

**OSTWALDS KLASSIKER  
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN  
Band 218**

---

**Theorie der  
hydrodynamischen  
Schmierung**

N. Petrow  
O. Reynolds  
A. Sommerfeld  
A. G. M. Michell

---

Verlag Harri Deutsch

OSTWALDS KLASSIKER  
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN  
Band 218

OSTWALDS KLASSIKER  
DER EXAKTEN WISSENSCHAFTEN  
Band 218

Theorie der hydrodynamischen Schmierung

Nicolaus Petrow  
Osborne Reynolds  
Arnold Sommerfeld  
Anthony G.M. Michell

mit einem Vorwort von  
Stefan Zima



Verlag Harri Deutsch

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Theorie der hydrodynamischen Schwingung / Nicolaus Perron  
- 2. Aufl. - Thun : Frankfurt am Main : Deutsch 2000  
(Ordnungsinventar der exakten Wissenschaften - Bd. 218)  
ISBN 3-9171-3218-2

ISBN 3-9171-3218-2

Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne  
Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für  
Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung  
und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren,  
Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und  
Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

© Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 2000  
1. Auflage Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig  
2. Auflage 2000  
Druck: Risch - Buch Druckerei GmbH, Schellitz  
Printed in Germany

## Inhalt

Vorwort .....	1
Nicolaus Petrow, Neue Theorie der Reibung .....	1
Osborne Reynolds, Über die Theorie der Schmierung und ihre Anwendung auf Herrn Beauchamp Towers Versuche .....	39
Arnold Sommerfeld, Zur hydrodynamischen Theorie der Schmiermittelreibung .....	108
Arnold Sommerfeld, Zur Theorie der Schmiermittelreibung .....	181
A. G. M. Michell, Die Schmierung ebener Flächen .....	202
Biographische Daten .....	220
Anmerkungen .....	225

## Vorwort

Gleitlager sind eine Grundlage der Maschinentechnik. Schon im Altertum setzte man sie ein, um Bewegungen übertragen und bewegte Teile abstützen zu können. Heute gibt es keinen Bereich in der Maschinentechnik, in dem nicht Gleitlager zu finden sind – allein in Kfz-Motoren sind Milliarden davon eingebaut. Die in diesem Band aus der Reihe Ostwalds Klassiker zusammengestellten Arbeiten von PETROW, REYNOLDS, SOMMERFELD und MITCHELL sind ein wesentlicher Teil des Fundaments, auf dem unsere heutige Gleitlagertechnik beruht. Deshalb kann die wissenschaftliche, technische und auch wirtschaftliche Bedeutung dieser Arbeiten gar nicht hoch genug eingeschätzt werden – ebenso ihr intellektueller und schöpferischer Wert!

Daß Lager geschmiert werden müssen, wußte man seit je. Eine ausreichende Schmierung ermöglichte, schwere Lasten leichter zu bewegen und den Verschleiß bewegter Teile zu verringern! Doch hat die Bedeutung von Schmierung für Reibung und Verschleiß bis in die Mitte des 19. Jahrhunderts den Blick auf die eigentliche Aufgabe des Schmiermittels – die Kraftübertragung – verstellt.

Mit der Industrialisierung zu Beginn des 19. Jahrhunderts wuchs einerseits der Bedarf an Schmiermitteln, andererseits nahmen die Anforderungen an sie zu, weil höhere Geschwindigkeiten beherrscht und größere Kräfte aufgenommen werden mußten. Mängel in der Schmierung – vor allem in Eisenbahn-Achslagern – führten zu zahlreichen Störungen, Schäften und Unfällen und erzwangen eine intensive Beschäftigung von Technikern und Ingenieuren mit dem Lager und seiner Schmierung.

Als ab Mitte des 19. Jahrhunderts zunehmend sogenannte „Mineral-Schmierer“ in Gebrauch kamen, machte sich der russische Ingenieur-Wissenschaftler NICOLAUS PETROW (andere

Schriftweise: PETROFF (oder PETROV) Gedanken, wie man mit den in der russischen Erdölgewinnung in großer Menge anfallenden zähflüssigen Rückständen die bisher verwendeten vegetabilischen und animalischen Schmiermittel ersetzen könne. Dabei bereitete das Phänomen der Reibung erhebliche Schwierigkeiten, zum einen wegen des stark schwankenden Reibverhaltens der Mineralöle und Mineralfeste, zum andern weil sich dieses Verhalten nicht in den Rahmen der Erfahrungen mit der Trockenreibung in Einklang bringen ließ. PETROW erkannte, daß es sich bei der Reibung in Flüssigkeiten um einen ganz anderen Vorgang handelt. Hier spielt die bei der Trockenreibung so wichtige Oberflächenbeschaffenheit keine Rolle mehr, weil die Gleitpartner durch die Flüssigkeitsschicht – den Schmierfilm – voneinander getrennt sind. Entscheidend sind jetzt die Gleitgeschwindigkeit und die stark von der Temperatur abhängige Zähigkeit des Schmiermittels, wie auch die Dicke des Schmierfilms.

