

Stöcker

**Taschenbuch
mathematischer
Formeln und
moderner Verfahren**



Mit CD-ROM
DeskTop Mathematik

Verlag
Harri
Deutsch



Funktion $f(x)$, Ableitung $f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$ und Stammfunktion $\int f(x) dx = F(x) + C$

$f'(x)$	$f(x)$	$F(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$F(x)$
0	c	cx	e^x	e^x	e^x
1	x	$\frac{1}{2}x^2$	e^{ax}	e^{ax}	$\frac{1}{a}e^{ax}$
x^n	$\frac{1}{n+1}x^{n+1}$	$\frac{1}{n+2}x^{n+2}$	$\frac{1}{x}$	$\ln x $	$\frac{1}{2}(\ln x)^2$
$\frac{1}{x^n}$	$\frac{1}{1-n}x^{1-n}$	$\frac{1}{2-n}x^{2-n}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$
$\cos(ax)$	$\sin(ax)$	$-\cos(ax)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{2}(\arcsin(x) + \sqrt{1-x^2})$
$\sin(ax)$	$-\cos(ax)$	$\sin(ax)$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\operatorname{arctanh}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arctanh}(x) + \sqrt{1-x^2})$
$\frac{1}{\cosh(ax)}$	$\operatorname{arctanh}(x)$	$-\ln \cosh(x) $	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctan}(x)$	$\operatorname{arctan}(x) + \frac{1}{2}\ln 1+x^2 $
$\frac{1}{\sinh(ax)}$	$\operatorname{arcsinh}(x)$	$\ln \sinh(x) $	$\frac{1}{1-x^2}$	$\operatorname{arccoth}(x)$	$\operatorname{arccoth}(x) + \frac{1}{2}\ln 1-x^2 $
$\cosh(ax)$	$\sinh(ax)$	$\cosh(ax)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{arccosh}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arccosh}(x) + \sqrt{x^2-1})$
$\sinh(ax)$	$\cosh(ax)$	$\sinh(ax)$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{arcsch}(x)$	$\frac{1}{2}(\operatorname{arcsch}(x) + \sqrt{x^2-1})$
$\frac{1}{\cosh^2(x)}$	$\tanh(x)$	$\ln \cosh(x) $	$\frac{1}{1-x^2}$	$\operatorname{arctanh}(x)$	$\frac{1}{2}\ln 1-x^2 $
$\frac{1}{\sinh^2(x)}$	$\coth(x)$	$\ln \sinh(x) $	$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctanh}(x)$	$\frac{1}{2}\ln 1-x^2 $

Differentiations- und Integrationsregeln

Konstante	$f' = \frac{d}{dx} c = 0$	Konstante	$\int c dx = \int c dx$
Summe	$\frac{d}{dx} (f + g) = f' + g'$	Produkt	$\int (f + g) dx = \int f dx + \int g dx$
Konstante	$\frac{d}{dx} (c \cdot f) = c \cdot f'$	Konstante	$\int c \cdot f dx = c \cdot \int f dx$
Produkt	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$	Summe	$\int f \cdot g dx = \int f dx \cdot g + \int f dx \cdot g'$
Quotient	$(\frac{f}{g})' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$	partielle Integration	$\int f \cdot g dx = f \cdot g - \int f' \cdot g dx$
Kettenregel	$(f(g(x)))' = \frac{df}{dg} \cdot f'(g)$	Substitution	$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(u) du$
Logarithm	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	Logarithm-Integration	$\int \frac{f(x)}{x} dx = \ln x \cdot f(x) - \int f'(x) \ln x dx$

Weitere Regeln

Quotient	$\frac{d}{dx} \left(\frac{f}{g} \right) = \frac{f'g - fg'}{g^2}$	Integrale	$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$
Umkehrfunktion	$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))} = \frac{1}{f'(y)}$	Vertauschen	$\int_a^b f(x) dx = \int_b^a -f(x) dx$
Substitution	$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	Vertauschung	$\int_a^b f(x) dx = \int_b^a -f(x) dx$
Derivaten	$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	Integration	$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

1	Zahlenrechnen (Arithmetik und Numerik)	1	⇒
2	Gleichungen und Ungleichungen (Algebra)	34	⇒
3	Geometrie und Trigonometrie der Ebene	54	⇒
4	Geometrie des Raumes	84	⇒
5	Funktionen	102	⇒
6	Vektorrechnung	291	⇒
7	Koordinatensysteme	307	⇒
8	Analytische Geometrie	331	⇒
9	Matrizen, Determinanten und lineare Gleichungssysteme	358	⇒
10	Boolesche Algebra – Anwendung in der Schaltalgebra	413	⇒
11	Graphen und Algorithmen	425	⇒
12	Differentialrechnung	430	⇒
13	Differentialgeometrie	451	⇒
14	Unendliche Reihen	462	⇒
15	Integralrechnung	475	⇒
16	Vektoranalysis	509	⇒
17	Komplexe Variablen und Funktionen	526	⇒
18	Differentialgleichungen	552	⇒
19	Fourier-Transformation	588	⇒
20	Laplace- und z-Transformation	624	⇒
21	Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik	656	⇒
22	Fuzzy-Logik	719	⇒
23	Neuronale Netze	740	⇒
24	Nutzung von Computern	751	⇒
25	Integraltafeln	816	⇒
26	Sachwortverzeichnis	850	⇒

**Taschenbuch
mathematischer Formeln
und moderner Verfahren**

Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren

Herausgegeben von
Prof. Dr. Horst Stöcker

Nachdruck der 4., korrigierten Auflage

Verlag
Harri
Deutsch



Professor Dr. Horst Stöcker

Judah M. Eisenberg Professor Laureatus an der Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt am Main.

