Sie diesen Titel versandkostenfrei unter www.europa-lehrmittel.de/56283.html.

ISBN: 978-3-8085-5629-0 (Buch)
ISBN: 978-3-8085-5835-5 (E-Book)

Der Titel erscheint in der Edition Harri Deutsch des Verlages Europa-Lehrmittel.

Bestellen Sie diesen Titel versandkostenfrei unter www.europa-lehrmittel.de/56283.html.

Finanzmathematik – Lehrbuch für Studium und Praxis



Edition
Harri 
Deutsch 

Finanzmathematik

Lehrbuch für Studium und Praxis

Mit Futures, Optionen, Swaps
und anderen Derivaten

von
Andreas Pfeifer

6., aktualisierte Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 56283

Der Autor

Prof. Dr. Andreas Pfeifer ist Professor für Finanz- und Wirtschaftsmathematik an der Hochschule Darmstadt (University of Applied Sciences).
E-Mail: andreas.pfeifer@h-da.de

6., aktualisierte Auflage 2016
Druck 5 4 3 2 1

Die bisherigen Auflagen sind unter dem Titel
„Praktische Finanzmathematik“ erschienen.

ISBN 978-3-8085-5629-0

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autor und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

Die dargestellten Informationen dienen nicht als Anlageberatung oder Empfehlung für irgendwelche finanziellen Geschäfte. Eingetragene Warenzeichen sind nicht besonders gekennzeichnet. Deshalb ist den Bezeichnungen nicht zu entnehmen, ob sie freie Warennamen sind bzw. ob Patente oder Gebrauchsmuster vorliegen.

Bei direkten oder indirekten Verweisen auf Internetseiten distanzieren sich der Verlag Europa-Lehrmittel und der Autor von den Inhalten dieser fremden Internetseiten. Verlag und Autor haften nicht für die Inhalte dieser Seiten.

© 2016 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG,
42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Druck: Medienhaus Plump GmbH, 53619 Rheinbreitbach

Vorwort

Für die **6. Auflage** wurde das Konzept des Buches beibehalten, aber der Inhalt erheblich überarbeitet und auch erweitert:

Eine **Vielzahl an Aktualisierungen** wurde vorgenommen: Anfangen von der Preisangabenverordnung (PAngV) über negative Zinsen bis hin zu neuen Bedingungen bei der geometrisch-degressiven Abschreibung und bei der Bewertung von Derivaten, um nur einige Themen zu nennen.

Auch wurden **viele Ergänzungen** eingefügt, unter anderem zu geometrischen und arithmetischen Mittelwerten, zu Auswirkungen von Zinseszinsen bei niedrigen Zinssätzen, zu Treasury-Bills, zum Mehrkurvenansatz bei Zinsderivaten und zum Einkommensteuertarif in Österreich.

Ganze Abschnitte – wie beispielsweise zu Steuertarifen in Deutschland – wurden **neu erstellt**. Das Literaturverzeichnis ist aktualisiert und auf grundlegende Werke beschränkt worden. Der Seitenumfang des Buches ist auf insgesamt 452 Seiten angewachsen.

Extras: Online

Für die im Buch aufgeführten Beispiele und Aufgaben gibt es **Excel-Dateien** unter der Internet-Adresse **www.europa-lehrmittel.de/56283**, mit denen Sie auf einfache Weise die Beispiele und Aufgaben des Buches nicht nur nachvollziehen, sondern auch mit anderen Zahlenwerten nachrechnen können.

Vom gleichen Autor und im gleichen Verlag ist **„Finanzmathematik – Das große Aufgabenbuch“** mit 444 Aufgaben, ausführlichen Lösungswegen und einer herausnehmbaren Formelsammlung erschienen.

Das Buch wendet sich an Studierende von Fachhochschulen und Universitäten sowie an Praktiker in Banken, in Versicherungen und in kaufmännischen Bereichen, die sich mit Finanzmathematik beschäftigen. Darüber hinaus richtet es sich an alle, die Interesse an finanzmathematischen Fragestellungen und Antworten haben. Es wird viel Wert auf Anwendungen und Praxisbeispiele gelegt. Zum Abschluss jedes Kapitels gibt es **Aufgaben**, deren **Lösungen** Sie im Anhang finden.

In den Kapiteln 1 bis 8 wird der klassische Stoff der Finanzmathematik behandelt, wie die **Zins- und Zinseszinsrechnung** (einschließlich der Darstellung verschiedener Zinstage-Methoden und Geschäftstage-Konventionen), das **Äquivalenzprinzip**, die **Renten- und Tilgungsrechnung** sowie verschiedene Arten der **Abschreibung**. Die Ermittlung des **effektiven Jahreszinses** nach verschiedenen Methoden u.a. nach der deutschen **Preisangabenverordnung** wird anhand vieler Beispiele erläutert. Umfassend wird im Kapitel 7 die **Bewertung festverzinslicher Wertpapiere** behandelt. Erklärt werden u.a. Begriffe

wie **Duration**, **Konvexität** und **Zinsimmunsierung**. Im Kapitel 8 werden **Investmentfonds** und dabei insbesondere die Auswirkungen des **Durchschnittskosteneffekts** (Cost-Average-Effekt) auf Anlageerfolge ausführlich erläutert.

Die Bewertung von Wertpapierdepots (Portfolios) aufgrund von **Rendite und Risiko** wird im Kapitel 9 dargestellt. Hier wird auch erklärt, was die Kennzahl **Volatilität** bedeutet, die zur Bewertung vieler Finanzprodukte notwendig ist.

Derivative Finanzprodukte wie **Optionen** (einschließlich Binomialmodell und Black-Scholes-Merton-Modell), **Futures**, **Forward-Rate-Agreements (FRAs)**, **Swaps**, **Caps**, **Floors**, **Collars** und **Repos** werden im Kapitel 10 erklärt und bewertet. Kapitel 11 behandelt die Kennzahl **Value-at-Risk**. Anhand von Beispielen werden die wichtigsten Methoden zur Berechnung dieser Kennzahl beschrieben. Dabei wird insbesondere auf die **Varianz-Kovarianz-Methode** eingegangen; aber auch die **Historische Simulation** und die **Monte-Carlo-Simulation** werden erklärt. Außerdem wird das **Mapping von Zahlungsströmen** erläutert.

Zu den in diesem Buch angegebenen Beispielen und Aufgaben gibt es **Excel-Dateien** unter der Internet-Adresse www.europa-lehrmittel.de/56283, mit denen Sie auf einfache Weise die Beispiele und die Lösungen der Aufgaben nicht nur nachvollziehen, sondern auch mit anderen Zahlenwerten nachrechnen können. Dazu finden Sie genauere Informationen im Anhang A. Dort sind auch nützliche Hinweise zur **Anwendung von Excel in der Finanzmathematik** angegeben.

Die **Lösungen** zu den Aufgaben am Ende jeden Kapitels finden Sie im Anhang B.

Bei der sogenannten modernen oder stochastischen Finanzmathematik (ab Kap. 9) spielen die Statistik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung eine große Rolle. **Statistikgrundlagen** – wie beispielsweise zur Normalverteilung – finden Sie im Anhang C.

Im Anhang D sind die **Tarife der Einkommensteuer, des Solidaritätszuschlags und der Abgeltungsteuer in Deutschland** angegeben. Begriffe wie **Grenzsteuersatz**, **Einkommensteuersatz** und **Durchschnittssteuersatz** werden erklärt. Angaben zum **Einkommensteuertarif in Österreich** und zur **Steuerberechnung in der Schweiz** sind in Anhang E und F zu finden. Anhang G enthält eine kurze **Beschreibung wichtiger Zinssätze**.

Das Ende von Beispielen ist durch das Symbol □ gekennzeichnet.

