



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Industriemeister Metall

Aufgaben für die Prüfungsvorbereitung

2. Auflage

VERLAG-EUROPA-LEHRMITTEL – Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG – Düsseldorf Straße 23
42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr.: 80486

Autoren

Roland Gomeringer	Meßstetten
Volker Menges	Lichtenstein
Thomas Rapp	Albstadt
Andreas Stenzel	Balingen

Lektorat:

Roland Gomeringer, Meßstetten

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

2. Auflage 2023

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-8437-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2023 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG,
42781 Haan-Gruiten.

www.europa-lehrmittel.de

Umschlag: Andreas Sonnhüter, 41372 Niederkrüchten

Umschlagmotiv: © Aumm graphixphoto-shutterstock.com

Satz: Punkt für Punkt GmbH · Mediendesign, 40549 Düsseldorf

Druck: mediaprint solutions GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Im Rahmen von Weiterbildungsprüfungen der Kammern werden umfassende Kenntnisse in handlungsorientierten und projekthaften Aufgabenstellungen erwartet. Dabei werden technische und organisatorische Fragen eingebaut. Das Lösen der Aufgaben erfordert einen sicheren Umgang mit Formeln, Tabellen und Fachinformationen ebenso wie die Verknüpfung mit der vorangestellten Projektaufgabe.

Zielgruppen dieses Buches sind alle, die sich auf eine Meisterprüfung in einem Metallberuf aus Handwerk und Industrie, wie z. B. Industriemechaniker, Werkzeugmechaniker, Feinwerkmechaniker und Zerspanungsmechaniker oder Technische Produktdesigner vorbereiten.

Das vorliegende Buch **„Industriemeister Metall – Aufgaben für die Prüfungsvorbereitung“** ist als Arbeitsbuch und Kompendium angelegt, um den Umgang mit projekthaften Prüfungsaufgabenstellungen zu trainieren, dabei werden alle „Handlungsorientierten Qualifikationen“, Teil B der Industriemeisterprüfung, abgedeckt.

Es soll unterstützen im Unterricht und fit machen für die Meisterprüfung. Dies wird unterstützt durch die Voranstellung eines „Projektes“ mit der jeweiligen Aufgabenstellung, um sie einzeln mit oder ohne die vorgegebene Lösung zu bearbeiten. Ergänzende Aufgaben runden die Projekte ab, deren Lösungen als Selbstkontrolle im Anhang gegeben sind.

Inhaltliche Schwerpunkte mit Aufgaben für die Meisterprüfung sind:

- ▶ **Technischen Grundlagen der Mathematik, der Physik, der Mechanik und Festigkeitslehre und der Elektrotechnik**
- ▶ **Technische Kommunikation**
- ▶ **Werkstofftechnologie und Fertigungstechnik**
- ▶ **Montage- und Betriebstechnik**
- ▶ **Qualitätstechnik**
- ▶ **Kostenwesen, Arbeits- und Gesundheitsschutz, Personalführung**
- ▶ **Prüfungsaufgaben**

Hinweise zur 2. Auflage:

- ▶ Fachbegriffe, Zeichnungen und Referenzkennzeichnungen in Schaltplänen wurden den neuen Normen entsprechend angepasst.
- ▶ Sprachliche Verbesserungen wurden vorgenommen und vereinzelte Fehler wurden korrigiert.
- ▶ Zur besseren Lesbarkeit von Zeichnungen wurde auf eine vollständige Bemaßung von Bauteilen weitgehend verzichtet.

Hinweise, die zur Verbesserung und Erweiterung dieses Buches beitragen, nehmen wir dankbar entgegen. Verbesserungsvorschläge können dem Verlag und damit den Autoren unter der Verlagsadresse oder per E-Mail (lektorat@europa-lehrmittel.de) gerne mitgeteilt werden.

Inhalt

Technische Grundlagen

Mathematik und Physik

Umgang mit Formeln	5
Umgang mit Tabellen	6
Rechtwinkliges Dreieck	8
Schiefwinkliges Dreieck	9
Längen – Bearbeitungswege	10
Flächen – Bearbeitungsfläche	11
Volumen – Volumenberechnung	12
Masseneinsparung	13
Gleichförmig geradlinige Bewegung – Fräsvorschub	14
Gleichförmige Kreisbewegung – Drehen	15
Zentrifugalkraft	16
Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung	17
Freier Fall	18
Gleichförmig beschleunigte Drehbewegung	19
Geschwindigkeit an Maschinen – Vorschubgeschwindigkeit beim Konturfäsen	20
Geschwindigkeit an Maschinen – Synchronisiertes Gewindebohren	21

Mechanik und Festigkeit

Freimachen von Bauteilen – Krananlage	22
Kräfteberechnung – Stange	25
Stange	26
Kräfteberechnung – Hebebühne	27
Festigkeitsberechnung – Kupplungswelle	31
Schraubenberechnung – Scheibenkupplung	35
Reibung, Spannungsnachweis – Pneumatischer Greifer	37
Zug- und Biegebeanspruchung – Schwenkkran	41
Geschwindigkeit, Übersetzung, Torsion – Seiltrommel	43
Übersetzung, Leistung, Torsion – Getriebe	45

Wärme- und Elektrotechnik

Wärmedehnung, Wärmemenge	48
Heizwert, Wärmemenge, mechanische Energie – Förderanlage	49
Reihen-, Parallel- und gemischte Schaltungen	52
Elektrische Arbeit und Leistung, Widerstand – LötKolben	56
Leistung, Drehzahl, Drehmoment – Asynchronmotor	57
Schweißstrom, Schweißleistung – Transformator	59

Technische Kommunikation

Darstellung von Drehteilen	61
Darstellung von Drehteilen – Schnittdarstellungen	63
Darstellung von Drehteilen – Oberflächenangaben, Form- und Lagetoleranzen	65
Darstellung von Blechteilen – Ansichten	67
Darstellung von Blechteilen – Abwicklung	69
Darstellung von Gussteilen	70
Angaben zur Feinbearbeitung von Werkstücken	73
Schweißverbindungen – Lagerwinkel	74

Werkstofftechnologie

Werkstoffnormung	77
Wärmebehandlung von Stahl	81
Werkstoffprüfung	84

Fertigungstechnik

Zerspanung – Bohren, Reiben, Senken	87
Zerspanung – Drehen, Schleifen, Fräsen	90
Zerspanung – Fräsen	95
Fügen – Biegen, Schneiden, Schweißen	98
Fügen – Schweißen	100
Kunststoffformung – Tiefziehen, Spritzgießen	102

Montagetechnik

Schraubenverbindungen	105
Wellen – Naben – Verbindungen	107
Lager, Welle – Nabe – Verbindungen	109
Lagerungen – Gleitlager	111
Lagerungen – Gleitlager – Wälzlager	113
Automatisierte Fertigung	114

Betriebstechnik

Pneumatik – Leckage, Druckluftkosten	117
Pneumatik – Zylinderkraft und Luftverbrauch	119
Pneumatische und elektropneumatische Türsteuerung, Grafcet	122
Pneumatische Tauchbadsteuerung, SPS, Schrittkette, Grafcet	126
Hydraulik – Elemente, Stromlaufplan, Grafcet	130
Instandhaltung	133
Aufstellung und Inbetriebnahme	137

Qualitätstechnik

DIN EN ISO 9000 ff	139
Verfahrensanleitung/Flussdiagramm	140
Auditfragebogen	141
Ishikawa-Diagramm/Ursachen-Wirkungs-Diagramm	142
FMEA – Failure Mode and Effects Analysis	143
Pareto-Analyse	146
Korrelations-Diagramm	148
8D-Report	150
Maschinenfähigkeitsuntersuchung	152
Qualitätsregelkarte	154
Statistische Prozesskontrolle	156
Annahmewahrscheinlichkeit	158

Organisation

Betriebliches Kostenwesen

Kostenvergleichsrechnung	159
Materialkosten	160
Abschreibung	162
Personalkosten	163
Löhne	164
BAB – Betriebsabrechnungsbogen	165
Mehrstufige Divisionskalkulation	166
Äquivalenzziffernkalkulation	167
Zuschlagskalkulation	168
Maschinenstundensatz	169
Maschinenstundensatzkalkulation	170
Kostenträgerzeitrechnung – Gesamtkostenverfahren	171
Kostenträgerzeitrechnung – Umsatzkostenverfahren	172
Flexible Plankostenrechnung auf Vollkostenbasis	173
Gewinnschwelle bei Einproduktbetrachtung	174
Gewinnschwelle bei Mehrproduktbetrachtung	175
Optimales Produktionsprogramm	176
Zeitwirtschaft – Zeitgrad	177
Zeitwirtschaft – Auftragszeit	178
Zeitwirtschaft – Belegungszeit	179

Arbeits- und Gesundheitsschutz

Arbeitsschutz als Unternehmensziel/Sicherheitsbeauftragte	180
Persönliche Schutzausrüstung (PSA)	181
Arbeitsschutz an Maschinen und Anlagen	182

Personalführung

Personalbedarfsplanung	183
Mitarbeiterqualifikation	184
Recruitingprozess	185
Führungsstile	187
Mitarbeiterbeurteilung/Leistungsentgelt	188

Prüfungsaufgaben

Getriebemotor	189
Getriebemotor – Aufgaben	190
Getriebemotor – Lösungen	192
Stirnradgetriebe	197
Spurkranzrad	213
Zangengreifer	221

Anhang

Lösungen ergänzende Aufgaben	225
------------------------------	-----

Sachwortverzeichnis 227

Umgang mit Formeln

Ausgangssituation

Formeln dienen dazu verschiedenste Sachverhalte zu berechnen. Beispielsweise werden physikalische Zusammenhänge, Flächen und Körperberechnungen als Formel dargestellt. Welche Größen durch Rechenoperationen miteinander verknüpft werden, geben Platzhalter (Variablen) an.