Direktor und Senior Fellow des FIAS (Frankfurt Institute for Advanced Studies),

Gründungsdirektor der FIGSS (Frankfurt International Graduate School of Sciences)

Seit August 2007 Wissenschaftlicher Geschäftsführer der GSI (Gesellschaft für Schwerionenforschung)

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen
Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

ISBN 978-3-8171-1811-3 (Buch)

ISBN 978-3-8171-1812-0 (Buch mit CD-ROM)

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches – oder von
Teilen daraus – sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages
in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren; auch nicht für Zwecke der Unter-
richtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, stored, repro-
duziert oder in irgendeiner Weise verbreitet werden. Zitiert-
fassungen unterliegen den Selbstbestimmungen der Urheberrechtsinhaber.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig revidiert. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag
für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Ver-
antwortung.

Nachdruck der 4. korrigierten Auflage 1999, 2003, 2007

© Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft GmbH, Frankfurt am Main, 2007

Name, Satzherstellung: Dr. Naake, Braun-Felsdorf / www.naake-satz.de

Druck: Clausen & Boss, Jena

Printed in Germany

Koordinator (und die von ihm bestellten Kapitel)

Gesamtdurchsicht für die 4. Auflage

Prof. Dr.-Ing. **Holger Lutz**, FH Gießen-Friedberg

Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Math. **Monika Lutz**, FH Gießen-Friedberg

Dipl.-Phys. **Jens Knopka**, Uni Frankfurt, (1 & 2) mit

Dr.-Ing. Dieter Zetsche, Mercedes-Benz AG, Stuttgart

Prof. Dr. Hermut Kuhse, Uni Homburg

Dr. **André Jahn**, Uni Frankfurt, (3 & 4) mit

Priv.-Doz. Dr. Hans Babovsky, Uni Kaiserslautern

Dipl.-Phys. Nina Flach, Dresden

Prof. Dr. Stefan Jaminan, FH Mannheim

Dr. **Christoph Hartmann**, Ecole de Mines und Schwach Nenne, (5 & 16) mit

Dipl.-Phys. Soeren Haas, Uni Frankfurt

Prof. Dr.-Ing. Klaus Frenn, FH Rheinland-Phila, Abt. Kunststoffen

Dr. **Jürgen Schaffner**, Nibel-Büro Institut, Kempten, (6-8 & 12-15) mit

Dr. **Mario Vidovic**, Uni Frankfurt

Prof. Dr.-Ing. Holger Lutz, FH Gießen-Friedberg

Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Math. **Monika Lutz**, FH Gießen-Friedberg

Prof. Dr. **Horst Stücker**, Uni Frankfurt, (9) mit

Dr. Christian Hofmann, TU Braunschweig

Dipl.-Ing. Holmut Kutz, Mauer AG, Oberndorf

Dr. **Klaus Rannich**, Uni Frankfurt, (10 & 24) mit

Dipl.-Inform. Ingo Rannich, Uni Frankfurt

Prof. Dr. Wilfried Richter, Uni GH Paderborn

Prof. Dr. **Stefried Fuchs**, Dresden, (11 & 14) mit

Dr. **Raffaele Mattiello**, Uni Frankfurt

Prof. Dr. Georg Terstapski, FH Rheinland-Phila, Abt. Kunststoffen

Dr. **Dirk Rischke**, Columbia University, New York, (17) mit

Prof. Dr. Rudolf Pöhl, FH Frankfurt

Dr. **Thomas Schönfeld**, Uni Frankfurt, (18) mit

Prof. Dr. Wilhelm Wenzel, FH Heilbronn, Außenstelle Kempten

Dr. **Volker Blum**, Schwarzart & Partner, Köln, (19 & 20) mit

Dipl.-Phys. **Christoph Best**, Uni Frankfurt

Phys. Techn. Ass. Axel Smoll, NTA 1100

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Weinst, HHT-Garmisch

Prof. Dr. **Adolf Grauel**, Uni GH Paderborn, (22)