Bedanken möchte ich mich bei allen, die mir Hinweise und Verbesserungsvorschläge zu vorherigen Auflagen gegeben haben, insbesondere bei Herrn Prof. Dr. Kowitz für seine Hinweise zur dritten Auflage. Für weitere Anregungen und Hinweise bin ich dankbar.

Unter www.europa-lehrmittel.de/56283 finden Sie im Internet neben den Excel-Dateien aktuelle Ergänzungen und – falls notwendig – Fehlerkorrekturen.

Groß-Zimmern, im Januar 2016

Andreas Pfeifer

Inhaltsübersicht

1 Was ist Finanzmathematik?	7
1.1 Beispiele.....	7
1.2 Anlagemöglichkeiten.....	12
1.3 Mathematische Grundlagen.....	14
Aufgaben.....	17
2 Zinsrechnung	18
2.1 Prozentrechnung.....	18
2.2 Einfache Verzinsung.....	24
2.3 (Nachschüssige) Zinseszinsen.....	38
2.4 Vorschüssige Verzinsung.....	48
2.5 Gemischte Verzinsung.....	52
2.6 Unterjährige Verzinsung.....	55
2.7 Stetige Verzinsung.....	58
2.8 Vergleich von einfacher, exponentieller und stetiger Verzinsung.....	60
2.9 Zahlungsstrom.....	66
Aufgaben.....	69
3 Äquivalenz, Effektivverzinsung und Kapitalwert	72
3.1 Äquivalenz.....	72
3.2 Lösung der Gleichung für die Effektivverzinsung.....	85
3.3 Effektivverzinsung bei unterjährigen Zahlungen.....	90
3.4 Investitionsrechnung.....	95
3.5 Laufzeitabhängige Zinssätze.....	100
3.6 Marktzinsmethode.....	109
Aufgaben.....	111
4 Rentenrechnung	114
4.1 Grundbegriffe.....	114
4.2 Rentenendwert und Rentenbarwert.....	116
4.3 Aufgeschobene, abgebrochene und unterbrochene Renten.....	123
4.4 Ewige Rente.....	126
4.5 Rentenperiode kleiner als Zinsperiode.....	129
4.6 Rentenperiode größer als Zinsperiode.....	138
Aufgaben.....	140
5 Abschreibung	143
5.1 Grundlagen.....	143
5.2 Lineare Abschreibung.....	146
5.3 Geometrisch-degressive Abschreibung.....	149
5.4 Abschreibung in Staffeln.....	151
5.5 Leistungsabschreibung.....	152

5.6 Investitionsabzugsbetrag	153
5.7 Vergleich linearer und geometrisch-degressiver Abschreibung	154
Aufgaben.....	158
6 Tilgungsrechnung.....	160
6.1 Grundbegriffe.....	160
6.2 Gesamtfällige Tilgung mit Zinsansammlung	166
6.3 Gesamtfällige Tilgung ohne Zinsansammlung (Zinsschuld)	168
6.4 Ratentilgung.....	174
6.5 Annuitätentilgung	178
6.6 Effektivverzinsung bei Annuitätentilgung.....	194
6.7 Sonderformen von Darlehen	200
6.8 Ratenkredit.....	202
6.9 Spezielle Aspekte	205
A Provisionen und sonstige Kosten.....	205
B Steuern	208
C Tilgung über Lebensversicherung	210
D Leasing.....	210
E Forward-Darlehen.....	210
F Beleihungswert.....	211
G Bonitätsprüfung.....	211
H Inflation.....	212
Aufgaben.....	213
7 Bewertung festverzinslicher Wertpapiere.....	218
7.1 Barwert festverzinslicher Wertpapiere	219
7.2 Rendite und Arbitrage	226
7.3 Berechnung der Spot-Rates.....	232
7.4 Sicherheit	239
7.5 Duration nach Macaulay.....	242
7.6 Modifizierte Duration und Konvexität	254
7.7 Rentenindex REX.....	261
Aufgaben.....	266
8 Investmentfonds.....	270
8.1 Grundlagen.....	270
8.2 Cost-Average-Prinzip	274
8.3 Ermittlung der Anteilspreise (Fondspreise).....	279
8.4 Rendite	280
Aufgaben.....	282
9 Grundlagen der Portfoliotheorie.....	283
9.1 Problemstellung.....	283
9.2 Portfolioauswahl.....	288
9.3 Volatilität	295
Aufgaben.....	299

10 Derivative Finanzprodukte.....	301
10.1 Finanzmärkte.....	301
10.2 Floating-Rate-Notes (Floater).....	304
10.3 Futures / Forwards.....	311
10.4 Optionen.....	321
A Grundlagen.....	321
B Fairer Optionspreis.....	326
C Binomialmodell.....	327
D Black-Scholes-Modell.....	334
10.5 Forward-Rate-Agreements.....	348
10.6 Caps, Floors und Collars.....	353
10.7 Swaps.....	356
10.8 Weitere Finanzprodukte.....	365
Aufgaben.....	367
11 Value-at-Risk.....	371
11.1 Grundlagen des Value-at-Risk.....	371
11.2 Mapping von Zahlungsströmen (Cashflow-Mapping).....	379
Aufgaben.....	381
Anhang	
Anhang A: Kalkulationsprogramm Excel.....	382
A.1 Excel-Dateien der Beispiele und Aufgaben aus diesem Buch.....	382
A.2 Tipps zum Anwenden von Excel im Finanzbereich.....	383
Anhang B: Lösungen der Aufgaben.....	393
Anhang C: Statistikgrundlagen.....	414
C.1 Zufallsvariablen und stochastische Prozesse.....	414
C.2 Wichtige Verteilungen.....	418
Anhang D: Steuertarife in Deutschland.....	425
D.1 Einkommensteuer.....	425
D.2 Solidaritätszuschlag.....	432
D.3 Abgeltungsteuer.....	434
Anhang E: Einkommensteuertarif in Österreich.....	437
Anhang F: Einkommensteuertarife in der Schweiz.....	438
Anhang G: Zinssätze EURIBOR, LIBOR und EONIA.....	439
Anhang H: Literaturverzeichnis.....	440
Schlusswort.....	443
Index.....	444

Seid nicht geldgierig, und lasst euch genügen an dem, was da ist.
Denn der Herr hat gesagt: „Ich will dich nicht verlassen und nicht von dir weichen.“

Die Bibel. Hebräer 13, 5 (Übersetzung nach Martin Luther)

„Wie oft soll ich es Ihnen eigentlich noch erklären“, sagt der Mathematik-Professor in der Vorlesung, „es gibt keine größere und kleinere Hälfte. Eine Hälfte ist eben eine Hälfte.

– Aber ich sehe schon, die größere Hälfte von Ihnen begreift das nie!“

Eine Frau fragt ihren vom Arzt kommenden Mann:

„Was hat er gesagt?“ „Zehn Euro.“

„Nein, ich meine doch, was hast du gehabt?“ „Acht Euro!“

„Nein! Was dir gefehlt hat, will ich wissen!“ „Zwei Euro!“

Seit Abschaffung der 10-Euro-Praxisgebühr im Januar 2013
nur noch bei Zusatzleistungen vorkommend

Aus einem Brief eines Vaters an seinen Sohn, der studiert:

„Anbei die von dir gewünschten zehn Euro. Übrigens schreibt man zehn Euro mit einer Null und nicht mit drei Nullen.“

Von jetzt an werde ich nur so viel ausgeben, wie ich einnehme, selbst wenn ich mir dafür Geld borgen muss.

