

**Taschenbuch
der
Statistik**

Taschenbuch der Statistik

Prof. Dr. Horst Rinne

4., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage

Verlag
Harri
Deutsch 

Dr. Horst Rinne ist emeritierter Professor für Statistik und Ökonometrie am Fachbereich Wirtschaftswissenschaften der Justus-Liebig-Universität Gießen. Er ist Autor zahlreicher Monographien über Ökonometrie, Zeitreihenanalyse sowie statistische Qualitätssicherung.

Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH
Gräbstraße 47
60486 Frankfurt am Main
verlag@harri-deutsch.de
www.harri-deutsch.de

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-8171-1827-4

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches – oder von Teilen daraus – sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet werden.
Zu widerhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autor und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

4., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage 2008
©Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, Frankfurt am Main, 2008

Druck: Clausen & Bosse, Leck
Printed in Germany

Vorwort

Das *Taschenbuch der Statistik* ist ein gut ausgebautes Nachschlagewerk, aber kein Lehrbuch. Es präsentiert die Konzepte der Statistik in Form einer sehr ausführlich kommentierten Formelsammlung, gestützt durch zahlreiche Abbildungen und Tabellen sowie gelegentliche Beispiele. Das Spektrum reicht von der deskriptiven Statistik und explorativen Datenanalyse [Teil A] über die Wahrscheinlichkeitsrechnung [Teil B] und die Inferenzstatistik (Schätzen und Testen) [Teil C] bis zu speziellen Methoden der Statistik [Teil D]. Ein umfangreicher Anhang mit Verteilungstabellen, Nomogrammen, Formeln und Konzepten der Linearen Algebra, einem deutschen und englischen Stichwortverzeichnis sowie einem Symbol- und Abkürzungsverzeichnis erleichtern das Arbeiten mit diesem Buch.

Es richtet sich an Studierende der Wirtschafts-, Sozial-, Ingenieur- und Naturwissenschaften, die in ihrer Ausbildung Statistik-Kurse belegen müssen. Es werden sowohl Studienanfänger angesprochen als auch Studierende, die sich auf die Statistik — etwa als Wahl- oder Vertiefungsfach — spezialisieren wollen.

Mit dieser Auflage konnte das *Taschenbuch der Statistik* erneut verbessert, wesentlich erweitert und damit auf den neuesten Stand der Forschung gebracht werden.

- In Teil B wurde der Abschnitt 3.13 über Verteilungsfamilien ausgebaut,
- in Teil C der Abschnitt 4.2 über die Statistische Entscheidungstheorie und
- in Teil D der Abschnitt 1.1.1.2 über die Nichtskalare Kovarianzmatrix der latenten Variablen.

Auf Wunsch vieler Leser sind in Teil D mehrere große Erweiterungen vorgenommen worden. So sind neu entstanden:

- der Abschnitt 1.1.4 über die GMM-Schätzung, wodurch die früheren Abschnitte 1.1.4 und 1.1.5 zu 1.1.5 und 1.1.6 wurden,
- das Kapitel 5 über die Zeitreihenprognose nach BOX/JENKINS,
- das Kapitel 6 über die Statistische Qualitätssicherung und
- das Kapitel 7 über Life-Testing, Erneuerung und Zuverlässigkeit.

Die Aufnahme von D7 machte eine Überarbeitung und Erweiterung von B3.5.3 (Geordnete Zufallsvariablen) und C2.3.5 (Graphische Verfahren im Wahrscheinlichkeitsnetz) erforderlich.

Darüber hinaus wurden Fehler, auf die mich dankenswerter Weise Leser aufmerksam gemacht haben, korrigiert, sowie eine Vielzahl kleinerer Verbesserungen und Ergänzungen eingebracht und Aktualisierungen vorgenommen

Trotz aller Bemühungen lassen sich Fehler und Unzulänglichkeiten in einem so umfangreichen Referenzwerk nicht völlig ausschließen. Ich bitte die Leser um Unterstützung beim Aufspüren der „Schadstellen“ und Benachrichtigung auf postalischem Weg (Prof. Dr. Horst Rinne, c/o Justus-Liebig-Universität Gießen, Professur für Statistik und Ökonometrie, Licher Straße 64, D-35394 Gießen) oder per e-mail (horst.rinne@wirtschaft.uni-giessen.de).

Über die hoffentlich wenigen Korrekturen werden die Leser laufend auf der Web-Site (<http://www.uni-giessen.de/fb02/statistik>) informiert.