Dipl.-Phys. **Arnd Bischoff**, Uni Frankfurt, (23) mit

Prof. Dr. Bernd Schömann, Siemens AG

Dipl.-Phys. **Markus Hofmann**, Uni Frankfurt, (24) mit

Dipl.-Phys. Christian Späth, Uni Frankfurt

Prof. Dr. Günter Fließ, Dresden

Dipl.-Phys. **Luke Wöckelmann**, Uni Frankfurt, (25) mit

Prof. Dipl.-Ing. Jürgen Weitzel, FH der Techn. Bildung

Mitteilungen von

- Dipl.-Phys. Thomas Achenbach, FTZ, Teichkorn, Darmstadt;
Prof. Dr. Jürgen Altmann, Mathematische Fachhochschule,
Prof. Dr. V. Baumgärtner, HTW des Saarlandes, Saarbrücken;
Dipl.-Phys. Marcus Bäncher, Uni Frankfurt;
Prof. Dr. Gertfried Brüche, Fachhochschule Lappe;
Dipl.-Ing. Gerd Brunkmann, Leipzig;
Dr. Gerd Buschold, Henschel AG;
Prof. Dr. H. Carl, FH Biberach;
Prof. Dr. A. Dobrinski, Rheinische FH Köln;
Dipl.-Phys. Adrian Dümmler, Uni Frankfurt;
Dipl.-Phys. Ulrich Eickmann, Uni Frankfurt;
Dr. Norbert Fleischer, Miskau;
Prof. Dr. W. Glaser, FH Jena;
Prof. Günter Geil, FH Karlsruhe;
Dipl.-Phys. Harald Geil, Uni Frankfurt;
Prof. E. Groth, FH Hamburg;
Prof. Dr. M. Herrmann, Uni Jena;
Prof. Dr. W. Hoyer, FH Ravensburg-Weingarten;
Dipl.-Ingenieur Jürgen Hölzer, TU München;
Dr. Kyong Ho Kong, Uni Frankfurt;
Prof. Dr. K. Kuraw, FH Rheinland Pfalz;
Dr. Andreas von Krosigk, Uni Frankfurt;
Prof. Dr. H.-J. Kröcker, Humboldt-Uni Berlin;
Prof. Dr. E. Lenzke, TU Chemnitz;
Dr. E. Lohrer, TU Chemnitz;
Gerhard Meering, Hannover;
Prof. Dr. H.D. Metz, GH Wuppertal;
Dipl.-Ing. Robert Mitzel, Studiengesellschaft, Haldbergstraße Oberursel;
Dr. Hans-Georg Reusch, Uni Münster;
Dipl.-Phys. Matthias Rossmück, Uni Frankfurt;
Dr. Wolfgang Schäfer, Bosch Telegon, Frankfurt;
Dr. H.-J. Schell, TU Chemnitz;
Prof. Dr. Kh. Schillke, FH Krefeld;
Dr. Jani Stibnyak, JINR Dubna;
Prof. Dr. Peter Thaler, FH Flensburg;
Dr. Dirk Thümmel, Louisiana State University;
Prof. Dr. U. Wobal, TH Zwickau;

Was für wen?

Die Anwendung der Mathematik in den Ingenieur- und Naturwissenschaften wird heute (auch im Einsatz von Computern) zunehmend in Ausbildung und Praxis werden daher die Methoden der analytischen Mathematik zunehmend durch numerische, computergestützte Rechenverfahren ergänzt.

Das **Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren** ist nicht von zufälligen Hinweisen und doctri- naren, Wissenschaftlern (und in der Praxis oft beiden) Eigenheiten mit dessen Geistesgeist) anreicht und zusammengefasst.

Das Taschenbuch versteht:

- elementare Schulmathematik
- Basiswissen für Abmaturierten und Abmaturierten, Fachoberschul- und Studienkräfte im Einzelstudium
- Aufbauwissen für langjährige Studierende
- den mathematischen Background für alle Ingenieur- und Wissenschaftlerberufe

Wozu?

- Komplettes Nachschlagewerk für die Berufspraxis
- als schnell verfügbare Informationsquelle für Klausuren und Prüfungen
- schneller Hilfen und beim Lösen von Problemen auf Übungsaufgaben

Was ist enthalten und wie wird es dargestellt?

- alle wichtigen Begriffe, Formeln, Regeln und Sätze
- zahlreiche Beispiele und praktische Anwendungen
- Hinweise auf Fehlerquellen, wichtige Tipps und Querbeziehungen
- analytische und numerische Lösungsverfahren im strikten Vergleich
- Programmsequenzen in PASCAL, C++, FORTRAN

Struktur und Besonderheiten

Die Autoren gewannen die bestmögliche Informationsstruktur und beschließen die bestmögliche Gestaltung des Taschenbuchs:

- systematisches Inhaltsverzeichnis
- Greifhilfen und hilfreiche Leserzeichen für den schnellen Zugriff
- umfassendes Stichwortverzeichnis

Neuerungen und Überarbeitungen in der vierten Auflage

Graphen und Bäume, Wäpfel, Fuzzy-Logik, Neuronale Netze, Betriebssysteme sowie die Programmiersprachen PASCAL, C, C++, FORTRAN und eine Einführung in die Computer algebra mit MATHEMATICA und MAPLE.

Leserkontakt

Wir möchten auch Sie als Nutzer des Taschenbuchs hören: Vorschläge und Ergänzungen zu den Wirten sind willkommen.