Von Mark Twain, amerik. Schriftsteller, 1835 – 1910, überliefert

Ein Schotte kommt spät abends nach Hause und erzählt stolz seiner Frau:

„Heute habe ich mir das Geld für den Bus gespart. Ich bin hinter dem letzten Bus hergelaufen; habe ihn aber nicht mehr erreicht.“

Seine Frau antwortete daraufhin kritisch: „Warum bist du nicht hinter einem Taxi hergelaufen, du Dummer? Dann hättest du noch viel mehr sparen können.“

2.2 Einfache Verzinsung

Def. 2.2.1:

Der **Zins** (aus lat.: census (Abgabe), engl.: interest) oder **Zinsbetrag** ist der Preis (das Entgelt) für die Überlassung von Geld oder Kapital zur Nutzung.

Legen Sie Geld oder Kapital auf Zeit an, so erhalten Sie Zinsen. Bei **einfachen Zinsen** (oder **linearen Zinsen**) werden diese Zinsen proportional zum angelegten Betrag und proportional zur Zeit gezahlt. Der Proportionalitätsfaktor wird mit **Zinssatz** (oder **Zinsrate**, engl.: interest rate) bezeichnet und mit i abgekürzt. Das heißt, die **Zinsen** Z_t (auch **Zins** oder **Zinsbetrag** genannt) betragen:

$$Z_t = K_0 \cdot t \cdot i, \text{ wobei}$$

K_0 der angelegte Betrag ist, der auch **Anfangskapital, Kapital** (lat.: caput = Haupt, engl.: capital) **zu Beginn, Anfangswert, Gegenwartswert** oder **Barwert** genannt wird.

t , genannt **Laufzeit**, ist die Anzahl der Zeiteinheiten oder Zeitperioden, in der das Kapital angelegt ist.

Am Ende der Laufzeit wird das Anfangskapital plus Zinsen fällig; diese Summe

$$K_t = K_0 + Z_t$$

wird **Endwert** (engl.: final value), **Endkapital, Wert nach der Laufzeit t** oder seltener **Zeitwert** genannt.

Die Angabe des Zinssatzes wird dabei auf eine Zeiteinheit, meist auf ein Jahr, bezogen. Bei der Bedeutung des Zinssatzes ist deshalb immer auf die Zeiteinheit zu achten, auf die er sich bezieht. Beispiele:

p.a. (lat.: per annum) steht für pro Jahr (selten: p. J.). Wenn sich der Zinssatz auf ein Jahr bezieht, wird die Angabe p.a. bzw. pro Jahr in der Regel weggelassen.

p.Q. steht für pro Quartal (3 Monate).

p.M. steht für pro Monat.

Wichtig: Die Laufzeit t und der Zinssatz i müssen sich auf dieselbe Zeiteinheit beziehen.

Statt der Angabe des Zinssatzes i wird oft auch der **Zinsfuß** p angegeben. Er ist definiert als:

$$p = 100 \cdot i.$$

(In manchen Büchern wird p auch als Zinssatz bezeichnet.)

Beispiel 2.2.1:

Es sei $i = 3\%$ der Zinssatz. Da die Angabe der Zeitperiode fehlt, bezieht sich der Zinssatz auf ein Jahr, $i = 3\%$ p.a. Es gilt $i = 3\% = 0,03 = 3/100$. Der Zinsfuß p ist 3.

Legen Sie 1.000 € für ein Jahr an, sind $K_0 = 1.000$ € das Anfangskapital und $t = 1$ die Laufzeit. Die Zinsen für ein Jahr betragen: $Z_1 = 1.000 \text{ €} \cdot 1 \cdot 0,03 = 30$ €. Legen Sie das Kapital nur einen Monat an, ist $t = 1/12$. Die Zinsen betragen dann

$$Z_{\frac{1}{12}} = 1.000 \text{ €} \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,03 = 2,50 \text{ €}.$$

Legen Sie das Kapital zwei Jahre an, betragen die Zinsen $Z_2 = 1.000 \text{ €} \cdot 2 \cdot 0,03 = 60$ €.

Deutlicher wäre es, wenn hinter der Angabe 2 noch die Zeiteinheit „Jahr“ mit aufgeführt und hinter dem Zinssatz 0,03 noch „pro Jahr“ stehen würde. In finanzmathematischen Formeln werden bei i und t meist keine Zeiteinheiten angegeben, d. h., $i = 0,03$ und $t = 2$. t ist die Anzahl der Zeitperioden, auf die sich der Zinssatz i bezieht. Da nach Def. 2.2.1 davon ausgegangen wird, dass sich die Laufzeit und der Zinssatz auf die gleiche Zeiteinheit beziehen, führt dies zu keinen Problemen.

Ist $i = 0,25\%$ der Zinssatz pro Monat, wobei $i = \frac{3\%}{12} = 0,25\% = 0,0025$, dann betragen die

Zinsen nach einem Monat $Z_1 = 1.000 \text{ €} \cdot 1 \cdot 0,0025 = 2,50$ €. Die Zinsen bei einer Laufzeit von zwölf Monaten sind: $Z_{12} = 1.000 \text{ €} \cdot 12 \cdot 0,0025 = 30$ €. D. h., ob Sie den Zinssatz pro Monat oder pro Jahr verwenden, führt zu keinem anderen Zinsbetrag, wenn der Anlagezeitraum der Gleiche ist. Sie müssen nur beachten, dass sich bei Z_{12} die 12 auf Monate und nicht auf Jahre bezieht. \square

Bemerkungen:

- Die Höhe des Zinssatzes bildet sich am Markt nach Angebot und Nachfrage und hängt von der Länge der Leihfrist sowie von geldpolitischen und gesetzgeberischen Regelungen ab. Wenn für bestimmte Anlagen der Zinssatz i negativ ist, spricht man von **Negativzins**, **Strafzins**, **Guthabengebühr** oder **Guthabekommision**. Dann ist Geld für die Anlage (Aufbewahrung) des Geldes zu zahlen.
- In der Regel wird der Zinssatz pro Jahr angegeben. Deshalb beziehen sich alle Zinssätze, wenn nichts anderes angegeben ist, auf ein Jahr. Bei einfachen Zinsen ergibt der Zinssatz i p.a. den gleichen Zinsbetrag, wie die Zinssätze $\frac{i}{12}$ p.M. und $\frac{i}{4}$ p.Q. Dabei muss sich die Laufzeit jeweils auf die gleiche Zeiteinheit wie der Zinssatz beziehen. Sie dürfen also in die Formel für die Zinsen beispielsweise nicht den Zinssatz pro Monat und für die Laufzeit die Zahl der Jahre einsetzen.
- Die in Def. 2.2.1 angegebenen Zinsen heißen, genau genommen, einfache **nachschüssige** Zinsen. Nachschüssig heißt, dass die Zinsen am Laufzeitende fällig werden und aus dem Anfangskapital ermittelt werden.
- Bei **einfachen Zinsen** werden die Zinsen proportional zur Zeit gezahlt und nicht mitverzinst. Der Zinsbetrag ist somit pro Jahr über alle Jahre immer gleich groß. Von **Zinseszinsen** (engl.: compound interest) wird gesprochen, wenn Zinsen berechnet und dem Kapital hinzugefügt (= kapitalisiert) und dann mit diesem verzinst werden. Diese Art der Verzinsung wird in Abschnitt 2.3 ausführlich erklärt.

Satz 2.2.1 (einfache Verzinsung, auch lineare Verzinsung genannt):

Es seien K_0 das Anfangskapital, t die Laufzeit, K_t das Endkapital am Ende der Laufzeit und i der Zinssatz. i und t beziehen sich auf die gleiche Zeiteinheit. Dann gilt bei einfachen (nachsüssigen) Zinsen:

$$\text{Zinsen:} \quad Z_t = K_0 \cdot t \cdot i. \quad (\text{I})$$

$$\text{Endkapital:} \quad K_t = K_0 \cdot (1 + t \cdot i). \quad (\text{II})$$

$$\text{Anfangskapital:} \quad K_0 = \frac{K_t}{1 + t \cdot i}. \quad (\text{III})$$

$$\text{Laufzeit:} \quad t = \frac{K_t - K_0}{K_0 \cdot i}. \quad (\text{IV})$$

$$\text{Zinssatz:} \quad i = \frac{K_t - K_0}{K_0 \cdot t}. \quad (\text{V})$$

Das Multiplikationszeichen zwischen K_0 , t und i wird oft weggelassen.

