Impressum

1. Auflage 2024
Druck 5 4

ISBN: 978-3-7585-8332-2

Bei Fragen zur Produktsicherheit wenden Sie sich bitte an
produktsicherheit@europa-lehrmittel.de.

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Umschlaggestaltung: Zeichenbüro, Verlag Europa-Lehrmittel, Ostfildern,
unter Verwendung des Fotos von © orbcat – stock.adobe.com,
© Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland, Berlin
Druck: Himmer GmbH, 86167 Augsburg

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Aufgaben für die Fächer Mathematik, Chemie und Physik

Mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung

Als Hilfsmittel für die Bearbeitung der Aufgaben des Pools für die Fächer Mathematik, Chemie und Physik ist – neben dem jeweiligen digitalen Hilfsmittel – eine mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung vorgesehen, die nur die im vorliegenden Dokument enthaltenen Inhalte hat.[1]

Das Dokument stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinn dar; insbesondere werden im Allgemeinen Voraussetzungen für die Gültigkeit von Formeln nicht genannt und im Abschnitt zum Fach Mathematik Bezeichnungen nicht erklärt.

[1] Die Möglichkeit der Verwendung anderer Formeldokumente im Unterricht wird durch diese Formelsammlung nicht berührt.

Inhaltsverzeichnis

1 Mathematik

1.1 Grundlagen

Ähnlichkeit zweier Dreiecke

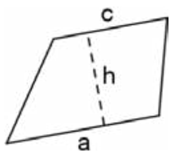
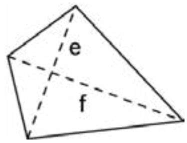
Die folgenden Aussagen zu zwei Dreiecken sind äquivalent:

- Die Dreiecke sind ähnlich.
- Die Größen der Winkel des einen Dreiecks stimmen mit den Größen der Winkel des anderen Dreiecks überein.
- Die Verhältnisse der Seitenlängen des einen Dreiecks stimmen mit den Verhältnissen der Seitenlängen des anderen Dreiecks überein.

Binomische Formeln

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $\qquad$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ $\qquad$ $a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$

Maße von Figuren

Dreieck	Parallelogramm[2]	Trapez	Drachenviereck	Kreis
$A = \frac{1}{2}\cdot g\cdot h$	$A = g\cdot h$	$A = \frac{1}{2}\cdot(a+c)\cdot h$	$A = \frac{1}{2}\cdot e\cdot f$	$A = \pi\cdot r^2$
				$U = 2\pi\cdot r$

Maße von Körpern

Prisma	Pyramide	Zylinder	Kegel	Kugel
$V = A_G\cdot h$	$V = \frac{1}{3}\cdot A_G\cdot h$	$V = A_G\cdot h$	$V = \frac{1}{3}\cdot A_G\cdot h$	$V = \frac{4}{3}\pi\cdot r^3$
		für gerade Zylinder: $A_O = 2\cdot A_G + 2\pi\cdot r\cdot h$	für gerade Kegel: $A_O = A_G + \pi\cdot r\cdot m$ (m: Abstand der Spitze vom Rand der Grundfläche)	$A_O = 4\pi\cdot r^2$

[2] Ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten wird als Raute bezeichnet.

Potenzen und Logarithmen

$a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r$ $\quad a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ $\quad (a^r)^s = a^{r \cdot s}$ $\quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

$\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$ $\quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$ $\quad a^{-r} = \frac{1}{a^r}$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ $\quad \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ $\quad \log_a b^r = r \cdot \log_a b$

Quadratische Gleichung

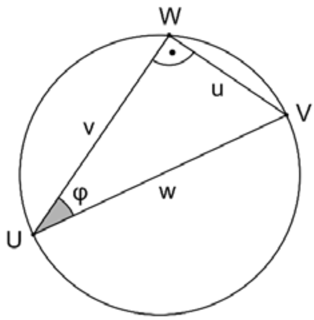
$x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ und $x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ sind die Lösungen der Gleichung $x^2 + px + q = 0$.

Rechtwinkliges Dreieck

- $\sin\varphi = \frac{u}{w}$

  $\cos\varphi = \frac{v}{w}$

  $\tan\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{u}{v}$



- Satz des Pythagoras

  Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann gilt für die Längen u und v der beiden Katheten und die Länge w der Hypotenuse $u^2 + v^2 = w^2$.

