Edition Harri Deutsch

Statik

insbesondere Schnittprinzip

von

Gerhard Knappstein
Denis Anders

5. Auflage

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 56504

Der Autor

Dipl.-Ing. Gerhard Knappstein war nach seiner Ausbildung zum Werkzeugmacher und dem Maschinenbaustudium als Konstrukteur und Berechnungsingenieur in der Industrie tätig. Anschließend war er Mitarbeiter im Fachbereich Maschinenbau – Fachgebiet Technische Mechanik – an der Universität Siegen.

Der Koautor

Prof. Dr.-Ing. Denis Anders war nach dem Studium der Technischen Mathematik an der Universität Siegen und der anschließenden Promotion am Lehrstuhl für Festkörpermechanik mehrere Jahre als Entwicklungs- und Berechnungsingenieur im Maschinen- und Anlagenbau tätig. Seit 2016 hat er die Professur für Technische Mechanik und Strömungslehre an der Technischen Hochschule Köln inne.

5. Auflage 2022

Druck 5 4 3 2 1

ISBN 978-3-8085-5651-1

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autor und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

Alle Abbildungen wurden von den Autoren entworfen und erstellt.

© 2022 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
https://www.europa-lehrmittel.de

Satz: Satzherstellung Dr. Naake, 09212 Limbach-Oberfrohna
Umschlaggestaltung: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald
Druck: Totem, 88–100 Inowrocław, Polen

Vorwort

Das Buch wendet sich in erster Linie an Studierende in den Anfangssemestern technischer Fachrichtungen an Fachhochschulen und Universitäten. Es entspricht dem Lehrstoff des Teilgebiets Statik starrer Körper im Grundlagenfach Technische Mechanik.

In der vorliegenden Auflage wird das Schnittprinzip (Schnittmethode oder Schnittverfahren) weiterhin besonders ausführlich behandelt, weil ihm in der Technischen Mechanik eine grundlegende Bedeutung zukommt.

Besondere Aufmerksamkeit habe ich den Zeichnungen gewidmet, da Studierende dadurch viel schneller und besser über schwierigere Sachverhalte „im Bilde“ sind, als das je mit Text geschehen könnte.

Beobachten kann man immer wieder bei den Studierenden, welch große Schwierigkeiten sie beim Lösen von Mechanikaufgaben haben, obwohl sie glauben, die – oft einfachen – Gesetzmäßigkeiten der Mechanik vollkommen verstanden zu haben. Um hier zu mehr Verständnis beizutragen, wird die vorgetragene Theorie zusätzlich mit vielen ausführlich gelösten Beispielen verständlich gemacht.

Zum Erreichen eines optimalen Lernerfolgs, sollte sich der Lernende die Mühe machen, mit Bleistift und Papier die Beispiele und Aufgaben durchzuarbeiten. Der Übende kann testen, ob er in der Lage ist, ein Problem selbständig zu lösen. Unbedingt erforderlich ist, dass Aufgabenlösungen – nicht nach „**Schema F**“, sondern mit **Verstand** und den Grundgesetzen der Mechanik – durchzuführen sind. Hilfreich ist oft, die Beispiele und Aufgaben zu zweit oder zu dritt durchzuarbeiten, zu vergleichen und die Lösungen zu diskutieren.

Da oft viele Studienanfänger den Weg von der Problemstellung zur Lösung verlieren, wenn man ihn nicht systematisch anlegt, wird ergänzend die „Technik des Aufgabenlösens“ in einem eigenen Kapitel behandelt. Weiterhin werden Leitlinien zum Lösen von Mechanik-Aufgaben als grundsätzliches Lösungsverfahren angegeben. Im Anhang werden die Grundbegriffe der Vektorrechnung erläutert.

Die jetzt vorliegende 5. Auflage wurde überarbeitet und vor allem im Hinblick auf die Abbildungen neu gestaltet. Zusätzlich ist Denis Anders als Koautor dazu gekommen.

Wir danken dem Verlag Europa-Lehrmittel und insbesondere Herrn Klaus Horn, der eine wichtige Stütze bei der Entwicklung der neuen Auflage war, für die sehr gute Zusammenarbeit. Ebenso sei Herrn Dr. Steffen Naake gedankt, der uns bei der Umsetzung in LaTeX massiv unterstützt hat.

Siegen, Frühjahr 2022 Gerhard Knappstein, Denis Anders

Fragen, Kommentare und Anregungen an:

Autoren und Verlag Europa-Lehrmittel
Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Str. 23
42781 Haan-Gruiten
lektorat@europa-lehrmittel.de
https://www.europa-lehrmittel.de

Inhaltsverzeichnis

Einleitung . . . 1

1 Grundbegriffe . . . 3

1.1 Begriffserklärung „Statik starrer Körper“ . . . 3
1.2 Kräfte und Kraftarten . . . 3
1.3 Streckenlasten . . . 5
1.4 Was ist ein mechanisches System? . . . 6
1.5 Einteilung der Kräfte . . . 6
1.6 Aufgabe der Statik . . . 8
1.7 Modellbildung, Ersatzsystem, Idealisierung . . . 8
1.8 Rechnerische Bearbeitung von Gleichgewichtsproblemen . . . 8
1.9 Lagerungen . . . 9
1.9.1 Lagerungen in der Ebene . . . 10
1.9.2 Lagerungen im Raum . . . 11
1.9.3 Verbindungselement zwischen zwei Körpern in der Ebene . . . 13
1.10 Abgrenzen (Aufteilen) eines mechanischen Systems . . . 13
1.11 Das Freimachen . . . 14
1.11.1 Beispiele zum Freimachen . . . 18
1.12 Erstarrungsmethode . . . 22
1.13 Axiome der Statik . . . 23
1.13.1 Das Gleichgewichtsaxiom . . . 23
1.13.2 Das Reaktionsaxiom (Wechselwirkungsgesetz) . . . 24
1.13.3 Das Axiom von der Verschiebbarkeit einer Kraft auf ihrer Wirkungslinie . . . 24
1.13.4 Das Axiom vom Kräfteparallelogramm . . . 24
1.14 Schnittprinzip (Schnittmethode oder Schnittverfahren) . . . 25
1.15 Anschauungsmodelle zum Schnittprinzip . . . 28
1.15.1 Schaumgummi-Balken mit biegesteifem Stoß . . . 28
1.15.2 Balken auf 2 Stützen mit 3 herausnehmbaren Stäben . . . 29
1.15.3 Fachwerk . . . 32
1.16 Fragen und Antworten . . . 33

2 Kräfte mit einem gemeinsamen Angriffspunkt (zentrales Kräftesystem) . . . 35

2.1 Zusammensetzung und Zerlegen von Kräften in der Ebene, Komponentendarstellung . . . 35
2.1.1 Beispiel . . . 37
2.2 Gleichgewicht in der Ebene . . . 38
2.2.1 Drei nichtparallele Kräfte im Gleichgewicht . . . 39
2.2.2 Beispiele . . . 40
2.3 Räumliches zentrales Kräftesystem . . . 44
2.4 Fragen und Antworten . . . 47

3 Allgemeines Kräftesystem 49
3.1 Allgemeines Kräftesystem in der Ebene 49
3.1.1 Kräftepaar und Moment des Kräftepaares 49
3.1.2 Moment einer Kraft, Versatzmoment (Parallelverschiebung einer Kraft), Momentensatz 50
3.1.3 Resultierende und resultierendes Moment ebener Kraftsysteme . . . 53
3.1.4 Gleichgewicht und Gleichgewichtsbedingungen im ebenen Kräftesystem 55
3.1.4.1 Beispiele 57
3.1.5 Gleichgewicht bei vier Kräften in der Ebene (Verfahren nach Culmann) 60
3.1.5.1 Beispiel 61
3.2 Allgemeines Kräftesystem im Raum 61
3.2.1 Moment einer Kraft (Momentenvektor) 62
3.2.2 Gleichgewichtsbedingungen 63
3.2.3 Beispiele 65
3.3 Fragen und Antworten 68

4 Schnittprinzip beim Lager sowie beim Gelenk 71
4.1 Einteilige ebene Tragwerke 72
4.1.1 Statische Bestimmtheit 72
4.1.2 Beispiele 73
4.2 Mehrteilige ebene Tragwerke 75
4.2.1 Statische Bestimmtheit 76
4.2.2 Beispiele 77
4.3 Räumliche Tragwerke 82
4.3.1 Beispiel 83
4.4 Fragen und Antworten 90

5 Schnittprinzip bei Seil, Kette und beim Stab für ebene Kraftsysteme 93
5.1 Seil und Kette 93
5.1.1 Beispiele 95
5.2 Stab, ebenes Fachwerk 96
5.2.1 Statische Bestimmtheit beim Fachwerk 97
5.2.2 Aufbau eines Fachwerks 98
5.2.3 Ermittlung der Stabkräfte 99
5.2.3.1 Knotenpunktverfahren 99
5.2.3.2 Rittersches Schnittverfahren 100
5.2.3.3 Nullstäbe erkennen 108
5.3 Fragen und Antworten 108

6 Schnittprinzip bei Balken, Rahmen, Bogen und bei räumlich belasteten Tragwerken 111
6.1 Schnittgrößen am Balken 111
6.1.1 Beispiel 112
6.1.2 Differenzielle Zusammenhänge zwischen Belastung und Schnittgrößen 118

6.1.3 Wichtige Aussagen zu den Schnittgrößen Q und M 119
6.1.4 Beispiele 120
6.1.5 Punktweise Ermittlung der Schnittgrößen 133
6.1.6 Übersichtstabellen zu den Schnittgrößen Q und M in Abhängigkeit von Belastung, Lagerung und Verbindungsart 138
6.2 Schnittgrößen beim Rahmen 139
6.2.1 Beispiel 140
6.3 Schnittgrößen beim Bogen 145
6.3.1 Beispiel 145
6.4 Schnittgrößen bei räumlich belasteten Tragwerken 150
6.4.1 Beispiele 150
6.5 Fragen und Antworten 154

7 Der Schwerpunkt 157
7.1 Massen- bzw. Gewichtsschwerpunkt 157
7.1.1 Beispiel 159
7.2 Volumenschwerpunkt 161
7.2.1 Beispiel 161
7.3 Flächenschwerpunkt 163
7.3.1 Beispiel 164
7.4 Linienschwerpunkt 165
7.4.1 Beispiel 165
7.5 Tabellen mit Schwerpunktkoordinaten 166
7.6 Regeln von Pappus und Guldin bei Rotationskörpern 170
7.6.1 Oberflächenberechnung von drehsymmetrischen Körpern 170
7.6.1.1 Beispiel 170
7.6.2 Volumenberechnung von drehsymmetrischen Körpern 171
7.6.2.1 Beispiel 171
7.7 Fragen und Antworten 172

8 Haftung und Reibung 173
8.1 Coulombsches Reibungsgesetz 173
8.1.1 Beispiele 176
8.2 Haftung und Reibung an Schrauben 182
8.3 Reibung am Keil 185
8.4 Seilhaftung und Seilreibung 187
8.4.1 Beispiel 187
8.5 Rollwiderstand (rollende Reibung) 188
8.6 Fragen und Antworten 190

9 Das biegeschlaffe Seil 191
9.1 Seil mit beliebigem Durchhang 192
9.2 Seil mit geringem Durchhang 194
9.3 Beispiel 195
9.4 Fragen und Antworten 198

10 Standsicherheit 199
10.1 Definition der Standsicherheit 199
10.2 Beispiele 200

11 Arbeit 203
11.1 Arbeit einer Kraft, Potenzial 203
11.2 Prinzip der virtuellen Verrückungen 205
11.3 Ermittlung von Schnitt- und Reaktionskräften 209
11.4 Stabilität einer Gleichgewichtslage 209
11.4.1 Beispiele 211

Lösen von Aufgaben 229
1 Zur Technik des Aufgabenlösens 229
2 Leitlinien zum Lösen von Mechanik-Aufgaben aus der Statik 235

Aufgaben mit ausführlichen Lösungen 237
1 Aufgaben zum Thema „Allgemeines Kräftesystem“ 237
2 Aufgaben zum Thema „Gelenkträger, Dreigelenkbogen“ 298
3 Aufgaben zum Thema „Fachwerk“ 316
4 Aufgaben zum Thema „Schnittgrößenverläufe an mechanischen Systemen“ 332
5 Aufgaben zum Thema „Schwerpunkt“ 377
6 Aufgaben zum Thema „Haftung und Reibung“ 387
7 Aufgaben zum Thema „Kräftesystem im Raum“ 416
8 Aufgaben zum Thema „Biegeschlaffes Seil“ 439
9 Aufgabe zum Thema „Standsicherheit“ 443