Beispiel 2.2.2:

Ein Kapital von 200 € wird mit einem Zinssatz von 3% p.a. verzinst. Das Kapital ist dann nach zwei Jahren bei einfachen Zinsen auf 212 € angewachsen, denn mit:

$$K_0 = 200 \text{ €}, i = 0,03 \text{ und } t = 2 \text{ ergibt sich: } K_2 = 200 \text{ €} \cdot (1 + 2 \cdot 0,03) = 212 \text{ €}. \quad \square$$

Beispiel 2.2.3:

Wenn Sie nach fünf Jahren bei 3% p.a. einfachen Zinsen ein Kapital von 400 € besitzen, wie hoch ist das Kapital zu Beginn, d. h., wie hoch ist also der Barwert?

$$\text{Mit } K_5 = 400 \text{ €}; i = 0,03 \text{ und } t = 5 \text{ folgt } K_0 = \frac{400}{(1 + 5 \cdot 0,03)} \text{ €} = 347,83 \text{ €}. \quad \square$$

Bemerkungen:

1. Die Werte des Kapitals bei einfacher Verzinsung $K_0, K_1, K_2, K_3, \dots$ bilden eine arithmetische Folge (vgl. Def. 1.3.1) mit der Differenz $d = K_0 \cdot i$.
2. Aus dem Anfangskapital das Endkapital zu berechnen, wird **Aufzinsen** genannt. Der Vorgang, zu einem gegebenen Endkapital das Anfangskapital zu berechnen, heißt **Abzinsen** oder **Diskontieren**. Ursprünglich ist die Diskontierung der Ankauf eines Wechsels vor dessen Fälligkeit durch eine Bank unter Abzug von Zinsen (Diskont) von der Wechselsumme (vgl. Beispiel 2.4.2).
3. Um aus dem Endwert den Barwert zu ermitteln (Diskontierung), ist Formel (III) aus Satz 2.2.1 zu verwenden, die auch **bürgerliche (amtliche) Diskontierung** genannt wird. Diese Diskontierung ist finanzmathematisch korrekt. Manchmal wird noch die **kaufmännische Diskontierung** verwendet: $K_0 = K_t (1 - t \cdot i)$, $t \geq 0$. Diese Methode

3.3 Effektivverzinsung bei unterjährigigen Zahlungen

Um den Effektivzins auszurechnen, müssen nach Def. 3.1.2 zwei Zahlungsströme äquivalent sein. Dazu wird der Wert beider Zahlungsströme benötigt. Um den Wert eines Zahlungsstroms auszurechnen, können verschiedene Zinsberechnungsmethoden angewandt werden. Auch muss der Bezugszeitpunkt festgelegt werden. Erfolgen alle Zahlungen jährlich und wird die exponentielle Zinsmethode verwendet, ist der Wert eindeutig bestimmbar: Zur Berechnung des effektiven Zinssatzes (Rendite) werden dann nach jedem Jahr die Zinsen wieder kapitalisiert und somit mitverzinst. Erfolgen Ein- bzw. Auszahlungen (beispielsweise Zinszahlungen) aber innerhalb eines Jahres, gibt es verschiedene Methoden, wie die Zinsverrechnung erfolgt (z.B. linear, exponentiell oder gemischt). Somit gibt es bei unterjährigigen Zahlungen verschiedene Methoden der Effektivzinsberechnung. Dazu

Beispiel 3.3.1:

Sie zahlen bei einer Kapitalanlage 100 € ein und erhalten nach 32 Monaten 115 € zurück. Wie hoch ist die effektive Verzinsung (Rendite)?

Wenn Sie die 100 € auf ein Sparkonto anlegen, kommt es – wie Sie in Beispiel 2.5.3 gesehen haben – auch bei festem Zinssatz noch auf das genaue Datum der Einzahlung an, um berechnen zu können, wie hoch das Endkapital nach 32 Monaten ist. Also ist es wichtig, wann genau die Zinskapitalisierungszeitpunkte sind. □

Angaben über Renditen bei Sparkonten, Darlehen oder Renten sollten nicht vom genauen Einzahlungszeitpunkt abhängen, sondern nur von der Laufzeit. Denn es ist nicht praktikabel, wenn die Renditeangabe sich täglich ändert, ohne dass sich die Konditionen verändert haben. Die Methoden der Renditeberechnungen unterscheiden sich durch die Art der Lage und Verrechnung der unterjährigigen Zeitanteile. In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Verfahren dargestellt.

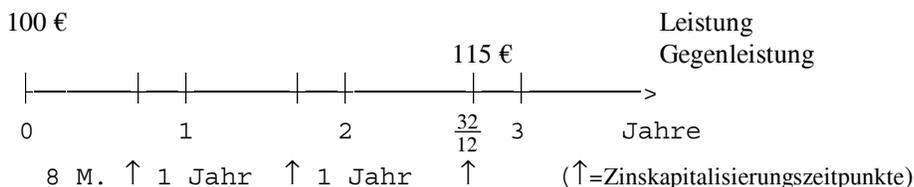
A) Braess/Fangmeyer-Methode (Sparbuchmethode)

Bei der Methode nach Braess/Fangmeyer wird als Bezugszeitpunkt für die Berechnung des effektiven Zinssatzes der Zeitpunkt der letzten auftretenden Zahlung verwendet. Unterjährige Zahlungen werden bis zum Jahresende linear aufgezinst und dann exponentiell (Zinseszinsformel) verzinst. Der gebrochene Laufzeitanteil (beispielsweise 0,25 Jahre bei einer Laufzeit von 4,25 Jahren) wird an den Anfang der Gesamtlaufzeit gelegt.¹

Beispiel 3.3.1 (Fortsetzung):

Sie zahlen bei diesem Beispiel 100 € ein und erhalten nach 32 Monaten 115 €. Wie hoch ist die effektive Verzinsung?

¹ Wird der gebrochene Laufzeitanteil an das Ende der Laufzeit gelegt, wird diese Methode auch als **360-Tage-Methode** bezeichnet. Bei ganzen Jahren als Laufzeit gibt es keinen Unterschied zwischen der Braess/Fangmeyer- und der 360-Tage-Methode.



32 Monate sind 2 Jahre und 8 Monate. Die zwei „vollen“ Laufzeitjahre werden an das Laufzeitende gelegt und der gebrochene Anteil (= 8 Monate) liegt am Anfang. 100 € werden deshalb zunächst linear 8 Monate verzinst und dann zwei Jahre exponentiell.

Bei Verwendung der Rendite i_{eff} als Zinssatz müssen die beiden Endwerte der Zahlungsströme gleich sein: $100 \left(1 + i_{\text{eff}} \frac{8}{12}\right) (1 + i_{\text{eff}})^2 = 115$.

Die Renditegleichung wird mit einem Iterationsverfahren gelöst, vgl. Abschnitt 3.2. Als Lösung ergibt sich 5,369%. □

B) Exponentielle Methode¹

Die exponentielle Methode ist weit verbreitet und wird häufig am internationalen Kapitalmarkt angewandt. Bei ihr wird die exponentielle Verzinsung angewandt: $K_t = K_0 (1+i)^t$, um die Zahlungen auf einen Zeitpunkt zu diskontieren. Dann ist grundsätzlich der Bezugszeitpunkt nicht wichtig (vgl. Satz 3.1.1), und es brauchen auch keine Zinskapitalisierungszeitpunkte berücksichtigt zu werden, vgl. Beispiel 2.8.2 und Satz 2.8.2. Unterjährige Laufzeiten werden dabei meist auf Basis actual/actual berechnet. Die verwendete Zinstage-Methode kann aber eine andere sein.