Aufgaben

- Umstellung der Gleichung (1) nach v_c bzw. d .
$$n = \frac{v_c}{\pi \cdot d} \rightarrow (1)$$
- Bestimmung von v_c [m/min], wenn $n = 1900 \frac{1}{\text{min}}$ und $d = 20$ mm.
$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \rightarrow (2)$$
- Umstellung der Gleichung (2) nach D bzw. d .
$$x_{\text{BEP}} = \frac{K_{\text{fix}}}{db} \rightarrow (3)$$
- Bestimmung von d [mm], wenn $A = 1600 \text{ mm}^2$ und $D = 60$ mm.
- Herleitung der Gleichung (3) für den Break-Even-Point.
- Berechnung des Break-Even-Points, wenn $K_{\text{fix}} = 20.000,00 \text{ €}$, $p = 1,50 \text{ €/St}$ und $k_{\text{var}} = 1,00 \text{ €/St}$.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung der Höhe eines Trapezes, wenn der Flächeninhalt $A = 300 \text{ mm}^2$, die Seite $l_1 = 100$ mm und die Seite $l_2 = 20$ mm groß sind. Ferner ist bekannt, dass die Seiten l_1 und l_2 parallel sind.
 - Bestimmung des Durchmessers einer Kugel bei der bekannt ist, dass das Volumen 200 mm^3 beträgt.
 - Bestimmung des Durchmessers einer Kugel, wenn das Volumen eines Kugelabschnittes $V = 1300 \text{ mm}^3$ und die Höhe des Kugelabschnittes $h = 20$ mm beträgt.

Lösungen

1. und 2. Umstellung der Gleichung (1) und Berechnung des Wertes v_c

$$\begin{aligned} n &= \frac{v_c}{\pi \cdot d} \quad | \cdot (\pi \cdot d) & n &= \frac{v_c}{\pi \cdot d} \quad | \cdot d & v_c &= n \cdot \pi \cdot d = 1900 \frac{1}{\text{min}} \cdot \pi \cdot 20 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \\ & & & & &= 119,38 \frac{\text{m}}{\text{min}} \\ n \cdot \pi \cdot d &= v_c & n \cdot d &= \frac{v_c}{\pi} & | : n & \\ v_c &= n \cdot \pi \cdot d & d &= \frac{v_c}{\pi \cdot n} \end{aligned}$$

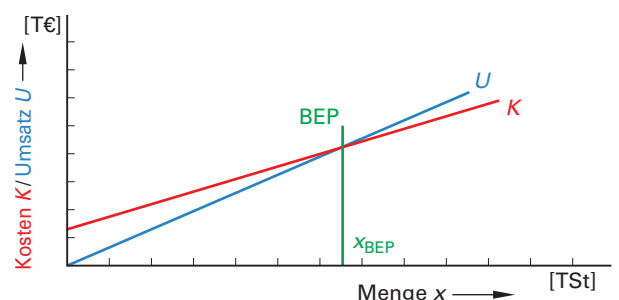
3. und 4. Umstellung der Gleichung (2) und Berechnung des Wertes d

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \quad | \cdot 4 : \pi & A &= \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \quad | \cdot 4 : \pi & d &= \sqrt{D^2 - \frac{A \cdot 4}{\pi}} \\ \frac{A \cdot 4}{\pi} &= D^2 - d^2 \quad | - D^2 & \frac{A \cdot 4}{\pi} &= D^2 - d^2 \quad | + d^2 & &= \sqrt{(60 \text{ mm})^2 - \frac{1600 \text{ mm}^2 \cdot 4}{\pi}} \\ \frac{A \cdot 4}{\pi} - D^2 &= -d^2 \quad | \cdot (-1) & \frac{A \cdot 4}{\pi} + d^2 &= D^2 & &= 39,53 \text{ mm} \\ d^2 &= D^2 - \frac{A \cdot 4}{\pi} \quad | \sqrt{} & D^2 &= \frac{A \cdot 4}{\pi} + d^2 \quad | \sqrt{} & & \\ d &= \sqrt{D^2 - \frac{A \cdot 4}{\pi}} & D &= \sqrt{\frac{A \cdot 4}{\pi} + d^2} \end{aligned}$$

5. und 6. Herleitung der Gleichung (3) für den Break-Even-Point und dessen Berechnung

$$\begin{aligned} U &= K & | \text{ mit } U &= p \cdot x_{\text{BEP}} \\ p \cdot x_{\text{BEP}} &= K & | \text{ mit } K &= K_{\text{fix}} + k_{\text{var}} \cdot x_{\text{BEP}} \\ p \cdot x_{\text{BEP}} &= K_{\text{fix}} + k_{\text{var}} \cdot x_{\text{BEP}} & | - (k_{\text{var}} \cdot x_{\text{BEP}}) & \\ p \cdot x_{\text{BEP}} - k_{\text{var}} \cdot x_{\text{BEP}} &= K_{\text{fix}} & | x_{\text{BEP}}() & \\ x_{\text{BEP}} \cdot (p - k_{\text{var}}) &= K_{\text{fix}} & | : (p - k_{\text{var}}) & \\ x_{\text{BEP}} &= \frac{K_{\text{fix}}}{p - k_{\text{var}}} & | \text{ mit } (p - k_{\text{var}}) &= db \\ x_{\text{BEP}} &= \frac{K_{\text{fix}}}{db} \end{aligned}$$

$$x_{\text{BEP}} = \frac{K_{\text{fix}}}{p - k_{\text{var}}} = \frac{20.000,00 \text{ €}}{1,50 \text{ €/St} - 1,00 \text{ €/St}} = 40.000 \text{ St}$$



Ausgangssituation

Grundabmaße für Wellen (Auswahl)										vgl. DIN EN ISO 286-1 (2010-11)					
Grundabmaße	a	c	d	e	f	g	h	j	k		m	n	p	r	s
genormte Grundtoleranzgrade	IT9 bis IT13	IT8 bis IT12	IT5 bis IT13	IT5 bis IT10	IT3 bis IT10		IT1 bis IT18	IT5 bis IT8	IT3 bis IT13		IT3 bis IT9		IT3 bis IT10		
Tabelle gültig für ...	alle genormten Grundtoleranzgrade				IT4 bis IT9	IT4 bis IT8	IT1 bis IT18	IT7	IT4 bis IT7	IT8 bis IT13	IT4 bis IT7		IT4 bis IT8		IT4 bis IT9
Nennmaß über ... bis mm	oberes Grenzabmaß es in μm							unteres Grenzabmaß ei in μm							
bis 3	- 270	- 60	- 20	- 14	- 6	- 2	0	- 4	0	0	+ 2	+ 4	+ 6	+ 10	+ 14
3 ... 6		- 70	- 30	- 20	- 10	- 4	0	- 4	+ 1	0	+ 4	+ 8	+ 12	+ 15	+ 19
6 ... 10	- 280	- 80	- 40	- 25	- 13	- 5	0	- 5	+ 1	0	+ 6	+ 10	+ 15	+ 19	+ 23
10 ... 18	- 290	- 95	- 50	- 32	- 16	- 6	0	- 6	+ 1	0	+ 7	+ 12	+ 18	+ 23	+ 28
18 ... 30	- 300	- 110	- 65	- 40	- 20	- 7	0	- 8	+ 2	0	+ 8	+ 15	+ 22	+ 28	+ 35
30 ... 40	- 310	- 120	- 80	- 50	- 25	- 9	0	- 10	+ 2	0	+ 9	+ 17	+ 26	+ 34	+ 43
40 ... 50	- 320	- 130													
50 ... 65	- 340	- 140	- 100	- 60	- 30	- 10	0	- 12	+ 2	0	+ 11	+ 20	+ 32	+ 41	+ 53
65 ... 80	- 360	- 150												+ 43	+ 59
80 ... 100	- 380	- 170	- 120	- 72	- 36	- 12	0	- 15	+ 3	0	+ 13	+ 23	+ 37	+ 51	+ 71
100 ... 120	- 410	- 180												+ 54	+ 79
120 ... 140	- 460	- 200	- 145	- 85	- 43	- 14	0	- 18	+ 3	0	+ 15	+ 27	+ 43	+ 63	+ 92
140 ... 160	- 520	- 210												+ 65	+ 100
160 ... 180	- 580	- 230												+ 68	+ 108

Umgang mit Tabellen

Grundtoleranzen																		vgl. DIN EN ISO 286-1 (2010-11)									
Nennmaß- bereich über...bis mm	Grundtoleranzgrade																										
	IT1	IT2	IT3	IT4	IT5	IT6	IT7	IT8	IT9	IT10	IT11	IT12	IT13	IT14	IT15	IT16	IT17	IT18									
	Grundtoleranzen																										
	µm									mm																	
bis 3	0,8	1,2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	0,1	0,14	0,25	0,4	0,6	1	1,4									
3...6	1	1,5	2,5	4	5	8	12	18	30	48	75	0,12	0,18	0,3	0,48	0,75	1,2	1,8									
6...10	1	1,5	2,5	4	6	9	15	22	36	58	90	0,15	0,22	0,36	0,58	0,9	1,5	2,2									
10...18	1,2	2	3	5	8	11	18	27	43	70	110	0,18	0,27	0,43	0,7	1,1	1,8	2,7									
18...30	1,5	2,5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	0,21	0,33	0,52	0,84	1,3	2,1	3,3									
30...50	1,5	2,5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	0,25	0,39	0,62	1	1,6	2,5	3,9									
50...80	2	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	0,3	0,46	0,74	1,2	1,9	3	4,6									
80...120	2,5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	0,35	0,54	0,87	1,4	2,2	3,5	5,4									
120...180	3,5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	0,4	0,63	1	1,6	2,5	4	6,3									
180...250	4,5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	0,46	0,72	1,15	1,85	2,9	4,6	7,2									
250...315	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	0,52	0,81	1,3	2,1	3,2	5,2	8,1									
315...400	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360	0,57	0,89	1,4	2,3	3,6	5,7	8,9									
400...500	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	0,63	0,97	1,55	2,5	4	6,3	9,7									

Aufgaben

- Bestimmung des Nennmaßes und der Toleranz.
- Bestimmung des Passungssystems und der Passungsart.
- Bestimmung des oberen und unteren Grenzabmaßes der Welle sowie der Nabe.
- Bestimmung des Größt- und Kleinstmaßes der Welle sowie der Nabe.
- Bestimmung des Höchst- und Mindestspieles.
- Ergänzende Aufgaben.