Autoren und Verlag: Hans-Jürgen Dornisch
Ottstraße 43
D-60496 Frankfurt am Main
E-Mail: info@hjb-dornisch.de
<http://www.hjb-dornisch.de>

Inhaltsverzeichnis

1	Zahlenrechnen / Arithmetik und Numerik	1
1.1	Mengen	1
	Übersetzung von Mengen	1
	Mengenoperationen	2
	Gesetze der Mengenlehre	3
	Abbildung und Funktion	4
1.2	Zahlensysteme	6
	Dekadisches Zahlensystem	6
	Weitere Zahlensysteme	6
	Übersetzung in Rechner	6
	Homer-Schema zur Zahlensystemumkehrung	7
1.3	Numerische Zahlen	7
	Vollständige Induktion	8
	Vektoren und Euklid. Normierung	8
	Rechnung mit numerischen Zahlen	8
1.4	Ganze Zahlen	11
1.5	Rationale, Zahlen, pythagoreische Zahlen	11
	Dezimalbrüche	11
	Brüche	12
	Rechnen mit Brüchen	13
1.6	Rechnen mit Quotienten	14
	Prozent	14
	Doppelt	15
1.7	Fünfstufige Rechenkunst	16
	Pyramidenrechnung	16
	Zins- und Zinseszins	17
	Tafelrechenrechnung	16
	Ratenschuldrechnung	17
	Abschreibung	17
1.8	Irrationale Zahlen	18
1.9	Reelle Zahlen	19
1.10	Komplexe Zahlen	19
	Körper der komplexen Zahlen	20
1.11	Rechnen mit reellen Zahlen	20
	Vermischen und Wässern	20
	Ordnungssysteme	21
	Intervalle	21
	Runde und Abschneiden	21
	Rechnen mit Intervallen	22
	Klammerung	22
	Addition und Subtraktion	24
	Satzesummen	24
	Multiplikation und Division	25
	Produktsummen	25
	Potenzen und Wurzeln	25
	Exponential- und Logarithmen	26
1.12	Binomischer Satz	27
	Binomische Formeln	27
	Binomialkoeffizienten	27

	Planisches Dreieck	51
	Eigenschaften der Binomialkoeffizienten	52
	Entwicklung von Potenzen von i -Potenzen	53
2	Gleichungen und Ungleichungen (Algebra)	54
2.1	Grundlegende algebraische Begriffe	54
	Nomenklatur	54
	Gruppen	55
	Ring	56
	Körper	56
	Vektorräume	56
	Algebra	57
2.2	Gleichungen mit einer Unbekannten	57
	Elementare Nullstellensatzformeln	57
	Übersicht der verschiedenen Gleichungsarten	58
2.3	Lineare Gleichungen	59
	Gewöhnliche lineare Gleichungen	59
	Lineare Gleichungen in gebrochener Form	59
	Lineare Gleichungen in ganzzahliger Form	59
2.4	Quadratische Gleichungen	59
	Quadratische Gleichungen in gebrochener Form	60
	Quadratische Gleichungen in ganzzahliger Form	60
2.5	Kubische Gleichungen	60
2.6	Gleichungen vierten Grades	60
	Algebraische Gleichung vierten Grades	62
	Binomische Gleichungen	62
	Systematische Gleichungen vierten Grades	62
2.7	Gleichungen beliebigen Grades	63
	Polynomdivision	63
2.8	Gebrochenrationale Gleichungen	64
2.9	Grenzfälle Gleichungen	64
	Wurdegleichungen	64
	Permutationen	67
2.10	Transzendente Gleichungen	67
	Exponentialgleichungen	67
	Logarithmische Gleichungen	68
	Trigonometrische (goniometrische) Gleichungen	68
2.11	Gleichungen mit mehreren	68
	Gleichung mit einem Betragswort	67
	Gleichungen mit mehreren Betragswörtern	67
2.12	Logikgleichungen	68
	Aussagenumformungen für Logikgleichungen	69
	Addition und Multiplikation von Logikgleichungen	69
2.13	Numerische Lösung von Gleichungen	69
	Grafische Lösung	69
	Iterative Näherung	70
	Dekamerverfahren und Regula Falsi	70
	Newton-Verfahren	71
	Newton-Raphson-Verfahren	72
3	Geometrie und Trigonometrie der Ebene	74
3.1	Geometrie	74
3.2	Grundformeln der Geometrie	75
	Streckenverhältnisse	75