  Wenn für die Längen u, v und w der Seiten eines Dreiecks $u^2 + v^2 = w^2$ gilt, dann hat dieses Dreieck einen rechten Winkel, der der Seite mit der Länge w gegenüber liegt.

- Satz des Thales

  Wenn ein Dreieck beim Eckpunkt W einen rechten Winkel hat, dann liegt W auf dem Kreis, der den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite als Mittelpunkt hat und durch die beiden anderen Eckpunkte verläuft.

  Wenn der Eckpunkt W eines Dreiecks auf dem Kreis liegt, der den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite als Mittelpunkt hat und durch die beiden anderen Eckpunkte verläuft, dann hat dieses Dreieck bei W einen rechten Winkel.

Symbole in Verbindung mit Mengen

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$	$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$	$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$
$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$	$\mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$	$]a; b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$	$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$	$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

Trigonometrie

$\sin(-\varphi) = -\sin\varphi$ $\quad$ $\sin(\varphi - 90°) = -\cos\varphi$ $\quad$ $(\sin\varphi)^2 + (\cos\varphi)^2 = 1$

$\cos(-\varphi) = \cos\varphi$ $\quad$ $\cos(\varphi - 90°) = \sin\varphi$

Winkelmaße

Beträgt die Größe eines Winkels im Gradmaß 360°, so beträgt sie im Bogenmaß 2π .

1.2 Analysis

Ableitung

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Ableitungen ausgewählter Funktionen

Term der Funktion	Term der Ableitungsfunktion
x^r	$r \cdot x^{r-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$-x + x \cdot \ln x$	$\ln x$

Ableitungsregeln

Term der Funktion	Term der Ableitungsfunktion
$k \cdot u(x)$	$k \cdot u'(x)$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$u(x) \cdot v(x)$	$u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
$u(v(x))$	$u'(v(x)) \cdot v'(x)$

Ableitung von Integralfunktionen

Für $I(x)=\int_a^x f(t)\,dt$ gilt $I'(x)=f(x)$.

Bestimmtes Integral

Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt $\int_a^b f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_a^b=F(b)-F(a)$.

Grenzwerte

Ist $p(x)$ ein Polynom, so gilt $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{p(x)}{e^x}=0$.

Ist $p(x)$ ein nicht konstantes Polynom, so gilt $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{p(x)}=0$.

Ist $p(x)$ ein Polynom ohne konstanten Summanden, so gilt $\lim\limits_{x\to 0}\left(p(x)\cdot\ln x\right)=0$.

Rotationskörper

$$V=\pi\cdot\int_a^b\left(f(x)\right)^2\,dx$$

Schneiden und Berühren zweier Funktionsgraphen

Die Graphen zweier Funktionen f und g schneiden sich in einem Punkt genau dann, wenn sie diesen Punkt gemeinsam haben.

Die Graphen zweier Funktionen f und g berühren sich in einem Punkt genau dann, wenn sie diesen Punkt gemeinsam und dort die gleiche Steigung haben.

Zueinander senkrechte Geraden

Zwei Geraden mit den Steigungen m_1 und m_2 sind genau dann senkrecht zueinander, wenn $m_1\cdot m_2=-1$ gilt.

1.3 Analytische Geometrie/Lineare Algebra

Skalarprodukt

$\vec{a}\circ\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$ $\qquad$ $\vec{a}\circ\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\varphi$ $\qquad$ $\vec{a}\circ\vec{a}=\left|\vec{a}\right|^2$

Ebenen

- Parameterform: $\vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \vec{u} + \mu \cdot \vec{v}$
- Koordinatenform: $n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + k = 0$
- Normalenform: $\vec{n} \circ \left(\vec{x} - \vec{a}\right) = 0$

1.4 Stochastik

Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Die folgenden Aussagen zu Ereignissen A und B sind äquivalent:

- A und B sind stochastisch unabhängig.
- $P_B(A) = P(A)$
- $P_A(B) = P(B)$

Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Zufallsgrößen

- Für eine Zufallsgröße X mit den Werten $x_1, x_2, \ldots, x_n$ gilt:
  - Erwartungswert: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(X = x_i)$
  - Varianz: $Var(X) = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - E(X)\right)^2 \cdot P(X = x_i)$
  - Standardabweichung: $\sqrt{Var(X)}$
- Für eine binomialverteilte Zufallsgröße X gilt:
  - $P_p^n(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$
  - Erwartungswert: $\mu = n \cdot p$
  - Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$
- Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsgröße: $\varphi(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