- Bestimmung aller Werte für die Passung: Welle 25h7; Bohrung 25J7.

Lösungen

1. Bestimmung des Nennmaßes und der Toleranz

$N = 18 \text{ mm}$; $T_B = T_W = 27 \mu\text{m} \rightarrow$ siehe hierzu Tabelle Toleranzgrade IT.

2. Bestimmung des Passungssystems und der Passungsart

Passungssystem Einheitsbohrung, da H8; Passungsart Spielpassung, da Kombination H8/g8.

3. Bestimmung des oberen und unteren Grenzabmaßes der Welle sowie der Nabe

Welle:

$es = -6 \mu\text{m}$ siehe hierzu Tabelle Grundabmaße

$ei = es - T = -6 \mu\text{m} - 27 \mu\text{m} = -33 \mu\text{m}$

Nabe:

$EI = 0 \mu\text{m}$ Tabellenbuch ISO-Passung Einheitsbohrung

$ES = EI + T = 0 \mu\text{m} + 27 \mu\text{m} = 27 \mu\text{m}$

4. Bestimmung des Größt- und Kleinstmaßes der Welle sowie der Nabe

Welle:

$G_{oW} = N + es = 18,000 \text{ mm} + (-0,006 \text{ mm}) = 17,994 \text{ mm}$

$G_{uW} = N + ei = 18,000 \text{ mm} + (-0,033 \text{ mm}) = 17,967 \text{ mm}$

Nabe:

$G_{oB} = N + ES = 18,000 \text{ mm} + 0,027 \text{ mm} = 18,027 \text{ mm}$

$G_{uB} = N + EI = 18,000 \text{ mm} + 0,000 \text{ mm} = 18,000 \text{ mm}$

5. Bestimmung des Höchst- und Mindestspieles

$P_{SM} = G_{uB} - G_{oW} = 18,000 \text{ mm} - 17,994 \text{ mm} = 0,006 \text{ mm}$

$P_{SH} = G_{oB} - G_{uW} = 18,027 \text{ mm} - 17,967 \text{ mm} = 0,060 \text{ mm}$

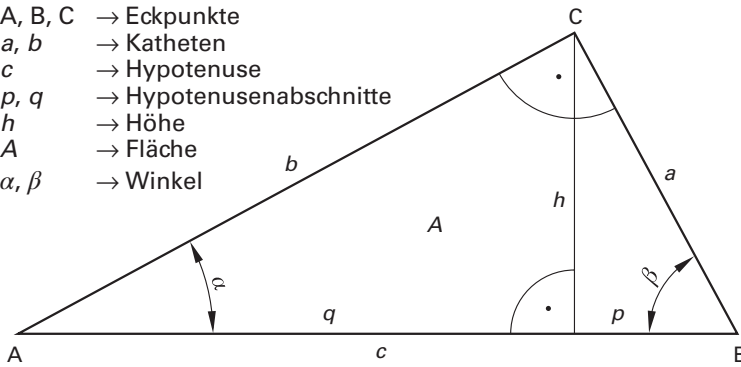
Rechtwinkliges Dreieck

Ausgangssituation

Ein rechtwinkliges Dreieck ist ein Dreieck, das einen rechten Winkel zwischen zwei Seiten enthält, also einen 90-Grad-Winkel. Die Seite gegenüber dem rechten Winkel nennt man Hypotenuse (die längste Seite im Dreieck), die beiden anderen Seiten, die im rechten Winkel zueinander stehen, Katheten. Sind zwei beliebige Werte (mindestens eine Länge) bekannt, können alle restlichen Werte bestimmt werden.

Grafische Darstellung

A, B, C → Eckpunkte
 a, b → Katheten
 c → Hypotenuse
 p, q → Hypotenusenabschnitte
 h → Höhe
 A → Fläche
 α, β → Winkel



Formeln

$a^2 + b^2 = c^2$ → Satz des Pythagoras
 $A = \frac{a \cdot b}{2}$ $A = \frac{c \cdot h}{2}$ → Flächensatz
 $a^2 = c \cdot p$ $b^2 = c \cdot q$ → Kathetensatz
 $h^2 = p \cdot q$ → Höhensatz
 $\varphi + \beta = 90^\circ$ → Winkelsummen
 $\sin \alpha = a/c$ $\sin \beta = b/c$ → Sinus
 $\cos \alpha = b/c$ $\cos \beta = a/c$ → Cosinus
 $\tan \alpha = a/b$ $\tan \beta = b/a$ → Tangens

Aufgaben

- Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $a = 30$ mm und $b = 60$ mm gegeben sind.
- Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $\beta = 50^\circ$ und $a = 80$ mm gegeben sind.
- Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $p = 65$ mm und $q = 92$ mm gegeben sind.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung aller Werte, wenn $c = 80$ mm und $h = 40$ mm gegeben sind.
 - Bestimmung aller Werte, wenn $A = 7\,500$ mm² und $h = 80$ mm gegeben sind.

Lösungen

1. Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $a = 30$ mm und $b = 60$ mm gegeben sind

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(30 \text{ mm})^2 + (60 \text{ mm})^2} = 67,08 \text{ mm}$$

$$p = \frac{a^2}{c} = \frac{(30 \text{ mm})^2}{67,08 \text{ mm}} = 13,42 \text{ mm}$$

$$q = c - p = 67,08 \text{ mm} - 13,42 \text{ mm} = 53,66 \text{ mm}$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{13,42 \text{ mm} \cdot 53,66 \text{ mm}} = 26,83 \text{ mm}$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{30 \text{ mm} \cdot 60 \text{ mm}}{2} = 900 \text{ mm}^2$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{30 \text{ mm}}{67,08 \text{ mm}} = 0,447 \rightarrow \alpha = 26,57^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{b}{c} = \frac{60 \text{ mm}}{67,08 \text{ mm}} = 0,894 \rightarrow \beta = 63,43^\circ$$

2. Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $\beta = 50^\circ$ und $a = 80$ mm gegeben sind

$$c = \frac{a}{\cos \beta} = \frac{80 \text{ mm}}{\cos(50^\circ)} = 124,46 \text{ mm}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(124,46 \text{ mm})^2 - (80 \text{ mm})^2} = 95,34 \text{ mm}$$

$$q = \frac{b^2}{c} = \frac{(95,34 \text{ mm})^2}{124,46 \text{ mm}} = 73,03 \text{ mm}$$

$$p = c - q = 124,46 \text{ mm} - 73,03 \text{ mm} = 51,43 \text{ mm}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{80 \text{ mm}}{94,34 \text{ mm}} = 0,848 \rightarrow \alpha = 40,3^\circ$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{51,43 \text{ mm} \cdot 73,03 \text{ mm}} = 61,29 \text{ mm}$$

$$A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{124,46 \text{ mm} \cdot 61,29 \text{ mm}}{2} = 3\,814 \text{ mm}^2$$

3. Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $p = 65$ mm und $q = 92$ mm gegeben sind

$$c = p + q = 65 \text{ mm} + 92 \text{ mm} = 157 \text{ mm}$$

$$a = \sqrt{c \cdot p} = \sqrt{157 \text{ mm} \cdot 65 \text{ mm}} = 101,02 \text{ mm}$$

$$b = \sqrt{c \cdot q} = \sqrt{157 \text{ mm} \cdot 92 \text{ mm}} = 120,18 \text{ mm}$$

$$h = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{65 \text{ mm} \cdot 92 \text{ mm}} = 77,33 \text{ mm}$$

$$\tan \beta = \frac{b}{a} = \frac{120,18 \text{ mm}}{101,02 \text{ mm}} = 1,190 \rightarrow \beta = 49,95^\circ$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{101,02 \text{ mm} \cdot 120,18 \text{ mm}}{2} = 6\,070 \text{ mm}^2$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{120,18 \text{ mm}}{157 \text{ mm}} = 0,765 \rightarrow \alpha = 40,05^\circ$$

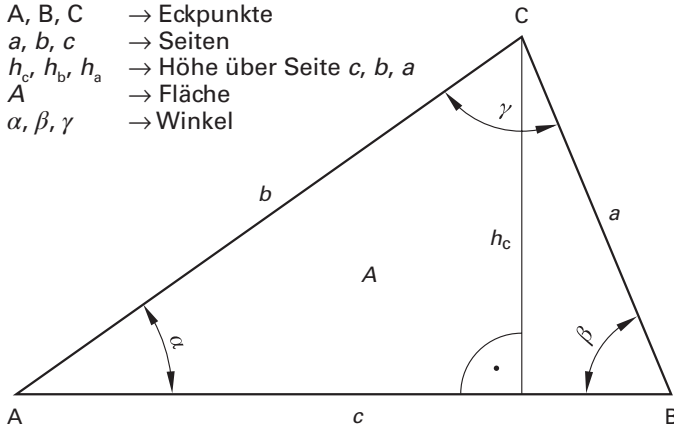
Schiefwinkliges Dreieck

Ausgangssituation

Ein schiefwinkliges Dreieck wird durch drei Punkte definiert, die nicht auf einer Linie liegen. Sie sind die Ecken des Dreiecks. Die Verbindungsstrecken zwischen den Punkten nennt man Seiten. Sind drei beliebige Werte (davon mindestens eine Länge) bekannt, können alle restlichen Werte bestimmt werden.

Grafische Darstellung

A, B, C → Eckpunkte
 a, b, c → Seiten
 h_c, h_b, h_a → Höhe über Seite c, b, a
 A → Fläche
 α, β, γ → Winkel



Formeln

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \quad \rightarrow \text{Sinussatz}$$

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{Cosinussatz}$$

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} \quad \rightarrow \text{Flächensatz}$$

Aufgaben

- Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $a = 30 \text{ mm}$, $b = 60 \text{ mm}$ und $c = 80 \text{ mm}$ gegeben sind.
- Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $a = 40 \text{ mm}$, $c = 50 \text{ mm}$ und $\beta = 20^\circ$ gegeben sind.
- Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $b = 80 \text{ mm}$, $\alpha = 25^\circ$ und $\gamma = 130^\circ$ gegeben sind.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $c = 80 \text{ mm}$, $\alpha = 45^\circ$ und $\beta = 45^\circ$ gegeben sind.
 - Bestimmung aller Werte, wenn $A = 1000 \text{ mm}^2$ und $h_c = 25 \text{ mm}$ und $\alpha = 25^\circ$ gegeben sind.