Gießen, im Januar 2008

Prof. em. Dr. Horst Rinne

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xv
Tabellenverzeichnis	xxiii
Einleitung	1
TEIL A: Deskriptive Statistik und explorative Datenanalyse	3
1 Grundlegende Konzepte	3
1.1 Statistische Einheiten	3
1.2 Skalen und statistische Merkmale	4
1.3 Phasen einer statistischen Analyse	9
1.3.1 Datengewinnung	9
1.3.2 Datenaufbereitung	11
1.3.2.1 Reihen, Gruppen, Größenklassen und Häufigkeitsverteilungen	11
1.3.2.2 Tabellen und Tabellenaufbau	14
1.3.2.3 Systematische Verzeichnisse	15
1.3.3 Datenkontrolle	16
1.3.3.1 Arten statistischer Fehler	16
1.3.3.2 Kontrollverfahren	19
1.3.3.3 Fehlerrechnung	19
1.3.4 Datenpräsentation und Datenanalyse	20
2 Univariate Datensätze	22
2.1 Verteilungskonzepte	22
2.1.1 Nominales Merkmal	22
2.1.2 Ordinales Merkmal	25
2.1.3 Kardinales Merkmal	28
2.1.3.1 Diskreter Fall ohne Klassierung	29
2.1.3.2 Stetiger Fall ohne Klassierung	29
2.1.3.3 Klassierte Daten	30
2.2 Konzepte zur Parameterkonstruktion	31
2.2.1 Empirische Perzentile	31
2.2.2 Empirische Momente	35
2.3 Parameter univariater Datensätze	36
2.3.1 Lageparameter	36
2.3.2 Streuungsparameter	42
2.3.3 Schiefeparameter	47
2.3.4 Wölbungsparameter	48
2.4 Ausgewählte Graphiken	49
3 Bivariate Datensätze	53
3.1 Verteilungs- und Parameterkonzepte	53
3.2 Statistische Unabhängigkeit	61

3.3	Maße des Zusammenhangs	61
3.3.1	Nominale Merkmale: Assoziationskoeffizienten	62
3.3.1.1	χ^2 -orientierte Maße	62
3.3.1.2	Prädiktionsmaße	63
3.3.1.3	Entropie-orientierte Maße	64
3.3.1.4	Assoziationsmaße für die Vierfeldertafel	65
3.3.2	Ordinale Merkmale: Rangkorrelation und Konkordanzmessung	67
3.3.3	Kardinale Merkmale: Produktmomente und metrische Korrelation	73
3.3.4	Merkmale mit verschiedenem Skalenniveau	77
3.4	Einfachregression	79
3.4.1	Regression erster Art	79
3.4.2	Lineare Regression	80
3.4.3	Nichtlineare Regression	83
4	Multivariate Datensätze	84
4.1	Mehrdimensionale Verteilungen	84
4.2	Statistische Unabhängigkeit	86
4.3	Maße des Zusammenhangs und Parameter	86
4.4	Multiple lineare Regression und Polynomregression	88
4.5	Graphiken für multivariate Datensätze	92
5	Verhältnis- und Indexzahlen	99
5.1	Gliederungszahlen	99
5.2	Beziehungszahlen	100
5.3	Messzahlen	100
5.4	Indexzahlen	102
5.4.1	Grundlagen und Symbolik	102
5.4.2	Einige Indexformeln	103
5.4.3	Kaufkraftparitäten	109
6	Konzentrationsmessung	112
6.1	Grundbegriffe	112
6.2	Absolute Konzentration	113
6.3	Relative Konzentration oder Disparität	115
6.4	Armuts- und Wohlstandsmaße	118
7	Bestands- und Ereignismassen	121
7.1	Grundbegriffe	121
7.2	Geschlossene Massen	122
7.3	Offene Massen	125
7.4	Abgangsmodelle, insb. Sterbetafeln	127
8	Elementare Zeitreihenanalyse und Zeitreihenprognose	141
8.1	Definitionen und Klassifikationen	141
8.2	Zeitreihenkomponenten und ihre Verknüpfungen	143
8.3	Analyse von Zeitreihen	145
8.3.1	Zeitreihen ohne Saisonkomponente	145
8.3.1.1	Globale Trendmodelle	145
8.3.1.2	Lokale Trendmodelle	152

8.3.2	Zeitreihen mit Saisonkomponente	153
8.3.2.1	Heuristische Verfahren	153
8.3.2.2	Trend- und Saisonschätzung im Globalmodell	154
8.3.2.3	Zerlegung mit gleitenden Durchschnitten im Lokalmodell	157
8.4	Prognose von Zeitreihen	158
8.4.1	Qualitative Prognoseverfahren	159
8.4.2	Quantitative Prognoseverfahren	159
8.4.2.1	Naive Prognosen und Extrapolationen eines Modells	159
8.4.2.2	Exponentielles Glätten	160
8.4.3	Prognosefehler	162
8.4.3.1	Ursachen und Zweck	162
8.4.3.2	Qualitative Prognosefehler	163
8.4.3.3	Quantitative Prognosefehler	165

TEIL B: Wahrscheinlichkeitsrechnung 167

1	Kombinatorik	167
1.1	Permutationen und lexikographische Anordnung	167
1.2	Variationen	168
1.3	Kombinationen, Binomial- und Polynomkoeffizienten	169
2	Konzepte der Wahrscheinlichkeitsrechnung	173
2.1	Zufallsexperiment und Ereignisse	173
2.1.1	Definitionen	173
2.1.2	Ereignisverknüpfungen	173
2.1.3	Ereignisalgebren	177
2.2	Wahrscheinlichkeitsbegriffe und Axiomatik	178
2.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	180
2.4	Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	181
3	Zufallsvariablen und ihre Verteilungen	184
3.1	Definition und Typen von Zufallsvariablen	184
3.2	Eindimensionale Zufallsvariable	185
3.2.1	Verteilungskonzepte	185
3.2.2	Parameterkonzepte	187
3.3	Zwei- und mehrdimensionale Zufallsvariable	198
3.3.1	Verteilungskonzepte	198
3.3.2	Parameterkonzepte	201
3.4	Erzeugen von Zufallszahlen mit vorgegebener Verteilung	204
3.4.1	Echte Zufallszahlen und ihre Generatoren	205
3.4.2	Pseudozufallszahlen und ihre Generatoren	206
3.4.3	Direkte Verfahren für eine vorgegebene Verteilung	208
3.4.4	Indirekte Verfahren für eindimensionale stetige Verteilungen	209
3.4.4.1	Inversion der Verteilungsfunktion	209
3.4.4.2	Verwerfungsmethode	210
3.4.4.3	Mischungsmethode	210
3.4.5	Indirekte Verfahren für eindimensionale diskrete Verteilungen	211
3.4.6	Indirekte Verfahren für zwei- und mehrdimensionale Verteilungen	212
3.4.7	Spezielle Verfahren für einzelne Verteilungen	213