1.8	Kreiszylinder (Mantel)	86
	Kreis	86
	Kreiszylinder (Flächen)	87
	Kreismantel	87
	Kreismantel (Kreismantel)	87
	Kreismantel	87
	Kreismantel (Kreismantel)	87
	Kreis	87
1.9	Geometrie des Raumes	94
1.9.1	Allgemeine Geometrie	94
	Satz von Cavalieri	94
	Stammwische Regel	94
	Goldene Regel	94
1.9.2	Pyramide	95
	Stamm-Pyramide	95
	Querschnitt	95
	Querschnitt (Querschnitt)	95
	Wurde	95
	Satz von Cavalieri (Pyramide)	95
1.9.3	Zylinder	96
	Zylinder	96
	Zylinder (Zylinder)	96
1.9.4	Kegel	97
	Stamm-Pyramide	97
	Kegel	97
	Oberteil	97
1.9.5	Zylinder	98
	Allgemeine Zylinder	98
	Querschnitt (Zylinder)	98
	Stammwische Regel (Zylinder)	98
	Zylinder	98
	Wurde (Zylinder)	98
1.9.6	Kugel	99
	Querschnitt (Kugel)	99
	Stammwische Regel (Kugel)	99
	Kugel	99
1.9.7	Kugel	100
	Querschnitt (Kugel)	100
	Stammwische Regel (Kugel)	100
1.9.8	Kugel	101
	Stammwische Regel (Kugel)	101
	Kugel	101
	Querschnitt (Kugel)	101
	Stammwische Regel (Kugel)	101
	Kugel	101
	Querschnitt (Kugel)	101
	Stammwische Regel (Kugel)	101
1.9.9	Kugel	102
	Stammwische Regel (Kugel)	102
	Kugel	102
	Querschnitt (Kugel)	102
	Stammwische Regel (Kugel)	102
	Kugel	102
	Querschnitt (Kugel)	102
	Stammwische Regel (Kugel)	102

4.10	Wärmekörper	99
	Ellipsoid	99
	Klotzmannsformel	99
	Rohmshorperthoid	99
	Ionen (Fest)	99
	Ionen (Ring)	99
4.11	Praktische Geometrie	99
	Mittelpunkt und Schwerachse	99
	Kombination von geometrischen Objekten	99
	Handwerk, Darstellung	99
	Cavalieri-Menge	100
	Koch-Kurve	100
	Kathische Schmelzflüsse	100
	Sierpinski-Dreieck	100
	Bestimmung Algorithmen	101
5	Funktionen	102
5.1	Folgen, Mittel- und Extremwerte	102
	Folgen und Reihen	102
	Eigenschaften von Folgen, Grenzwert	102
	Folgen	104
	Klassifikation von Folgen	104
	Grenzwert und Stetigkeit	107
5.2	Kontinuität	108
	Definitionsbereich	108
	Symmetrie	108
	Verhalten im Unendlichen	108
	Differenzierbarkeit und Umkehrfunktionen	108
	Wachstum	111
	Vollständige Induktion	111
	Steigungswinkel, Extrema	112
	Krummung	113
	Wachstum	113
5.3	Stetigkeit der Funktionen	113
5.4	Kontinuierliche Funktionen	120
5.5	Springfunktionen	122
5.6	Druckfunktionen	123
5.7	Differentialrechnung	129
5.8	Qualitative Funktionen, Kurven	131
5.9	Lineare Funktionen – Gerade	132
5.10	Quadratische Funktionen – Parabel	133
5.11	Kubische Funktionen	133
5.12	Polynomiale Funktionen – Gerade	134
5.13	Polynomiale Funktionen – Gerade	134
5.14	Darstellung von Polynomen und ungerade Polynome	134
	Symmetrie und Polynomdivision	134
	Trennung	134
	Horner-Schema	135
	Newton'sches Interpolationsverfahren	135
	Euklidischer Polynom	135
	Bernoulli-Polynom – auf Spinn	135
	Spezielle Polynome	136
5.15	Hyperbel	137
5.16	Rechnerische Funktionen	138