Sigma-Regeln

Ist X eine normalverteilte Zufallsgröße, so gilt:

- $P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma) \approx 68{,}3\,\%$
- $P(\mu-1{,}64\sigma \le X \le \mu+1{,}64\sigma) \approx 90{,}0\,\%$
- $P(\mu-1{,}96\sigma \le X \le \mu+1{,}96\sigma) \approx 95{,}0\,\%$
- $P(\mu-2\sigma \le X \le \mu+2\sigma) \approx 95{,}4\,\%$
- $P(\mu-2{,}58\sigma \le X \le \mu+2{,}58\sigma) \approx 99{,}0\,\%$
- $P(\mu-3\sigma \le X \le \mu+3\sigma) \approx 99{,}7\,\%$

Prognoseintervall und Konfidenzintervall

Für eine binomialverteilte Zufallsgröße gilt näherungsweise:

- Prognoseintervall: $\left[p-c\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}};p+c\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right]$
- Die Gleichung $|h-p|=c\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}$ liefert die beiden Grenzen eines Konfidenzintervalls für den Wert von p.

Signifikanztest

Wird die Nullhypothese irrtümlich abgelehnt, so bezeichnet man dies als Fehler erster Art. Das Signifikanzniveau ist der Wert, den die Wahrscheinlichkeit für den Fehler erster Art nicht überschreiten soll.

Wird die Nullhypothese irrtümlich nicht abgelehnt, so bezeichnet man dies als Fehler zweiter Art.

2 Chemie

2.1 Allgemeine Formeln

Avogadro-Konstante

$$N_A = \frac{N}{n}$$

N_A : Avogadro-Konstante;
N : Anzahl der Teilchen; n: Stoffmenge

Molare Masse

$$M = \frac{m}{n}$$

M : molare Masse; m : Masse;
n : Stoffmenge

Molares Volumen

$$V_m = \frac{V}{n}$$

V_m : molares Volumen; V : Volumen;
n : Stoffmenge

Allgemeine Gasgleichung

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

p : Druck; V : Volumen; n : Stoffmenge;
R : ideale Gaskonstante; T : Temperatur

Stoffmengenkonzentration

$$c(\mathrm{A}) = \frac{n(\mathrm{A})}{V(\mathrm{Lsg})}$$

$c(\mathrm{A})$: Stoffmengenkonzentration der Teilchen A;
$n(\mathrm{A})$: Stoffmenge der Teilchen A;
$V(\mathrm{Lsg})$: Volumen der Lösung

Massenkonzentration

$$\beta(\mathrm{A}) = \frac{m(\mathrm{A})}{V(\mathrm{Lsg})}$$

$\beta(\mathrm{A})$: Massenkonzentration des Bestandteils A;
$m(\mathrm{A})$: Masse des Bestandteils A;
$V(\mathrm{Lsg})$: Volumen der Lösung

Massenanteil

$$\omega(\mathrm{A}) = \frac{m(\mathrm{A})}{m(\mathrm{Gem})}$$

$\omega(\mathrm{A})$: Massenanteil des Bestandteils A;
$m(\mathrm{A})$: Masse des Bestandteils A;
$m(\mathrm{Gem})$: Masse des Gemisches

Volumenanteil

$$\varphi(\mathrm{A}) = \frac{V(\mathrm{A})}{V(\mathrm{A}) + V(\mathrm{B})}$$

$\varphi(\mathrm{A})$: Volumenanteil des Bestandteils A;
$V(\mathrm{A})$: Volumen des Bestandteils A;
$V(\mathrm{B})$: Volumen des Bestandteils B

2.2 Gleichgewichtsreaktionen

Massenwirkungsgesetz

Für eine allgemeine Reaktion $\mathrm{aA} + \mathrm{bB} \rightleftharpoons \mathrm{cC} + \mathrm{dD}$ gilt:

$$K_\mathrm{c} = \frac{c^\mathrm{c}(\mathrm{C}) \cdot c^\mathrm{d}(\mathrm{D})}{c^\mathrm{a}(\mathrm{A}) \cdot c^\mathrm{b}(\mathrm{B})}$$

K_c: Gleichgewichtskonstante;
c: Stoffmengenkonzentration;
$\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}, \mathrm{d}$: stöchiometrische Koeffizienten