Beispiel 3.3.1 (Fortsetzung):

Da die Laufzeit $\frac{32}{12}$ Jahre beträgt, erhalten Sie nach der exponentiellen Methode aus der

Gleichung $100 (1 + i_{\text{eff}})^{\frac{32}{12}} = 115$ eine Rendite von $i_{\text{eff}} = \left(\frac{115}{100}\right)^{\frac{12}{32}} - 1 = 5,381\%$. □

Beispiel 3.3.2:

Ein Darlehen von 200 € zahlen Sie nach drei Monaten mit 80 € und nach zweieinhalb Jahren mit 140 € zurück. Wie groß ist die Effektivverzinsung?

Zunächst ist die Gleichung für den Effektivzinssatz aufzustellen. Als Bezugszeitpunkt wird der Auszahlungszeitpunkt des Darlehens gewählt. Es ist jedoch bei exponentieller Verzinsung gleichgültig, welcher Bezugszeitpunkt gewählt wird, vgl. Satz 3.1.1. Es sind 80 € 0,25 Jahren und 140 € 2,5 Jahren zu diskontieren:

$$200 = 80 (1 + i_{\text{eff}})^{-0,25} + 140 (1 + i_{\text{eff}})^{-2,5}. \quad (*)$$

¹ Auch ICMA-Methode (internationale Methode oder ISMA-Methode, früher AIBD-Methode) genannt. ICMA (International Capital Market Association) ist der Dachverband der an internationalen Anleihemärkten tätigen Institutionen und Händler.

9.2 Portfolioauswahl

Die im vorigen Abschnitt dargestellten Untersuchungen werden auf mehr als zwei Anlagen übertragen.

Satz 9.2.1 (Erwartungswert und Varianz der Rendite eines Portfolios mit n Anlagen):

Gegeben seien n Anlagemöglichkeiten. Es sei R_k die Zufallsvariable, die die Rendite der Anlage k angibt; sie habe den Erwartungswert $E(R_k) = \mu_k$, und die Varianz $\text{Var}(R_k) = \sigma_k^2$, $k = 1, \dots, n$.

Die Kovarianz zwischen den Zufallsvariablen R_j und R_k sei $\text{cov}(R_j, R_k) = \sigma_{j,k}$, wobei $j, k = 1, 2, \dots, n$.

Dann gilt für die Summe $R_p = a_1 R_1 + a_2 R_2 + \dots + a_n R_n$, wobei die Koeffizienten a_k , $k = 1, \dots, n$, reelle Zahlen sind:

$$E(R_p) = \sum_{k=1}^n a_k E(R_k) = a^T \cdot \mu = \mu^T \cdot a,$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_p) &= \sum_{k=1}^n a_k^2 \text{Var}(R_k) + 2 \cdot \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n a_k a_j \text{cov}(R_k, R_j) \\ &= \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n a_k a_j \text{cov}(R_k, R_j) = a^T \cdot \text{Cov} \cdot a, \end{aligned}$$

wobei $a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix}$ der Vektor der Gewichte und $\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_n \end{pmatrix}$ der Vektor der Erwartungswerte

der Einzelanlagen ist. a^T ist der transponierte Vektor, also $a^T = (a_1, a_2, \dots, a_n)$.

$\text{Cov} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \sigma_{1,3} & \dots & \sigma_{1,n} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_2^2 & \sigma_{2,3} & \dots & \sigma_{2,n} \\ \sigma_{3,1} & \sigma_{3,2} & \sigma_3^2 & \dots & \sigma_{3,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n,1} & \sigma_{n,2} & \sigma_{n,3} & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$ ist die (Varianz-)Kovarianz-Matrix.

Der **Beweis** dieses Satzes ist in vielen Statistikbüchern zu finden.

Bemerkungen:

- Die Koeffizienten a_k , $k = 1, \dots, n$, werden auch als Gewichte oder Gewichtungsfaktoren bezeichnet.

a) Die Koeffizienten haben meist die Bedeutung von Anlageanteilen. Z.B. $a_k = 0,3$ bedeutet, dass 30% des gesamten Portfolios in Anlage k angelegt ist.

Oft gilt noch zusätzlich die Bedingung, dass die Summe der Anteile 1 ist. In Matrixschreibweise heißt dies $a^T \cdot e = 1$, wobei e der Vektor aus lauter Einsen, also aus n Einsen ist. R_p ist deshalb die Zufallsvariable der Rendite einer Mischung aus Einzelanlagen (mit den jeweiligen Anteilen a_k), also die Rendite eines Portfolios.

b) Die Koeffizienten können aber auch die Anlagebeträge sein. $a_k = 30.000 \text{ €}$ bedeutet dann, dass 30.000 € in Anlage k angelegt werden. Die Summe aller Koeffizienten ist dann der gesamte zur Verfügung stehende Anlagebetrag. R_p ist dann der Gewinn der Anlagemischung. Wenn die Koeffizienten keine Anteile, sondern Anlagebeträge sind, wird dies im Folgenden extra erwähnt.

- Wenn zusätzlich die Bedingungen $a_k \geq 0$, $k = 1, \dots, n$, gefordert werden, bedeutet dies, dass negative Anteile (= Verkauf von Anlagen) nicht erlaubt sind.
- Im Folgenden wird bei allen Beispielen und Sätzen davon ausgegangen, dass die entsprechenden Erwartungswerte und Varianzen existieren, ohne dass es noch einmal explizit erwähnt wird.
- Oftmals ist statt der Kovarianz die Korrelation angegeben. Die Korrelation ist ein Maß für den linearen Zusammenhang. Zwischen Kovarianz und Korrelation besteht folgender Zusammenhang:

Korrelationskoeffizient $\rho_{k,j} = \frac{\text{cov}(R_k, R_j)}{\sqrt{\text{Var}(R_k) \cdot \text{Var}(R_j)}}$. Dann folgt aus Satz 9.2.1 für die

Varianz der Rendite eines Portfolios: $\text{Var}(R_p) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n a_k \cdot a_j \cdot \rho_{k,j} \cdot \sigma_k \cdot \sigma_j$.

- Für Berechnungen ist es nützlich, folgende Zusammenhänge zu kennen:

$$\text{cov}(uX+Y, vZ) = u \cdot v \cdot \text{cov}(X, Z) + v \cdot \text{cov}(Y, Z),$$

$$\text{cov}(X, r) = 0 \quad \text{und} \quad \text{cov}(X, X) = \text{Var}(X),$$

wobei X, Y, Z Zufallsvariablen und u, v, r reelle Zahlen sind.