5.17	Potenzialfunktion mit negativer Exponenten	111
5.18	Quadrat einer Potenzfunktion	111
	Potenzfunktion und Potenzfunktionsgleichung	111
	Potenz-Approximation	111
5.19	Quadratwurzelfunktion	111
5.20	Wurzelfunktionen	111
5.21	Potenzfunktion mit gebrochenem Exponenten	111
5.22	Wurde von rationalen Funktionen	111
	Kugelfunktion	111
5.23	Logarithmusfunktion	111
5.24	Exponentialfunktion	111
5.25	Hyperbolicfunktionen von Potenzen	111
5.26	Hyperbolische Eikon- und Kosinusfunktion	111
5.27	Hyperbolische Tangens- und Cotangensfunktion	111
5.28	Schön hyperbolischer und Kosinus hyperbolischer	111
5.29	Arctangens hyperbolischer und Arctangens hyperbolischer	111
5.30	Arctangens hyperbolischer und Arctangens hyperbolischer	111
5.31	Arctangens hyperbolischer und Arctangens hyperbolischer	111
5.32	Sinus- und Kosinusfunktion	111
	Übertragung von Sinusfunktion	111
	Potenzielle Funktionen	111
5.33	Tangens und Cotangens	111
5.34	Schön und Kosinus	111
5.35	Arctangens und Arctangens	111
5.36	Arctangens und Arctangens	111
5.37	Arctangens und Arctangens	111
5.38	Arctangens und Arctangens	111
5.39	Arctangens und Arctangens	111
5.40	Arctangens und Arctangens	111
5.41	Arctangens und Arctangens	111
5.42	Arctangens und Arctangens	111
5.43	Arctangens und Arctangens	111
5.44	Arctangens und Arctangens	111
5.45	Arctangens und Arctangens	111
5.46	Arctangens und Arctangens	111
5.47	Arctangens und Arctangens	111
5.48	Arctangens und Arctangens	111
5.49	Arctangens und Arctangens	111
5.50	Arctangens und Arctangens	111
5.51	Arctangens und Arctangens	111
5.52	Arctangens und Arctangens	111
5.53	Arctangens und Arctangens	111
5.54	Arctangens und Arctangens	111
5.55	Arctangens und Arctangens	111
5.56	Arctangens und Arctangens	111
5.57	Arctangens und Arctangens	111
5.58	Arctangens und Arctangens	111
5.59	Arctangens und Arctangens	111
5.60	Arctangens und Arctangens	111
5.61	Arctangens und Arctangens	111
5.62	Arctangens und Arctangens	111
5.63	Arctangens und Arctangens	111
5.64	Arctangens und Arctangens	111
5.65	Arctangens und Arctangens	111
5.66	Arctangens und Arctangens	111
5.67	Arctangens und Arctangens	111
5.68	Arctangens und Arctangens	111
5.69	Arctangens und Arctangens	111
5.70	Arctangens und Arctangens	111
5.71	Arctangens und Arctangens	111
5.72	Arctangens und Arctangens	111
5.73	Arctangens und Arctangens	111
5.74	Arctangens und Arctangens	111
5.75	Arctangens und Arctangens	111
5.76	Arctangens und Arctangens	111
5.77	Arctangens und Arctangens	111
5.78	Arctangens und Arctangens	111
5.79	Arctangens und Arctangens	111
5.80	Arctangens und Arctangens	111
5.81	Arctangens und Arctangens	111
5.82	Arctangens und Arctangens	111
5.83	Arctangens und Arctangens	111
5.84	Arctangens und Arctangens	111
5.85	Arctangens und Arctangens	111
5.86	Arctangens und Arctangens	111
5.87	Arctangens und Arctangens	111
5.88	Arctangens und Arctangens	111
5.89	Arctangens und Arctangens	111
5.90	Arctangens und Arctangens	111
5.91	Arctangens und Arctangens	111
5.92	Arctangens und Arctangens	111
5.93	Arctangens und Arctangens	111
5.94	Arctangens und Arctangens	111
5.95	Arctangens und Arctangens	111
5.96	Arctangens und Arctangens	111
5.97	Arctangens und Arctangens	111
5.98	Arctangens und Arctangens	111
5.99	Arctangens und Arctangens	111
5.100	Arctangens und Arctangens	111

6 Vektorrechnung

6.1	Vektorgeometrie	112
	Vektor und Betrag	112
	Spezielle Vektoren	112
	Mittelpunktsatz eines Vektors und einer Strecke	112
	Vektorsubtraktion	112
	Vektorenfunktion	112
	Winkelberechnung	112
	Länge (Ue) / Abstandsgesetz von Vektoren	112
	Basis	112
6.2	Herleitungsgesetze (einer Produkt)	112
	Bewertung	112
	Funktionswert und Ableitung einer Matrixfunktion	112
	Orthogonalität von Vektoren	112
	Winkelberechnung	112
	Anwendung der Vektorrechnung: Hypermetrie	112
6.3	Vektorprodukt zweier Vektoren	112
	Eigenschaften des Vektorprodukts	112
6.4	Mittelpunktsatz von Vektoren	112
	Bsp (Produkt)	112

7	Koordinatensysteme	97
7.1	Koordinatensysteme in zwei Dimensionen	97
	Kartesische Koordinaten	97
	Polarkoordinaten	99
	Umwandlungen zwischen 2-D-Koordinatensystemen	99
7.2	2-D-Koordinatensystemrotation	99
	Parametrisierung (Translation)	99
	Drehung (Rotation)	99
	Spiegelung (Reflexion)	99
	Skalierung	101
7.3	Koordinatensysteme in drei Dimensionen	101
	Kartesische Koordinaten	101
	Zylinderkoordinaten	101
	Kugelkoordinaten	102
	Umwandlungen zwischen dreidimensionalen Koordinatensystemen	102
7.4	Koordinatentransformationen in drei Dimensionen	102
	Translation	102
	Drehung (Rotation)	103
7.5	Konvergenz in der Computergrafik	104
7.6	Transformations	104
	Objektdefinition und Objektsuche	104
	Homogene Koordinaten	106
	2-D-Translation der homogenen Koordinaten	107
	2-D-Skalierung der homogenen Koordinaten	107
	2-D-Translation der homogenen Koordinaten	108
	2-D-Skalierung der homogenen Koordinaten	108
	2-D-Rotation von Punkten mit homogenen Koordinaten	108
	Positionierung eines Objekts im Raum	109
	Position von Objekten mit einer Sichtlinie-Achse im Raum	109
	Translation von Bewegungsplänen	110
	Skalierung	110
	Translation von Koordinatensystemen	110
	Translation eines Koordinatensystems	110
	Rotation von Koordinatensystemen um eine Achse	111
7.7	Projektion	111
	Geometrische	111
	Projektionsmatrix	111
	Geometrische	111
	Allgemeine Projektion von Punkten	112
7.8	Weitere Vorgehen, Transformationen	112
8	Analytische Geometrie	114
8.1	Erzeugnis des Erzeugnis	114
	Abstand eines Punktes	114
	Teilung eines Strecke	114
	Flächeninhalt Dreieck	114
	Einheitsvektor	114
8.2	Geraden	114
	Gleichungssysteme der Geraden	114
	Parametrisierung	114
	Schnittpunkt von Geraden	114
	Winkel zwischen Geraden	114
	Parallelität und senkrechte Geraden	114