Löslichkeitsprodukt

Für $\mathrm{A_mB_n} \rightleftharpoons \mathrm{mA^{n+}} + \mathrm{nB^{m-}}$ gilt:

$$K_\mathrm{L} = c^\mathrm{m}\left(\mathrm{A^{n+}}\right) \cdot c^\mathrm{n}\left(\mathrm{B^{m-}}\right)$$
$$\mathrm{p}K_\mathrm{L} = -\lg\{K_\mathrm{L}\}$$

K_L: Löslichkeitsprodukt;
$c\left(\mathrm{A^{n+}}\right)$: Stoffmengenkonzentration des Kations;
n: Anzahl der positiven Ladungen, stöchiometrischer Koeffizient;
$c\left(\mathrm{B^{m-}}\right)$: Stoffmengenkonzentration des Anions;
m: Anzahl der negativen Ladungen, stöchiometrischer Koeffizient;
$\{K_\mathrm{L}\}$: Zahlenwert von K_L

2.3 Protonenübergänge

Ionenprodukt des Wassers

$$K_\mathrm{W} = c\left(\mathrm{H_3O^+}\right) \cdot c\left(\mathrm{OH^-}\right)$$
$$\mathrm{p}K_\mathrm{W} = -\lg\{K_\mathrm{W}\}$$
$$\mathrm{p}K_\mathrm{W} = \mathrm{pH} + \mathrm{pOH}$$

K_W: Ionenprodukt des Wassers;
$\{K_\mathrm{W}\}$: Zahlenwert von K_W;
c: Stoffmengenkonzentration

pH-Wert und pOH-Wert

$$\mathrm{pH} = -\lg\{c(\mathrm{H_3O^+})\}$$
$$\mathrm{pOH} = -\lg\{c(\mathrm{OH^-})\}$$

c : Stoffmengenkonzentration;
$\{c(\mathrm{H_3O^+})\}$: Zahlenwert von $c(\mathrm{H_3O^+})$;
$\{c(\mathrm{OH^-})\}$: Zahlenwert von $c(\mathrm{OH^-})$

Säurekonstante und Säureexponent

Für $\mathrm{HA + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+}$ gilt:

$$K_S = \frac{c(\mathrm{H_3O^+}) \cdot c(\mathrm{A^-})}{c(\mathrm{HA})}$$

K_S : Säurekonstante;
c : Stoffmengenkonzentration

$$\mathrm{p}K_S = -\lg\{K_S\}$$

$\mathrm{p}K_S$: Säureexponent;
$\{K_S\}$: Zahlenwert von K_S

Basenkonstante und Basenexponent

Für $\mathrm{H_2O + B \rightleftharpoons OH^- + HB^+}$ gilt:

$$K_B = \frac{c(\mathrm{OH^-}) \cdot c(\mathrm{HB^+})}{c(\mathrm{B})}$$

K_B : Basenkonstante;
c : Stoffmengenkonzentration

$$\mathrm{p}K_B = -\lg\{K_B\}$$

$\mathrm{p}K_B$: Basenexponent;
$\{K_B\}$: Zahlenwert von K_B

Oxonium-Ionen-Konzentration und pH-Wert

- Oxonium-Ionen-Konzentration in sauren Lösungen

$$c(\mathrm{H_3O^+}) \approx -\frac{K_S}{2} + \sqrt{\left(\frac{K_S}{2}\right)^2 + K_S \cdot c_0(\mathrm{HA})}$$

c : Stoffmengenkonzentration;
K_S : Säurekonstante;
c_0 : Anfangskonzentration

- pH-Wert bei vollständiger Protolyse

$$\mathrm{pH} \approx -\lg\{c_0(\mathrm{HA})\}$$

c_0 : Anfangskonzentration;
$\{c_0(\mathrm{HA})\}$: Zahlenwert von $c_0(\mathrm{HA})$

- pH-Wert bei unvollständiger Protolyse

$$\mathrm{pH} \approx \tfrac{1}{2} \cdot \left(\mathrm{p}K_S - \lg\{c_0(\mathrm{HA})\}\right)$$

$\mathrm{p}K_S$: Säureexponent;
$\{c_0(\mathrm{HA})\}$: Zahlenwert von $c_0(\mathrm{HA})$

- pH-Wert von Pufferlösungen (Henderson-Hasselbalch-Gleichung)