3.5	Transformationen und Funktionen von Zufallsvariablen	213
3.5.1	Transformationen eindimensionaler Zufallsvariablen	213
3.5.2	Funktionen mehrerer Zufallsvariablen	220
3.5.3	Geordnete Zufallsvariablen	223
3.5.4	Mischungen	229
3.6	Ungleichungen für Zufallsvariablen	231
3.6.1	Allgemeine Ungleichungen	231
3.6.2	Ungleichungen für Momente	235
3.6.3	Ungleichungen für Wahrscheinlichkeiten	238
3.6.3.1	Ungleichungen betreffend eine Zufallsvariable	238
3.6.3.2	Ungleichungen betreffend mehrere Zufallsvariablen	240
3.7	Lineare Verteilungen	242
3.7.1	Gleich- oder Rechtecksverteilung – $Re(a;b)$	242
3.7.2	Dreiecksverteilungen	246
3.7.2.1	Linkssteile Dreiecksverteilung – $Ld(a;b)$	246
3.7.2.2	Rechtssteile Dreiecksverteilung – $Rd(a;b)$	248
3.7.2.3	Symmetrische Dreiecksverteilung – $Sd(a;b)$	250
3.7.2.4	Asymmetrische Dreiecksverteilung – $Ad(a;b;c)$	250
3.7.3	Trapez-Verteilung – $Tr(a;b;c;d)$	253
3.7.4	Symmetrische V-Verteilung – $Sv(a;b)$	254
3.8	Verteilungen im Urnenmodell	255
3.8.1	Das Urnenmodell	255
3.8.2	BERNOULLI-VERTEILUNG – $Be(P)$	256
3.8.3	Binomial- und negative Binomialverteilung	258
3.8.3.1	Binomialverteilung – $Bi(n;P)$	258
3.8.3.2	Negative Binomialverteilung – $Nb(\Lambda; \tilde{P})$	262
3.8.4	Hypergeometrische und negative hypergeometrische Verteilung	267
3.8.4.1	Hypergeometrische Verteilung – $Hy(n; N; M)$	267
3.8.4.2	Negative hypergeometrische Verteilung – $Nh(c; N; M)$	272
3.8.5	PÓLYA-Verteilung – $Py(n; N; M; S)$	273
3.8.6	Multi- oder Polynomialverteilung – $Mn(n; P_1; \dots; P_m)$	277
3.8.7	Multivariate hypergeometrische Verteilung – $Mh(n; N; M_1; \dots; M_m)$	279
3.9	Verteilungen im Warteschlangenmodell	282
3.9.1	Warteschlangenmodell und Verweilzeit	282
3.9.2	POISSON-Verteilung – $Po(\lambda)$	283
3.9.3	Exponentialverteilung – $Ex(\lambda)$	288
3.9.4	Gamma- und ERLANG-Verteilung – $Ga(\lambda; c)$	291
3.9.5	WEIBULL-Verteilung – $We(a; b; c)$	295
3.10	Normalverteilung und verwandte Verteilungen	298
3.10.1	Eindimensionale Normalverteilung – $No(\mu; \sigma^2)$	298
3.10.2	Lognormale Verteilung – $Ln(\mu^*; \sigma^{*2})$	306
3.10.3	Zweidimensionale Normalverteilung – $Nz(\mu_X; \mu_Y; \sigma_X^2; \sigma_Y^2; \rho)$	310
3.10.4	Mehrdimensionale Normalverteilung – $Nm(\mu; \Sigma)$	317
3.10.5	χ^2 -Verteilungen	319
3.10.5.1	Zentrale χ^2 -Verteilung – $\chi^2(\nu)$	319
3.10.5.2	Dezentrale χ^2 -Verteilung – $\chi^2(\nu; \lambda)$	323
3.10.6	t -Verteilungen	326
3.10.6.1	Zentrale t -Verteilung – $t(\nu)$	326
3.10.6.2	Dezentrale t -Verteilung – $t(\nu; \delta)$	328