Hatte bislang das Reibungsverhalten von Schmiermitteln im Blickpunkt gestanden, so lenkte der Ingenieur BEAUCHAMP TOWER mit seinen bahnbrechenden Gleitlagerversuchen das Interesse des englischen Wissenschaftlers OSBORNE REYNOLDS auf den Mechanismus der Kraftübertragung im Gleitlager. Ausgehend von Grundgleichungen der Strömungstechnik beschrieb REYNOLDS die Druckverteilung im Schmiermittel von ebenen und kreiszylindrischen Lagern in Abhängigkeit von Lagergeometrie, Umfangsgeschwindigkeit und Zähigkeit des Schmiermittels. Damit hatte er als erster die Funktion der Kraftübertragung durch das Schmiermittel mathematisch, d. h. quantifizierbar, formuliert. Diese Beziehung ist heute jedem in der Berechnung von Gleitlagern Tätigen als REYNOLDS'sche Differentialgleichung bekannt.

Die REYNOLDS'sche Arbeit war wiederum Ausgangspunkt für die Untersuchungen des deutschen Physikers ARNOLD SOMMERFELD, der für die vereinfachende Bedingung eines unendlich breiten Lagers eine Lösung der REYNOLDS'schen Differentialgleichung fand.

Der Beitrag des australischen Ingenieurs ANTHONY GEORGE MELDON MICHELL zur Entwicklung der Schmierfilmtheorie rührt



von seinen Erfahrungen mit Lagerproblemen bei Pumpen und Turbinen im australischen Murray-Bewässerungssystem her. Seine Überlegungen und Berechnungen gipfelten in dem von ihm entwickelten Kippsegmentlager. MITCHELL gelang es somit, Theorie unmittelbar in Praxis umzusetzen.

In Verbrennungsmotoren sind Gleitlager - instationär belastet - immer neuralgische Bauteile gewesen. Das darf nicht verwundern, denn schließlich beruht ihre Funktion auf dem Schmiermittel zwischen Welle und Lager, der im Bereich hoher Belastung eine hauchdünne Schicht, den Schmierfilm, von gerade einigen Tausendstel Millimetern bildet. Mit den Arbeiten dieser Ausgabe der *Ostwalds Klassiker* wurden Grundlagen für die Berechnung des Schmierfilms bezüglich Druckaufbau, Öldurchsatz und Reibungswärme gelegt. Genauso wichtig ist, daß sich durch und an diesen Arbeiten die Vorstellung der Ingenieure vom Wesen des Schmierfilms entwickelte, dem - wie es der Reibungsforscher GEORG VOGELPOHL formulierte - „eigentlichen kraftübertragenden Element“. Die mathematischen Schwierigkeiten, die REYNOLDS'sche Differentialgleichung zu lösen (eine geschlossene Lösung gibt es bis heute noch nicht) umging man auf numerischen Wege. Leistungsfähige elektronische Rechner ermöglichten ab den 1960er Jahren, Schmierfilmrechnungen durchzuführen. Die Rechenverfahren wurden - zum Teil mit großem Aufwand - experimentell verifiziert und an Hand von Betriebserfahrungen verbessert. Heute werden schon im Entwurfsstadium eines Motors die Lager rechnerisch optimiert. Einst konnte eine Schmierfilmberechnung nur in den Rechenabteilungen einschlägiger Firmen und Hochschulinstitute durchgeführt werden. Mittlerweile sind die Tischrechner (PC) so leistungsfähig und billig, die numerische Aufbereitung der Schmierfilmtheorie so einfach und leicht handhabbar geworden, daß sie ohne weiteres schon von Studenten durchgeführt werden kann. Um so wichtiger ist es, sich auf die Wurzeln unseres heutigen Wissens und Könnens zu besinnen!

Dem Verlag Harri Deutsch ist zu danken, daß er mit der Neuherausgabe von Ostwald's Klassikern den Zugang zu den Ori-



nalarbeiten all jenen ermöglicht, für die technisch-wissenschaftliches Arbeiten mehr ist als nur die Bedienung jeweils aktueller Rechenprogramme.

Stefan Zima

## Nicolaus Petrow, Neue Theorie der Reibung.

Anszug aus der Übersetzung des russischen Originals von  
L. Wurzel, Verlag Leopold Voß, Hamburg und Leipzig, 1887.