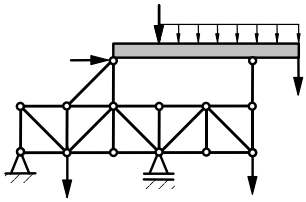
Anhang 445
A1 Zeichenvereinbarungen 445
A2 Rechtwinkliges Rechts-Koordinatensystem 445
A3 Einheitennamen und Einheitenzeichen 446
A4 Vorsätze und Vorsatzzeichen für dezimale Teile und Vielfache von Einheiten 447
A5 Das griechische Alphabet 448
A6 Einige Formeln aus der Mathematik 449
A7 Einige Grundbegriffe der Vektorrechnung 450
Skalare 450
Vektoren 450
Gleichheit von Vektoren 450
Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar 451
Addition und Subtraktion von Vektoren 451
Einheitsvektor 452
Vektoren im rechtwinkligen Koordinatensystem 452
Skalarprodukt 453
Vektorprodukt (Kreuzprodukt) 454

Grundbegriffe und Formeln der Statik 457
S1 Kräfte, Lagerungen, Freimachen, Axiome, Schnittprinzip 457
S2 Zentrales Kräftesystem 463
S3 Allgemeines Kräftesystem 467
S4 Ebenes Fachwerk 471
S5 Schnittgrößen am Balken 472
S6 Der Schwerpunkt 475
S7 Haftung und Reibung 482
S8 Das biegeschlaffe Seil 484
S9 Arbeit; Potenzial; Prinzip der virtuellen Verrückungen; Stabilität einer Gleichgewichtslage 486
Literatur 489
Sachwortverzeichnis 491

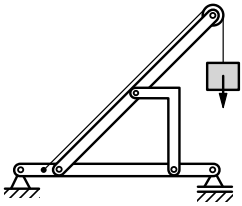
Übersicht der ausführlichen Beispiele

1 Erstarrungsmethode

1.1 Dachbinder-Konstruktion aus Fachwerk und Vollwandträger; Auflagerkräfte 22

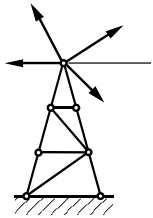


1.2 Kran-Konstruktion; Auflagerkräfte 22

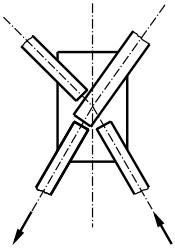


2 Kräfte mit einem gemeinsamen Angriffspunkt

2.1 Mast mit Einzelkräften in einer Ebene; resultierende Kraft 37

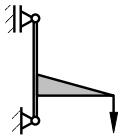


2.2 Knotenpunkt eines Fachwerks; Kräfte in den Stäben 40

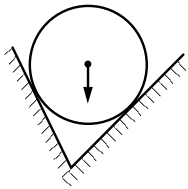


2 Gleichgewicht bei drei Kräften in der Ebene (zentrales Kräftesystem)

2.3 analytische und zeichnerische Lösung; Lagerkräfte 41

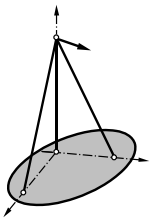


2.4 analytische und zeichnerische Lösung; Lagerkräfte 43



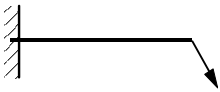
2 Räumliches zentrales Kräftesystem

2.5 Räumliches Fachwerk; Bestimmung der Stabkräfte 46

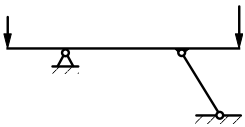


3 Allgemeines Kräftesystem in der Ebene

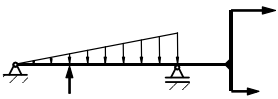
3.1 Einseitig eingespannter Träger; Auflagerreaktionen 57



3.2 Balken, gelagert mit einem festen Lager und einem Stab; Auflagerreaktionen 58

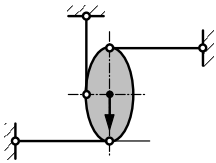


3.3 System, gelagert mit einem festen Lager und einem losen Lager; Auflagerreaktionen 59



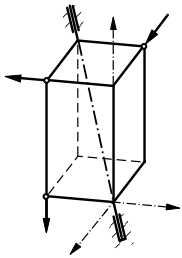
3 Gleichgewicht bei vier Kräften in der Ebene (Verfahren nach Culmann)

3.4 Stabgestützte Scheibe, Culmannsche Gerade; Stabkräfte 61



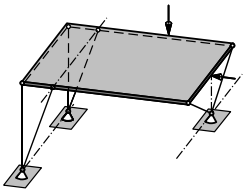
3 Allgemeines Kräftesystem im Raum

3.5 gelagerter Quader; resultierendes Moment 65



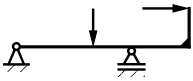
3 Allgemeines Kräftesystem im Raum; skalare Gleichgewichtsbedingungen

3.6 Starre Platte durch sechs Stäbe gestützt; Stabkräfte 66

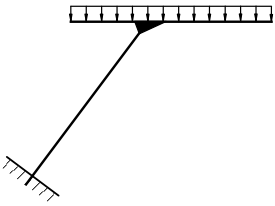


4 Schnittprinzip beim Lager

4.1 Träger auf 2 Stützen mit Kragteil; Lagerkräfte 73

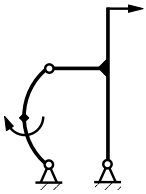


4.2 Einseitig eingespanntes Tragwerk; Lagerreaktionen 74

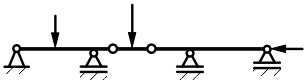


4 Schnittprinzip beim Gelenk

4.3 Dreigelenkbogen; Lager- und Gelenkkräfte 77

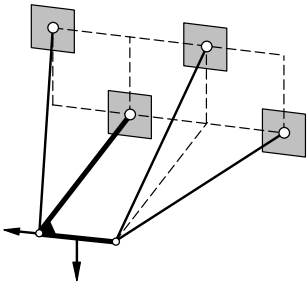


4.4 Gelenkbalken; Lager- und Gelenkkräfte 79



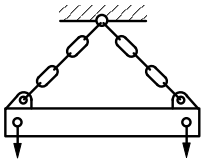
4 Schnittprinzip bei räumlichen Systemen

4.5 Räumlich gelagerter Träger; Lager- und Stabkräfte 83

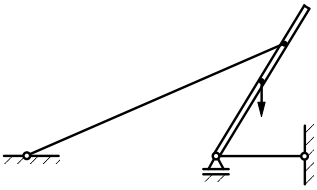


5 Schnittprinzip bei Seil und Kette

5.1 Lastaufhängung mit Ketten; Kräfte in den Ketten 95

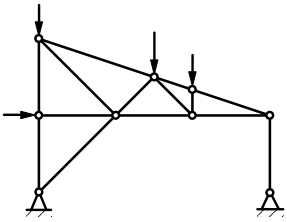


5.2 Mit Seilen und losem Lager gelagerter Balken; Kräfte in den Seilen 95

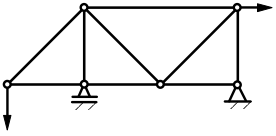


5 Schnittprinzip beim Stab

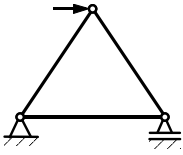
5.3 Einfaches ebenes Fachwerk; Stabkräfte 99



5.4 Fachwerk; Stabkräfte 100

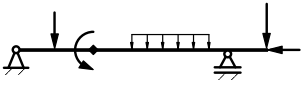


5.5 Fachwerk; Stabkräfte 103

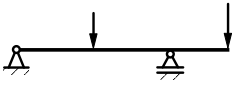


6 Schnittprinzip am Balken

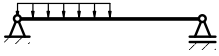
6.1 Balken auf 2 Stützen mit Kragteil; Schnittgrößenverläufe 112



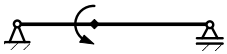
6.2 Balken auf 2 Stützen mit Kragteil und Einzelkraftbelastung; Schnittgrößenverläufe 120



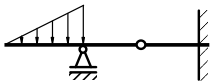
6.3 Balken auf 2 Stützen mit konstanter Streckenlast; Schnittgrößenverläufe 124



6.4 Balken auf 2 Stützen mit Belastung durch ein äußeres Moment; Schnittgrößenverläufe 127

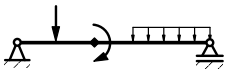


6.5 Gelenkbalken mit dreiecksförmiger Streckenlast; Schnittgrößenverläufe 129



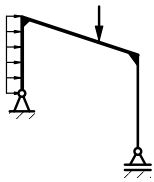
6 Schnittprinzip am Balken; punktweise Berechnung der Schnittgrößen

6.6 Balken auf 2 Stützen; Schnittgrößenverläufe 134



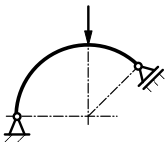
6 Schnittprinzip am Rahmen

6.7 Rahmen mit einem beweglichen Lager; Schnittgrößenverläufe 140



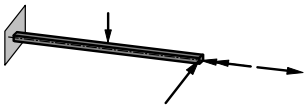
6 Schnittprinzip am Bogen

6.8 Bogen mit einem beweglichen Lager; Schnittgrößenverläufe 145

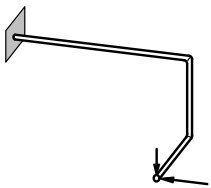


6 Schnittprinzip bei räumlichen Systemen

6.9 Räumlich belasteter Balken; Schnittgrößen 150

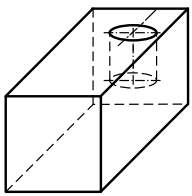


6.10 Räumlich gekröpfter Träger; Schnittgrößen 152



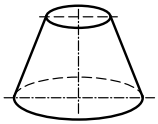
7 Massenschwerpunkt

7.1 Quader mit eingesetztem Kunststoffzylinder; Schwerpunktkoordinaten 159



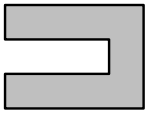
7 Volumenschwerpunkt

7.2 Kreiskegelstumpf; Schwerpunktkoordinate 161



7 Flächenschwerpunkt

7.3 Aus Grundformen aufgebaute Fläche; Schwerpunktkoordinaten 164

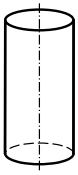


7 Linienschwerpunkt

7.4 Ebener Linienzug; Schwerpunktkoordinaten 165

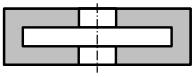
7 Oberflächenberechnung von Rotationskörpern

7.5 Zylindrisches Gefäß; Pappus-Guldinsche Regel; Oberfläche 170



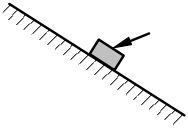
7 Volumenberechnung von Rotationskörpern

7.6 Drehsymmetrischer Ringkörper; Pappus-Guldinsche Regel; Volumen 171

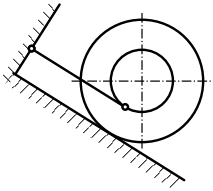


8 Haftung und Reibung

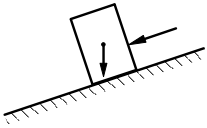
8.1 Masse an rauer Wand; Haftungskraft 173



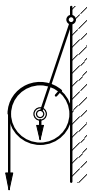
8.2 Masse auf rauer schiefer Ebene; Haftkraft zwischen Masse und schiefer Ebene 176



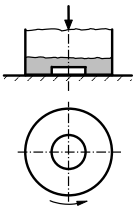
8.3 Walze auf rauer schiefer Ebene; Kräfte zwischen Walze und schiefer Ebene und Kraft im Seil; Haftungskoeffizient 178



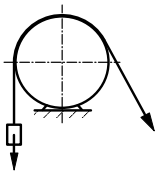
8.4 Körper auf rauer schiefer Ebene; maximal mögliche Kraft F. Wann setzt Kippen ein? 179



8.5 Rolle an rauer Wand; maximal mögliche Kraft F 180

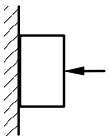


8.6 Ringspurzapfen; Grenzdrehmoment 181



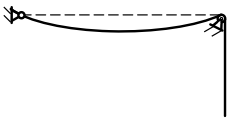
8 Seilhaftung und Seilreibung

8.7 Seil mit Haftung; Grenzen für die Kraft F 187



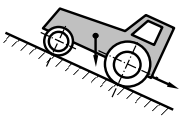
9 Biegeschlaffes Seil

9.1 Über eine Rolle geführtes Seil; Länge des vertikalen Seilstückes 195

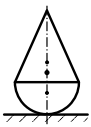


10 Standsicherheit

10.1 Standsicherheit einer Zugmaschine auf geneigter Fahrbahn 200

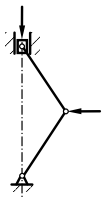


10.2 Kippgefahr beim Stehaufmännchen 201

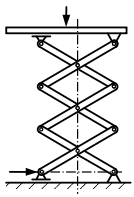


11 Prinzip der virtuellen Verrückungen

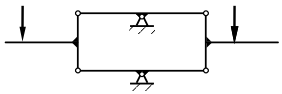
11.1 Kniehebelpresse; Kräfte im Gleichgewicht 211