3.10.7	<i>F</i> -Verteilungen	330
3.10.7.1	Zentrale <i>F</i> -Verteilung – $Fi(\nu_1; \nu_2)$	330
3.10.7.2	Dezentrale <i>F</i> -Verteilung – $Fi(\nu_1; \nu_2; \lambda)$	334
3.10.8	WISHART-Verteilung – $Wi(\Sigma; m; \nu)$	336
3.10.9	HOTELLING's- T^2 -Verteilung – $Ht(m; n)$	338
3.10.10	WILKS'- Λ -Verteilung – $Wl(m; \nu_1; \nu_2)$	339
3.11	Weitere stetige Verteilungen	340
3.11.1	Beta-Verteilung – $Bt(c; d)$	340
3.11.2	CAUCHY-Verteilung – $Ca(a; b)$	347
3.11.3	DIRICHLET-Verteilung – $Di(c_0; c_1; \dots; c_m)$	350
3.11.4	Extremwertverteilungen	351
3.11.4.1	Extremwertverteilung vom Typ I – $EwI(a; b)$	352
3.11.4.2	Extremwertverteilung vom Typ II – $EwII(a; b; c)$	354
3.11.4.3	Extremwertverteilung vom Typ III – $EwIII(a; b; c)$	355
3.11.5	LAPLACE-Verteilung – $Lp(a; b)$	355
3.11.6	Logistische Verteilung – $Lo(a; b)$	357
3.11.7	PARETO-Verteilung – $Pa(a; b; c)$	361
3.11.8	Potenz-Verteilung – $Pt(a; b; c)$	363
3.11.9	VON-MISES-Verteilung – $Vm(a; b)$	366
3.11.10	WALD-Verteilung (Inverse GAUSS-Verteilung) – $Wa(a; b)$	367
3.12	Weitere diskrete Verteilungen	369
3.12.1	Einpunkt-Verteilung – $Ep(x_0)$	369
3.12.2	Gleichverteilung – $Gl(a; b; L)$	371
3.12.3	Koinzidenz-, Belegungs- und Iterationsverteilungen	374
3.12.4	Logarithmische Verteilung – $Lg(\theta)$	376
3.12.5	Potenzreihen-Verteilung – $Pr(c)$	379
3.12.6	Zeta-Verteilung – $Ze(\theta)$	380
3.12.7	Zweipunkt-Verteilung – $Zp(x_1; x_2; P)$	383
3.13	Verteilungsfamilien	384
3.13.1	Location-Scale-Verteilungen	384
3.13.2	Verteilungsklassen für Lebensdauer und Verweilzeit	385
3.13.3	Stabile Verteilungen	388
3.13.4	IDD-Variable	390
3.13.5	Exponentialfamilien	390
3.13.6	CORNISH-FISHER- und EDGEWORTH-Reihendarstellungen	392
3.13.7	GRAM-CHARLIER-Reihendarstellungen	393
3.13.8	PEARSON's-Verteilungssystem	394
3.13.9	BURR's Verteilungssystem	395
3.13.10	JOHNSON's Verteilungssystem	396
3.13.11	TUKEY's λ -Verteilungen	397
4	Stochastische Prozesse im Überblick	398
4.1	Definition und Kennzeichnung	398
4.2	Typen und Beispiele	402
4.2.1	Stationäre Prozesse	402
4.2.2	MARKOV-Prozesse	406
4.2.3	Prozesse mit unabhängigen Zuwächsen	408
4.2.4	Martingale	412
4.2.5	Lineare Prozesse	412
4.3	MARKOV-Ketten	415

5	Stochastische Konvergenz, Grenzwertsätze	420
5.1	Konvergenzarten	420
5.2	Gesetze der großen Zahlen	422
5.3	Zentrale Grenzwertsätze	426
TEIL C: Inferentielle Statistik		429
1	Grundkonzepte der Inferenzstatistik	429
1.1	Statistische Theorien im Überblick	429
1.2	Zufallsstichproben	430
1.2.1	Einstufige Stichproben	431
1.2.2	Zweistufige Stichproben und ihre Sonderformen	432
1.2.3	Realisierung von Zufallsstichproben	434
1.3	Stichprobenvektor und Stichprobenfunktionen	437
1.4	Likelihood-Funktion	439
2	Schätztheorie	444
2.1	Punktschätzung	444
2.1.1	Eigenschaften von Schätzfunktionen	444
2.1.1.1	Erwartungs- und Mediantreue	445
2.1.1.2	Effizienz	446
2.1.1.3	Konsistenz	449
2.1.1.4	Suffizienz	450
2.1.1.5	Normalität und Linearität	454
2.1.1.6	Robustheit	454
2.1.1.7	Klassen von Schätzern nach ihren Eigenschaften	456
2.1.2	Konstruktionsprinzipien für Schätzfunktionen	456
2.1.2.1	Delta-Methode	456
2.1.2.2	Momentenmethode	457
2.1.2.3	Perzentilmethode	458
2.1.2.4	Maximum-Likelihood-Methode	459
2.1.2.5	Kleinst-Quadrate-Methode	464
2.1.2.6	χ^2 -Minimum-Methode	465
2.2	Intervallschätzung	465
2.2.1	Schwankungs- und Schätzfehlerintervalle	465
2.2.2	Konfidenzintervalle	467
2.2.3	BONFERRONI-Konfidenzintervalle und gemeinsame Konfidenzbereiche	473
2.2.4	Toleranzintervalle (Statistische Anteilsbereiche)	474
2.3	Weitere Schätzverfahren	482
2.3.1	Sequentielle Schätzung	482
2.3.2	Robuste Schätzung	483
2.3.3	Resampling Techniken	489
2.3.4	Nichtparametrische Dichteschätzung	492
2.3.5	Graphische Verfahren im Wahrscheinlichkeitsnetz	497
3	Testtheorie	504
3.1	Grundbegriffe der Testtheorie	504
3.1.1	Ablauf eines Tests	504
3.1.2	Beurteilung eines Tests	507