$pH = pK_S + \lg \frac{c(A^-)}{c(HA)}$	pK_S : Säureexponent; c : Stoffmengenkonzentration

2.4 Elektronenübergänge

Berechnung der Zellspannung

$\Delta E = E(K) - E(A)$	ΔE : Zellspannung; $E(K)$: Potenzial der Kathoden-Halbzelle; $E(A)$: Potenzial der Anoden-Halbzelle

Nernst-Gleichung

Für ein konjugiertes Redoxpaar $Red \rightleftharpoons Ox + ze^-$ gilt bei $T = 298{,}15\,K$:

$E = E^\circ + \frac{0{,}059\,V}{z} \cdot \lg \frac{\{c(Ox)\}}{\{c(Red)\}}$	Red : reduzierte Form; Ox : oxidierte Form; E : Potenzial des Redoxpaares; E° : Standardpotenzial des Redoxpaares; z : Anzahl der übertragenen Elektronen; $c(Ox)$: Konzentration der oxidierten Form; $\{c(Ox)\}$: Zahlenwert von $c(Ox)$; $c(Red)$: Konzentration der reduzierten Form; $\{c(Red)\}$: Zahlenwert von $c(Red)$

Faraday-Gleichung

$n = \frac{I \cdot t}{z \cdot F}$	n : Stoffmenge; I : elektrische Stromstärke; t : Zeit; z : Anzahl der übertragenen Elektronen; F : Faraday-Konstante

Elektrolyse

$U_Z = E(A) + \eta(A) - (E(K) + \eta(K))$	U_Z : Zersetzungsspannung; $E(A)$: Potenzial der Anoden-Halbzelle; $E(K)$: Potenzial der Kathoden-Halbzelle; $\eta(A)$: Überspannung der Anoden-Halbzelle; $\eta(K)$: Überspannung der Kathoden-Halbzelle

2.5 Energetische und kinetische Aspekte chemischer Reaktionen

Mittlere Reaktionsgeschwindigkeit

Für eine allgemeine Reaktion $A \rightarrow B$ gilt:

$$\bar{v} = -\frac{\Delta c(A)}{\Delta t} = +\frac{\Delta c(B)}{\Delta t}$$

$\bar{v}$: mittlere Reaktionsgeschwindigkeit;
$\Delta c(A)$: Änderung der Stoffmengenkonzentration des Eduktes A;
$\Delta c(B)$: Änderung der Stoffmengenkonzentration des Produktes B;
Δt : Zeitintervall

Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Für geschlossene Systeme gilt:

$$\Delta U = Q + W$$

Bei konstantem Druck gilt:

$$\Delta H = Q_p$$

ΔU : Änderung der inneren Energie eines geschlossenen Systems;
Q : Wärme; W : Volumenarbeit;
ΔH : Änderung der Enthalpie

Volumenarbeit

$$W = -p \cdot \Delta V$$

W : Volumenarbeit; p : Druck;
ΔV : Änderung des Volumens

Kalorimetrie

Im geschlossenen System gilt bei konstantem Druck unter Vernachlässigung der Temperaturänderung des Kalorimeters:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Q : Wärme;
c : spezifische Wärmekapazität der Kalorimeterflüssigkeit;
m : Masse der Kalorimeterflüssigkeit;
ΔT : Änderung der Temperatur der Kalorimeterflüssigkeit

Enthalpie bezogen auf 1 mol der Teilchen X:

$$\Delta_r H = -\frac{Q}{n(X)}$$

$\Delta_r H$: Reaktionsenthalpie;
Q : Wärme;
$n(X)$: umgesetzte Stoffmenge der Teilchen X

Änderung der Enthalpie

Für eine allgemeine Reaktion $aA + bB \rightarrow cC + dD$ bei $T = 298{,}15\,K$ und $p = 101{,}325\,kPa$ gilt:

$$\Delta H = \left[n_c \cdot \Delta_f H^\circ(\text{C}) + n_d \cdot \Delta_f H^\circ(\text{D}) \right] - \left[n_a \cdot \Delta_f H^\circ(\text{A}) + n_b \cdot \Delta_f H^\circ(\text{B}) \right]$$

ΔH : Änderung der Enthalpie;
$\Delta_f H^\circ$: Standardbildungsenthalpie;
n_a, n_b, n_c, n_d : Stoffmengen im stöchiometrischen Verhältnis