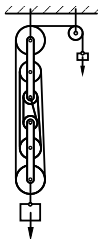
11.2 Scherenhebebühne; Hub- und Haltekraft 213



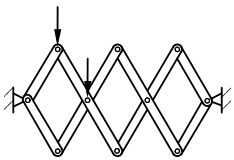
11.3 Robervalsche Waage; Kräfte im Gleichgewichtsfall 215



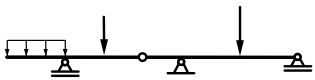
11.4 Flaschenzug; Gleichgewicht am Flaschenzug 216



11.5 Scherenkonstruktion; Lagerreaktionen 218

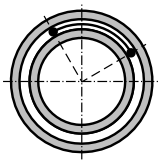


11.6 Gelenkträger; Auflagerreaktionen 220

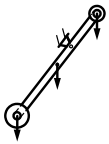


11 Stabilität einer Gleichgewichtslage

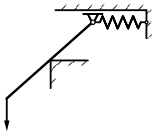
11.7 Ringkörper mit zwei miteinander verbundenen Massen; Stabiles Gleichgewicht? 223



11.8 Stab mit zwei Gewichten; Stabile Gleichgewichtslagen? 225

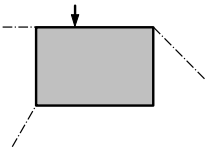


11.9 Balken mit Feder; Kräfte im Gleichgewicht, stabiles Gleichgewicht? 226



Zur Technik des Aufgabenlösens: Ebenes, allgemeines Kräftesystem

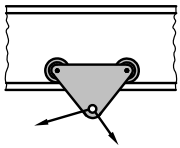
L.1 Lehrbeispiel: Scheibe mit vier Kräften in einer Ebene; Bestimmung der Kräfte für das Gleichgewicht 231



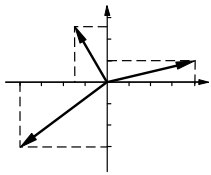
Übersicht der ausführlich gelösten Aufgaben

1 Aufgaben zum Thema „Allgemeines Kräftesystem“ 237

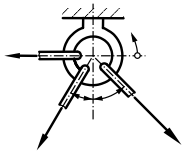
1 Laufkatze eines Kranes; resultierende Kraft 237



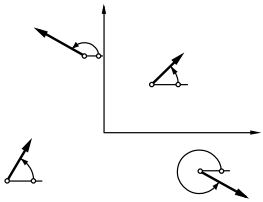
2 Drei Kräfte in einer Ebene; resultierende Kraft 238



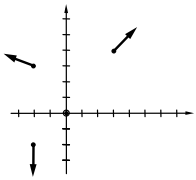
3 Rundhaken; resultierende Kraft 239



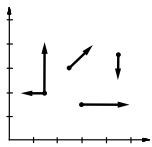
4 Kräfte in der Ebene; resultierende Kraft, Moment der Kräfte 241



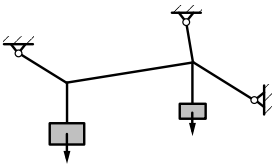
5 Drei Kräfte in einer Ebene; resultierende Kraft und Moment 243



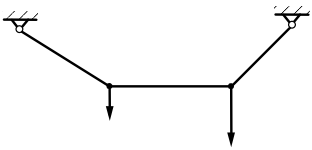
6 Fünf Kräfte in einer Ebene; Resultierende 244



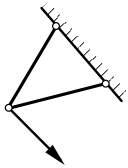
7 Seilaufhängung; Seilkräfte 246



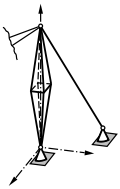
8 Seil mit zwei Lasten; Seilkräfte 248



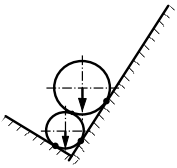
9 Tragwerk aus zwei Stäben; Stabkräfte 249



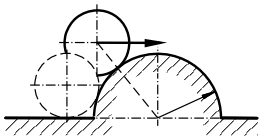
10 Abgespannter Mast; Komponenten und Lage der Seilkraft 251



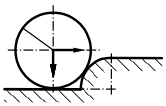
11 Zwei gelagerte Walzen; Auflagerreaktionen 252



12 Walze über Hindernis; Horizontale Zugkraft 255

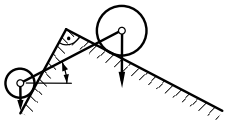


13 Walze am Hindernis; Horizontale Zugkraft beim Abheben 256

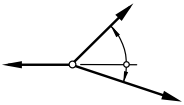


14 Gelagerte Kugel; Seilkraft und Normalkraft 257

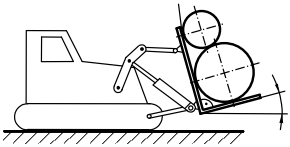
15 Zwei verbundene Walzen; Seilkraft und Winkel 258



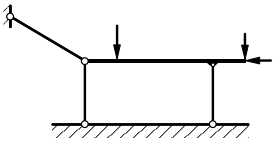
16 Kräfte an einem Punkt; Lage der Kräfte für Gleichgewicht 259



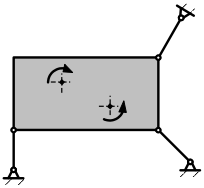
17 Zwei Walzen auf Hubgabel; Winkel für Gleichgewichtslage 261



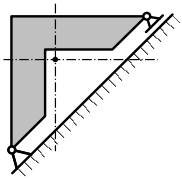
18 Balken; Lagerkräfte 263



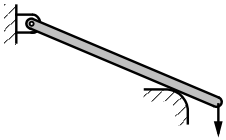
19 Scheibe; Lagerkräfte 264



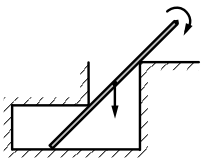
20 Scheibenförmiger Körper; Auflagerreaktionen 265



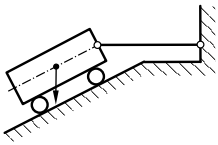
21 Balken mit Kragteil; Auflagerreaktionen 266



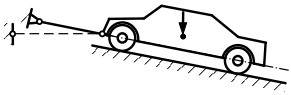
22 Schräg gelagerter Träger; Auflagerreaktionen 267



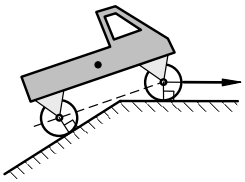
23 Wagen auf schiefer Ebene; Auflagerreaktionen 268



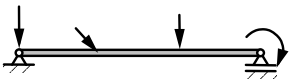
24 Abgestütztes Fahrzeug; Auflagerreaktionen 269



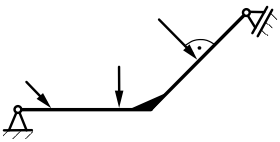
25 Gelagerter Lastwagen; Lager- und Haltekräfte für Gleichgewicht 271



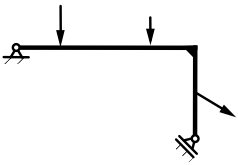
26 Träger auf 2 Stützen; Auflagerreaktionen 273



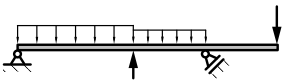
27 Abgewinkelter Träger auf 2 Stützen; Auflagerreaktionen 274



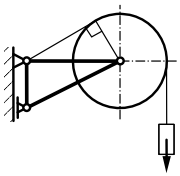
28 Geknickter Träger auf 2 Stützen; Auflagerreaktionen 275



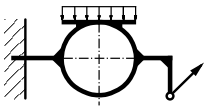
29 Träger auf 2 Stützen mit Kragteil; Auflagerreaktionen 276



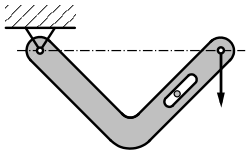
30 Fachwerk mit Seilscheibe; Auflagerreaktionen und Stabkräfte 277



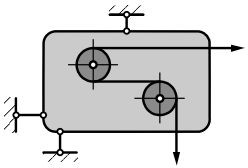
31 Einseitig eingespannter Träger; Auflagerreaktionen 278



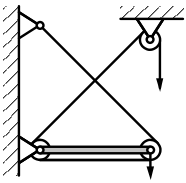
32 Gekrümmter Balken; Auflagerreaktionen 279



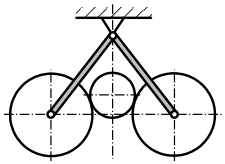
33 System mit zwei Seilrollen; Stabkräfte 280



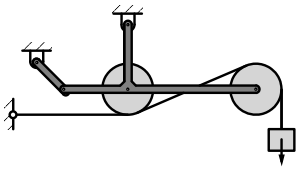
34 Befestigte Stange; Seilkraft und Stangenkraft 282



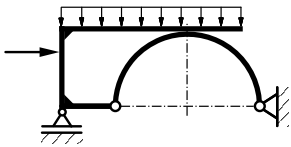
35 Lagerung von 3 Walzen; Untersuchung der Gleichgewichtslage 283



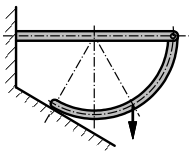
36 Gegabelter Balken mit Rollen; Auflagerreaktionen 284



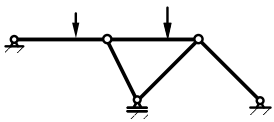
37 Tragwerk aus Rahmen und Bogen; Auflagerreaktionen 285



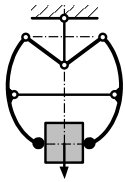
38 Tragwerk aus Balken und Bogen; Auflagerreaktionen 287



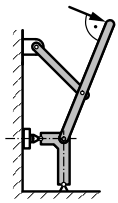
39 Gelenkträgersystem; Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte 288



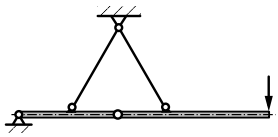
40 Greifzange mit Werkstück; Seilkräfte, Stabkraft, Greifkraft 289



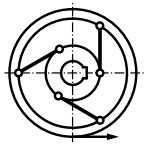
41 Spannvorrichtung; Auflagerreaktionen, Gelenkkraft, Spannkraft 291



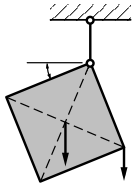
42 System aus Balken und Stäben; Auflagerreaktionen, Gelenkkräfte, Stabkräfte 292



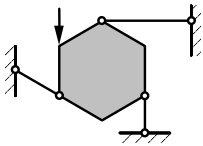
43 Speichenrad; Kräfte in den Speichen 294



44 Aufgehängte quadratische Scheibe; Winkel für die Gleichgewichtslage 296

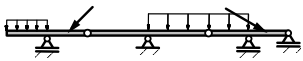


45 Sechseckscheibe mit drei Stäben; Stabkräfte 297

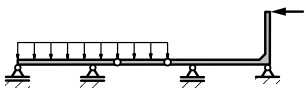


2 Aufgaben zum Thema „Gelenkträger, Dreigelenkbogen“ 298

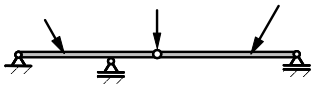
46 Gelenkträger; Auflagerreaktionen, Gelenkkräfte 298



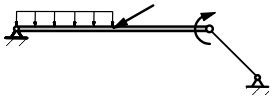
47 Gerber-Träger; Auflagerreaktionen, Gelenkkräfte 300



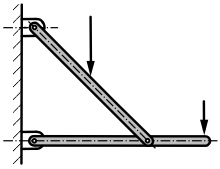
48 Gelenkträger; Auflagerreaktionen, Gelenkkraft 302



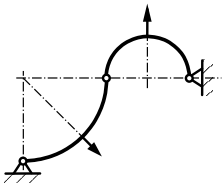
49 Dreigelenkkonstruktion; Auflagerreaktionen, Gelenkkraft, Schnittgrößenverläufe 303



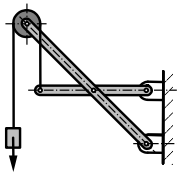
50 Dreigelenkbogen; Auflagerreaktionen, Gelenkkraft 307



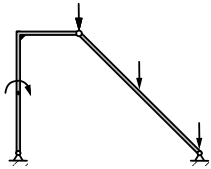
51 Dreigelenkbogen; Auflagerreaktionen, Gelenkkraft 308



52 Tragwerk mit Umlenkrolle; Auflagerreaktionen, Gelenkkraft 310

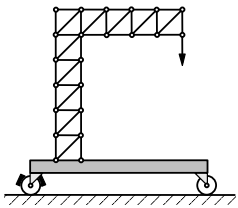


53 Dreigelenkrahmen; Auflagerreaktionen, Gelenkkraft 311

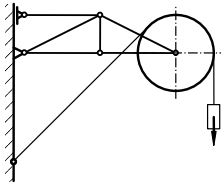


3 Aufgaben zum Thema „Fachwerk“ 316

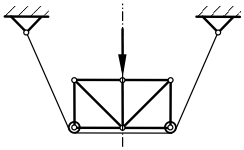
54 Arbeitsbühne; Auflagerreaktionen, Stabkräfte 316