3.1.3	Hypothesenformulierung	511
3.1.4	Likelihood-Quotienten-Tests	514
3.1.5	WALD- und LAGRANGE-Multiplikatoren-Tests	518
3.1.6	Sequentieller Likelihood-Quotienten-Test	519
3.1.7	Randomisierte Tests	524
3.2	Verteilungsgebundene Parametertests	525
3.2.1	Tests für einen Mittelwert	525
3.2.2	Tests zum Vergleich von Mittelwerten bei Normalverteilungen	527
3.2.3	Tests zum Vergleich von Mittelwerten bei POISSON-Verteilungen	530
3.2.4	Tests für einen Anteilswert (Binomialtest)	530
3.2.5	Tests zum Vergleich von Anteilswerten	531
3.2.6	Tests für eine Varianz	532
3.2.7	Tests zum Vergleich von Varianzen	534
3.2.8	Tests für Korrelationskoeffizienten	535
3.3	Verteilungsfreie Parametertests	536
3.3.1	Einstichproben-Lagetests	536
3.3.1.1	Randomisierungstest für den Median einer symmetrischen Verteilung	536
3.3.1.2	Rangzahlen, Rangstatistiken und ihre Verteilung	538
3.3.1.3	Allgemeiner Vorzeichen-Test	540
3.3.1.4	WILCOXON's Vorzeichen-Rangtest	541
3.3.2	Zweistichproben-Probleme bei unabhängigen Stichproben	542
3.3.2.1	Definition und Verteilung der einschlägigen Rangstatistik	542
3.3.2.2	Rangtests für Lagealternativen	543
3.3.2.3	Rangtests für Streuungsalternativen	546
3.3.3	Zweistichprobenprobleme bei verbundenen Stichproben	550
3.3.3.1	Vorzeichen-Test	550
3.3.3.2	WILCOXON-Test	551
3.3.4	Mehrstichproben-Probleme	552
3.3.4.1	KRUSKAL-WALLIS-Test bei unabhängigen Stichproben	552
3.3.4.2	FRIEDMAN-Test bei verbundenen Stichproben	554
3.4	Weitere Testverfahren	555
3.4.1	Tests auf Ausreißer	555
3.4.2	Tests auf Zufälligkeit	561
3.4.3	Tests auf Unabhängigkeit	566
3.4.3.1	χ^2 -Unabhängigkeitstest	566
3.4.3.2	Exakter FISHER-YATES-Test	567
3.4.3.3	Rangkorrelationstest	569
3.4.4	Homogenitätstests	572
3.4.4.1	χ^2 -Homogenitätstest	572
3.4.4.2	KOLMOGOROV-SMIRNOV-Homogenitätstest	573
3.4.5	Anpassungstests	576
3.4.5.1	χ^2 -Anpassungstest	576
3.4.5.2	KOLMOGOROV-SMIRNOV-Anpassungstest	577
3.4.5.3	Tests auf Normalverteilung	578
4	Weitere Inferenztheorien	586
4.1	BAYES-Inferenz	586
4.1.1	BAYES-Rückschluss	586
4.1.2	Konjugierte Verteilungen	588
4.1.3	Empirische BAYES-Methoden	591

4.2 Statistische Entscheidungstheorie 592
 4.3 Likelihoodinferenz 598
 4.4 Fiduzialinferenz 598
 4.5 Strukturinferenz 599

TEIL D: Spezielle Methoden und Spezialgebiete der Statistik 601

1 Regressionsanalyse 601
 1.1 **Lineare Regression 601**
 1.1.1 Deterministische Regressoren und beliebig verteilte Störvariable 603
 1.1.1.1 Skalare Kovarianzmatrix der Störvariablen 603
 1.1.1.2 Nichtskalare Kovarianzmatrix der Störvariablen 608
 1.1.2 Deterministische Regressoren und normalverteilte Störvariable 611
 1.1.2.1 Skalare Kovarianzmatrix der Störvariablen 611
 1.1.2.2 Nichtskalare Kovarianzmatrix der latenten Variablen 615
 1.1.3 Stochastische Regressoren 616
 1.1.4 GMM-Schätzung 617
 1.1.4.1 OLS als Momentenproblem 617
 1.1.4.2 IV-Schätzung als Momentenproblem 618
 1.1.4.3 Eigenschaften des GMM-Schätzers 619
 1.1.5 Autokorrelation der Störvariablen 620
 1.1.5.1 Tests auf Autokorrelationsfreiheit 620
 1.1.5.2 Schätzung bei Autokorrelation 625
 1.1.6 Heteroskedastizität der Störvariablen 626
 1.1.6.1 Tests auf Homoskedastizität 627
 1.1.6.2 Schätzung bei Heteroskedastizität 629
 1.1.7 Beurteilung der Regressoren und der funktionalen Form 631
 1.1.8 Multikollinearität 635
 1.1.8.1 Folgen, Entdeckung und Messung von Multikollinearität 635
 1.1.8.2 Überwindung von Multikollinearität 637
 1.1.9 Multivariate Regression 640
 1.2 **Nichtlineare Regression 643**
 1.2.1 OLS- und ML-Schätzung 644
 1.2.2 Berechnung der Schätzwerte 646
 1.2.2.1 GAUSS-NEWTON-Methode 646
 1.2.2.2 NEWTON-RAPHSON-Methode 647
 1.2.3 Intervallschätzung und Tests 649
2 Varianzanalyse 650
 2.1 **Terminologie und Systematisierung 650**
 2.2 **Einfache ANOVA 651**
 2.2.1 Deskriptive Auswertung 652
 2.2.2 Das Modell mit festen Effekten 652
 2.2.3 Das Modell mit zufälligen Effekten 657
 2.3 **Zweifache ANOVA 660**
 2.3.1 Balancierte Kreuzklassifikation 660
 2.3.1.1 Deskriptive Auswertung 660
 2.3.1.2 Das Modell mit festen Effekten 662
 2.3.1.3 Das Modell mit zufälligen Effekten 665