### Einleitung.

Bekanntlich hat in den letzten zehn Jahren die Naphtha-industrie in Rußland einen außerordentlichen Aufschwung genommen, wenigleich diejenigen Fabriken, welche früher rohe Naphtha zu Petroleum verarbeiteten, anfangs im Zweifel waren, da das russische Rohmaterial weniger Petroleum liefert als das amerikanische. Aus letzterem werden 70<sup>o</sup>/<sub>o</sub> Petroleum gewonnen, wohingegen das russische bloß 30<sup>o</sup>/<sub>o</sub> ergibt und 70<sup>o</sup>/<sub>o</sub> Rückstand als Abfälle übrigläßt. Letzterer Umstand nötigte die russischen Petroleumfabrikanten unausgesetzt dazu, auf Mittel zu sinnen, um ihre Abfälle zu verwerten. Man kam auf diese Weise darauf, die Abfälle zu Schmiermitteln zu verarbeiten und dieselben neben den Pflanzenölen in den Handel zu bringen; fast gleichzeitig kamen die durch die trockene Destillation des Holzes gewonnenen Schmiermittel auf. Alle diese neueren Schmieröle erweisen sich im allgemeinen als bedeutend billiger wie die Pflanzenöle und animalischen Fette, wesschon die Eigenschaften der verschiedenen Mineralöle und Holzdestillationsprodukte, bei den großen Preisdifferenzen natürlicherweise sehr verschieden waren; die einen waren durchsichtig, etwas gelblich, dem Aussehen nach dem Pflanzenöle ähnlich, konnten sogar farblos klar wie Wasser gewonnen werden, andere waren dunkel und viele beinahe schwarz; ebenso waren die Konsistenz und die scheinbare Schmierfähigkeit äußerst verschieden. Da die Techniker an die älteren Pflanzenöle gewöhnt waren, so wären die neueren Mineralschmieröle, obschon dieselben, abgesehen von ihrer Billigkeit, noch manche andere unverkennbare Vorzüge besitzen, wohl unbeachtet gelassen, wenn nicht doch der geringe Preis dieser

Öle, besonders aber der das schwarze Öl, welches nur ein Drittel bis ein Viertel des Preises der Pflanzenöle beträgt, doch Veranlassung gegeben hätte, die neuen Schmiermittel zu versuchen. Diese Versuche fielen im großen und ganzen recht günstig für unser Mineralöl aus: man erkannte, daß dasselbe sich sehr wohl als Schmiermaterial verwenden lasse, wenngleich seine Verwendung gewisse Schwierigkeiten bietet, welche z. B. in einem zu oftten Warmlaufen der geschmierten Teile besteht. Da die Ursache dieser Nachteile bisher noch nicht recht aufgeklärt ist, so erscheint es von Wichtigkeit für die Praxis und im Interesse unserer inländischen Naphthaindustrie, diesen Umstand aufzuklären. —

Man schmiert bekanntlich die Maschinenteile, um die schädliche Arbeit der Reibung zu verringern. Die älteren Versuche zeigen nun, daß verschiedene Schmiermaterialien diesem Zwecke nicht in gleichem Maße entsprechen, daß je nach den besonderen Umständen, unter welchen das Schmiermittel stattfindet, die Reibung eine verschiedene ist und in dem einen Falle  $1\frac{1}{2}$ , 2, ja 8 und 10mal größer als in einem anderen Falle sein kann. Es ist daher unzureichend, daß wenn eine unverhältnismäßig große Arbeit der Reibung hervorgerufen wird, unter Umständen die durch das verwendete billige Öl erzielten sehr bedeutenden Ersparnisse an Schmiermaterial die Mehrkosten, welche an Brennstoffverbrauch erwachsen, doch nicht decken. — Rußland gibt für Brennmaterial zum Betriebe seiner Maschinen Millionen Rubel aus; es kann also bei mangelhafter Schmierung sehr leicht ein Mehrverbrauch von Brennmaterial von  $5\%$  bis  $10\%$  dem Lande riesige Summen kosten.