Lösungen

1. Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $a = 30 \text{ mm}$, $b = 60 \text{ mm}$ und $c = 80 \text{ mm}$ gegeben sind

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(60 \text{ mm})^2 + (80 \text{ mm})^2 - (30 \text{ mm})^2}{2 \cdot 60 \text{ mm} \cdot 80 \text{ mm}} = 0,948 \rightarrow 18,56^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{b}{a} \cdot \sin \alpha = \frac{60 \text{ mm}}{30 \text{ mm}} \cdot \sin 18,56^\circ = 0,637 \rightarrow 39,54^\circ$$

$$h_c = a \cdot \sin \beta = 30 \text{ mm} \cdot \sin 39,54^\circ = 19,1 \text{ mm}$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 18,56^\circ - 39,54^\circ = 121,9^\circ$$

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{80 \text{ mm} \cdot 19,1 \text{ mm}}{2} = 764 \text{ mm}^2$$

2. Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $a = 40 \text{ mm}$, $c = 50 \text{ mm}$ und $\beta = 20^\circ$ gegeben sind

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta} = \sqrt{(40 \text{ mm})^2 + (50 \text{ mm})^2 - 2 \cdot 40 \text{ mm} \cdot 50 \text{ mm} \cdot \cos 20^\circ} = 18,47 \text{ mm}$$

$$\sin \gamma = \frac{c}{b} \cdot \sin \beta = \frac{50 \text{ mm}}{18,47 \text{ mm}} \cdot \sin 20^\circ = 0,926 \rightarrow 112,22^\circ$$

$$h_c = b \cdot \sin \alpha = 18,47 \text{ mm} \cdot \sin 47,78^\circ = 13,68 \text{ mm}$$

$$\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 20^\circ - 112,22^\circ = 47,78^\circ$$

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{50 \text{ mm} \cdot 13,68 \text{ mm}}{2} = 342 \text{ mm}^2$$

3. Bestimmung aller Werte, wenn die Werte $b = 80 \text{ mm}$, $\alpha = 25^\circ$ und $\gamma = 130^\circ$ gegeben sind

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma = 180^\circ - 25^\circ - 130^\circ = 25^\circ$$

$$h_c = b \cdot \sin \alpha = 80 \text{ mm} \cdot \sin 25^\circ = 33,81 \text{ mm}$$

$$a = \frac{b}{\sin \beta} \cdot \sin \alpha = \frac{80 \text{ mm}}{\sin 25^\circ} \cdot \sin 25^\circ = 80 \text{ mm}$$

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{145,01 \text{ mm} \cdot 33,81 \text{ mm}}{2} = 2451,4 \text{ mm}^2$$

$$c = \frac{b}{\sin \beta} \cdot \sin \gamma = \frac{80 \text{ mm}}{\sin 25^\circ} \cdot \sin 130^\circ = 145,01 \text{ mm}$$

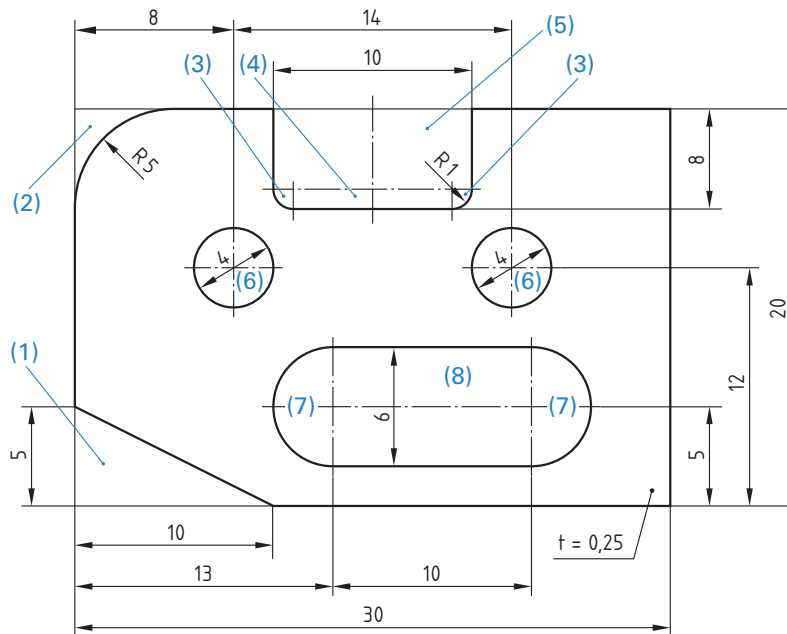
→ Sonderfall: Gleichschenkliges Dreieck
 $\alpha = 25^\circ$ und $\beta = 25^\circ$
 $b = 80 \text{ mm}$ und $a = 80 \text{ mm}$

Flächen – Bearbeitungsfläche

Ausgangssituation

In der Fertigung von Ausgleichsteilen für den Zusammenbau von Werkzeugmaschinen werden Bleche mit einer Dicke von 0,1 mm bis 0,3 mm gestanzt. Das Gewicht der Ausgleichsteile ist in erster Linie abhängig von der zu stanzenden Fläche und dem verwendeten Werkstoff. Als Halbzeug wird ein gehärtetes Kohlenstoffstahlband aus Ck101 mit einer Breite von 35 mm verwendet.

Grafische Darstellung



Aufgaben

- Bestimmung der kompletten Werkstückfläche.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung des Flächeninhaltes von einem Quadrat mit einer Seitenlänge von 9 mm.
 - Bestimmung des Flächeninhaltes von einem Rechteck mit einer Länge von 13 mm und einer Breite von 9 mm.
 - Bestimmung des Flächeninhaltes eines Dreiecks mit einer Grundseite von 27 mm Länge und einer Höhe von 12 mm.
 - Bestimmung des Flächeninhaltes von einem Kreis mit einem Durchmesser vom 128 mm.
 - Bestimmung des Flächeninhaltes eines Parallelogramms welches 120 mm lang ist und eine zugehörige Höhe von 36 mm hat.
 - Bestimmung des Flächeninhaltes von einem Trapez, wobei die Seite a des Trapezes 200 mm lang, die gegenüberliegende Seite $c = 60$ mm und die Höhe 30 mm ist.

Lösungen

1. Bestimmung der kompletten Werkstückfläche

$$A_{(0)} = 20 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm} = 600 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \text{Rechteck}$$

$$A_{(1)} = \frac{10 \text{ mm} \cdot 5 \text{ mm}}{2} = 25 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \text{Dreieck}$$

$$A_{(2)} = 5 \text{ mm} \cdot 5 \text{ mm} - \frac{\pi \cdot (5 \text{ mm})^2}{4} = 5,37 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \text{Quadrat - Viertelkreis}$$

$$A_{(3)} = \frac{\pi \cdot (1 \text{ mm})^2}{4} = 0,79 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \text{Viertelkreis}$$

$$A_{(\text{ges})} = 600 \text{ mm}^2 - 25 \text{ mm}^2 - 5,37 \text{ mm}^2 - 2 \cdot 0,79 \text{ mm}^2 - 8 \text{ mm}^2 - 70 \text{ mm}^2 - 2 \cdot 12,57 \text{ mm}^2 - 2 \cdot 14,14 \text{ mm}^2 - 60 \text{ mm}^2 = 376,63 \text{ mm}^2$$

$$A_{(4)} = 8 \text{ mm} \cdot 1 \text{ mm} = 8 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \text{Rechteck}$$

$$A_{(5)} = 7 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} = 70 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \text{Rechteck}$$

$$A_{(6)} = \pi \cdot (2 \text{ mm})^2 = 12,57 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \text{Kreis}$$

$$A_{(7)} = \frac{\pi \cdot (3 \text{ mm})^2}{2} = 14,14 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \text{Halbkreis}$$

$$A_{(8)} = 10 \text{ mm} \cdot 6 \text{ mm} = 60 \text{ mm}^2 \quad \rightarrow \text{Rechteck}$$

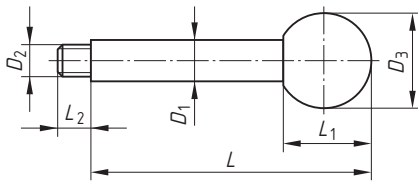
Volumen – Volumenberechnung

Ausgangssituation

Für die Montage von Werkzeugmaschinen werden die unterschiedlichsten Normteile eingesetzt. Um die entsprechenden Gewichte der Normteile zu bestimmen, ist es zwingend notwendig deren Volumina zu berechnen. Im Folgenden sind einige Beispiele an Normteilen dargestellt.

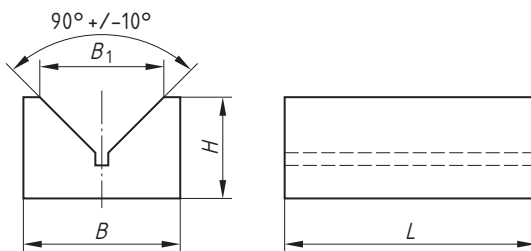
Griffstange

$D_2 = \text{M10}$, $D_1 = 12 \text{ mm}$, $D_3 = 32 \text{ mm}$,
 $L = 125 \text{ mm}$, $L_1 = 30 \text{ mm}$ und $L_2 = 14 \text{ mm}$.
 Gewinde und Fase sind zu vernachlässigen.



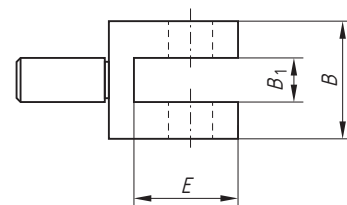
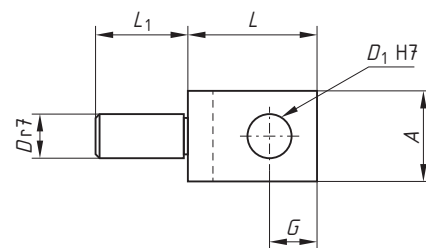
Prisma

$L = 400 \text{ mm}$, $B = 100 \text{ mm}$, $B_1 = 80 \text{ mm}$ und $H = 70 \text{ mm}$.
 Freistich ist zu vernachlässigen.