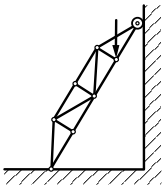
55 Rolle am Fachwerk; Seilkraft, Auflagerreaktionen, Stabkräfte 317



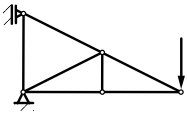
56 Transportgestell; Seilkraft, Stabkräfte 319



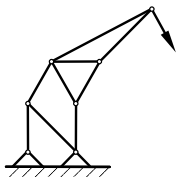
57 Rettungsleiter; Auflagerreaktionen, Stabkräfte 321



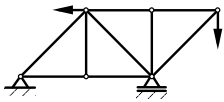
58 Fachwerk; Auflagerreaktionen, Stabkräfte 322



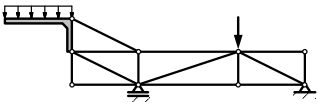
59 Fachwerkkran; Stabkräfte 323



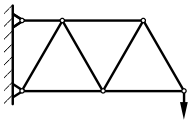
60 Fachwerk; Stabkräfte 324



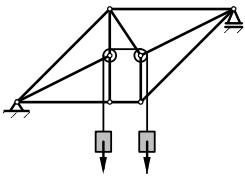
61 Fachwerk mit abgewinkeltem Träger; Auflagerreaktionen, Stabkräfte 326



62 An Wand befestigtes Fachwerk; Auflagerreaktionen, Stabkräfte 328

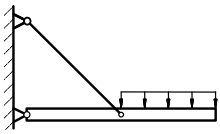


63 Fachwerk mit nicht einfachem Aufbau; Stabkräfte 330

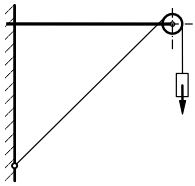


4 Aufgaben zum Thema „Schnittgrößenverläufe an mechanischen Systemen“ 332

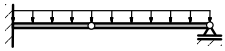
64 Balken mit Strebe; Auflagerreaktionen, Schnittgrößenverläufe 332



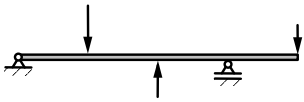
65 Eingespannter Balken; Auflagerreaktionen, Schnittgrößenverläufe 334



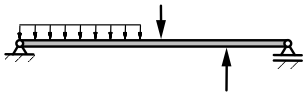
66 Gelenkträger; maximale Biegemomente 336



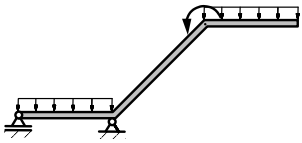
67 Träger auf 2 Stützen mit Kragteil; Auflagerreaktionen, Schnittgrößenverläufe 337



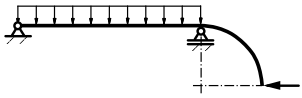
68 Träger auf 2 Stützen; Auflagerreaktionen, Schnittgrößenverläufe 339



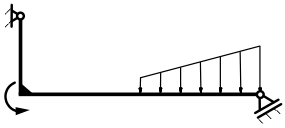
69 Abgeknickter Träger auf 2 Stützen; Auflagerreaktionen, Biegemomentenverlauf 342



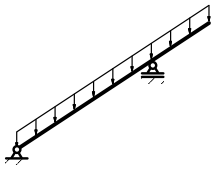
70 Balken mit auskragendem Bogen; Schnittgrößenverläufe 343



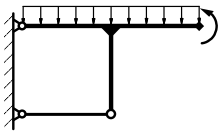
71 Abgeknickter Träger auf 2 Stützen; Auflagerreaktionen, Schnittgrößenverläufe 346



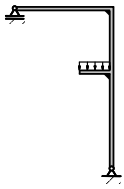
72 Schräger Balken mit Streckenlast; Schnittgrößenverläufe 349



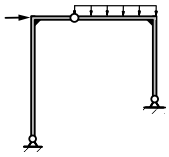
73 Gegabelter Balken mit Pendelstab; Auflagerreaktionen, Schnittgrößenverläufe 353



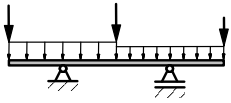
74 Rahmen; Auflagerreaktionen, Schnittgrößenverläufe 357



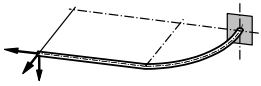
75 Dreigelenkrahmen; Auflagerreaktionen, Gelenkkraft, Schnittgrößenverläufe 360



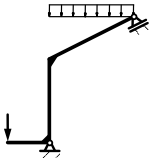
76 Gerader Träger mit Kragteilen; Auflagerreaktionen, Schnittgrößenverläufe 364



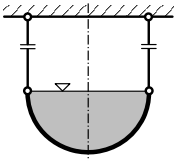
77 Teilweise gekrümmter Träger; Schnittgrößenverläufe 367



78 Abgewinkelter Träger; Auflagerreaktionen, Schnittgrößenverläufe, maximales Biegemoment 369

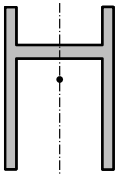


79 Halbkreisförmige Rinne; Momenten- und Querkraftverlauf 373

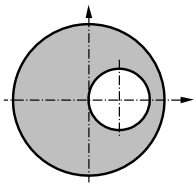


5 Aufgaben zum Thema „Schwerpunkt“ 377

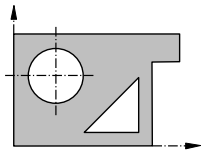
80 Geradlinig begrenzte Querschnittsfläche; Lage des Schwerpunktes 377



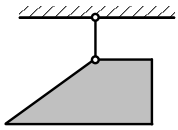
81 Kreisrunder Querschnitt mit Aussparung; Lage des Schwerpunktes 378



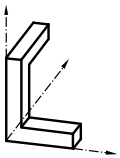
82 Stanzteil; Linien- und Flächenschwerpunkt 378



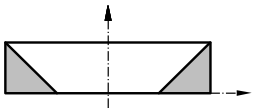
83 Aufgehängte Scheibe; Flächenschwerpunkt 380



84 Räumlich abgewinkelter Körper; Volumenschwerpunkt 381



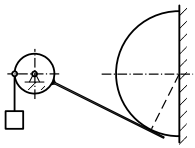
85 Drehsymmetrischer Ringkörper; Volumen, Oberfläche, Gewichtsschwerpunkt 382



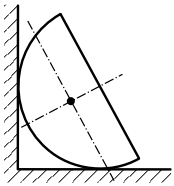
86 Drehsymmetrischer Ringkörper; Volumen, Oberfläche, Gewichtsschwerpunkt 384

6 Aufgaben zum Thema „Haftung und Reibung“ 387

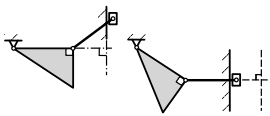
87 Gestützte Halbkugel; erforderliche Last für Gleichgewicht 387

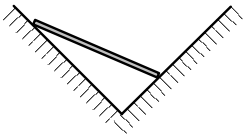


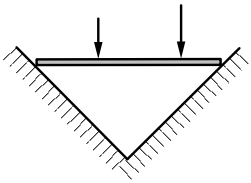
88 Halbzylinder in Ecke; Erforderlicher Haftungskoeffizient 389

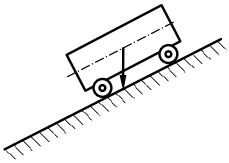


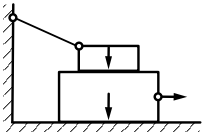
89 Gelagerte Scheibe (raue und glatte Wand); Erforderlicher Haftungskoeffizient, Stangenkraft 390

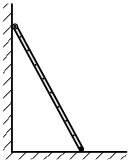


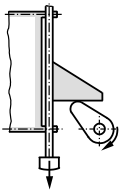
90 Brett über Graben; Untersuchung der Gleichgewichtslage  392

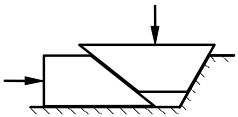
91 Brett über Graben; Untersuchung der Gleichgewichtslage  394

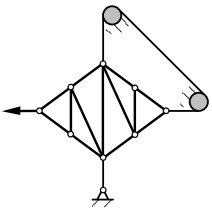
92 Wagen auf schiefer Ebene; Erforderlicher Reibungskoeffizient  395

93 Zwei aufeinanderliegende Klötze; erforderliche Kraft zum Herausziehen  397

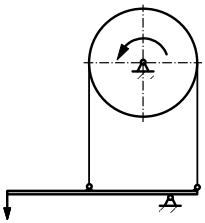
94 Leiter; maximale Schrägstellung  398

95 Rammbär; erforderliche Kraft zum Hochheben  400

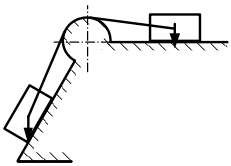
96 Keile; Hebe- und Senkkraft  402

97 Stabwerk durch Seile gehalten; Seilkräfte, Stabkräfte, Haftungskoeffizient  405

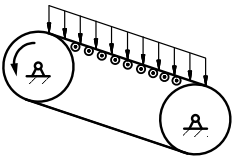
98 Bandbremse; Bremskraft, Selbsthemmung 407



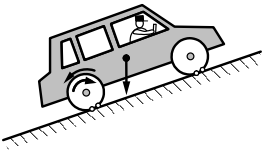
99 Zwei durch ein Seil verbundene Quader; erforderlicher Haftungskoeffizient 409



100 Förderband; erforderliches Antriebsmoment, Bandkräfte und Lagerkräfte 411

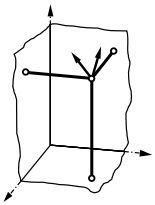


101 Kraftfahrzeug (rollende Reibung); Antriebsmoment 413

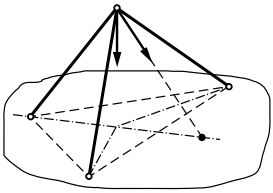


7 Aufgaben zum Thema „Kräftesystem im Raum“ 416

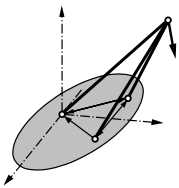
102 Kräfte an einem Knoten; Stabkräfte 416



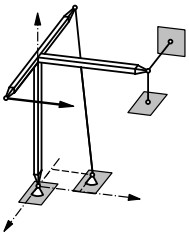
103 Dreibock; Stabkräfte 416



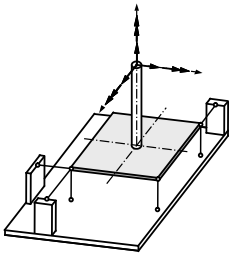
104 Dreibein; Stabkräfte 418



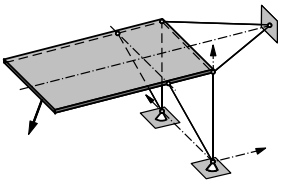
105 Räumlicher Rahmen; Lagerkräfte und Seilkraft 420



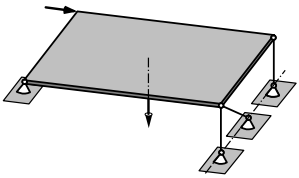
106 Sechskomponentenwaage; Stabkräfte 423



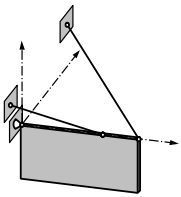
107 Räumlich gelagerte Platte; Einheitsvektoren, Stabkräfte 424



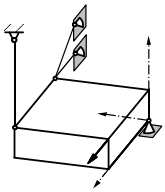
108 Räumlich gelagerte Platte; Auflagerreaktionen, Stabkräfte 428



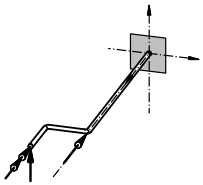
109 Räumlich gelagerter Körper; Auflagerreaktionen, Seilkräfte 431