Sind X und Y unabhängig, so gilt:

$$\text{cov}(X, Y) = 0 \quad \text{und} \quad \text{Var}(X+Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y). \quad (*)$$

Beispiel 9.2.1:

Ein Investor besitzt 3 Anlagen. Der Gesamtwert der Anlagen ist 100.000 €. In Anlage 1 hat er 40%, in Anlage 2 40% und in Anlage 3 20% investiert, d.h. $a^T = (40\% \ 40\% \ 20\%)$. Die Erwartungswerte, das Risiko und die Korrelationen sind in Abb. 9.2.1 angegeben.

$$\text{Dann gilt nach Satz 9.2.1: } E(R_p) = (a_1 \ a_2 \ a_3) \cdot \begin{pmatrix} 7\% \\ 10\% \\ 20\% \end{pmatrix} = (0,4 \ 0,4 \ 0,2) \cdot \begin{pmatrix} 7\% \\ 10\% \\ 20\% \end{pmatrix} = 10,8\%.$$

- Preisangabenverordnung (PAngV): Fassung vom 18.10.2002 (BGBl I, S. 4197ff) zuletzt geändert durch Artikel 7 des Gesetzes vom 20.09.2013 (BGBl I, S. 3642ff) .
(www.gesetze-im-internet.de, www.bgbportal.de)
- Reitz, Stefan (2010): *Mathematik in der modernen Finanzwelt: Derivate, Portfoliomodelle und Ratingverfahren*; Wiesbaden: Vieweg+Teubner
- Reitz, Stefan; Schwarz, Willi; Martin, Marcus R. W. (2004): *Zinsderivate*; Wiesbaden: Vieweg
- Sharpe, William F. (1964): *Capital Asset Prices. A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*. *Journal of Finance*, Vol. 19, S. 425 - 442
- Sievi, Christian R. (1998): *Convex3-Mapping*. Sonderbeilage zu Gillardon NEWS 22, Nov. 1998, E1 - E10; Bretten: Gillardon Publishing. Im Internet verfügbar unter www.dr-sievi.de
- Steiner, Manfred; Bruns, Christoph; Stöckl, Stefan (2012): *Wertpapiermanagement. Professionelle Wertpapieranalyse und Portfoliostrukturierung*; Stuttgart: Schäffer-Poeschel; 10., überarbeitete Aufl.
- Seydel, Rüdiger U. (2012): *Tools for Computational Finance*; Berlin: Springer, 5th edition
- Tietze, Jürgen (2014): *Einführung in die Finanzmathematik*; Wiesbaden: Springer Spektrum; 12. Aufl.
- Uszczapowski, Igor (2012): *Optionen und Futures verstehen*; München: Beck; 7., überarbeitete Aufl.
- Wiedemann, Arnd (2013): *Financial Engineering – Bewertung von Finanzinstrumenten*; Frankfurt: Frankfurt School Verlag; 6., überarbeitete und erweiterte Aufl.
- Wilmott, Paul (2006): *Paul Wilmott On Quantitative Finance (3 Volume Set)*; New York: John Wiley & Sons, 2nd edition
- Wilmott, Paul (2007): *Introduces Quantitative Finance*; New York: John Wiley & Sons, 2nd edition

Der faire Preis einer Aktie ist wie der Weihnachtsmann,
Man glaubt, dass es ihn gibt, aber keiner hat ihn gesehen.

Nicht nur auf Zigarettenpackungen gibt es Warnhinweise.
In England gibt es auch bei Kreditangeboten zum Erwerb von
Wohneigentum eine Warnung:

Your home may be repossessed
if you do not keep up repayments on your mortgage.

Schlusswort

Im Zusammenhang mit der Finanzmathematik wird manchmal die Frage aufgeworfen: Ist es zu verantworten, ein Gebiet zu bearbeiten, das anscheinend den Reichen und den Banken Vorteile bietet und ihren Reichtum vermehrt und auch immer wieder zu Krisen führt, die nicht nur das Finanzsystem erschüttern?

Auf den ersten Blick scheint es richtig zu sein, diese Frage mit Nein zu beantworten. Durch die Finanzmathematik und deren Modelle können jedoch Risiken aufgezeigt werden. Dadurch wird die Transparenz der Finanzmärkte erhöht. Auch können mithilfe finanzmathematischer Methoden Risiken minimiert werden. Transparente und stabile Finanzmärkte sind Grundlage für den Wohlstand aller Bevölkerungsschichten.

Wichtig zu beachten ist, welche Voraussetzungen bei Berechnungen erforderlich sind. Beispielsweise beruhen manche Modelle und Verfahren, insbesondere beim Value-at-Risk, stark auf Vergangenheitsdaten. Die Ergebnisse, die dann daraus abgeleitet werden, müssen immer sehr kritisch bewertet werden. Sie fahren ja auch nicht Auto, indem Sie – statt in Fahrtrichtung zu blicken – nur in den Rückspiegel schauen.

Bei allem sollte außerdem nicht vergessen werden, was in der Bibel steht:

„Ihr sollt euch nicht Schätze sammeln auf Erden, wo sie die Motten und der Rost fressen, und wo Diebe einbrechen und stehlen. Sammelt euch aber Schätze im Himmel, wo sie weder Motten noch Rost fressen und wo die Diebe nicht einbrechen und stehlen. Denn wo dein Schatz ist, da ist auch dein Herz.“¹

¹ Die Bibel, Matthäus 6, 19-21 (Übersetzung nach Martin Luther)

Index

- 30/360, 30E/360 28
 360-Tage-Methode 90, 187
 \wedge (Exponentiation) 383
 $\./.$ (minus) 305
 μ 284, 288, 418
 $\rho_{k,j}$ 289, 294
 σ siehe unter Standardabweichung
 oder Volatilität
 $\sigma_{i,j}$ 288
 σ -Algebra 414
- A**
- a siehe unter Aufgeld
 \mathcal{A} 411
 AAA 239 f.
 Abgeltungsteuer 27, 434 f.
 Abschlagszinssatz 48
 Abschreibung 143 f.
 Ansparabschreibung 153
 arithmetisch-degressive 144
 digitale 144
 fallende Jahresbeträge 149f, 155 f.
 geometrisch-degressive 149f., 154 f.
 gleiche Jahresbeträge 146 f.
 Investitionsabzugsbetrag 153
 Leistungsabschreibung 152
 lineare 146 f., 154 f.
 Staffelbeträge 151
 Wechsel der 154 f.
 Abschreibungsrate 145
 Absetzbetrag 437
 Abzinsen 26
 Abzinsungsfaktor siehe unter Diskon-
 tierungsfaktor
 actual 28 f.
 AfA 143, 145
 Agio siehe unter Aufgeld
 AIBD-Methode 91 f.
 Aktie 13
 Aktienanleihe 13, 370
 a_n 116
- Amortisation 9, 160
 Änderungsfaktor 18
 Anfangskapital 24
 Anfangswert 24
 Anlagekriterien
 allgemein 12
 Risiko-Rendite-Kriterium 286 f.
 Anleihe 32, 207, 218 f.
 nachrangige 241
 Annuität 160
 Annuitätendarlehen 161, 178
 Annuitätenfaktor 179
 Annuitätenmethode 95, 99
 Annuitätenschuld 178
 Annuitätentilgung 161, 178
 Anschaffungskosten 145
 Ansparabschreibung 153
 Anteilspreis siehe Fondspreis
 APR 76
 Äquivalenz 72 f.
 Äquivalenzgleichung 73
 Arbitrage 84, 227, 302
 Asset-Allokation 14
 Assignment 356
 A_t siehe unter Annuität
 Aufgeld(satz)
 bei Anleihen 33
 bei Investmentfonds 271
 bei Optionen 325 f.
 Aufzinsen 26
 Aufzinsungsfaktor 39
 Ausgabeaufschlag 271
 Ausfallrisiko 218, 239 f.
 Auszahlungsbetrag 163
 Auszahlungskurs 164 f., 193
 Auszahlungsprofil (bei Derivaten) siehe
 unter Payoff
- B**
- $\mathcal{B}(\Omega)$ 414
 Backtesting 374