4.3	Kreis	155
	Kreisgleichungen	155
	Kreis und Gerade	156
	Kreisbogen	156
	Kreisbogenlänge	156
4.4	Ellipse	156
	Gleichungstypen der Ellipse	157
	Brückenbau (auswählen der Ellipse)	157
	Darstellung der Ellipse	158
	Exzentrizität	158
	Kreisform der Normalen der Ellipse	158
	Krümmung der Ellipse	158
	Ellipsenflächen und Ellipsenwicklung	158
4.5	Parabel	159
	Gleichungstypen der Parabel	159
	Brückenbau (auswählen der Parabel)	160
	Parabelkrümmung	160
	Exzentrizität	160
	Kreisform einer Parabel	161
	Parabelflächen und Parabelwicklung	161
	Parabel und Gerade	161
4.6	Hyperbel	161
	Gleichungstypen der Hyperbel	162
	Brückenbau (auswählen der Hyperbel)	162
	Exzentrizität	162
	Kreisform Hyperbels und Darstellungen	163
	Krümmung einer Hyperbel	164
	Flächen einer Hyperbel	164
	Hyperbel und Gerade	164
4.7	Allgemeine Gleichung der Kegelschnitte	165
	Form der Kegelschnitte	165
	Asymptotenbestimmung	165
	Geometrische Konstruktion (Kegelschnitt)	165
	Leitstrahlensatz	166
	Polargleichung	166
4.8	Geraden im Raum	167
	Abstand zweier Punkte	167
	Abstand einer Strecke	167
	Kürzeste Linie (Minimaler)	167
4.9	Geraden im Raum	167
	Parametrisierung einer Geraden	167
	Schnittpunkt zweier Geraden	168
	Schnittwinkel zweier sich schneidender Geraden	168
	Winkel der Lotes (Lotgerade)	168
	Winkel zwischen Punkt und Gerade	168
	Winkel zweier Geraden	168
4.10	Ebenen im Raum	169
	Parametrisierung der Ebene	169
	Koordinatendarstellung der Ebene	169
	Normalenvektor der Ebene	169
	Entfernungen	169
	Abstand Punkt-Ebene	169
	Schnittwinkel Geraden-Ebene	169
	Schnittwinkel zweier sich schneidender Ebenen	169
	Entfernung (bei Lot) (Lotgerade)	169

	Spezialfall	151
	Arbeitsweise zweier zusätzlicher Ebenen	152
	Schrittweite zweier Ebenen	152
8.1	Flächen zweier Ebenen in Normalform	152
	Flügel	153
	Dreieck	153
	Kegel	154
	Paraboloid	154
	Zylinder	155
8.17	Allgemeine Fläche zweiter Ordnung	155
	Allgemeine Gleichung	155
	Hauptachsentransformation	156
	Gestalt einer Fläche zweiter Ordnung	156
9	Matrizen, Determinanten und lineare Gleichungssysteme	158
9.1	Matrizen	158
	Zeilen- und Spaltenvektoren	160
9.2	Spezielle Matrizen	160
	Transponierte, kongruente und adjungierte Matrizen	160
	Quadratische Matrizen	161
	Dreiecksmatrizen	161
	Diagonalmatrizen	161
9.3	Operationen mit Matrizen	161
	Addition und Subtraktion von Matrizen	161
	Multiplikation einer Matrix mit Skalarem Faktor λ	162
	Multiplikation von Vektoren, Skalarprodukt	162
	Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor	162
	Multiplikation von Matrizen	163
	Rechenregeln der Matrixmultiplikation	163
	Multiplikation mit einer Diagonalmatrix	163
	Matrixmultiplikation nach dem Fokusschema	163
	Zeilensummen- und Spaltensummeneigenschaften	163
9.4	Determinanten	163
	Zweireihige Determinanten	163
	Allgemeines Rechenregeln für Determinanten	164
	Determinantenwert Null	165
	Dreireihige Determinanten	166
	Determinantenformeln (s. 10.1) Detling	166
	Berechnung n -reihiger Determinanten	169
	Reguläre und inverse Matrix	170
	Berechnung der inversen Matrix mit Determinanten	180
	Ring einer Matrix	181
	Bestimmung des Ranges der Elementarmatrizen	182
9.5	Lineare Gleichungssysteme	182
	Systeme von zwei Gleichungen (s. 2.01) Vorkenntnisse	182
9.6	Numerische Lösungsverfahren	183
	Gaußscher Algorithmus für lineare Gleichungssysteme	183
	Vorkenntnisse	183
	Prüfung	187
	Rechenanweisungen	188
	LM-Zyklus	189
	Linienketten (s. 10.1) $n \times n$ -Gleichungssysteme	191
	Gauß-Jordan-Verfahren von Matrizeninversion	191
	Bestimmung der inversen Matrix A^{-1}	191