Gabelstück

$D = 12 \text{ mm}$, $A = 25 \text{ mm}$, $B = 32 \text{ mm}$,
 $B_1 = 13 \text{ mm}$, $D_1 = 12 \text{ mm}$, $E = 28 \text{ mm}$,
 $G = 13 \text{ mm}$, $L = 35 \text{ mm}$, $L_1 = 25 \text{ mm}$.



Aufgaben

- Bestimmung des Volumens der Griffstange, des Prismas und des Gabelstückes.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung des Volumens von einem Würfel mit einer Seitenlänge von 120 mm.
 - Bestimmung des Volumens von einem Quader mit den Seitenlängen von 100 mm, 85 mm und 25 mm.
 - Bestimmung des Volumens von einem Zylinder mit dem Durchmesser von 80 mm und einer Höhe von 120 mm.
 - Bestimmung des Volumens von einer Kugel mit einem Durchmesser vom 86 mm.

Lösungen

1. Bestimmung des Volumens der Griffstange, des Prismas und des Gabelstückes

Griffstange

$$V_{(D3)} = (30 \text{ mm})^2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot (3 \cdot 16 \text{ mm} - 30 \text{ mm}) = 16965 \text{ mm}^3$$

$$V_{(D1)} = \frac{\pi \cdot (12 \text{ mm})^2}{4} \cdot 95 \text{ mm} = 10744 \text{ mm}^3$$

$$V_{(D2)} = \frac{\pi \cdot (10 \text{ mm})^2}{4} \cdot 14 \text{ mm} = 1100 \text{ mm}^3$$

$$V_{(\text{Griffstange})} = 28809 \text{ mm}^3$$

Gabelstück

$$V_{(\text{Seite})} = \left((35 \text{ mm} \cdot 25 \text{ mm}) - \frac{\pi \cdot (12 \text{ mm})^2}{4} \right) \cdot 9,5 \text{ mm} \\ = 7238 \text{ mm}^2 (\times 2) = 14476 \text{ mm}^2$$

$$V_{(\text{Grund})} = 7 \text{ mm} \cdot 13 \text{ mm} \cdot 25 \text{ mm} = 2275 \text{ mm}^3$$

$$V_{(D)} = \frac{\pi \cdot (12 \text{ mm})^2}{4} \cdot 25 \text{ mm} = 2827 \text{ mm}^3$$

$$V_{(\text{Gabelstück})} = 19578 \text{ mm}^3$$

Prisma

$$A_{(\text{Stirn})} = (100 \text{ mm} \cdot 70 \text{ mm}) - \frac{(80 \text{ mm} \cdot 40 \text{ mm})}{2} = 5400 \text{ mm}^2$$

$$V_{(\text{Prisma})} = 5400 \text{ mm}^2 \cdot 400 \text{ mm} = 2160000 \text{ mm}^3$$

Masseneinsparung

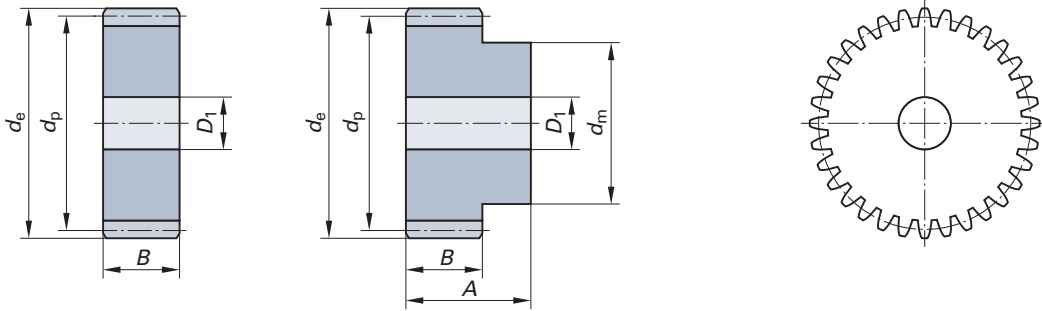
Ausgangssituation

Für die Montage von Werkzeugmaschinen werden die unterschiedlichsten Normteile eingesetzt. Unter anderem werden in den Getrieben Stirnräder aus Ck45E mit dem Modul 2,0 verwendet, für die eine mögliche Gewichtsreduktion untersucht werden soll. Das derzeitige Gewicht liegt bei 3,09 kg.

Schematische Darstellung des Stirnrades

$d_e = 164 \text{ mm}$, $d_p = 160 \text{ mm}$, $D_1 = 20 \text{ mm}$, $B = 20 \text{ mm}$.

Es wird ein Stirnrad ohne Nabe verwendet.



Aufgaben

- Bestimmung der prozentualen Gewichtseinsparung bei 4 zusätzlichen Entlastungsbohrungen auf einem Teilkreis von 90 mm mit einem Bohrungsdurchmesser von 40 mm.
- Bestimmung der prozentualen Gewichtseinsparung bei 8 zusätzlichen Entlastungsbohrungen auf einem Teilkreis von 90 mm mit einem Bohrungsdurchmesser von 20 mm.
- Bestimmung des Bohrungsdurchmessers bei 4 Entlastungsbohrungen auf einem Teilkreis von 90 mm und einer prozentualen Gewichtseinsparung von 35 %.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung des Bohrungsdurchmessers bei 8 Entlastungsbohrungen auf einem Teilkreis von 90 mm und einer prozentualen Gewichtseinsparung von 15 %.

Lösungen

- Bestimmung der prozentualen Gewichtseinsparung bei 4 zusätzlichen Entlastungsbohrungen auf einem Teilkreis von 90 mm mit einem Bohrungsdurchmesser von 40 mm**

$$m_{(\text{Eb})} = 4 \cdot V_{(\text{Eb})} \cdot \rho_{(\text{Ck 45E})} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot (d_{(\text{Eb})})^2}{4} \cdot B \cdot \rho_{(\text{Ck 45E})} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot (40 \text{ mm})^2}{4} \cdot 20 \text{ mm} \cdot 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1\,000\,000 \text{ mm}^3} = 0,789 \text{ kg} = 789 \text{ g}$$

$$\text{Einsparung} = \frac{m_{(\text{Eb})}}{m_{(\text{Stirnrad})}} = \frac{0,789 \text{ kg}}{3,090 \text{ kg}} = 0,2553 \rightarrow 25,53 \%$$

- Bestimmung der prozentualen Gewichtseinsparung bei 8 zusätzlichen Entlastungsbohrungen auf einem Teilkreis von 90 mm mit einem Bohrungsdurchmesser von 20 mm**

$$m_{(\text{Eb})} = 8 \cdot V_{(\text{Eb})} \cdot \rho_{(\text{Ck 45E})} = 8 \cdot \frac{\pi \cdot (d_{(\text{Eb})})^2}{4} \cdot B \cdot \rho_{(\text{Ck 45E})} = 8 \cdot \frac{\pi \cdot (20 \text{ mm})^2}{4} \cdot 20 \text{ mm} \cdot 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1\,000\,000 \text{ mm}^3} = 0,395 \text{ kg}$$

$$\text{Einsparung} = \frac{m_{(\text{Eb})}}{m_{(\text{Stirnrad})}} = \frac{0,395 \text{ kg}}{3,090 \text{ kg}} = 0,1278 \rightarrow 12,78 \%$$

- Bestimmung des Bohrungsdurchmessers bei 4 Entlastungsbohrungen auf einem Teilkreis von 90 mm und einer prozentualen Gewichtseinsparung von 35 %**

$$m_{(\text{Eb})} = m_{(\text{Stirnrad})} \cdot \text{Einsparung} = 3,090 \text{ kg} \cdot 0,35 = 1,082 \text{ kg}$$

$$d_{(\text{Eb})} = \sqrt{\frac{m_{(\text{Eb})} \cdot 4}{\pi \cdot B \cdot \rho_{(\text{Ck 45E})} \cdot 4}} = \sqrt{\frac{1,082 \text{ kg} \cdot 4}{\pi \cdot 20 \text{ mm} \cdot 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 4 \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1\,000\,000 \text{ mm}^3}}} = 46,84 \text{ mm}$$

Gleichförmig geradlinige Bewegung – Fräsvorschub

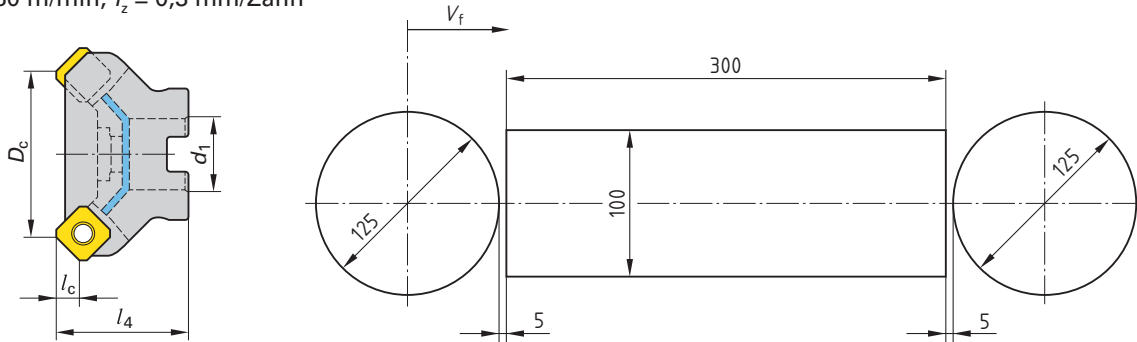
Ausgangssituation

Auf einem Bearbeitungszentrum sollen große Blöcke aus 42CrMoV4, die auf 1200 N/mm² Mindestzugfestigkeit vergütet sind, plangefräst werden. Verwendet wird ein Planfräser mit Durchmesser 125 mm und einer Zähnezahl von $z = 7$. Die vorgeschlagene Schnittgeschwindigkeit beträgt 180 m/min, der vorgeschlagene Zahnvorschub 0,3 mm/Zahn.