110 Räumlich gelagerter Quader; Stabkräfte 434

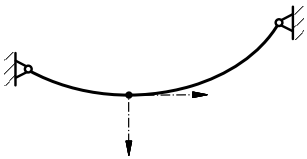


111 Räumlich belasteter Träger; Schnittgrößenverläufe 436

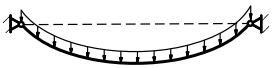


8 Aufgaben zum Thema „Biegeschlaffes Seil“ 439

112 Seil unter Eigengewicht; Integrationskonstanten der Seillinie, Seillänge, Seilkraft 439

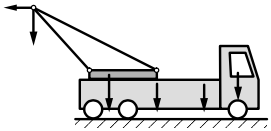


113 Seil mit konstanter Streckenlast; Horizontalzug, Seillänge, maximale Seilkraft 441



9 Aufgabe zum Thema „Standsicherheit“ 443

114 Autodrehkran; Standsicherheit 443

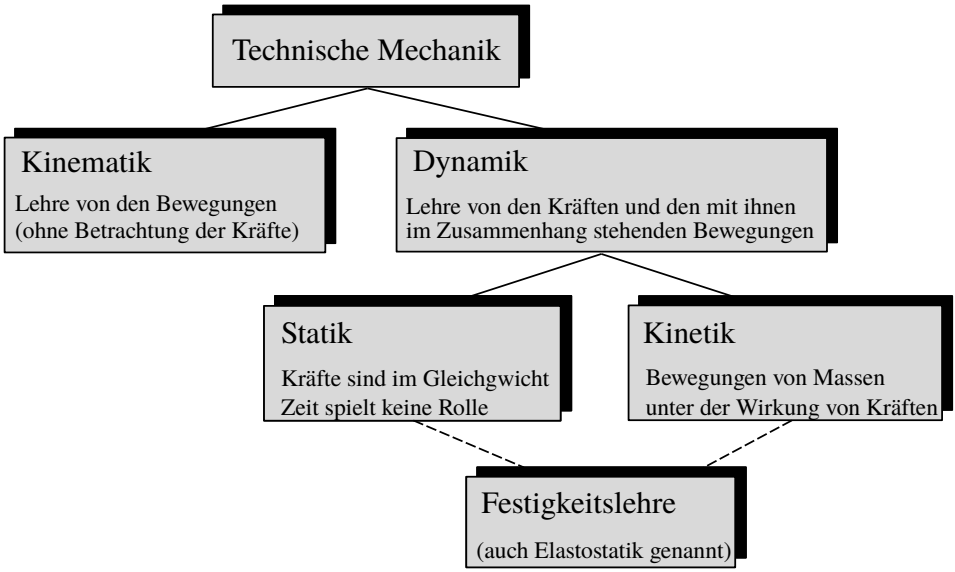


Einleitung

Die **Mechanik** ist ein grundlegendes Teilgebiet der Physik. Sie hat die Aufgabe, die in der Natur auftretenden Bewegungen der Körper einschließlich der Bewegung mit der Geschwindigkeit Null, also die Ruhe, zu beschreiben. Außerdem beschäftigt sie sich mit den durch Kräfte hervorgerufenen Formänderungen.

Unter der **Technischen Mechanik** verstehen wir die klassische Mechanik mit Zuschnitt auf die Behandlung ingenieurtechnischer Probleme.

Das folgende Schema gibt eine grobe Einteilung der **Technischen Mechanik**.



Eine weitere Einteilung nach der Beschaffenheit der Körper ist ebenso üblich. So sprechen wir je nach Aggregatzustand der Körper von

- **der Mechanik fester Körper**,
- **der Mechanik flüssiger Körper** und
- **der Mechanik gasförmiger Körper**.

Die festen Körper können wir unterteilen in

- **starre Körper**,
- **elastische Körper** oder
- **plastische Körper**.

Verformungen und Beanspruchungen von elastischen Körpern zu ermitteln, ist Aufgabe der **Festigkeitslehre**, zu deren Behandlung mindestens aus dem Gebiet der Statik Grundkenntnisse vorhanden sein müssen.

1 Grundbegriffe

Die **Statik** ist die Lehre von der Wirkung von Kräften auf Körper in Ruhe bzw. im Gleichgewicht Bild 1.1.

Im Folgenden werden weitere Grundbegriffe und Erfahrungstatsachen erläutert, die bei der Untersuchung statischer Probleme immer wieder auftauchen.

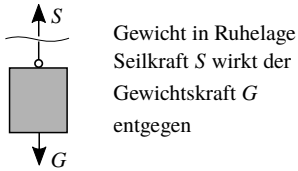


Bild 1.1: Zugeordnete Schubspannungen

1.1 Begriffserklärung „Statik starrer Körper“

Sind die Deformationen an einem festen Körper infolge der auf ihn wirkenden Kräfte so klein, dass dabei die Änderung der Geometrie des Gebildes auf die statische Berechnung praktisch ohne Einfluss bleibt, so wird der Körper ***idealisiert*** zu einem starren Körper (Bild 1.2).

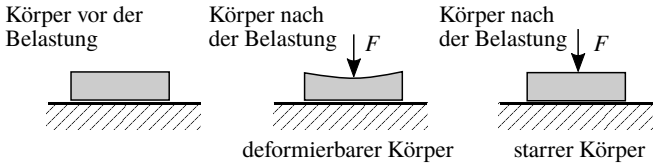


Bild 1.2: Starrer Körper – deformierbarer Körper

Ein **starrer** Körper ändert unter Einfluss von Kräften seine Gestalt nicht.

Die *Lehre von der Wirkung von Kräften auf starre Körper im Gleichgewicht* nennen wir **„Statik starrer Körper“**.

1.2 Kräfte und Kraftarten

In der Statik ist die Kraft einer der wichtigsten Begriffe. Die Kraft kann an ihrer Wirkung erkannt und gemessen werden. Zum Beispiel verspüren wir beim Heben eines Körpers über unsere Muskelkraft das Eigengewicht des Körpers.

Die Einzelkraft ist eine **vektorielle** Größe und ist durch drei Bestimmungsstücke zu beschreiben (Bild 1.3):

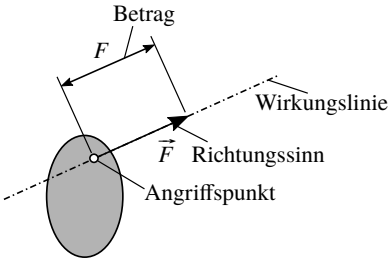


Bild 1.3: Darstellung einer Einzelkraft

1. Betrag (Größe) der Kraft,
2. Richtung der Kraft (Wirkungslinie und Richtungssinn),
3. Angriffspunkt der Kraft.

Die zeichnerische Darstellung einer Kraft erfolgt durch einen Pfeil, der gemäß Bild 1.3 die Richtung bestimmt und dessen Länge den absoluten Betrag angibt, wozu ein Umrechnungsmaßstab (z. B. Kräftemaßstab $m_F = \frac{2\,\mathrm{kN}}{1\,\mathrm{cm}}$) notwendig ist.

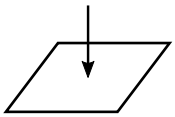
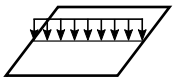
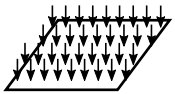
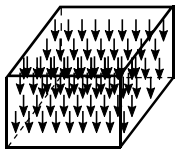
Hinweis: Da aus der zeichnerischen Darstellung einer Kraft durch einen Pfeil der Vektorcharakter eindeutig hervorgeht, schreiben wir meistens nur noch an den Pfeil den entsprechenden Schriftbuchstaben (z. B. F statt $\vec{F}$).

Die Einheit der Kraft ist das **Newton** (N), benannt nach dem englischen Naturforscher Isaac Newton [1]:

$$\mathrm{N} = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \; .$$

Je nach Einwirkung auf einen Körper können die Kräfte in verschiedenen Formen auftreten (siehe Tabelle 1.1).

Tabelle 1.1: Kraftarten

Kraftart	**Symbol**	**Dimension (beispielhaft)**	**Bemerkung**	**Beispiel**
Einzelkraft		N kN MN	wirkt auf einem Punkt (Idealisierung, da Kräfte nur auf Flächen wirken)	Stabkräfte, Lagerkräfte
Linienkraft (Streckenlast)		N/m kN/m MN/m	wirkt längs einer Linie (Idealisierung)	Gewichtskraft eines Trägers
Flächenkraft		$\mathrm{N/m^2}$ $\mathrm{kN/m^2}$ $\mathrm{MN/m^2}$	wirkt flächenhaft verteilt	Schneelast, Windlast, Erddruck, Flächenlager
Volumenkraft		$\mathrm{N/cm^3}$ $\mathrm{kN/m^3}$ $\mathrm{MN/m^3}$	wirkt räumlich verteilt an allen Elementen eines Körpers	Schwerkraft, spezifische Gewichte

Zu beachten ist außerdem die Art der Aufbringung der äußeren Kräfte.

Bei **allmählich anwachsender Belastung** über einen längeren Zeitraum verteilt sprechen wir von einer **statischen Belastung**. Tritt eine **plötzliche Belastung in Verbindung mit Bewegungsenergie** (z. B. Stoß) auf, so wird neben dem Eigengewicht noch kinetische Energie wirksam, sodass eine **dynamische Belastung** vorliegt und äußere und innere Kräfte nicht im Gleichgewicht sind.

[1] Newton, Isaac (1643 – 1727), englischer Naturforscher. Entdecker des Gesetzes der Gravitation.

1.3 Streckenlasten

Streckenlasten (Ausdruck **Linienlasten** ist auch gebräuchlich) sind über eine gewisse Strecke kontinuierlich verteilt am Balken angreifende Lasten (Bild 1.4). Die Maßangabe ist Kraft je Längeneinheit (z. B. N/m, kN/m). Streckenlasten sind zum Beispiel: Eigengewichte von Balken, Schneelast, durch Wind oder elektromagnetische Felder verursachte Belastung. Sie werden mit q bezeichnet. Die Streckenlast kann sich also von Punkt zu Punkt ändern.

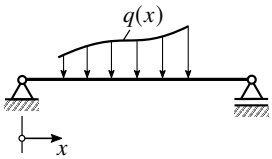


Bild 1.4: Balken mit Streckenlast $q(x)$

Für Gleichgewichtsbetrachtungen können wir die Streckenlast über die Länge durch die Resultierende R_q im Schwerpunkt der Intensitätsfläche ersetzen (siehe nachfolgende Beispiele). Die Resultierende R_q ergibt sich aus der Integration über die Länge (entspricht der eingeschlossenen Fläche unter der $q(x)$-Linie).

Beispiele:

- **Konstante Streckenlast**

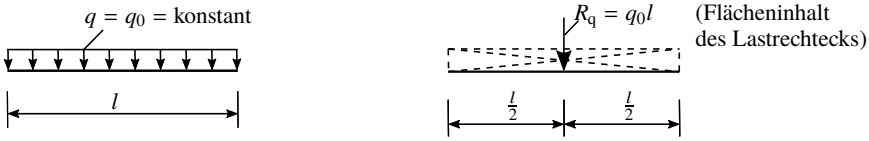


Bild 1.5: Konstante Streckenlast und deren Resultierende R_q

- **Dreiecksförmige Streckenlast**

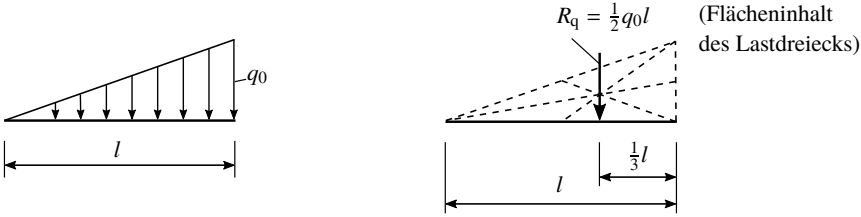


Bild 1.6: Dreiecksförmige Streckenlast und deren Resultierende R_q

- **Trapezförmige Streckenlast**

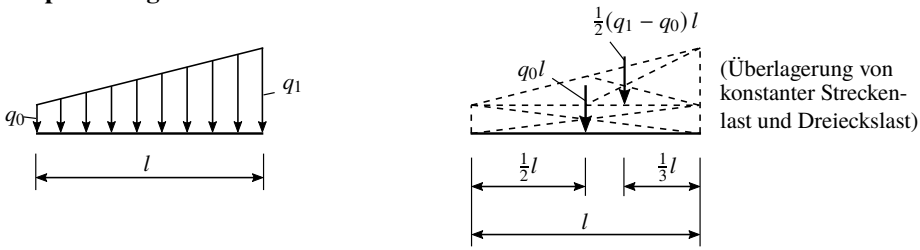


Bild 1.7: Ersatz der trapezförmigen Streckenlast durch zwei resultierende Einzelkräfte

1.4 Was ist ein mechanisches System?

Eine Maschine, ein Tragwerk oder eine andere technische Konstruktion bezeichnen wir als ein **mechanisches System**. Mechanische Systeme sind z. B. in den Bilder 1.8 bis 1.11 dargestellt. Ein mechanisches System besteht aus mehreren Teilen oder Körpern, die unter gewissen Voraussetzungen als starr angesehen werden können und aufeinander Kräfte ausüben.