Änderung der Entropie

Für eine allgemeine Reaktion $\text{aA} + \text{bB} \rightarrow \text{cC} + \text{dD}$ bei $T = 298{,}15\,\text{K}$ und $p = 101{,}325\,\text{kPa}$ gilt:

$$\Delta S = \left[n_c \cdot S^\circ(\text{C}) + n_d \cdot S^\circ(\text{D}) \right] - \left[n_a \cdot S^\circ(\text{A}) + n_b \cdot S^\circ(\text{B}) \right]$$

ΔS : Änderung der Entropie;
S° : Standardentropie;
n_a, n_b, n_c, n_d : Stoffmengen im stöchiometrischen Verhältnis

Gibbs-Helmholtz-Gleichung

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

ΔG : Änderung der freien Enthalpie;
ΔH : Änderung der Enthalpie;
T : Temperatur;
ΔS : Änderung der Entropie

2.6 Qualitative Analyse – Chromatografie

$$R_f = \frac{S}{F}$$

R_f : Retentionsfaktor;
S : Abstand Startlinie – Substanzfleck;
F : Abstand Startlinie – Laufmittelfront

2.7 Quantitative und instrumentelle Analyse

Lambert-Beer'sches Gesetz

$$E_\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot c \cdot d$$

E_λ : Extinktion bei der Wellenlänge λ;
ε_λ : molarer Extinktionskoeffizient bei der Wellenlänge λ;
c : Stoffmengenkonzentration;
d : Schichtdicke der Messküvette

Optische Aktivität

$$\alpha = [\alpha]_\lambda^\vartheta \cdot \beta \cdot \ell$$

α : Drehwinkel;
$[\alpha]_\lambda^\vartheta$: spezifischer Drehwinkel bei der Temperatur ϑ und der Wellenlänge λ;
β : Massenkonzentration;
ℓ : Probenrohrlänge

3 Physik

3.1 Mechanik

Newton'sche Gesetze und Kräfteaddition

♦ 1. Newton'sches Gesetz (Trägheitsprinzip, Trägheitsgesetz)

Unter der Bedingung $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \vec{0}$ gilt: $\vec{v} = \text{konstant}$

$\vec{F}_1, \vec{F}_2$, …: äußere Kräfte, die auf einen Körper (ein System) wirken; $\vec{v}$: Geschwindigkeit

♦ 2. Newton'sches Gesetz (Grundgleichung der Mechanik)

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$
$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$$

$\vec{F}$: Kraft; m: Masse; $\vec{a}$: Beschleunigung; t: Zeit; v: Geschwindigkeit

♦ 3. Newton'sches Gesetz (Reaktionsprinzip, Wechselwirkungsgesetz)

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$\vec{F}$: Kraft

♦ Betrag der Gesamtkraft bei der Addition zweier Kräfte

$$F_{\text{ges}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$$

F_{ges}: Betrag der Gesamtkraft; F_1, F_2: Beträge der Einzelkräfte; α: Winkel zwischen den Kräften

Kräfte der Mechanik

♦ Gewichtskraft

$$F_{\text{G}} = m \cdot g$$

F_{G}: Gewichtskraft; m: Masse; g: Fallbeschleunigung (Ortsfaktor) am Ort des Körpers

♦ Radialkraft, Zentripetalkraft

$$F_{\text{r}} = \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

F_{r}: Radialkraft, Zentripetalkraft; m: Masse; v: Bahngeschwindigkeit; r: Radius; ω: Winkelgeschwindigkeit

♦ Federspannkraft (Hooke'sches Gesetz)

$$F_{\text{S}} = D \cdot s$$

F_{S}: Federspannkraft; D: Federhärte, Richtgröße; s: Dehnung der Feder

♦ Reibungskraft

$$F_{\text{R}} = \mu \cdot F_{\text{N}}$$

F_{R}: Reibungskraft; μ: Reibungszahl; F_{N}: Normalkraft

- Newton'scher Strömungswiderstand

$F_W = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$	F_W : Widerstandskraft; c_w : Widerstandsbeiwert; A : Querschnittsfläche des Körpers senkrecht zur Strömung; ρ: Dichte des umströmenden Mediums; v : Relativgeschwindigkeit zwischen Körper und Medium

- Stokes'scher Strömungswiderstand

$F_W = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$	F_W : Widerstandskraft; η : Viskosität des umströmenden Mediums; r : Radius; v : Geschwindigkeit