Aus diesem Grunde ist seit Jahren das Bestreben der Techniker darauf gerichtet, wirklich gute Schmiermittel ausfindig zu machen; dies ist auch die Veranlassung zu den nachfolgenden Mitteilungen gewesen in der Hoffnung, damit dem Fortschritte der Technik auf diesem Gebiete nach besten Kräften zu dienen. —

Es unterliegt keinem Zweifel, daß bei Anwendung eines und desselben Schmiermaterials der Reibungswiderstand je nach den Verhältnissen der Schmierung, z. B. je nach der Art und Weise des Zuließens des Schmieröles, verschieden sein kann. Es erscheint mir daher unumgänglich notwendig, den Einfluß eines jeden Umstandes, welcher auf den Reibungs-

widerstand einwirken kann, einzeln und genau zu erforschen. Bekanntlich ist unter den Technikern die Meinung sehr verbreitet, daß die Achzapfen möglichst schwach zu konstruieren seien, damit die von den Angriffspunkten der Reibungswiderstände zurückgelegten Wege und somit die Arbeit der Reibung selbst kleiner ausfalle. Im Verlaufe unserer Untersuchung werden wir jedoch sehen, daß diese Ansicht keineswegs abentheuerlich richtig ist; ungeachtet dessen, daß der Schein für ihre Richtigkeit spricht, kann sie gegenwärtig nicht einmal für die Fälle als unwiderlegbar bezeichnet werden, wo die Zapfenlangen groß genug gehalten worden sind, um das Auspressen der Schmiere zu verhindern; denn einzelne Versuche deuten darauf hin, daß die Zapfenstärke nur bis zu einer gewissen Grenze mit Vorteil verkleinert werden darf, daß aber darüber hinaus die Zapfen zu biegsam werden und infolgedessen der Reibungswiderstand bedeutend stärker wächst, da die Wege der Angriffspunkte der Reibung kürzer werden; es ergiebt sich als Resultat keine Verkleinerung der schädlichen Arbeit, im Gegenteil eine Vergrößerung derselben. Es erweist sich somit eine gründliche Erforschung der ungedeuteten Fragen als eines der dringendsten Bedürfnisse der Technik und des Ingenieurwesens im allgemeinen. —

Zur Lösung sämtlicher Fragen über Reibung genügt es, die richtige Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten sowohl von den Eigenschaften des Schmiermittels als auch von anderen Umständen, welche auf denselben Koeffizienten von Einfluß sind, zu ermitteln. Eine gründliche Lösung dieser Frage bietet leider außerordentliche Schwierigkeiten. Diese Behauptung könnte zum mindesten sonderbar scheinen, wenn man an die zahlreichen über Reibungswiderstände an Maschinenteilen gemachten Versuche denkt; dennoch ist sie richtig, weil alle bis jetzt vorgenommenen Versuche dieser Art Resultate gleichzeitiger summarischer Einwirkungen verschiedener Ursachen darstellen, von welchen jede einzelne Wirkung das Endergebnis eines Versuches, d. h. den gesuchten Reibungskoeffizienten, bedeutend modifizieren kann. So lange davon abgesehen wird, die Wirkung eines bestimmten einzelnen Umstandes aus der Gesamtwirkung aller Umstände auszuscheiden, solange können die Versuchsergebnisse immerhin praktisch nützlich sein, indem dieselben die vorwiegend

erscheinenden Reibungsgrößen angeben; wird aber nach dem individuellen Einflusse eines einzelnen bestimmten Umstandes gefragt, so bieten die alten Versuche, auch die von Thurston, ein völlig unzureichendes Material; unsere Absicht geht deshalb dahin, die individuellen Wirkungen dieser Umstände, besonders aber die der Eigenschaften der Schmieröle, auf die Reibung zu untersuchen. In dieser Weise ist aber die Frage nur dann zu lösen, wenn es gelingt, erst die einzelnen Elemente, welche Einfluß auf den gesuchten Koeffizienten haben, zu ermitteln, oder mit anderen Worten, wenn alle unabhängigen Veränderlichen, von welchen die zu untersuchende Funktion abhängig ist, gefunden werden und die Abhängigkeit dieser Funktion von jeder einzelnen unabhängigen Veränderlichen ermittelt worden ist. Wir betonen hier den Ausdruck: jede einzelne Veränderliche, weil es kein Mittel gibt, die Unterscheidung der Einflußelemente zu umgehen; untersuchen wir nämlich den Einfluß einer beliebigen Unabhängigen und lassen dabei die Wirkung einer anderen, welche sich unabhängig von unserer Willkür verändert, ganz außer acht, so erhalten wir Veränderungen der Funktion, welche einem Komplex mehrerer Variablen entsprechen. Setzen wir aber voraus, daß sich nur die einzige Variable verändert, welche wir ins Auge gefaßt haben, so schreiben wir damit dieser Variablen eine Wirkung zu, welche sie gar nicht hat und können auf diese Weise zu ganz unrichtigen Schlüssen gelangen. —