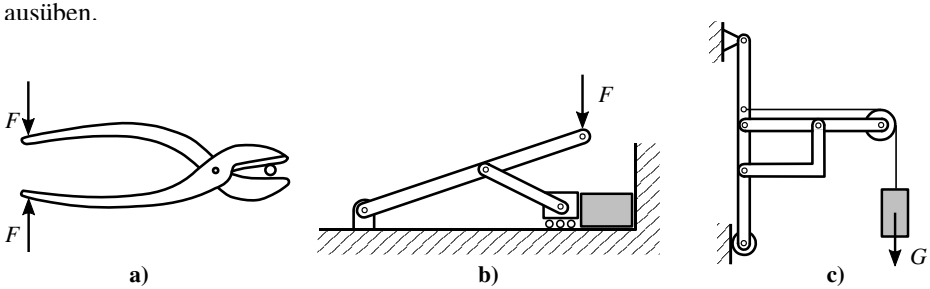


Bild 1.8: Beispiele für mechanische Systeme: a) Schere b) Spannsystem c) Ausleger mit Rolle

1.5 Einteilung der Kräfte [1)]

- **Äußere Kräfte**
  - bekannte vorgegebene (eingeprägte) Kräfte (Bild 1.9), hervorgerufen durch z. B. Gewichtskräfte, Wind- und Schneelasten, Zahnräder, Reibungswiderstände, Zerspanungswiderstände
  - Reaktionskräfte (Zwangskräfte) (Bild 1.9) z. B. Auflagerreaktionen

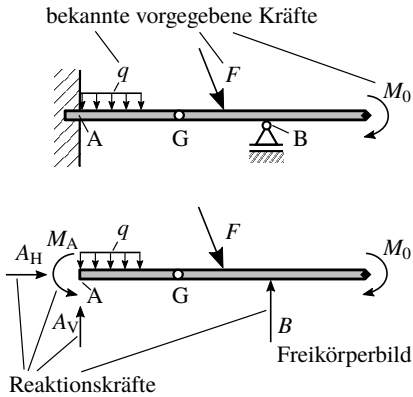


Bild 1.9: Zur Begriffsbestimmung „äußere Kräfte“

[1)] Hier und im Folgenden wird manchmal das Wort Kräfte im verallgemeinerten Sinne gebraucht. Es umfasst sowohl Kräfte als auch Momente.

- **Innere Kräfte**

  Kräfte **innerhalb** eines mechanischen Systems oder eines starren Körpers, z. B.

  - Reaktionskräfte im starren Körper (Bild 1.11)
  - Reaktionskräfte in den Verbindungsstellen zwischen zwei starren Körpern (Bild 1.10)

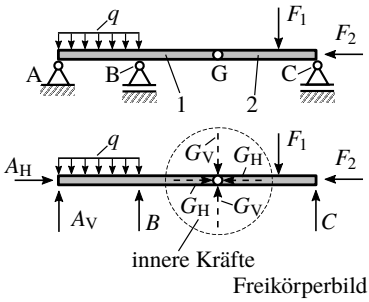


Bild 1.10: Zur Begriffsbestimmung „innere Kräfte“; Gelenkträger

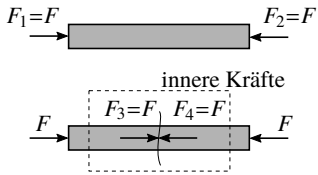


Bild 1.11: Momentenverlauf für die Belastung mit der Einheitskraft 1

Innere Kräfte treten stets paarweise auf.

Die Einteilung nach äußeren und inneren Kräften ist relativ. Sie hängt davon ab, welches System wir untersuchen (betrachten, abgrenzen) wollen.

Fassen wir das Gesamtsystem in Bild 1.10 als das System auf, welches wir insgesamt betrachten wollen, so sind die im Gelenk G zwischen den beiden starren Körpern 1 und 2 wirkenden Kräfte G_H und G_V innere Kräfte.

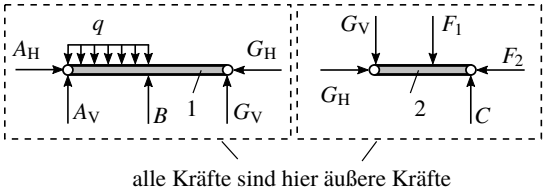


Bild 1.12: Gelenkträger nach Bild 1.10 im Gelenk G getrennt

Trennen wir dagegen das Gesamtsystem (Bild 1.10) und betrachten nur den Körper 1 oder nur den Körper 2 als unser System, so sind die Kräfte G_H und G_V jetzt äußere Kräfte (Bild 1.12).

Dies gilt auch sinngemäß für den in Bild 1.11 dargestellten Gesamtkörper (Bild 1.13).

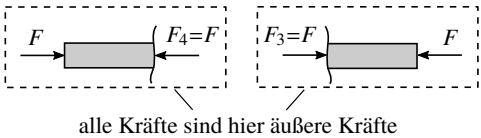


Bild 1.13: Geschnittener Körper nach Bild 1.11

1.6 Aufgabe der Statik

Mit den Verfahren der Statik werden die von den bekannten vorgegebenen Kräften verursachten unbekannten Reaktionskräfte (an den Auflagern (Bild 1.14b) oder an den Verbindungsstellen oder im starren Körper (Bild 1.14c)) ermittelt, die vorhanden sein müssen, damit das betrachtete System im Gleichgewicht gehalten wird.

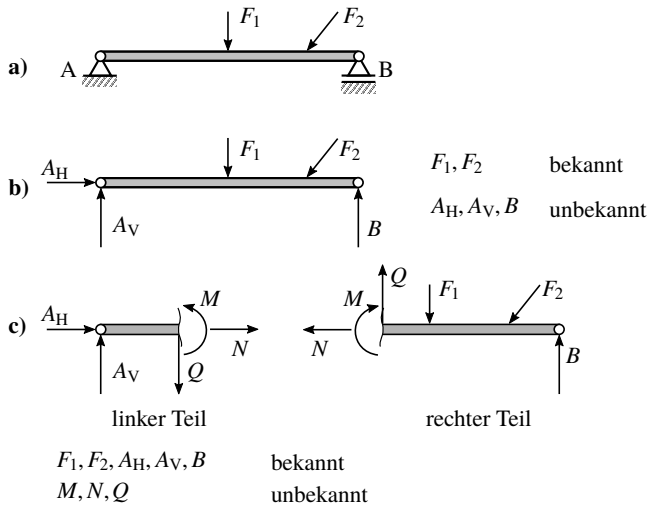


Bild 1.14: Unbekannte Kräfte ermitteln
a) Träger auf zwei Stützen (Prinzipskizze)
b) Freikörperbild
c) Freikörperbild für linken und rechten Teil

1.7 Modellbildung, Ersatzsystem, Idealisierung

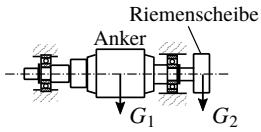
Die Bearbeitung eines technischen Problems bei mechanischen Systemen erfordert meistens eine **Modellbildung**. Hierunter verstehen wir eine **Idealisierung** (z. B. punktförmiger Kraftangriff; starrer Körper), das heißt, Vereinfachung des Problems durch Weglassung unwesentlicher Größen und Eigenschaften, die auf das Ergebnis von vernachlässigbarem Einfluss sind. Durch die Bildung von **Ersatzsystemen** wird ein statisches Problem überschaubarer. Es werden Bedingungen formuliert unter denen die Ersatzsysteme gültig sind.

1.8 Rechnerische Bearbeitung von Gleichgewichtsproblemen

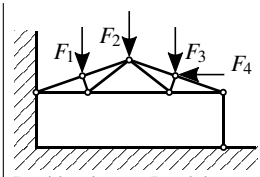
Die zur Lösung von Gleichgewichtsproblemen erforderlichen Arbeiten müssen meistens in folgenden **Schritten** ausgeführt werden:

planmäßiges Vorgehen

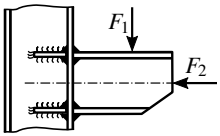
① Beschreibung der Wirklichkeit: Geometrie, Lasten (z. B. in Form einer technischen Zeichnung)



Elektromotorenwelle mit Fest- und Loslager; Zeichnung

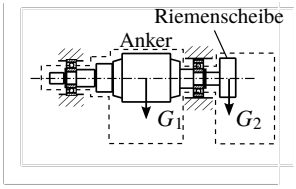


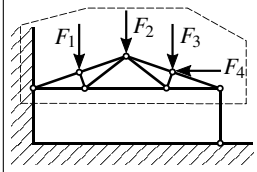
Dachbinder mit Pendelstütze; Zeichnung

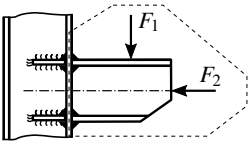


vertikale Stütze mit Konsole aus I-Trägern; Zeichnung

② Abgrenzen (Aufteilen) eines mechanischen Systems.

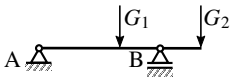


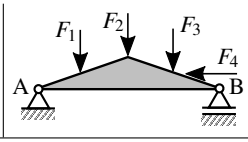


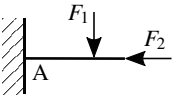


Es werden die mit der Strichlinie umfahrenen Teile betrachtet.

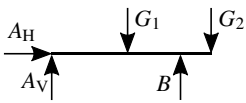
③ Modellbildung: Anfertigen einer idealisierten Darstellung [1] (Prinzipskizze; Ersatzsystem)

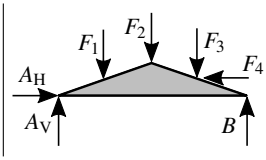


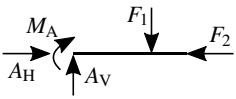




④ Das Freimachen (Befreiungsprinzip; Anfertigen eines Freikörperbildes)







Freikörperbilder oder freigemachte Systeme

⑤ Erfüllung des Gleichgewichts: Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen

⑥ Auflösung der Gleichungen nach den Unbekannten. Zuvor prüfen, ob die Zahl der Gleichungen mit der Zahl der Unbekannten übereinstimmt

⑦ Überprüfung der Ergebnisse (z. B. mittels der Anschauung)

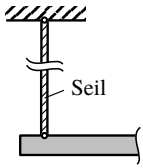
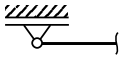
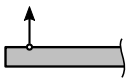
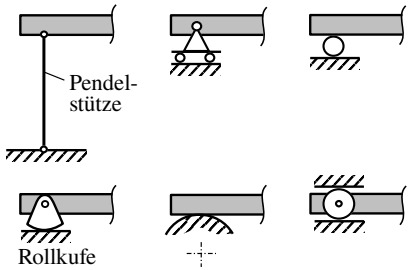
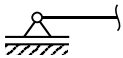
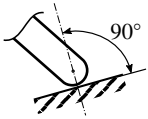
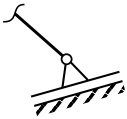
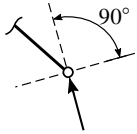
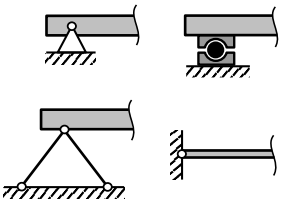
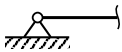
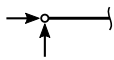
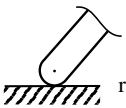
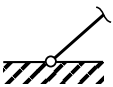
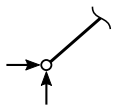
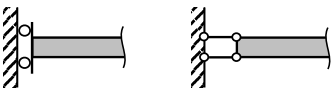
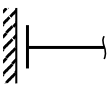
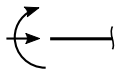
Es gilt, dieses sehr hilfreiche **planmäßige Vorgehen** immer wieder anzuwenden.

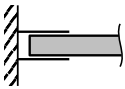
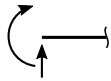
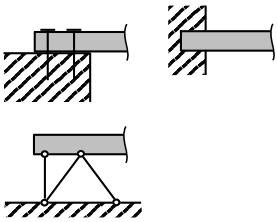
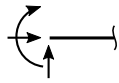
1.9 Lagerungen

Maschinen und Tragwerke sind mit ihrer Umgebung durch Lager verbunden. Die Lager übertragen Kräfte. Diese Kräfte von der Umgebung auf den Körper bezeichnen wir als Lagerreaktionen. Jede Lagerreaktion übt einen Zwang auf den Körper aus (wirkt als Fessel).

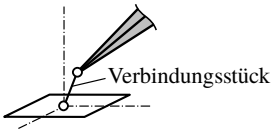
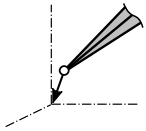
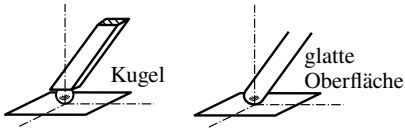
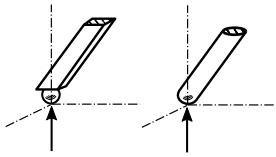
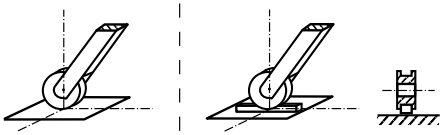
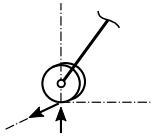
[1] In der Regel wird dem Lernenden in den Anfangssemestern eine idealisierte Darstellung (Ersatzsystem) gegeben, so dass er sofort mit dem Punkt ④ (Das Freimachen) beginnen kann.