- Auftriebskraft

$F_A = \rho \cdot g \cdot V$	F_A : Auftriebskraft; ρ: Dichte der Flüssigkeit/des Gases; g : Fallbeschleunigung (Ortsfaktor) am Ort des Körpers; V : vom Körper verdrängtes Volumen

Bewegungen

- eindimensionale Bewegungen
  - mittlere Geschwindigkeit

$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	$\bar{v}$: mittlere Geschwindigkeit; s: Ort; t : Zeit

  - momentane Geschwindigkeit

$v(t) = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \dot{s}(t)$	v : Geschwindigkeit; s: Ort; t : Zeit

  - mittlere Beschleunigung

$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$\bar{a}$: mittlere Beschleunigung; v : Geschwindigkeit; t : Zeit

  - momentane Beschleunigung

$a(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dot{v}(t)$	a : Beschleunigung; v : Geschwindigkeit; t : Zeit

  - gleichförmige Bewegung

$s(t) = v \cdot t + s_0$ $v = \text{konstant}$ $a = 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	s: Ort; s_0 : Anfangsort bei $t = 0\,\mathrm{s}$; v : Geschwindigkeit; t : Zeit; a : Beschleunigung

  - gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$ $v(t) = a \cdot t + v_0$	s: Ort; s_0 : Anfangsort bei $t = 0\,\mathrm{s}$; a : Beschleunigung; t : Zeit;

$a = \text{konstant}$	v_0 : Anfangsgeschwindigkeit bei $t = 0\,\text{s}$; v : Geschwindigkeit

- beliebig beschleunigte Bewegung

$s(t) = s_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)\,\text{d}t$ $v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)\,\text{d}t$	s : Ort; s_0 : Anfangsort bei $t = t_0$; v : Geschwindigkeit; t : Zeit; v_0 : Anfangsgeschwindigkeit bei $t = t_0$; a : Beschleunigung

- gleichförmige Kreisbewegung

$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$ $v = \omega \cdot r$ $\omega = \text{konstant}$ $a_\text{r} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$	ω : Winkelgeschwindigkeit; $\Delta\varphi$: überstrichener Winkel; Δt : benötigte Zeit; T : Umlaufdauer; f : Frequenz; v : Bahngeschwindigkeit; r : Radius; a_r : Radialbeschleunigung

- Wurfbewegungen
  - senkrechter Wurf

$y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + y_0$ $v_y(t) = -g \cdot t + v_0$ $a_y = -g$	y : Ort; g : Fallbeschleunigung (Ortsfaktor) am Ort des Körpers; t : Zeit; v_0 : Anfangsgeschwindigkeit bei $t = 0\,\text{s}$; y_0 : Anfangsort bei $t = 0\,\text{s}$; v_y : vertikale Geschwindigkeit; a_y : vertikale Beschleunigung

  - waagerechter Wurf

$x(t) = v_0 \cdot t$; $\quad y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + y_0$ $v_x = v_0$; $\quad v_y(t) = -g \cdot t$ $a_x = 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $\quad a_y = -g$	x : x-Koordinate des Ortes; v_0 : horizontale Anfangsgeschwindigkeit bei $t = 0\,\text{s}$; t : Zeit; y : y-Koordinate des Ortes; g : Fallbeschleunigung (Ortsfaktor) am Ort des Körpers; y_0 : y-Koordinate des Ortes bei $t = 0\,\text{s}$; v_x, v_y : Geschwindigkeitskomponente; a_x, a_y : Beschleunigungskomponente

  - schräger Wurf

$x(t) = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha$ $y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha + y_0$ $v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$ $v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha$ $a_x = 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $a_y = -g$	x : x-Koordinate des Ortes; v_0 : Anfangsgeschwindigkeit bei $t = 0\,\text{s}$; t : Zeit; α : Abwurfwinkel; y : y-Koordinate des Ortes; g : Fallbeschleunigung (Ortsfaktor) am Ort des Körpers; y_0 : y-Koordinate des Ortes bei $t = 0\,\text{s}$; v_x, v_y : Geschwindigkeitskomponente; a_x, a_y : Beschleunigungskomponente

Dichte und Druck

- Dichte

$\rho = \frac{m}{V}$	ρ: Dichte; m: Masse; V: Volumen

- Druck

$p = \frac{F_{\perp}}{A}$	p: Druck; $F_{\perp}$: Kraftkomponente senkrecht auf A; A: Flächeninhalt