Nun kann eine allseitige Erforschung unserer Aufgabe nur auf Grund umfangreicher und gut angeordneter Versuche vorgenommen werden. Es wird deshalb unser Bestreben darauf gerichtet sein, die dem heutigen Stande der Frage entsprechenden Hauptbedingungen solcher Versuche aufzustellen und die Frage über den Einfluß der Eigenschaften der schmierenden Flüssigkeit auf den Reibungskoeffizienten speziell zu untersuchen. Ebenso wird auch der Einfluß anderer Elemente, soweit es der Stand der Wissenschaft ermöglicht, ermittelt werden. Der Einfluß der schmierenden Flüssigkeit hängt wesentlich ab von der inneren Reibung der Flüssigkeit selbst und von ihrer äußeren Reibung an starren Körpern, und deshalb erfordert die Lösung der Frage über die Wirkung der Schmieröle auf den Reibungskoeffizienten die Kenntnis der feststehenden



Gesetze der inneren Reibung der Flüssigkeiten, d. h. der Reibung der Teile der Flüssigkeiten untereinander und der äußeren Reibung der Flüssigkeiten an starren Körpern an ihren gegenseitigen Berührungsoberflächen. Über diese Gesetze sind leider die Ansichten der Physiker sehr geteilt. Eine dieser Ansichten muß allgemein als zutreffend anerkannt, die andere aber als unrichtig verworfen werden. Die richtige Wahl zwischen den beiden bestehenden Ansichten ist für uns von großer Wichtigkeit, da das für richtig angenommene Gesetz uns als Basis für unsere Untersuchungen dienen soll. Ist hingegen die richtige Wahl des Reibungsgesetzes nicht getroffen, so kann auch an die Lösung der Frage über den Einfluß der Eigenschaften der flüssigen Schmierstoffe auf die Reibung der Maschinenteile nicht herangetreten werden. Es gibt nur ein Mittel, um mit voller Überzeugung das eine der bestehenden Reibungsgesetze als richtig, das andere aber als falsch zu bezeichnen. Dieses Mittel besteht darin, daß man alle jene charakteristischen Versuche und Forschungen, welche die Physiker zu widersprechenden Schlußfolgerungen über die Reibungsgesetze geführt haben, prüft; dies ist zwar kein leichter, indes ein unvermeidlicher Weg, welcher ohne Rücksicht auf Zeit und Mühe gemacht werden muß. Diese Untersuchung umfaßt einen bedeutenden Teil der vorliegenden Schrift<sup>1)</sup>, und obgleich sie eigentlich mehr ins Gebiet der Physik als in das der Technik gehört, so schien es uns doch passend sie hier zu entwickeln, um demjenigen Leser, welcher ein ernstes Interesse an der technischen Seite dieser Frage nimmt, das mühsame Nachsuchen und Studieren des weit und breit zerstreuten und für die gründliche Lösung der Frage unentbehrlichen Materials zu ersparen. Diese Einleitung zu dem eigentlichen Gegenstande der Schrift — die Untersuchung der bis heute gemachten Versuche — schien uns um so mehr gerechtfertigt, gewissermaßen geboten, da der gegenwärtige Stand der Ingenieurwissenschaft und der Technik überhaupt für die Lösung vieler Fragen rein physikalische Forschungsmethoden erheischt und es sich sogar allgemein behaupten läßt, daß mit dem Fortschritte im Gebiete der Technik immer mehr Fragen auftauchen werden, deren Lösung die strengste wissenschaftliche Erforschung verlangt. Daß diese Bemerkung begründet ist, ersieht man am besten beim Studium der Elektrotechnik. —

Wenden wir uns nun zu unserer Hauptfrage. Bei der Bewegung einer beliebigen Maschine entsteht erstens eine relative Bewegung der inneren Theilchen der Schmiere untereinander, zweitens eine Bewegung der Theilchen der Schmiere auf den starren Maschinenteilen und drittens eine gegenseitige Bewegung der sich etwa direkt, ohne Dazwischentreten von Schmiere, berührenden Maschinenteile. Eine jede dieser drei relativen Bewegungen verursacht Reibung: die relative Bewegung der inneren Theilchen der flüssigen Schmiere — die innere Reibung derselben, die Bewegung der Schmiere auf den starren Maschinenteilen — die äussere Reibung der flüssigen Schmiere und die relative Bewegung der ungeschmierten starren Maschinenteile — die Reibung ungeschmierter starrer Körper. Im allgemeinen treten bei Bewegungen der Maschinen alle drei vorgenannten Reibungen zu gleicher Zeit auf, in der Regel ist jedoch die Bewegung der Maschinenteile so beschaffen, daß eine unmittelbare Berührung der ungeschmierten Flächen nicht vorkommt, eine Reibung ungeschmierter starrer Körper also nicht stattfindet. —