- BaFin 239
Bank für Internationalen Zahlungsausgleich 241
Bankarbeitstag (BAT) 32
Bankenformel, Bankenverfahren 171
Barausgleich 312
Barwert 24, 72, 104, 116, 219
Barwert ex Kupon 223
Barwertvolatilität 298
Basisgröße (Prozentrechnung) 18
Basisgut 301
Basisinstrument 301
Basisobjekt 301, 321
Basispreis 321
Basispunkt 19
Basispunktwert 256
Basis-Spread 307 f.
Basiswert 301
Basiszinssatz 27
BAT siehe unter Bankarbeitstag
Beleihungswert 211
Bereitstellungszinsen 205
Bernoulli-Verteilung 424
Bezugsverhältnis 325
BGB 27, 41, 192
Binomialmodell 327 f.
Binomialverteilung 424
BIZ 241
Black, Fischer 327
Black-Scholes(-Merton)
-Differenzialgleichung 342
-Formel 339
-Modell 334 f., 338
Black-76-Formel 354
bond siehe unter Anleihe
Bogen 218
Bonität 12, 211, 239 f., 366
Bootstrapping 234
Borel-Menge 414
BP siehe unter Basispunkt
Braess/Fangmeyer 90
Break-Even-Punkt 322, 326
Briefkurs 36 f.
Brownsche Bewegung siehe unter Wiener-Prozess
Bruttokredit 162
Buchwert 145
Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (BaFin) 239
Bundesanleihe 207
Bundesschatz, österreichischer 207
Bundesschatzbrief 46, 71, siehe auch unter Sparbrief mit wachsendem Zins
Bundeswertpapiere 207
Bund-Future 312, 317 f.
- C**
caldays(t_1, t_2) 28
Call 321 f.
Cap 353 f.
Caplet 353, 354 f.
cash settlement 312, 357
Cashflow 66, 96
Cashflow-Mapping 379
CDF 415
CDS 366
Cheapest-To-Deliver-Anleihe 319
Clean Price 226
Clearinghaus 302, 311
Close-out-Vereinbarung 356
CMS 356
Collar 355
Constant-Maturity-Swap 356
Convertible Bond 13
Cost-Average-Prinzip 274 f.
Cost-of-Carry 315
coupon rate 32 f.
cov 285, 288 f.
Cov siehe unter Kovarianz-Matrix
Cox-Ross-Rubinstein-Modell 332 f.
cpi 212
Credit-Default-Swap 366
CRR-Modell 332 f.
CTD-Anleihe 319
cumulative distribution function siehe unter CDF
- D**
d 103, 303

- D siehe unter Duration
 d_{Ref} 362, 363
 $d(t_0, t_1)$ 39, 103 f.
 $d(t_1, t_2 | t_0)$ 108
 Dachfonds 270
 Damnum 163
 Darlehen siehe unter Tilgungsrechnung
 variabel verzinsliches 192
 day count convention 28 f.
 DD 256
 Delta 345 f.
 Delta-Forward 346
 Derivate 14, 301 f.
 Devisenkurs 36, 312 f.
 Dirty Price 36, 226
 Disagio 163 f.
 Discount-Zertifikat 365 f.
 Diskontsatz 48; 51
 Diskont(ierungs)faktor 39, 103 f., 108
 Diskontierung 26
 Dispersion 257
 Diversifikation 284
 Dollar-Duration 256
 Duplikationsprinzip 303
 Duration 242 f.
 absolute 276
 Key-Rate-Duration 259
 modifizierte 254, 276
 Durationsmapping 379
 Durchschnitt siehe unter Mittelwert
 Durchschnittskosteneffekt 276
 Durchschnittssteuersatz 148, 429 f.
- E**
 e (= Einkünfte) 434
 e (= Eulersche Zahl) 339
 ECB siehe unter EZB
 Eckwerte des Steuertarifs 430
 Effektivverzinsung, Effektivzins(satz) i_{eff}
 siehe unter Verzinsung, effektive
 Effizienz 290 f.
 Eingangssteuersatz 430
 Einkommen 425
 Einkommensteuer(gesetz) 425 f., 437 f.
 Einkommensteuertarif 426 f., 437 f.
 Einkünfte 425
 Elastizität 257, 345
 Elementarereignis 414
 Emittent 32
 Endkapital 24
 Endwert 24, 116, 117
 EONIA 439
 Ereignis 414
 Ersatzrente 129, 130
 Erwartungswert 284, 288, 294, siehe
 auch unter Verteilung
 ESt siehe unter Einkommensteuer
 EStG siehe unter Einkommensteuer-
 gesetz
 ETF 279
 EURIBOR 439
 Euro-Bund-Future siehe Bund-Future
 Euroumrechnung 16
 EWMA 297
 Excel 2, 382 f.
 EXP 385
 Exchange-Traded-Funds 279
 EZB (Europäische Zentralbank) 439
- F**
 $F_{\text{EUR/USD}}$ 313
 Finanzierungsbetrag 204
 Finanzierungsschatz 50 f., 207
 Finanzmärkte 301
 Fitch 239
 fix 31
 flat 306
 Floater 30, 304 f.
 Floating-Rate-Note siehe unter Floater
 Floor 354
 Floorlet 354, 355
 Folge, arithmetische und geo-
 metrische 16
 Following 31
 Fondspreis 279
 Forward 311 f.
 Forward-Darlehen 210
 Forward-Diskontierungsfaktor 108
 Forward-Kontrakt 311
 Forward-Preis 311, 315, 320
 Forward-Rate 106 f.

Forward-Rate-Agreement 348 f.
 Forward-Zinssatz 106 f.
 FRA 348 f.
 Free Lunch 84, 227
 Freistellungsauftrag 27
 FRN 304 f.
 Future 311 f., 317 f.
 Future-Kontrakt 311
 Future-Preis 311, 320
 Future-Wert 319
 future value 72

G

Gamma 345
 Gearing 326
 Gegenleistung 67
 Gegenwartswert 24, 72, 115
 Geld, am, im bzw aus dem 325
 Geldkurs 37
 Geldmarkt 32
 Genussschein 13, 218
 Geschäftstage-Methode 31
 Gewinnannuität 99
 Gewinn-Verlust-Diagramm bei Optionen 322, 324
 Girokonto 12 f., 80
 Glattstellung 312
 Glättung, exponentielle 21 f.
 Gleichung, Lösung einer 85 f.
 Grenzsteuersatz 148, 429 f
 Grundwert 18
 GSt siehe unter Grenzsteuersatz

H

H 326, 371
 h 325 f.
 Haltedauer 371
 Handelstag 32, 36
 Hauptrefinanzierungssatz 439
 Hebel 326
 Hedge-Fonds 270
 Hedgen, Hedging 323
 High Yield Bond 239
 Historische Simulation 374, 377
 Hochzinsanleihe 239
 Hypothek(endarlehen) 178

I

i 24, siehe auch unter Verzinsung
 i_{eff} siehe unter Verzinsung, effektive
 i_{t_0, t_1} 102
 $i_{t_1, t_2 | t_0}$ 106
 I siehe unter Indexmenge
 IAB siehe unter Investitionsabzugsbetrag
 ICMA 28, 91
 Immobilienfonds 270
 Index siehe unter Rentenindex
 Indexanleihe 13
 Indexfonds 270, 279
 Indexmenge 416
 Inflation 70, 212
 Interbankenhandel 302
 Interest Rate Swap 356
 internal rate of return 97
 Interpolation, exponentielle u. lineare 232 f.
 Investition, (un)vorteilhafte 95
 Investitionsabzugsbetrag 153
 Investitionsrechnung 95 f.
 Investmentfonds 14, 270 f.
 Investment-Grade-Anleihe 239
 IRR 97
 IRS 356
 ISMA siehe ICMA
 Itô, Lemma von 336, 417

J

Jahreslänge 28
 Jahreszins(satz), effektiver 76

K

Kalkulationszinssatz 95
 Kapital 24
 Kapitalmarkt, grauer 47
 Kapitalmarktklinie 291
 Kapitalwert 95
 Karenzzeit 123
 Kassageschäft 301
 Kassamarkt 301
 Kaufkraft siehe unter Inflation
 Kaufoption 321 f.