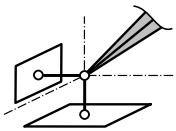
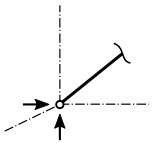
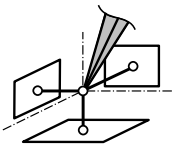
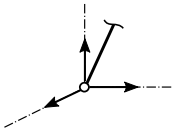
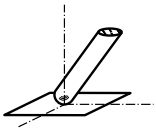
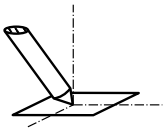
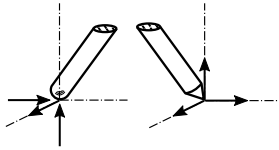
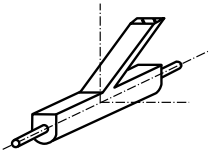
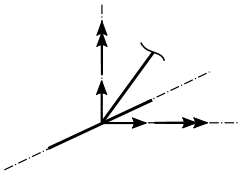
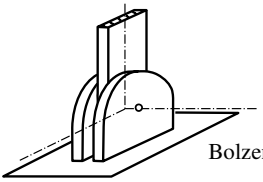
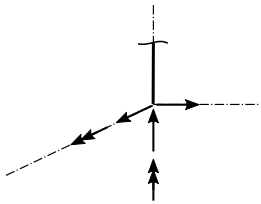
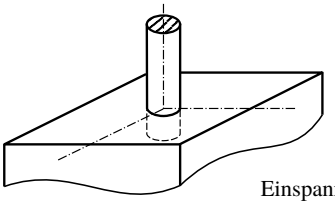
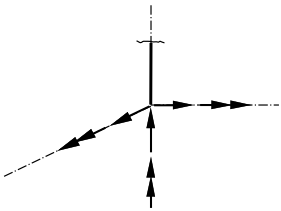
1.9.1 Lagerungen in der Ebene

Lagerung	Symbol	freigemachte Lagerstelle	Anzahl der unbekannten Lagerreaktionen (Fesseln)
Loses Lager (einwertig) 			1
Lose Lager (einwertig) 			1
Loses Lager (einwertig) 			1
Feste Lager (zweiwertig) 			2
Festes Lager (zweiwertig) 			2
„verschiebliche Einspannung“ Parallelführungen (zweiwertig) 			2

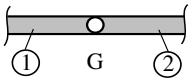
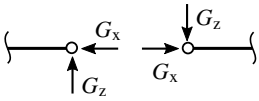
Lagerung	Symbol	freigemachte Lagerstelle	Anzahl der unbekannten Lagerreaktionen (Fesseln)
„verschiebliche Einspannung“ Schiebehülse (zweiwertig) 			2
Einspannung (dreiwertig) 			3

1.9.2 Lagerungen im Raum

Lagerung	freigemachte Lagerstelle	Anzahl der unbekannten Lagerreaktionen (Fesseln)
einwertiges Lager 	nur *eine* Kraft in Längsachsenrichtung des Verbindungsstückes 	1
einwertige Lager 		1
zweiwertige Lager 		2

Lagerung	freigemachte Lagerstelle	Anzahl der unbekannten Lagerreaktionen (Fesseln)
zweiwertiges Lager 		2
dreiwertige Lager  Kugel in Gelenkpfanne (Kugelgelenk)		3
dreiwertige Lager  raue Oberfläche  raue Oberfläche oder scharfe Spitze		3
vierwertiges Lager  reibungsfreies Scharnier (axial verschiebbar)		4
fünfwertiges Lager  Bolzenlager (axial fest)		5
sechswertiges Lager  Einspannung		6

1.9.3 Verbindungselement zwischen zwei Körpern in der Ebene

Verbindungselement	freigemachte Verbindungsstelle (Verbindungsreaktionen)	Anzahl der Verbindungsreaktionen
 zwischen den beiden Körpern bestehen die Gesetzmäßigkeiten nach dem Wechselwirkungsgesetz (actio = reactio)		2

1.10 Abgrenzen (Aufteilen) eines mechanischen Systems

Dieses Thema finden wir auch unter Schritt ② (Bearbeitung von Gleichgewichtsproblemen), Seite 9.

Beim Abgrenzen wird festgelegt, welcher Körper oder welcher Teil eines mechanischen Systems betrachtet wird, z. B. die gesamte Konstruktion (Bild 1.15b) (wenn wir nur die Auflager zu berechnen und zu konstruieren haben, brauchen wir ja nur die Auflagerkräfte in A und B), nur den Vollwandträger (Bild 1.15c), nur den Fachwerkträger (Bild 1.15d), nur einzelne Teile des Fachwerkträgers (Bilder 1.15e und 1.15f). Die Umrisslinie des jeweils zu betrachtenden Körpers oder Teils ist hier durch eine gestrichelte Linie dargestellt.

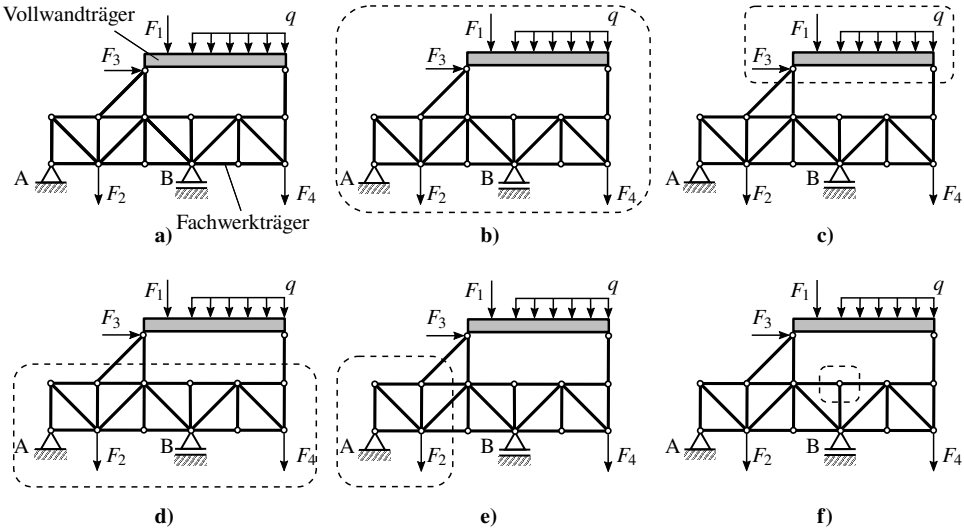


Bild 1.15: Zum „Abgrenzen“ (Gemischtbauweise: Vollwand/Fachwerk)

1.11 Das Freimachen

In der **„Statik starrer Körper“** können nur Aufgaben richtig gelöst werden, wenn tatsächlich **alle** am betrachteten Körper angreifenden Kräfte in die Untersuchung einbezogen werden.

Um alle am Körper angreifenden Kräfte richtig zu erfassen, sollte jeder statischen Untersuchung das sogenannte **Freimachen** des Körpers vorausgehen.

Freimachen heißt:

Wir nehmen die Nachbarkörper, die den zu betrachtenden Körper berühren, Stück für Stück weg und bringen als Ersatz dafür an den Berührungsstellen diejenigen Kräfte an, die von den wegge- nommenen Körpern auf den betrachteten Körper wirken.

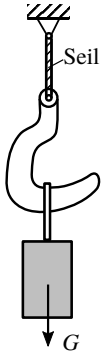
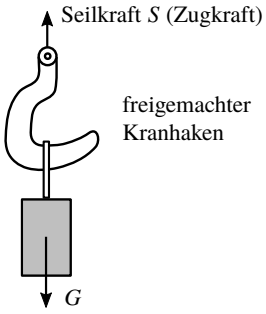
Oder anders ausgedrückt:

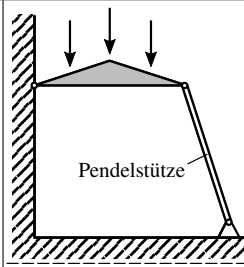
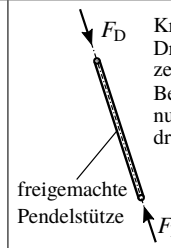
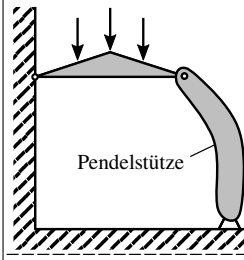
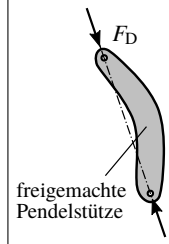
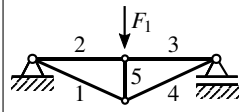
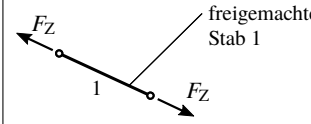
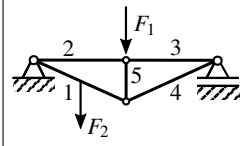
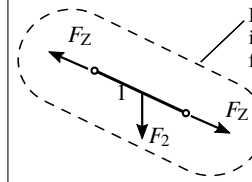
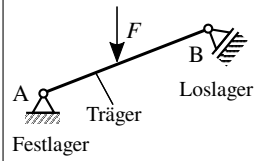
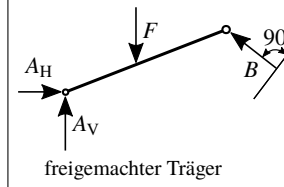
Unter dem **Freimachen** des betrachteten Körpers verstehen wir das Loslösen (durch gedankliches Schneiden) dieses Körpers von seinen Bindungen und Ersatz der Wirkung der Bindungen bzw. Auflager auf den Körper durch die Reaktionskräfte.

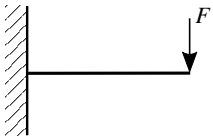
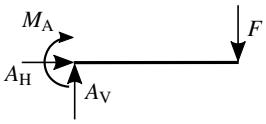
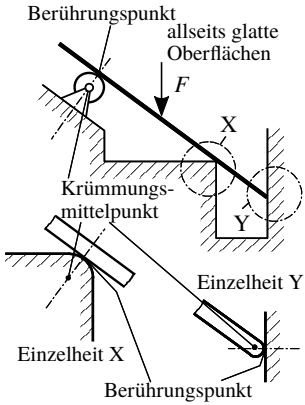
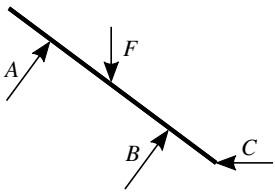
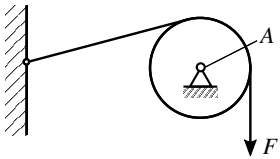
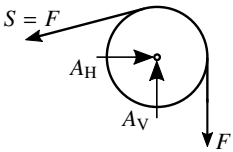
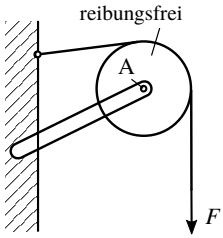
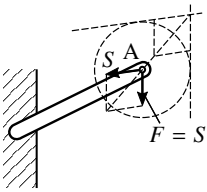
Der Richtungssinn der Kräfte an den Lager- bzw. Verbindungsstellen ist beim „Freimachen“ **unbekannt** – außer im Seil und an der glatten Oberfläche. Wir nehmen zuerst einen Richtungssinn an. Die Richtigkeit dieser Annahme ergibt sich infolge Berechnung aus dem Vorzeichen der gesuchten Größe (+: die Kraft wirkt in dem angenommenen Richtungssinn, −: die Kraft wirkt dem angenommenen Richtungssinn entgegen).

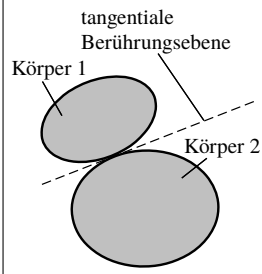
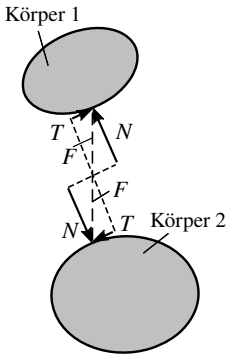
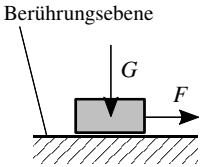
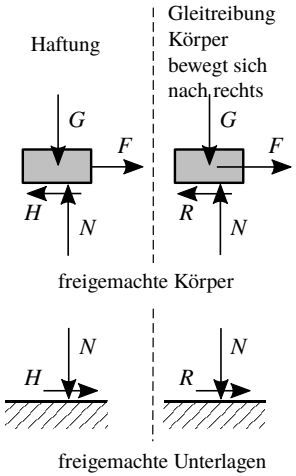
Den betrachteten Körper mit **allen** angreifenden Kräften nennen wir **freigemachten Körper**. Das Bild dazu heißt **Freikörperbild**.