Schematische Darstellung Planfräser

$D_c = 125$ mm, $L_c = 6,5$ mm, $d_1 = 40$ mm, $l_4 = 63$ mm, $z = 10$.

$v_c = 180$ m/min, $f_z = 0,3$ mm/Zahn



Aufgaben

- Bestimmung der Drehzahl des Werkzeuges.
- Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit des Werkzeuges.
- Bestimmung der Hauptzeit des Werkzeuges bei 5 mm An- und Überlauf.
- Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit, wenn ein Werkzeug mit $z = 10$ verwendet wird.
- Bestimmung der Hauptzeit bei 5 mm An- und Überlauf, wenn ein Werkzeug mit $z = 10$ verwendet wird.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung der Drehzahl eines Werkzeuges mit Durchmesser $D_c = 100$ mm und einer Schnittgeschwindigkeit von $v_c = 180$ m/min.
 - Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit des Werkzeuges bei einer Zähnezahl von $z = 7$ und einem Zahnvorschub von $f_z = 0,3$ mm/Zahn.
 - Bestimmung der Hauptzeit des Werkzeuges bei 5 mm An- und Überlauf.

Lösungen

1. Bestimmung der Drehzahl des Werkzeuges

$$n = \frac{v_c}{\pi \cdot D_c} = \frac{180 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{\pi \cdot 125 \text{ mm}} = 458 \frac{1}{\text{min}}$$

2. Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit des Werkzeuges

$$v_f = n \cdot z \cdot f_z = 458 \frac{1}{\text{min}} \cdot 7 \cdot 0,3 \frac{\text{mm}}{\text{Zahn}} = 962 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

3. Bestimmung der Hauptzeit des Werkzeuges bei 5 mm An- und Überlauf

$$t_h = \frac{l_w}{v_f} = \frac{435 \text{ mm}}{962 \frac{\text{mm}}{\text{min}}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 27,13 \text{ s}$$

4. Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit, wenn ein Werkzeug mit $z = 10$ verwendet wird

$$v_f = n \cdot z \cdot f_z = 458 \frac{1}{\text{min}} \cdot 10 \cdot 0,3 \frac{\text{mm}}{\text{Zahn}} = 1374 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

5. Bestimmung der Hauptzeit bei 5 mm An- und Überlauf, wenn ein Werkzeug mit $z = 10$ verwendet wird

$$t_h = \frac{l_w}{v_f} = \frac{435 \text{ mm}}{1374 \frac{\text{mm}}{\text{min}}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 19 \text{ s}$$

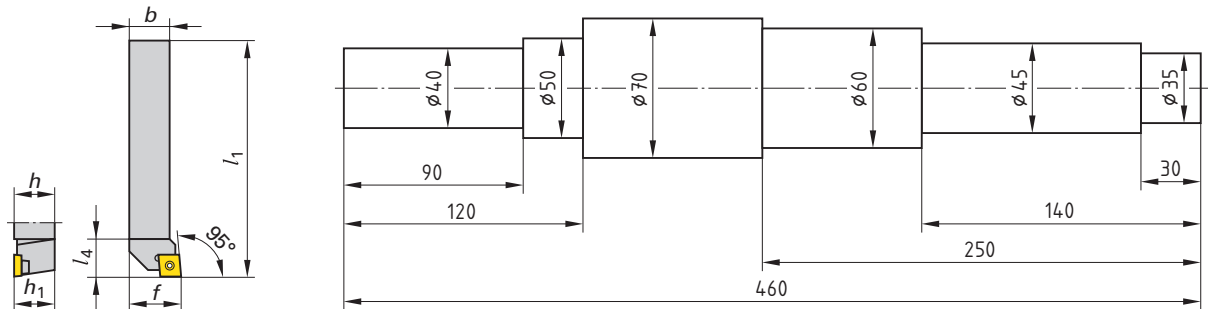
Gleichförmige Kreisbewegung – Drehen

Ausgangssituation

Auf einem Drehautomaten sollen Getriebehauptwellen aus 16 MnCr5 hergestellt werden. Verwendet wird ein Drehmeißelhalter mit geschraubten Hartmetall-Wendeschnidplatten. Die vorgeschlagene Schnittgeschwindigkeit beträgt 210 m/min, der vorgeschlagene Vorschub 0,2 mm/Umdrehung. Das Längsdrehen soll untersucht werden.

Schematische Darstellung Drehmeißel

$h = h_1 = 20 \text{ mm}$, $b = 20 \text{ mm}$, $f = 20 \text{ mm}$, $l_1 = 125 \text{ mm}$, $l_4 = 25 \text{ mm}$, $v_c = 210 \text{ m/min}$, $f_z = 0,2 \text{ mm/Umdrehung}$



Aufgaben

- Bestimmung der Drehzahl und Frequenz des Werkstückes am Durchmesser 40 mm.
- Bestimmung der Umlaufzeit des Werkstückes am Durchmesser 40 mm.
- Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit des Werkstückes am Durchmesser 40 mm.
- Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit des Werkzeuges am Durchmesser 40 mm.
- Bestimmung der Hauptzeiten bei einem Schnitt am Durchmesser 40 mm, wobei An- und Überlauf zu vernachlässigen sind.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung der Drehzahl und Frequenz des Werkstückes an den restlichen Durchmessern.
 - Bestimmung der Umlaufzeit des Werkstückes an den restlichen Durchmessern.
 - Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit des Werkstückes an den restlichen Durchmessern.
 - Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit des Werkzeuges an den restlichen Durchmessern.
 - Bestimmung der Hauptzeiten bei einem Schnitt an den restlichen Durchmessern.

Lösungen

1. Bestimmung der Drehzahl und Frequenz des Werkstückes am Durchmesser 40 mm

$$n = \frac{v_c}{\pi \cdot D_c} = \frac{210 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{\pi \cdot 40 \text{ mm}} = 1671 \frac{1}{\text{min}} \rightarrow f = 27,85 \frac{1}{\text{s}} = 27,85 \text{ Hz}$$

2. Bestimmung der Umlaufzeit des Werkstückes am Durchmesser 40 mm

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{27,85 \frac{1}{\text{s}}} = 0,036 \text{ s} = 36 \text{ ms}$$

3. Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit des Werkstückes am Durchmesser 40 mm

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 27,85 \frac{1}{\text{s}} = 174,99 \frac{1}{\text{s}}$$

4. Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit des Werkzeuges am Durchmesser 40 mm

$$v_f = n \cdot f_u = 1671 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,2 \frac{\text{mm}}{\text{Umdrehung}} = 334 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

5. Best. der Hauptzeiten bei einem Schnitt am Durchmesser 40 mm, wobei An- und Überlauf zu vernachlässigen sind

$$t_h = \frac{L \cdot i}{n \cdot f_u} = \frac{90 \text{ mm} \cdot 1}{1671 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,2 \frac{\text{mm}}{\text{Umdrehung}}} = 0,269 \text{ min} = 16,1 \text{ s}$$

Zentrifugalkraft

Ausgangssituation

In der mechanischen Bearbeitung sollen in Zukunft aussteuerbare Werkzeuge mittels Zentrifugalkraft zur Herstellung von Präzisionsbohrungen eingesetzt werden. Diese aussteuerbaren Werkzeuge werden in einem ersten Schritt auf die möglichen Axialkräfte F untersucht. Aus Vereinfachungsgründen wird der Idealzustand ohne Reibverluste angenommen.

Schematische Darstellung

Schaftdurchmesser Pinole $\rightarrow d_p = 18 \text{ mm}$

Durchmesser Kolben $\rightarrow d_K = 35 \text{ mm}$

Höhe Kolben $\rightarrow h_K = 25 \text{ mm}$

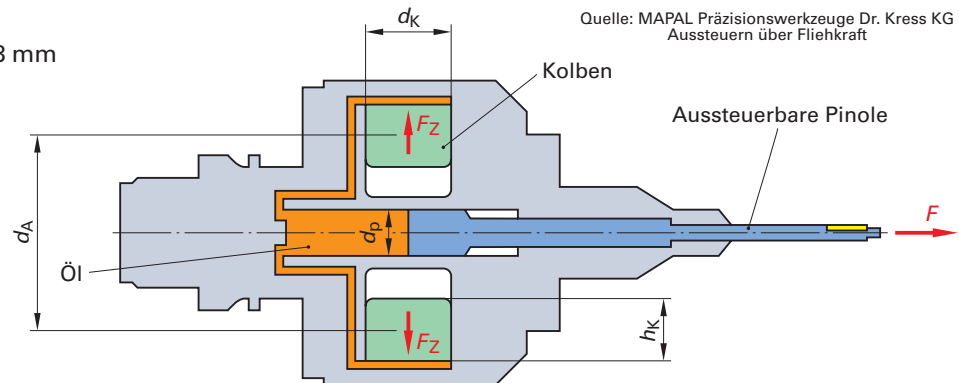
Schwerpunktstand Kolben

- minimal $\rightarrow d_{A \min} = 55 \text{ mm}$

- maximal $\rightarrow d_{A \max} = 75 \text{ mm}$

Anzahl Kolben $\rightarrow z = 2$

Material Kolben $\rightarrow 42\text{CrMo4}$



Quelle: MAPAL Präzisionswerkzeuge Dr. Kress KG
Aussteuern über Fliehkraft

Das Aussteuern erfolgt unter Verwendung der bei der Rotation des Werkzeuges durch zwei symmetrisch angeordnete Kolben entstehenden Zentrifugalkraft. Das Werkzeug steuert nach Abbremsen der Spindel automatisch über Federkraft ein.

Aufgaben

- Bestimmung des Volumens der beiden Kolben.
- Bestimmung der Masse der beiden Kolben.
- Bestimmung der Zentrifugalkraft der beiden Kolben bei einer Drehzahl von $n = 5000 \frac{1}{\text{min}}$ und $d_{A \max}$.
- Bestimmung des axialen Druckes auf den Pinolenschaft.
- Bestimmung der axialen Kraft auf den Pinolenschaft.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung der Drehzahl, wenn eine Axialkraft $F_p = 1500 \text{ N}$ erreicht werden soll.