2.3.1.4	Das Modell mit gemischten Effekten	667
2.3.1.5	Der Sonderfall ohne Wiederholung	668
2.3.2	Balancierte hierarchische Klassifikation	669
3	Multivariate Verfahren	674
3.1	Distanzmessung	674
3.2	Diskriminanzanalyse	680
3.2.1	Diskriminanzanalyse bei Normalverteilung	681
3.2.2	Diskriminanzanalyse nach FISHER	685
3.2.3	Trennmaße und Variablenselektion	688
3.3	Clusteranalyse	689
3.3.1	Klassifikationstypen	689
3.3.2	Bewertung einer Klassifikation	692
3.3.3	Hierarchische Klassifikation	694
3.3.4	Nichthierarchische Klassifikation	696
3.3.5	Kritische Bemerkungen	699
3.4	Hauptkomponentenanalyse	699
3.4.1	Definition und Berechnung von Hauptkomponenten	699
3.4.2	Interpretation, Anzahl und Anwendungen der Hauptkomponenten	702
3.5	Faktorenanalyse	707
3.5.1	Das faktorenanalytische Modell	707
3.5.2	Faktorenlösung	710
3.5.3	Faktorrotation	712
3.5.4	Kritische Bemerkungen	715
3.6	Kanonische Korrelationsanalyse	716
4	Stichprobentheorie	721
4.1	Einstufig Auswahl	721
4.1.1	Einfache Zufallsstichprobe	722
4.1.1.1	Notation und Grundlagen	722
4.1.1.2	Hochrechnung	724
4.1.1.3	Bestimmung des Stichprobenumfangs	725
4.1.2	Systematische Auswahl	726
4.1.3	Auswahl mit ungleichen Wahrscheinlichkeiten	726
4.2	Geschichtete einfache Auswahl	728
4.2.1	Notation und Grundlagen	728
4.2.2	Aufteilung des Stichprobenumfangs	730
4.2.3	Hochrechnungsverfahren	731
4.2.4	Nachträgliche Schichtung	734
4.2.5	Einfache Klumpenauswahl	734
4.3	Zweistufig Auswahlverfahren	736
5	Zeitreihenprognose nach BOX/JENKINS	737
5.1	Modelltypen	737
5.1.1	Stationäre stochastische Prozesse	737
5.1.1.1	AKR, PAKR und deren Schätzung	738
5.1.1.2	MA-Prozesse	740
5.1.1.3	AR-Prozesse	747
5.1.1.4	ARMA-Prozesse	755

5.1.2	Trendmodelle	759
5.1.2.1	Deterministische Trendmodelle	759
5.1.2.2	Stochastische Trendmodelle und ARIMA-Prozesse	760
5.1.3	Saisonmodelle und SARIMA-Modelle	767
5.2	Identifikation und Spezifikation	771
5.2.1	Stationarisierung einer Zeitreihe	771
5.2.1.1	Vorarbeiten	771
5.2.1.2	Wahl eines Differenzenfilters	772
5.2.1.3	Einheitswurzeltests	773
5.2.2	Festlegung der AR- und MA-Polynomgrade	776
5.3	Parameterschätzung	778
5.3.1	Momentenmethode	778
5.3.2	Maximum-Likelihood-Methode	780
5.4	Modelldiagnose und Evaluierung	784
5.4.1	Diagnostische Tests	784
5.4.2	Selektionskriterien	786
5.5	Prognose	788
5.5.1	MMSE-Prognose	788
5.5.2	Prognoseformeln für einige Modelle	789
5.5.3	Aktualisierung von Prognosen	795
6	Statistische Qualitätssicherung	796
6.1	Prozess- und Produktplanung (Preline oder Offline Control)	796
6.1.1	Faktorielle Versuche	797
6.1.2	Vollständige 2^k -Pläne	799
6.1.2.1	Symbolik	799
6.1.2.2	2^2 -Design	800
6.1.2.3	2^k -Design für $k \geq 3$	803
6.1.2.4	Einfache Durchführung des 2^k -Designs	806
6.1.2.5	Blockbildung und Vermengung	806
6.1.3	Teilfaktorpläne	807
6.1.3.1	Halber 2^k -Design	807
6.1.3.2	2^{k-p} -Designs	809
6.2	Prozesssteuerung (Online Control)	809
6.2.1	Prozessfähigkeitsmessung	809
6.2.1.1	Ausschussanteil als Unfähigkeitskennzahl	811
6.2.1.2	Fähigkeitsindizes bei normalverteiltem Qualitätsmerkmal	814
6.2.1.3	Fähigkeitsindizes bei nicht-normalverteiltem Qualitätsmerkmal	819
6.2.1.4	Fähigkeitsindizes im multivariaten Fall	820
6.2.2	Qualitätsregelkarten	821
6.2.2.1	Aufbau und Arten von QRK	821
6.2.2.2	SHEWHART-Karten für die zählende Prüfung	825
6.2.2.3	SHEWHART-Karten für die messende Prüfung	828
6.2.2.4	Karten für ein Merkmal mit Toleranzen	837
6.2.2.5	Karten mit Gedächtnis	841
6.3	Annahmeprüfung (Postline Control)	843
6.3.1	Aufgaben und Arten von Prüfplänen	843
6.3.2	Zählende Annahmeprüfung	844
6.3.2.1	Einfache Prüfpläne	844
6.3.2.2	Doppelte, mehrfache und sequentielle Prüfpläne	850