Für das richtige und sichere Freimachen sind die folgenden Sachverhalte bei verschiedenen Lagerungen und Abstützungen der Bauteile sehr wichtig.

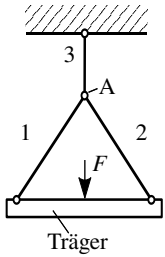
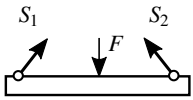
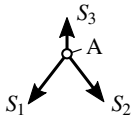
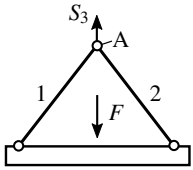
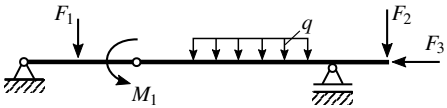
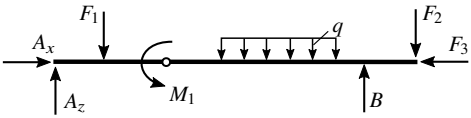
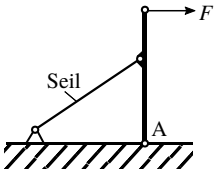
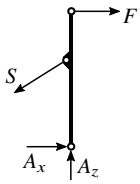
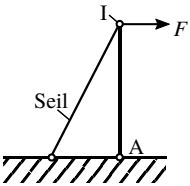
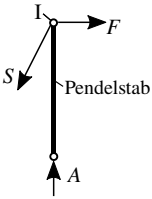
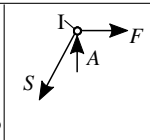
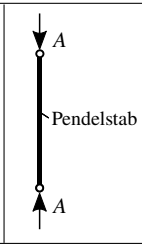
Bauteillagerung und Lagerungsteile	**Beispiel**	
	mechanisches System	**Freikörperbild**
Seile und ähnliche flexible Körper (z. B. Ketten, Riemen, Drähte) können nur Zugkräfte in Seilrichtung aufnehmen. Der Richtungssinn dieser Kräfte (Zug) geht stets vom Angriffspunkt am freigemachten Körper weg.		

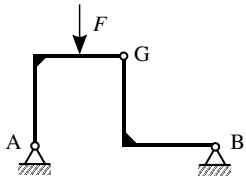
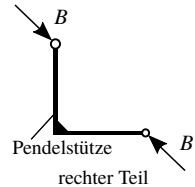
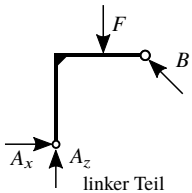
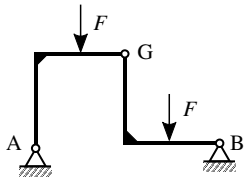
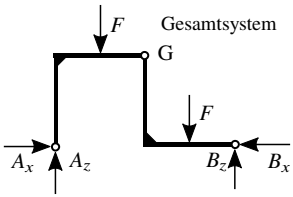
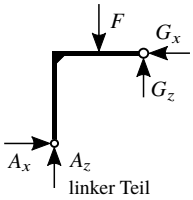
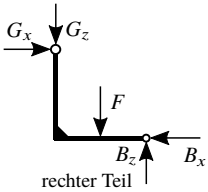
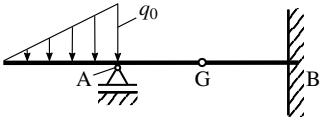
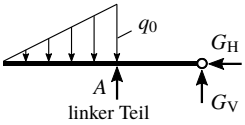
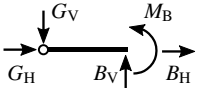
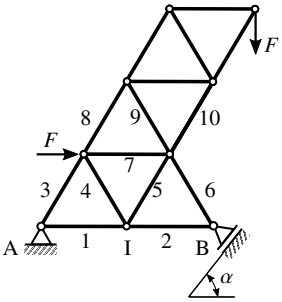
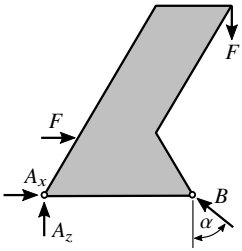
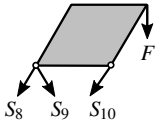
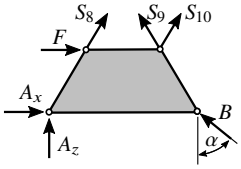
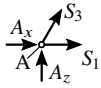
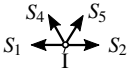
Bauteillagerung und Lagerungsteile	**Beispiel**	
	mechanisches System	**Freikörperbild**
Pendelstäbe (Pendelstützen) können je nach Belastungsanordnung Zug- oder Druckkräfte aufnehmen, deren Wirkungslinie die Verbindungsgerade der Gelenkpunkte ist. Der Richtungssinn der Druckkräfte geht von außen auf den Angriffspunkt am freigemachten Körper zu; bei Zugkräften ist es umgekehrt. Einzige Voraussetzung für einen Pendelstab ist, dass er nur an *zwei Punkten* mit Nachbarbauteilen gelenkig verbunden ist und *keine Kräfte an anderen Stellen* aufnimmt. Die beiden Kräfte an den Gelenkpunkten sind im Gleichgewicht, das heißt, sie haben die gleiche Wirkungslinie, gleichen Betrag und sind entgegengesetzt gerichtet (Gleichgewichtsaxiom).		 Kräfte sind hier als Druckkräfte eingezeichnet. Bei dieser Belastungsanordnung ist die Stütze druckbeansprucht.
		 Die Form des Pendelstabes hat keinen Einfluss auf die Wirkungslinie, den Betrag und den Richtungssinn der Kräfte.
	 Stäbe 1, 2, 3, 4, 5 sind Pendelstäbe	 Kräfte sind hier als Zugkräfte eingezeichnet. Hier ist der Stab 1 auf Zug beansprucht. zeichnet.
Pendelstäbe (Pendelstützen)		 Stab 1 ist **kein** Pendelstab mehr, weil noch eine zusätzliche Kraft F_2 ausserhalb der Gelenkpunkte angreift.
Loslager nehmen nur Kräfte senkrecht zur Stützfläche auf. Ein **Festlager** kann eine Lagerkraft beliebiger Größe und Richtung aufnehmen. Beim Freimachen (Kräfte in einer Ebene) ersetzen wir die Lagerkraft durch zwei senkrecht aufeinander stehende Komponenten, z. B. einer Horizontalkomponente und einer Vertikalkomponente.		

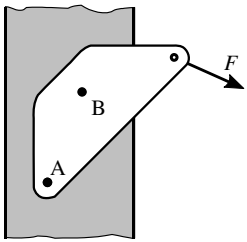
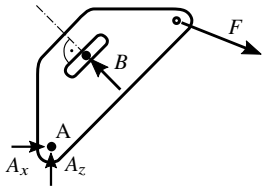
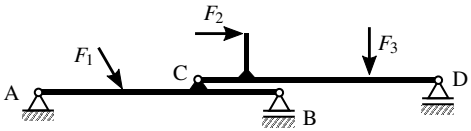
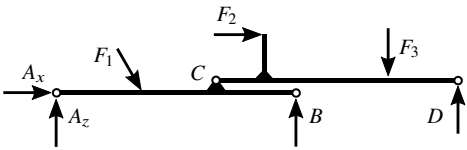
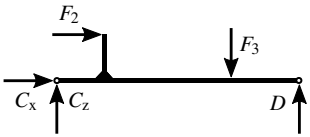
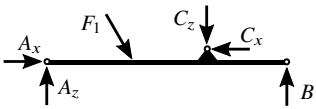
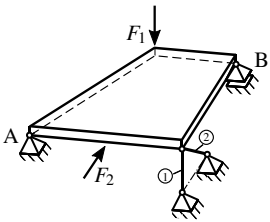
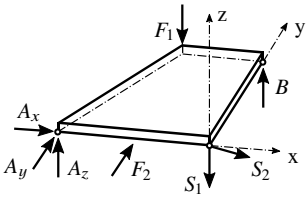
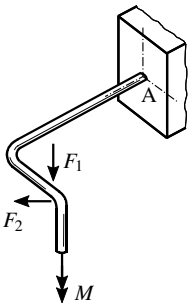
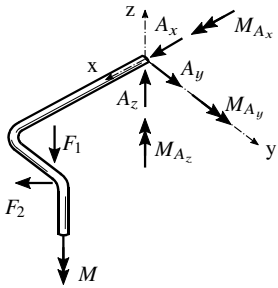
Bauteillagerung und Lagerungsteile	**Beispiel**	
	mechanisches System	**Freikörperbild**
Eine **Einspannung** kann eine nach Größe und Richtung unbekannte Lagerkraft und ein Einspannmoment aufnehmen. Die Lagerkraft wird beim Freimachen (Belastung in einer Ebene) durch zwei senkrecht aufeinander stehende Komponenten ersetzt.		 freigemachter Träger
Eine **gekrümmte glatte Stützfläche** (ohne Reibung) (auch Kante und Ecke mit sehr kleinem Rundungsradius) kann nur eine Kraft aufnehmen. Ihre Wirkungslinie verläuft durch den Berührungspunkt und den Krümmungsmittelpunkt.		 freigemachter Träger
Bei der **„reibungsfreien“ Rolle** sind die Kräfte an den Seilenden gleich groß.	 „reibungsfreie“ Rolle	 freigemachte Rolle
Feste Rolle (Umlenkrolle, drehbar um A) ohne Reibung		 Bei der festen Rolle ohne Reibung können die Seilkräfte durch Anwendung des Verschiebungs- und Parallelogrammaxioms direkt in der Lagerstelle A der festen Rolle angesetzt werden.

Bauteillagerung und Lagerungsteile	**Beispiel**	
	mechanisches System	**Freikörperbild**
Zwei gegeneinander gedrückte Körper übertragen eine Kontaktkraft F, die nach dem Prinzip actio = reactio entgegengesetzt gleich groß auf jeden Körper wirkt. Wir können sie durch ihre Komponenten, die **Normalkraft** N und die **Tangentialkraft** T ersetzen. Die Kraft T liegt in der tangentialen Berührungsebene, während die Kraft N senkrecht zur Berührungsebene wirkt. Bei **rauen** Oberflächen sind T und N vorhanden, während bei **glatten** Oberflächen nur die Normalkraft N auftritt.		
Raue Berührungsflächen können Normal- und Tangentialkräfte aufnehmen. Die Wirkungslinie der Normalkraft N verläuft stets senkrecht zur Berührungsebene. Infolge der rauen Oberflächen kann zwischen den Körpern eine tangentiale Kraft übertragen werden. Ihre Wirkungslinie liegt stets in der Berührungsebene. Der Richtungssinn ist entgegen der Bewegungsrichtung, in welche sich der Körper bewegen möchte. Da die Körper noch gegeneinander **„haften“**, nennen wir die Kraft Haftungskraft H. Überschreitet die Kraft F einen gewissen Grenzwert, so reiben die Körper gegeneinander. Infolge der Rauigkeit wird eine tangentiale Reibungskraft R übertragen, welche der Bewegung entgegen gerichtet ist.		 (Zwischen freigemachtem Körper und freigemachter Unterlage bestehen die Gesetzmäßigkeiten nach dem Wechselwirkungsgesetz actio = reactio.)

1.11.1 Beispiele zum Freimachen

mechanisches System	**Freikörperbild** des jeweils abgegrenzten, betrachteten Körpers oder Teils	
 1, 2 und 3 sind Seile	hier wird nur der Träger betrachtet  hier wird nur der Knoten A betrachtet  hier wird das Seil 3 geschnitten und der gesamte untere Teil betrachtet 	Seile können nur Zugkräfte aufnehmen; die Seilkräfte sind als Zugkräfte einzuzeichnen
		
		
	  	

mechanisches System	**Freikörperbild** des jeweils abgegrenzten, betrachteten Körpers oder Teils	
 Dreigelenkbogen	 rechter Teil	 linker Teil
 Dreigelenkbogen		
	 linker Teil	 rechter Teil
	 linker Teil	 rechter Teil
	 hier wird das gesamte Fachwerk als *ein* starrer Körper betrachtet	 der obere Teil wird nur betrachtet (Schnitt durch die Stäbe 8, 9 und 10)  der untere Teil wird betrachtet (Schnitt durch die Stäbe 8, 9 und 10)
	 nur der Knoten A wird betrachtet	 nur der Knoten I wird betrachtet

mechanisches System	**Freikörperbild** des jeweils abgegrenzten, betrachteten Körpers oder Teils
	
	Gesamtsystem  oberer Teil  unterer Teil