### Reibung von Flüssigkeiten.

Die Beobachtungen der Wasserströmungen in Flüssen, Kanälen und Rohrleitungen, des Ausflusses von Flüssigkeiten aus verschiedenen Öffnungen, der Bewegungen starrer Körper in Wasser, der Wärmeerzeugung durch Bewegung starrer Körper in Flüssigkeiten und andere Erscheinungen beweisen, daß gegenseitige Bewegungen der Flüssigkeitsteilchen untereinander oder mit starren Körpern mit Reibung verbunden sind. Alte und allbekannte Versuche an Wasserleitungen beweisen sogar, daß die Reibung der Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit der Strömung wächst; das Aufstellen der Gesetze dieser Reibung bietet aber bis heute große Schwierigkeiten. Die Schwierigkeit der Aufgabe: Gesetze der inneren und äusseren Reibung der Flüssigkeiten aufzustellen, besteht darin, daß es keine Mittel gibt, die relativen Bewegungen der sich reibenden Flüssigkeitsteilchen oder die Größe der Reibung im gegebenen Punkte der Flüssigkeit zu messen. In einzelnen Fällen, wie z. B. bei den Versuchen von Coulomb, kann man zwar die Gesamtwirkung der Reibungskräfte einer



gewissen flüssigen Masse unmittelbar messen, die relativen Bewegungen der Flüssigkeitsteilchen finden aber der Beobachtung entzogen. Über die Beziehung zwischen Reibung und relativer Geschwindigkeit oder über das Gesetz, nach welchem sich die Geschwindigkeiten der Flüssigkeitsteilchen in den verschiedenen Punkten ändern, lassen sich notwendigerweise bloß Hypothesen aufstellen.

Die ersten Gesetze der Reibung in Flüssigkeiten wurden von Newton aufgestellt; dieselben lauten:

1. Die Reibung ist der Geschwindigkeit der relativen Bewegung proportional.

2. Die Reibung ist der Berührungsoberfläche, längs welcher die relative Bewegung stattfindet, proportional.

3. Die Reibung hängt von den Eigenschaften der Flüssigkeit ab.

4. Die Reibung ist vom Drucke unabhängig.

Über die Wirkung der Temperatur spricht Newton nicht; dieselbe wurde erst später von Dubuat, Gerstner, Girard und insbesondere von Poiseuille nachgewiesen, wobei es sich zeigte, daß

5. bei Erhöhung der Temperatur die Reibung abnimmt. Die Versuche von Poiseuille zeigten endlich, daß

6. die Reibung mit der Entfernung von der Oberfläche der Flüssigkeit sich ändert. Für gewisse Flüssigkeiten wie Glycerin, gesättigte Soda- und Salpetersäuren ist die Reibung an der Oberfläche größer als tiefer nach der Mitte der Flüssigkeit hin; bei anderen Flüssigkeiten, z. B. Weingeist, Terpentin, Olivenöl, ist die Reibung an der Oberfläche kleiner als nach der Mitte der Flüssigkeit hin.

Das zweite und das dritte Newtonsche Gesetz wird von Physikern und Hydraulikern allgemein anerkannt, das erste aber, obschon von der Mehrheit angenommen, doch von mancher Seite bestritten.

Die Prüfung dieser scheinbar so einfachen Hypothese bietet große Schwierigkeiten, weil die relative Geschwindigkeit bei den Versuchen unbekannt bleibt und sogar eine Berechnung dieser Geschwindigkeit so schwierig ist, daß ein gelehrter Mathematiker, wie es Navier war (der erste, der im Jahre 1822, beinahe 150 Jahre nach dem Erscheinen des Werkes von Newton, die Art und Weise der Einfüh-

rung der Reibung in die Gleichung der Bewegung einer Flüssigkeit zeigte), sich genötigt sah, Newtons Hypothese etwas zu modifizieren.

Navier<sup>\*)</sup>, und später Poisson<sup>\*\*)</sup> schrieben die Reibung flüssiger Körper miteinander oder mit starren Körpern der Änderung der zwischen den Flüssigkeitsteilchen wirkenden Abstößungskräften zu. Diese Gelehrten sind der Meinung, daß eine relative Bewegung der Wasserschichten eine Annäherung der schnell bewegten Schichten an die langsam bewegten Schichten bewirke. Diese Annäherung muß die Abstößungskräfte vergrößern, die Geschwindigkeit der schnell bewegten Teilchen vermindern und diejenige der langsam bewegten beschleunigen. —