Lösungen

1. Bestimmung des Volumens der beiden Kolben

$$V_K = \frac{\pi \cdot d_K^2}{4} \cdot h_K = \frac{\pi \cdot (35 \text{ mm})^2}{4} \cdot 25 \text{ mm} = 24\,053 \text{ mm}^3$$

2. Bestimmung der Masse der beiden Kolben

$$m_K = V_K \cdot \rho_{(42\text{CrMo4})} = 24\,053 \text{ mm}^3 \cdot \frac{1 \text{ dm}^3}{1\,000\,000 \text{ mm}^3} \cdot 7,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 0,19 \text{ kg}$$

3. Bestimmung der Zentrifugalkraft der beiden Kolben bei einer Drehzahl von $n = 5000 \frac{1}{\text{min}}$ und $d_{A \max}$

$$F_Z = \frac{m_K \cdot v_c^2}{r_{A \max}} = \frac{m_K \cdot (n \cdot \pi \cdot d_{A \max})^2}{2} = \frac{0,19 \text{ kg} \cdot (5000 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \pi \cdot 75 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}})^2}{75 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}}} = 1\,953 \text{ N}$$

4. Bestimmung des axialen Druckes auf den Pinolenschaft

$$p_p = \frac{F_Z}{A_K} \cdot z = \frac{F_Z}{\frac{\pi \cdot d_K^2}{4}} \cdot z = \frac{1\,953 \text{ N}}{\frac{\pi \cdot (35 \text{ mm})^2}{4}} \cdot 2 = 4,06 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

5. Bestimmung der axialen Kraft auf den Pinolenschaft

$$F_p = p_p \cdot A_p = p_p \cdot \frac{\pi \cdot d_p^2}{4} = 4,06 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi \cdot (18 \text{ mm})^2}{4} = 1\,033 \text{ N}$$

Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung

Ausgangssituation

In der Abteilung „Mechanische Fertigung“ soll ein neues Bearbeitungszentrum angeschafft werden. Im Vorfeld ist die maximale Beschleunigung der Maschine zu bewerten. Zur Vereinfachung wird ein idealer Zustand (keine Trägheit) angenommen. Untersucht wird die maximale Beschleunigung bezogen auf die Eilanggeschwindigkeit, sowie auf den Bearbeitungsvorschub eines PKD-Messerkopfräfers in der Aluminiumbearbeitung.

Ausgangsdaten:	maximale Beschleunigung	a_{\max}	$= 1,2 \cdot g$ ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)
	Eilanggeschwindigkeit	v_{Eilang}	$= 60 \text{ m/min}$
	Durchmesser Messerkopf	d	$= 125 \text{ mm}$
	Zähnezahl Messerkopf	z	$= 10$
	Schnittgeschwindigkeit Messerkopf	v_c	$= 6\,000 \text{ m/min}$
	Vorschub pro Zahn	f_z	$= 0,2 \text{ mm/Zahn}$

Aufgaben

- Bestimmung der Zeit, bis das Bearbeitungszentrum auf Eilanggeschwindigkeit beschleunigt hat.
- Bestimmung des Weges, bis das Bearbeitungszentrum auf Eilanggeschwindigkeit beschleunigt hat.
- Bestimmung der Zeit, bis der Messerkopfräser auf Bearbeitungsvorschub beschleunigt hat.
- Bestimmung des Weges, bis der Messerkopfräser auf Bearbeitungsvorschub beschleunigt hat.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung der Zeit und des Weges bis der Messerkopfräser auf Bearbeitungsvorschub beschleunigt hat bei $z = 15$.

Lösungen

1. Bestimmung der Zeit, bis das Bearbeitungszentrum auf Eilanggeschwindigkeit beschleunigt hat

$$t_{\text{Eilang}} = \frac{v_{\text{Eilang}}}{a_{\max}} = \frac{60 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}}{1,2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,085 \text{ s} = 85 \text{ ms}$$

2. Bestimmung des Weges, bis das Bearbeitungszentrum auf Eilanggeschwindigkeit beschleunigt hat

$$s_{\text{Eilang}} = \frac{1}{2} \cdot a_{\max} \cdot t_{\text{Eilang}}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,085 \text{ s})^2 = 0,043 \text{ m} = 43 \text{ mm}$$

3. Bestimmung der Zeit, bis der Messerkopfräser auf Bearbeitungsvorschub beschleunigt hat

$$n_{\text{Messerkopf}} = \frac{v_{c\text{Messerkopf}}}{\pi \cdot d_{\text{Messerkopf}}} = \frac{6\,000 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot \frac{1\,000 \text{ mm}}{1 \text{ m}}}{\pi \cdot 125 \text{ mm}} = 15\,279 \frac{1}{\text{min}}$$

$$v_{f\text{Messerkopf}} = n_{\text{Messerkopf}} \cdot z_{\text{Messerkopf}} \cdot f_{z\text{Messerkopf}} = 15\,279 \frac{1}{\text{min}} \cdot 10 \cdot 0,2 \frac{\text{mm}}{\text{Zahn}} = 30\,558 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

$$t_{\text{Messerkopf}} = \frac{v_{f\text{Messerkopf}}}{a_{\max}} = \frac{30\,558 \frac{\text{mm}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1\,000 \text{ mm}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}}{1,2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,043 \text{ s} = 43 \text{ ms}$$

4. Bestimmung des Weges, bis der Messerkopfräser auf Bearbeitungsvorschub beschleunigt hat

$$s_{\text{Messerkopf}} = \frac{1}{2} \cdot a_{\max} \cdot t_{\text{Messerkopf}}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,043 \text{ s})^2 = 0,011 \text{ m} = 11 \text{ mm}$$

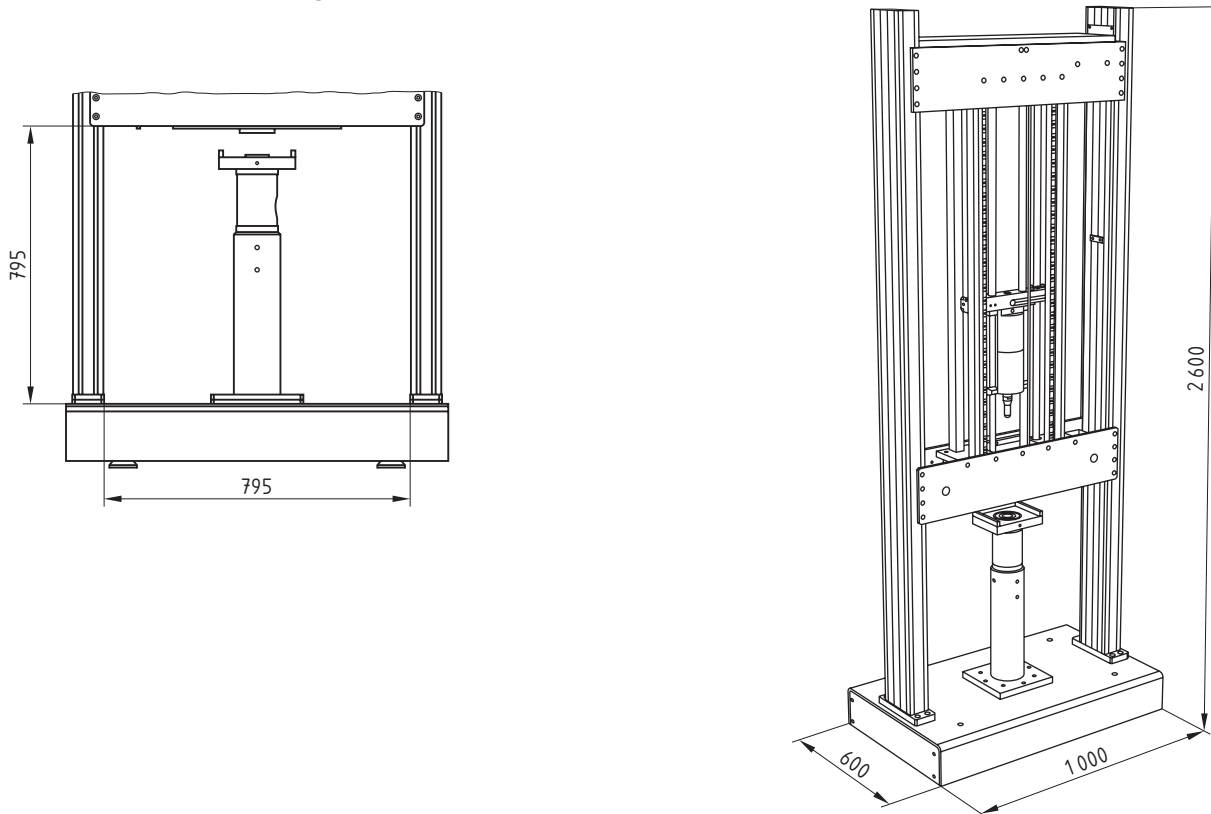
Freier Fall

Ausgangssituation

In der Kunststoffprüfung werden Fallwerke zur Durchführung von Durchstoßversuchen eingesetzt. Ein solches Fallwerk soll nun bezüglich der Falldauer und der Aufprallgeschwindigkeit untersucht werden. Aus Vereinfachungsgründen wird ein homogenes System unter Vernachlässigung von Reibung, Luftwiderstand und sonstigen Störgrößen angenommen.

Die Fallhöhe des Fallwerkes kann von 0,1 m bis 1,0 m eingestellt werden. Das Fallgewicht beträgt 23,5 kg.

Schematische Darstellung Fallwerk



Aufgaben

- Bestimmung der Falldauer und Aufprallgeschwindigkeit bei einer Fallhöhe von 0,1 m, 0,2 m, 0,4 m, 0,6 m, 0,8 m und 1 m.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Berechnung der Fallhöheneinstellung, wenn die Aufprallgeschwindigkeit 3,5 m/s betragen soll.
 - Berechnung der Fallhöheneinstellung, wenn die Fallzeit 300 ms betragen soll.