- Schweredruck in Flüssigkeiten

$p = \rho \cdot g \cdot h$	p: Druck; ρ: Dichte der Flüssigkeit; g: Fallbeschleunigung (Ortsfaktor) am Ort des Körpers; h: Höhe der Flüssigkeitssäule

Kraftumformende Einrichtungen

- schiefe Ebene

$F_H = F_G \cdot \sin\alpha$ $F_N = F_G \cdot \cos\alpha$ $\frac{F_H}{F_G} = \frac{h}{\ell}$	F_H: Hangabtriebskraft; F_G: Gewichtskraft; α: Neigungswinkel der Ebene gegenüber der Horizontalen; F_N: Normalkraft; h: Höhe der schiefen Ebene; ℓ: Länge der schiefen Ebene

- Hebelgesetz

$M_1 = M_2$ $F_1 \cdot \ell_1 = F_2 \cdot \ell_2$	M: Drehmoment; F: Kraft auf Hebelarm; ℓ: Länge des Hebelarms

- Rollen, (lineare) Flaschenzüge

$F_Z = \frac{1}{n} \cdot F_L$ $s_Z = n \cdot s_L$	F_Z, F_L: Zug- bzw. Lastkraft; s_Z, s_L: Zug- bzw. Lastweg; n: Anzahl der tragenden Seile/Seilstücke

Mechanische Energie

- kinetische Energie der Translation (Bewegungsenergie)

$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	E: Energie; m: Masse; v: Geschwindigkeit

- kinetische Energie der Rotation (Rotationsenergie)

$E = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$	E: Energie; J: Trägheitsmoment; ω: Winkelgeschwindigkeit

- potenzielle Energie im homogenen Gravitationsfeld (Lageenergie)

$E = F_G \cdot h = m \cdot g \cdot h$	E: Energie; F_G: Gewichtskraft; h: Höhe des Körpers über dem Bezugspunkt; m: Masse; g: Fallbeschleunigung (Ortsfaktor)

- Energie einer idealen (Hooke'schen) Feder (Spannenergie)

$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$	E : Energie; D : Federhärte, Richtgröße; s : Dehnung der Feder

Mechanische Arbeit

- mechanische Arbeit

$W = \Delta E$	W : Arbeit; ΔE : Energiedifferenz

- Zusammenhang zwischen Arbeit, Kraft und zurückgelegtem Weg

Für $F = \text{konstant}$ und $\vec{F} \parallel \Delta\vec{s}$ gilt:

$W = \Delta E = F \cdot \Delta s$	W : Arbeit; ΔE : Energiedifferenz; F : Kraft; s : Ort

Wenn die Kraft- und Wegvektoren den Winkel α einschließen, gilt für $F = \text{konstant}$:

$W = \Delta E = F \cdot \Delta s \cdot \cos\alpha$	W : Arbeit; ΔE : Energiedifferenz; F : Kraft; s : Ort; α : Winkel zwischen $\vec{F}$ und $\Delta\vec{s}$

Für eine vom Ort s abhängige Kraft $\vec{F}(s)$ gilt unter der Bedingung $\vec{F} \parallel \mathrm{d}\vec{s}$:

$W = \Delta E = \int_{s_1}^{s_2} F(s)\,\mathrm{d}s$	W : Arbeit; ΔE : Energiedifferenz; F : Kraft; s : Ort

Leistung und Wirkungsgrad

- mittlere Leistung (Energiestromstärke)

$\bar{P} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$	$\bar{P}$: mittlere Leistung (Energiestromstärke); E : Energie; t : Zeit

- momentane Leistung (Energiestromstärke)

$P(t) = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ $P(t) = F \cdot v(t)$	P : Leistung (Energiestromstärke); E : Energie; t : Zeit; F : Kraft; v : Geschwindigkeit

- Wirkungsgrad

$\eta = \frac{P_{\text{nutz}}}{P_{\text{zu}}} = \frac{\Delta E_{\text{nutz}}}{\Delta E_{\text{zu}}}$	η : Wirkungsgrad; P_{nutz} : Betrag der abgegebenen, genutzten Leistung; P_{zu} : Betrag der aufgewandten, zugeführten Leistung; E_{nutz} : Betrag der abgegebenen, genutzten Energie; E_{zu} : Betrag der aufgewandten, zugeführten Energie