- Key-Rate-Duration 259
 Kirchensteuer 434, 435 f.
 KiSt siehe unter Kirchensteuer
 Konfidenzzahl 371
 Konfidenzniveau 371
 Kontokorrentkonto 41
 Kontostaffelmethode 67
 Konversionsfaktor 317, 319
 Konvexität 257
 Korbindex 261
 Korrelation(skoeffizient) 289, 294
 Kovarianz(-Matrix) 288 f, 294
 Kreditderivat 366
 Kupon 32
 Kuponanleihen 218
 Kurs 33, 35, 164 f.
 Kurswert 35
- L**
- L (Verlust) 371, 372
 Laspeyres-Verbraucherpreisindex 212
 Laufzeit 24, 114
 Leasing 210
 Leibrente 114
 Leistung 67
 Lemma von Itô 336, 417
 leverage 326
 LIBOR 439
 Liquidität 12
 Literaturverzeichnis 440 f.
 ln 10
 Logarithmus(regel) 10
 Lognormalverteilung 422 f.
 Lösungen der Aufgaben 393 f.
- M**
- m 38, 55 f., 130
 Mapping von Zahlungsströmen 379 f.
 Mantel 218
 Marchzins 35
 Margin 311
 Markowitz, Harry M. 286
 Marktengte 219
 Marktzinsmethode 109 f.
 Markzins(satz) 221, 242
 Markt(preis)risiko 218, 371
 Matrixrechnung mit Excel 388 f.
 Mehrkurvenmodell 310, 363
 Mehrwertsteuer 19
 Merton, Robert C. 327
 Miller, Merton H. 286
 $\min\{x, y\}$ 28
 Mittelwert
 arithmetischer 20, 21, 294
 geometrischer 20, 21
 gleitender 21 f., 297
 harmonischer 20, 21
 Vergleich 21
 Modellannahmen für Aktienkurs 327, 334
 Modified Following 31
 Monatsanfang 31
 Monatsende 31
 Monte-Carlo-Simulation 374, 378
 Moody's 239
 Moosmüller 94
 mortgage 178
 MwSt siehe unter Mehrwertsteuer
- N**
- N_0 siehe Nominalwert
 $N(x)$, $n(x)$ 418 f.
 Nachhaltigkeit 12
 Nachrang-Anleihen 241
 Nachsteuerrendite 208
 Nächster Bankarbeitstag 31
 NAV (Net Asset Value) 279
 Negativzins 25
 Nennwert 32 f.
 Nettobarwert 95, 220, 385
 Newton-Verfahren 88 f.
 Nominalverzinsung siehe Nominal-
 zinssatz
 Nominalwert 32 f.
 Nominalzinssatz 33, 161, 162
 Nomogramm 11
 Normalverteilung 418 f.
 NPV 95, 220
 Nullkupon-Anleihe 33, 167, 218, 242
 Nullmenge 415
 Nutzenfunktion 293
 Nutzungsdauer 144

O

OIS 303
Omega 345
Opportunitätszinssatz 95
Option 321 f.
Optionskombinationen 324, 368 f.
Optionspreis 326 f.
Optionsschein 323
Optionsverhältnis 325
OTC 302
over the counter 302
Overnight Indexed Swap 303

P

p 24
p. a. , p. J., p. M., p. Q. 24
PAngV siehe unter Preisangabenver-
ordnung
pari 33
Par-Rate 235
Par-Yield siehe unter Par-Rate
Payer-Swap 358
Payoff 326, 341
PBV siehe unter PVBP
Periodenzinssatz, relativer 55
Pfad 416
P&L-Diagramm 322
Plain-Vanilla
-Bond 218
-Option 322
-Swap 356
Poisson-Verteilung 424
Portfolio 246
Portfolio-Selektion 286
Portfoliotheorie 283 f.
Preis, fairer 302, 326 f.
Preisangabenverordnung (PAngV) 92 f.,
196
Preisfaktor siehe unter Konversions-
faktor
present value 72, 104
Programme zur Finanzmathematik 11
Promille 18
Prozentannuität 182
Prozentfuß 18

Prozentpunkt 19
Prozentsatz 18
Prozentwert 18
Prozess, stochastischer 416
Publikumsfonds 271
Put 321
Put-Call-Parität 347, 370
PV 72, 104
PVBP 256

Q

q 39
qtrl 38
Quantil der Standardnormalverteilung
Definition 418
Tabelle 420

R

r siehe unter Rente
 r_c , r_d 339
Ratenkredit 161, 202 f.
Ratensparvertrag 132
Ratentilgung 161, 174
Rating 239 f.
RDAX 261
Realverzinsung 212
Receiver-Swap 358
Referenzzinssatz 304, 351, 439
Refzins 351
Regula Falsi 87
Rendite 45, 76, 90, 226, 271, 280 f
einfache und logarithmische 280
reale 84
wertgewichtete 280 f.
zeitgewichtete 280 f.
Renditestrukturkurve 101
Rentabilität 12
Rente 9, 13, 114 f.
abgebrochene 123
aufgeschobene 123
dynamische 128, 135
ewige 126
nachsüssige 114
unterbrochene 123
vorschüssige 114

- Rentenbarwert 115 f.
 Rentenendwert 114 f.
 Rentenindex 261
 Rentenpapier 13
 Rentenrate 114
 Rentenrechnung 114
 Repo 365
 Reposatz 365
 Repurchase-Agreement 365
 Restkreditversicherung siehe unter
 Restschuldversicherung
 Restschuld 160
 Restschuldversicherung 161, 203 f.
 Restwert 144
 Reversal 356
 Reverse-Convertible-Bond siehe unter
 Aktienanleihe
 Reverse-Floater 304
 REX 261 f.
 REXP 261, 265
 R_f siehe unter Risikofaktor
 ρ_c 345
 ρ_d 345
 Risiko 284, 371
 Risiko-Rendite-Diagramm 285, 286, 291
 Risikoanalyse 283 f., 371 f.
 Risikofaktor (R_f) 374 f.
 RiskMetrics 297, 374, 379
 RSV siehe unter Restschuldver-
 sicherung
 Runden 16
 RZ (Rückzahlung) 33
- S**
- S & P 239
 sa 38
 Scholes, Myron S. 324
 Schlusswort 443
 SCHUFA 211
 Schuld, gesamtfällig 166
 Sekantenverfahren 87
 semi-annual 38
 $S_{EUR/USD}$ 312
 Sharpe, William F. 286
 Sicherheit 12, 239
 Sicherheitsleistung beim Future 311 f.
 Sichteinlagen 13
 Simulation,
 Historische 374, 377
 Monte-Carlo- 374, 378
 Skonto 80
 s_n 116
 SN 418
 Solidaritätszuschlag 27, 432 f.
 Sollzins(satz) 162, 192
 gebundener 192
 Solver (in Microsoft Excel) 371
 SolZG 432 f.
 Sondertilgung 192
 Sorten 37
 Spanne siehe unter Spread
 Sparbrief 13, 46
 mit konstanter Verzinsung 100
 mit wachsendem Zins 46, 79,
 167
 Spareinlagen 13
 Sparer-Pauschbetrag 27, 435
 Sparkassenformel 120
 Sparplan 132, 136
 Spezialfonds 271
 Spitzensteuersatz 429
 Splitting-Verfahren 426, 427
 Spot/Next 32
 Spot-Rate 102, 232 f.
 Spread 37, 305
 Strafzins 25
 Standard & Poor's 239 f.
 Standardabweichung 284, 294
 Standardnormalverteilung 418 f.
 Steigerungsfaktor 18
 Steuern 208 f., 425 f.
 Straddle 322
 Stresstest 374
 Strike-Preis 321, 353
 Stripped-Bond 218
 Stückelung 200
 Stückzinsen 35 f., 173, 223 f.
 Stufenzinsanleihen 218
 Swap 356 f.
 Swap-Rate siehe unter Swapsatz