6.3.3	Messende Annahmeprüfung	853
6.3.3.1	Prüfpläne mit einem Grenzwert bei bekannter Varianz	854
6.3.3.2	Prüfpläne mit einem Grenzwert bei unbekannter Varianz	854
6.3.3.3	Prüfpläne mit zwei Grenzwerten	855
7	Life-Testing, Erneuerung und Zuverlässigkeit	856
7.1	Lebensdauer und verwandte Konzepte	856
7.1.1	Deskription der unbedingten Lebensdauer	857
7.1.2	Lebens- oder Nutzungspotenzial	860
7.1.3	Formen bedingter Lebensdauer	863
7.1.3.1	Restlebensdauer	863
7.1.3.2	Frühhausfallzeit	865
7.1.3.3	Interimslebensdauer	866
7.2	Klassen von Lebensdauerverteilungen	867
7.2.1	Verteilungen nach dem Verhalten der Hazardrate	868
7.2.2	Verteilungen nach der Eigenschaft „neu besser (schlechter) als gebraucht“	870
7.2.3	Weitere Alterungskriterien	870
7.3	Parametrische Lebensdauerverteilungen	872
7.3.1	Bekanntere Verteilungen	872
7.3.2	Weniger bekannte Verteilungen	880
7.4	Lebensdauerprüfpläne	885
7.4.1	Felddaten versus Labordaten	885
7.4.2	Statistisch relevante Eigenschaften von Lebensdauerprüfplänen	885
7.4.3	Einstufige Pläne mit direkter zeitlicher Limitierung	887
7.4.4	Einstufige Pläne mit indirekter zeitlicher Limitierung	889
7.4.5	Mehrfache oder progressive Zensurierung	891
7.5	Graphische Auswertung von Lebensdauerdaten	893
7.5.1	Arbeiten mit einem Wahrscheinlichkeitsnetz	893
7.5.2	Hazard-Plotting	895
7.5.3	TTT-Plotting	897
7.6	Numerische Auswertung von Lebensdauerdaten	898
7.6.1	ML-Schätzung	899
7.6.2	Lineare Schätzung	901
7.7	Erneuerungstheorie	903
7.7.1	Erneuerungsprozesse: Definition und Arten	903
7.7.2	Prozessvariable von Erneuerungsprozessen	904
7.8	Zuverlässigkeitstheorie	909
7.8.1	Zuverlässigkeitsparameter	909
7.8.2	Strukturierte Systeme und ihre Zuverlässigkeit	909
7.8.3	Systemfunktionen	916
TEIL E: Anhänge		921
1	Tabellen	921
2	Nomogramme	963
3	Lineare Algebra	974
3.1	Definition und Typen von Matrizen, Transposition	974
3.2	Addition und Subtraktion von Matrizen	976

3.3	Matrizenmultiplikation	976
3.4	Spur einer Matrix	978
3.5	Determinanten	978
3.6	Rang einer Matrix und lineare Abhängigkeit von Vektoren	979
3.7	Inverse Matrix und Pseudoinverse	979
3.8	Lineare Gleichungssysteme	981
3.9	KRONECKER-Produkt	982
3.10	Eigenwerte und Eigenvektoren	983
3.11	Ähnliche Matrizen und Matrizen diagonalisierung	984
3.12	Orthogonale Matrizen	985
3.13	Idempotente Matrizen	985
3.14	Quadratische Formen, definite und semidefinite Matrizen	985
3.15	Vektorisierung von Matrizen	986
3.16	Vektor- und Matrixdifferentiation	987
3.17	Extremwerte ohne und mit Nebenbedingungen	990
4	Symbole und Abkürzungen	992
4.1	Griechisches Alphabet	992
4.2	Zeichen und Symbole der Mathematik	992
4.2.1	Mengenlehre	992
4.2.2	Logik	994
4.2.3	Beziehungszeichen	994
4.2.4	Algebra, Arithmetik, Zahlentheorie	995
4.2.5	Analysis	997
4.2.6	Konstanten	999
4.2.7	Zahlwörter, Vorsilben für Vielfache und Teile von Einheiten	1000
4.3	Zeichen, Symbole und Abkürzungen der Statistik	1000
4.3.1	Ausgewählte Notationen der deskriptiven Statistik	1000
4.3.2	Ausgewählte Notationen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der statistischen Inferenz	1003
5	Literaturverzeichnis	1008
6	Englische Fachbegriffe	1028
7	Stichwortverzeichnis	1039