Lösungen

1. Bestimmung der Falldauer und der Aufprallgeschwindigkeit

$t_{0,1\text{ m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_{0,1\text{ m}}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,1\text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,143\text{ s} = 143\text{ ms}$	$v_{0,1\text{ m}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{0,1\text{ m}}} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,1\text{ m}} = 1,40 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,04 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
$t_{0,2\text{ m}} = \quad \quad \quad = 0,202\text{ s} = 202\text{ ms}$	$v_{0,2\text{ m}} = \quad \quad \quad = 1,98 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,13 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
$t_{0,4\text{ m}} = \quad \quad \quad = 0,286\text{ s} = 286\text{ ms}$	$v_{0,4\text{ m}} = \quad \quad \quad = 2,80 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,08 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
$t_{0,6\text{ m}} = \quad \quad \quad = 0,350\text{ s} = 350\text{ ms}$	$v_{0,6\text{ m}} = \quad \quad \quad = 3,43 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12,35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
$t_{0,8\text{ m}} = \quad \quad \quad = 0,404\text{ s} = 404\text{ ms}$	$v_{0,8\text{ m}} = \quad \quad \quad = 3,96 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 14,26 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
$t_{1,0\text{ m}} = \quad \quad \quad = 0,452\text{ s} = 452\text{ ms}$	$v_{1,0\text{ m}} = \quad \quad \quad = 4,43 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15,95 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Gleichförmig beschleunigte Drehbewegung

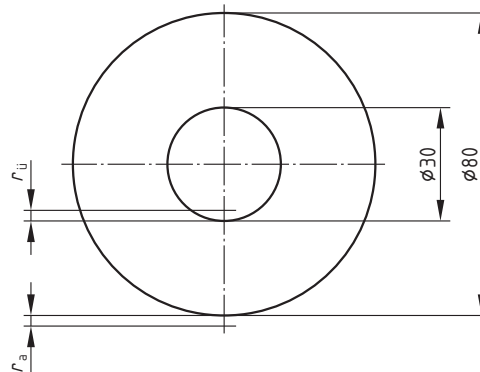
Ausgangssituation

Auf einer Horizontaldrehmaschine soll die gleichförmig beschleunigte Drehbewegung beim Plandrehen mit konstanter Schnittgeschwindigkeit untersucht werden. Zur Vereinfachung wird ein idealer Zustand (keine Trägheit) angenommen.

Ausgangsdaten: Schnittgeschwindigkeit $v_c = 80 \text{ m/min}$
 Vorschub pro Umdrehung $f = 0,2 \text{ mm/Umdrehung}$

Schematische Darstellung

Anlauf $\rightarrow r_a = 0,5 \text{ mm}$
 Überlauf $\rightarrow r_u = 0,5 \text{ mm}$
 Material $\rightarrow 42\text{CrMo}4$



Aufgaben

- Bestimmung der Drehzahl zu Beginn und zum Ende des Plandrehens (inkl. Sicherheitsabstand).
- Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit zu Beginn und zum Ende des Plandrehens (inkl. Sicherheitsabstand).
- Bestimmung der durchschnittlichen Vorschubgeschwindigkeit.
- Bestimmung der Hauptzeit des Plandrehens inkl. An- und Überlauf.
- Bestimmung der Drehbeschleunigung.
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung der Drehbeschleunigung bei $v_c = 120 \text{ m/min}$ und $f_u = 0,3 \text{ mm/Umdrehung}$.

Lösungen

1. Bestimmung der Drehzahl zu Beginn und zum Ende des Plandrehens (Sicherheitsabstand)

$$n_{\text{Beginn}} = \frac{v_c}{\pi \cdot d_{\text{Beginn}}} = \frac{80 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}}}{\pi \cdot 81 \text{ mm}} = 314 \frac{1}{\text{min}}$$

$$n_{\text{Ende}} = \frac{v_c}{\pi \cdot d_{\text{Ende}}} = \frac{80 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}}}{\pi \cdot 29 \text{ mm}} = 878 \frac{1}{\text{min}}$$

2. Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit zu Beginn und zum Ende des Plandrehens (Sicherheitsabstand)

$$\omega_{\text{Beginn}} = 2 \cdot \pi \cdot n_{\text{Beginn}} = 2 \cdot \pi \cdot 314 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 32,9 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{\text{Ende}} = 2 \cdot \pi \cdot n_{\text{Ende}} = 2 \cdot \pi \cdot 878 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 91,9 \text{ s}^{-1}$$

3. Bestimmung der durchschnittlichen Vorschubgeschwindigkeit

$$n_{\text{Mittel}} = \frac{v_c}{\pi \cdot d_{\text{Mittel}}} = \frac{80 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}}}{\pi \cdot \frac{(81 \text{ mm} + 29 \text{ mm})}{2}} = 463 \frac{1}{\text{min}}$$

$$v_{f \text{ Mittel}} = n_{\text{Mittel}} \cdot f = 463 \frac{1}{\text{min}} \cdot 0,2 \frac{\text{mm}}{\text{Umdrehung}} = 93 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

4. Bestimmung der Hauptzeit des Plandrehens inkl. An- und Überlauf

$$t_h = \frac{l}{v_{f \text{ Mittel}}} = \frac{81 \text{ mm} - 29 \text{ mm}}{93 \frac{\text{mm}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 16,8 \text{ s}$$

5. Bestimmung der Drehbeschleunigung

$$\alpha = \frac{\omega_{\text{Ende}} - \omega_{\text{Beginn}}}{t_h} = \frac{(91,5 - 32,9) \frac{1}{\text{s}}}{16,8 \text{ s}} = 3,51 \frac{1}{\text{s}^2}$$

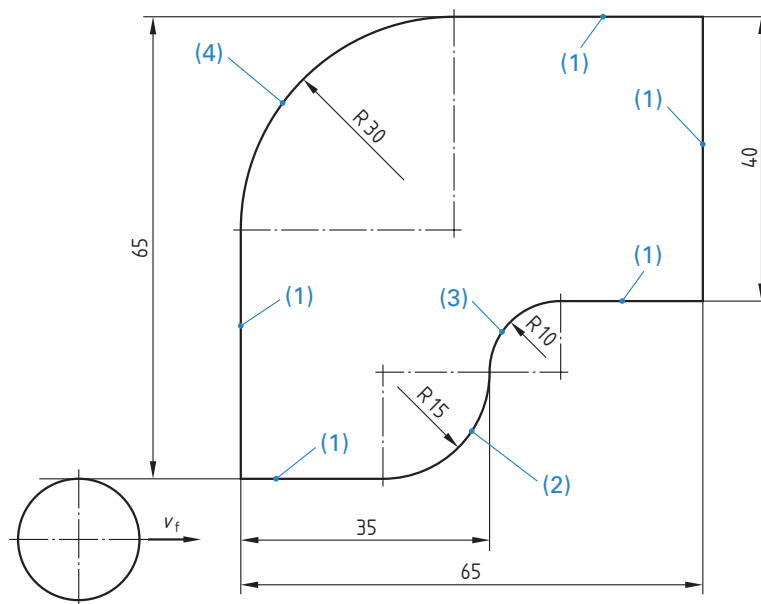
Geschwindigkeit an Maschinen – Vorschubgeschwindigkeit beim Konturfräsen

Ausgangssituation

Die Außenkontur einer Stanzform soll mithilfe eines VHM-Schaftfräasers mit Durchmesser 16 mm und 6 Zähnen geschliffen werden. Das Werkzeug ist TiAlN beschichtet, hat keine innere Kühlmittelzufuhr und einen HB-Schaft (Weldon). Das zu bearbeitende Material ist ein legierter Vergütungsstahl 42CrMoPb4. Das Schlichtaufmaß a_e beträgt 1 mm, die Schnitttiefe a_p beträgt 10 mm. Die vorgeschlagene Schnittgeschwindigkeit beträgt 180 m/min bei einem Zahnvorschub von 0,055 mm.

Das Werkstück kann auf 2 unterschiedlichen Maschinen bearbeitet werden, wobei bei einer Maschine keine Fräserradiuskorrektur programmiert werden kann. D.h., es muss die Fräsermittelpunktsbahn programmiert werden.

Grafische Darstellung



Aufgaben

- Bestimmung der Drehzahl des Werkzeuges.
- Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit ohne Fräserradiuskorrektur an den Punkten (1), (2), (3) und (4).
- Ergänzende Aufgaben.
 - Bestimmung des Zahnvorschubes, wenn aufgrund eines Programmierfehlers an der Strecke (3) eine Vorschubgeschwindigkeit von 1 200 mm/min ohne Fräserradiuskorrektur programmiert wurde.

Lösungen

1. Bestimmung der Drehzahl des Werkzeuges

$$n = \frac{v_c}{\pi \cdot d} = \frac{180 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot \frac{1000 \text{ mm}}{\text{m}}}{\pi \cdot 16 \text{ mm}} = 3581 \frac{1}{\text{min}}$$

2. Bestimmung der Vorschubgeschwindigkeit ohne Fräserradiuskorrektur an den Punkten (1), (2), (3) und (4)

$$v_{f1} = n \cdot z \cdot f_z = 3581 \frac{1}{\text{min}} \cdot 6 \text{ Zähne} \cdot 0,055 \frac{\text{mm}}{\text{Zahn}} = 1182 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

$$v_{f2} = n \cdot z \cdot f_z \cdot \frac{D_{\text{Werkzeugmittelpunktsbahn 2}}}{D_{\text{Konturbahn 2}}} = 3581 \frac{1}{\text{min}} \cdot 6 \text{ Zähne} \cdot 0,055 \frac{\text{mm}}{\text{Zahn}} \cdot \frac{46 \text{ mm}}{30 \text{ mm}} = 1812 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

$$v_{f3} = n \cdot z \cdot f_z \cdot \frac{D_{\text{Werkzeugmittelpunktsbahn 3}}}{D_{\text{Konturbahn 3}}} = 3581 \frac{1}{\text{min}} \cdot 6 \text{ Zähne} \cdot 0,055 \frac{\text{mm}}{\text{Zahn}} \cdot \frac{4 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = 236 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$

$$v_{f4} = n \cdot z \cdot f_z \cdot \frac{D_{\text{Werkzeugmittelpunktsbahn 4}}}{D_{\text{Konturbahn 4}}} = 3581 \frac{1}{\text{min}} \cdot 6 \text{ Zähne} \cdot 0,055 \frac{\text{mm}}{\text{Zahn}} \cdot \frac{76 \text{ mm}}{60 \text{ mm}} = 1497 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$$