3.7	Strenge Lösung, innere Gleichgewichte	261
	Gauss-Jordan-Verfahren (Gauß)	266
	Elementarzeilenoperationen (Gauß-Seidel)	266
	Konsistenzkriterien für iterative Verfahren	266
	Speicherung der Koeffizientenmatrix	266
3.8	Tabelle der Lösungsmethoden	60
3.9	Eigenwertgleichungen	401
4.10	Systeme von Differentialgleichungen und Lineare Optimierung	404
	Anfangswertprobleme	404
	Mathematische Modellierung	405
	Maximaler Ertragswert der inneren Optimierung	406
	Umformung von Differentialgleichungen in Gleichungen, Schopenhauersches	406
	System linearer Differentialgleichungen mit zwei Variablen, grafische Lösung	406
	Störansatzmethode, Störansatzgewinn	407
	Dualität in der inneren Optimierung	410
4.11	Erweiterung	410
	Bilanzrechnung für Transport	411
10	Lineare Algebra – Anwendung in der Schaltalgebra	413
10.1	Grundbegriffe	413
	Aussagen und Wahrheitstabelle	413
	Mengenoperationen	413
10.2	Boolesche Verknüpfungen	414
	Negation, nicht, not	414
	Konjunktion, und, and	414
	Disjunktion, oder, or, xor	414
	Kettungen	415
10.3	Boolesche Funktionen	416
	Verknüpfungstabelle	417
10.4	Normalformen	418
	Disjunktive Normalform	418
	Konjunktive Normalform	419
	Duales Prinzip von De Morgan, dualer Normalform	419
10.5	Kanonische Verknüpfungsgatter	420
	Aussagenlogische KV-Diagramme	420
	Erweiterung einer Funktion in ein KV-Diagramm	421
	Minimierung mit Hilfe von KV-Diagrammen	421
10.6	Minimierung nach Quine mit McCluskey	421
11	Graphen und Algorithmen	425
11.1	Graphen	425
	Grundbegriffe	425
	Darstellung von Graphen	426
	Bäume	427
11.2	Suchalgorithmen	428
11.3	Netzwerke	428
	Fluss in Netzwerken	428
	Euklidischer Zug und Hamiltonsche Wege	429
12	Differentialrechnung	430
12.1	Ableitung einer Funktion	430
	Differential	430
	Differenzierbarkeit	431
12.2	Differentialrechnung	431

Ableitung zusammengesetzter Funktionen	812
Ableitung trigonometrischer Funktionen	812
Ableitung hyperbolischer Funktionen	812
Kettenregel	813
Faktorregel	813
Produktregel	813
Quotientenregel	813
Binomische Formel	813
Leibnizregel	813
Quotientenregel	813
Kettenregel	813
Logarithmische Ableitung von Funktionen	813
Ableitung von Funktionen in Parameterdarstellung	813
Ableitung von Funktionen in Polarkoordinaten	813
Ableitung eines impliziten Funktens	813
Ableitung des Umkehrwertes	813
Tabelle der Differentiationsregeln	813
11.3 Mittelwertsatz	813
Satz von Rolle	813
Mittelwertsatz der Differentialrechnung	813
Erweiterter Mittelwertsatz der Differentialrechnung	813
11.4 Höhere Ableitungen	813
Steigungswinkel, Extremum	813
Konkavität	813
Wendepunkt	813
11.5 Notwendige Kriterien zur Differentiation	813
Glatte Differentiation	813
Nichtglatte Differentiation	813
11.6 Ableitung von Funktionen mehrerer Veränderlicher	813
Partielle Ableitung	813
Totales Differential	813
Extrema von Funktionen in zwei Dimensionen	813
Extrema von Nebenbedingungen	813
11.7 Anwendungen der Differentialrechnung	813
Bestimmung unbekannter Annäherung	813
Kontingenzkoeffizient	813
Extremumprobleme	813
Fremderleitung	813
Näherungsverfahren nach Newton	813
12 Differentialgeometrie	813
12.1 Ebene Kurven	813
Darstellung von Kurven	813
Ableitung in impliziter Darstellung	813
Ableitung in Parameterdarstellung	813
Ableitung in Polarkoordinaten	813
Bogenlänge einer Kurve	813
Tangenten, Normale	813
Krümmung einer Kurve	813
Evoluten und Evoluten	813
Wendepunkt, Scheitel	813
Singuläre Punkte	813
Asymptoten	813
Einschnitt einer Kurve	813
12.2 Kurvenlängen	813