Abbildungsverzeichnis

0/1	Gliederung der Statistik als Methodenlehre	2
A1/1	Aufbau einer Tabelle in Anlehnung an DIN 55301	15
A1/2	Gliederung der statistischen Maßzahlen	21
A2/1a	Stabdiagramm	23
A2/1b	Balkendiagramm	23
A2/2a	Rechteckdiagramm (horizontal)	24
A2/2b	Rechteckdiagramm (vertikal)	24
A2/3a	Kreisdiagramm	24
A2/3b	Kreisdiagramm (Hervorhebung)	24
A2/4a	PARETO-Diagramm	25
A2/4b	PARETO-Diagramm (gestapelt)	25
A2/5	Empirische Verteilungsfunktion, empirische komplementäre Verteilungsfunktion, Funktion der relativen Häufigkeiten	27
A2/6	Histogramm (oben) und Verteilungspolygon (unten)	32
A2/7a	Perzentilermittlung bei einer Verteilungsfunktion in Treppenform	34
A2/7b	Perzentilermittlung bei einer Verteilungsfunktion in Form eines Polygonzuges	34
A2/8	Symmetrische Verteilungen	47
A2/9	Linkssteile Verteilung	47
A2/10	Rechtssteile Verteilung	47
A2/11	Fünf-Zahlen-Zusammenfassung	49
A2/12	Box-Plot	50
A2/13	Multipler gekerbter Box-Plot	50
A2/14	Stamm-und-Blatt-Darstellung*	51
A2/15	QQ-Plots für je zwei gleich lange Stichproben ($n = 20$) aus:	52
A3/1a	3D-Stabdiagramm	55
A3/1b	3D-Treppenfunktion	55
A3/2a	3D-Histogramm	56
A3/2b	3D-Polygonzug	56
A3/3	Streuungsdiagramme zweier ordinaler Merkmale und der zugehörigen Rangzahlen	68
A3/4	Streuungsdiagramm und Kovarianz	75
A3/5	Kovarianz bei verschiedenen Arten der Beziehung zwischen zwei Merkmalen	76
A3/6	Erläuterungen der KQ-Methode	80
A4/1	Trivariate Häufigkeitsverteilung und weitere, daraus abgeleitete Häufigkeitsverteilungen	85
A4/2	Regressionsebene und Beobachtungswerte	89
A4/3	Symbolischer Scatterplot (Drittes Merkmal qualitativ)	93
A4/4	Symbolischer Scatterplot (Drittes Merkmal kardinal)	93
A4/5	SEBER-Plot	94
A4/6	Scatterplot-Matrix	94
A4/7	Casement-Plot	95
A4/8	3D-Scatterplot	95

A4/9	Prof Ikurven	96
A4/10	ANDREWS–Waves	96
A4/11	Sternen–Plot	97
A4/12	Sonnen–Plot	97
A4/13	Glyphen	97
A4/14	FLURY–RIEDWYL–Gesichter	98
A5/1	Einteilung der Verhältniszahlen	99
A5/2	Einteilung der dynamischen Messzahlen nach dem Basistyp	101
A6/1	Konzentrationskurve	113
A6/2	LORENZ–Kurve und Konzentrationsfläche bei unklassierten Daten	116
A7/1	BECKER–Diagramm (oben) und Bestandsfunktion (unten) bei bekannten individuellen Verweilzeiten	123
A7/2	Bestandsfunktion und ihre lineare Approximation bei geschlossener Masse	124
A7/3	Erläuterung einiger Größen aus der Sterbetafel	128
A7/4	Sterbewahrscheinlichkeiten aus den Sterbetafel 1986/88 und 2001/03	140
A7/5	Mittlere Restlebensdauer aus den Sterbetafeln 1986/88 und 2001/03	140
A8/1	Komponenten einer Zeitreihe	144
A8/2	Verläufe von Polynomen nullten bis fünften Grades	146
A8/3	Verläufe von Potenz- und Wurzelfunktionen ($a = 0,01^b$)	147
A8/4	Verläufe von Exponentialfunktionen	148
A8/5	Verläufe Wachstumsfunktionen mit Sättigungsgrenzen	149
A8/6	Entwicklung der US–Bevölkerung (in Mio.) zwischen 1790 und 2000 sowie Modellierung und Prognose durch Wachstumsfunktionen mit Sättigungsgrenze	151
A8/7	Idee der lokalen Geradenanpassung	152
A8/8	P–R–Diagramm für Jahreswachstumsrate (in v. H.) des Staatsverbrauchs (Prognosen des Sachverständigenrats zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung)	164
B1/1	Konzepte der Kombinatorik im Überblick	171
B2/1	Operationen mit Ereignissen im VENN–Diagramm	175
B2/2	Disjunkte Ereignisse	176
B2/3	A zieht B nach sich	176
B2/4	$A = B$	176
B2/5	Vollständiges Ereignissystem	176
B2/6	Wahrscheinlichkeit als Mengenfunktion (diskreter Fall)	178
B2/7	Wahrscheinlichkeit als Mengenfunktion (stetiger Fall)	178
B2/8	Totale Wahrscheinlichkeit	183
B3/1	Zufallsvariable beim dreimaligen Werfen einer fairen Münze	184
B3/2	Beziehung zwischen Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion	186
B3/3	Beziehung zwischen Dichte- und Verteilungsfunktion	187
B3/4	Wirkung der Funktionsparameter anhand der WEIBULL–Dichte	188
B3/5	Gebiete im \mathbb{R}^2 und zugehörige Wahrscheinlichkeiten	198
B3/6	Reguläre Polyeder	205
B3/7	Scheibe mit zehn gleich großen Sektoren	206