Gegenwärtig lassen die Physiker und Hydrauliker das Vorhandensein von Abstößungskräften in Flüssigkeiten, als den Grundprinzipien der mechanischen Wärmetheorie widersprechend, folglich als unmöglich, nicht zu. Diese Unmöglichkeit läßt sich kurz auf folgende Weise erklären. Die Abstößungskraft muß zunächst für Gase angenommen werden. Wenn aber derartige Kräfte in den Gasen wirken, so würde bei deren Expansion, wenn äußere Kräfte keine Arbeit ausüben, dieses materielle System nur von solchen Kräften angegriffen, welche positive Arbeit erzeugen, die lebendige Kraft des Systems also vergrößern, was sich bei Nichtvorhandensein einer sichtbaren Bewegung des Gases durch eine Temperaturerhöhung äußern würde. Versuche von Joule mit Gasen haben aber keine Temperaturerhöhungen ergeben, daher ist die Hypothese von Abstößungskräften in Flüssigkeiten widerlegt. Deshalb glauben Saint-Venant, Kleitz, Helmholtz, Kirchhoff, Meyer und andere, daß Molekularbewegungen in Flüssigkeiten, ähnlich wie in festen Körpern bei deren Formveränderungen, elastische Kräfte erzeugen. Der einzige Unterschied in diesen Erscheinungen besteht darin, daß in festen Körpern die elastischen Kräfte den relativen Bewegungen, hingegen in bewegten Flüssigkeiten, nach Newtons Hypothese, den relativen Geschwindigkeiten verschiedener Teile eines unendlich kleinen Flüssigkeitselementes proportional angenommen werden. Elastische

<sup>\*)</sup> Mémoires de l'Institut de France Bd. 6.

<sup>\*\*)</sup> Journal de l'École Polytechnique Bd. 13 Heft 20.

Kräfte dieser Art, welche sich in Flüssigkeitsströmen vor ihrer Trennung entwickeln, werden Kohäsionskräfte der Flüssigkeiten genannt. Der Einfluß der Kohäsion auf die Bewegung der Flüssigkeiten läßt sich, wie es z. B. Kirchhoff gezeigt hat<sup>\*)</sup>, durch Differentialgleichungen ausdrücken, welche sich von den Navierschen gar nicht unterscheiden. —

Zur Untersuchung der Wirkung der Eigenschaften von Schmierern auf die Reibung geschmierter Maschinenteile ist die Anwendung jener Gleichungen unumgänglich notwendig. Diesen Gleichungen liegt aber die erste Newtonsche Hypothese, welche von vielen Physikern bestritten wird, zugrunde. Deshalb ist es nötig zu prüfen, inwiefern ihre Anwendung gerechtfertigt ist. Eine bestimmte Hypothese läßt sich bloß durch Vergleich von Versuchsergebnissen mit analytischen oder gewöhnlichen logischen, auf Grund der Hypothese gemachten Schlußfolgerungen prüfen: nur dann, wenn keine Tatsache irgendwie den gefundenen Schlußfolgerungen widerspricht, darf die Hypothese neuer Forschungen zugrunde gelegt werden.

Alle bis jetzt gemachten Versuche, welche Tatsachen zur Prüfung der in Frage gestellten Newtonschen Hypothese bieten können, beziehen sich auf Wasserströmungen in Leitungsröhren und Kanälen und auf Bewegungen starrer Körper in Wasser.

Wendet man sich aber zu den Beobachtungen und Forschungen über Reibung flüssiger Körper und faßt dabei alle von Physikern oder Hydraulikern gemachten Versuche ohne Ausnahme ins Auge und untersucht, dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft entsprechend, ob und inwiefern denn Newtons Hypothese zur Erforschung neuer Fragen brauchbar ist, so sieht man (wir wollen dies noch beweisen), daß es bis jetzt noch keine Tatsache gibt, welche mit dieser Hypothese im Widerspruche stehen würde. Diese Hypothese lautet, daß die Reibung der Flüssigkeiten der ersten Potenz der Geschwindigkeit der relativen Bewegung proportional ist.

[Hier folgt in der Originalarbeit ein sehr langes Kapitel, welches eine Zusammenstellung aller experimentellen und theoretischen Forschungen über Reibung und Druckhöhen-

<sup>\*)</sup> Vorlesungen über Mathematische Physik, 24. Vorlesung S. 370.

verluste in Flüssigkeiten enthält, aber heutzutage kaum mehr Interesse erwecken dürfte. Die Unterscheidung von reinen Reibungserscheinungen und solchen, die durch Zusammenwirken von Reibung und Tragheit entstehen, die Unterscheidung laminarer und turbulenter Flüssigkeitsbewegungen kannte ja Petrow noch nicht; die Arbeit von Reynolds, welche hierüber die erste Klarheit brachte, stammt aus dem Jahre 1887.]

**Der Reibungswiderstand an der Oberfläche eines vertikalen unendlich langen Zylinders, welcher sich in einem anderen konzentrischen mit Flüssigkeit gefüllten Zylinder dreht.**

Diese Frage hat vieles gemeinsam mit den Erscheinungen, welche bei der Reibung der Maschinenteile auftreten. Es gibt sogar gegenwärtig keine andere Erscheinung, auf welche Naviers Gleichungen mit einem gewissen Erfolge angewandt werden könnten und welche ihren Umständen nach den Verhältnissen, bei welchen die Bewegung der Maschinenteile vor sich geht, ähnlicher wäre. Für die beabsichtigten Untersuchungen über den Einfluß der schmierenden Flüssigkeiten auf die Reibung der Maschinenteile ist die Lösung jener Frage unbedingt notwendig, denn nur dadurch können wir den Einfluß der Eigenschaften einer Flüssigkeit auf den Reibungswiderstand möglichst genau ermitteln.

Indessen kann diese Frage nicht auf Grund erwiesener und unzweifelhafter Prinzipien beantwortet werden. Auf diesen Fall angewandt, lassen sich Naviers Gleichungen ohne weiteres nicht integrieren, vielmehr sind wir gezwungen, behufs Integrierung eine Hypothese über die Bewegung der Flüssigkeitstreiben aufzustellen. Diese Hypothese ist allerdings eine ziemlich wahrscheinliche, um sie jedoch näher prüfen zu können, müssen noch Versuche angestellt werden, welche bis jetzt noch niemals vorgenommen worden sind.

Die Reibung in den Maschinen entsteht zumeist, indem ein Zylinder in einem anderen, mit einer gewissen Flüssigkeit geschmierten Zylinder gedreht wird.

Um die Wirkung der inneren und der äußeren Reibung der Flüssigkeiten zu ermitteln, wann ein unendlich langer



Zylinder in einem andern ähnlichen Zylinder gedreht wird, hiedrante sich Max Margules\*) der Navierschen Gleichungen. Die Resultate, welche Margules erhalten hat, lassen sich auch auf eine andere Weise, ohne die allgemeinen Navierschen Formeln ableiten.

Zur Ableitung dieser Formeln denken wir uns, daß zwei runde unendlich lange Zylinder eine und dieselbe geometrische Drehachse haben, und daß der ringförmige Zwischenraum zwischen dem äußeren und dem inneren Zylinder durch eine beliebige homogene Flüssigkeit ausgefüllt ist, welche an den Oberflächen der beiden Zylinder mehr oder weniger stark anhaftet. Würde die Flüssigkeit den inneren Zylinder gar nicht benetzen, so würde eine Drehung um seine geometrische Achse gar keine Bewegung dieser Flüssigkeit in bezug auf den andern Zylinder hervorrufen und umgekehrt: würde die Flüssigkeit den äußeren Zylinder nicht benetzen, so würde sich die ganze Flüssigkeit zusammen mit dem inneren Zylinder in bezug auf den äußeren Zylinder bewegen. Würden nun auf die Zylinder und auf die Flüssigkeit außer der Kohäsion der Flüssigkeitsteilchen untereinander und der Adhäsion der Flüssigkeit an die Zylinder keine andern Kräfte wirksam sein, so könnte eine gleichförmige Bewegung eines Zylinders in einer ihn nicht benetzenden Flüssigkeit ebenso wie eine gleichförmige Drehung eines von der Flüssigkeit benetzten Zylinders in einem andern Zylinder, welchen die Flüssigkeit aber nicht benetzt, ohne Einwirkung jedweder Kraft vor sich gehen. Benetzt aber die Flüssigkeit beide Zylinder, so wird der schnell bewegte innere Zylinder die Flüssigkeit mitbewegen und dadurch die Bewegung des äußeren, langsamer bewegten Zylinders beschleunigen.

Damit sich also die beiden Zylinder gleichförmig, aber mit verschiedenen Geschwindigkeiten drehen können, müssen äußere Kräfte die Drehung des äußeren Zylinders verzögern und diejenige des inneren Zylinders beschleunigen. Die Intensität der letzteren Kräfte wird von der Kohäsionskraft der Flüssigkeitsteilchen untereinander oder von der inneren Reibung der Flüssigkeit sowie von der Adhäsionskraft der

\*) Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften Bd. 83 II. Abt., März-Heft Jahrg. 1881. Über die Bestimmung der Reibungs- und Gleitungscoeffizienten aus ebenen Bewegungen einer Flüssigkeit.