

Aufstieg zum Industriemeister

Naturwissenschaftliche und technische Gesetzmäßigkeiten

Lösungen zu den Aufgaben des Buches

3. Auflage

Verlag Europa-Lehrmittel · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Str. 23 · 42781 Haan

Europa-Nr.: 80264

Lösungen zum Teil A | PHYSIK

Lösungen zu Kapitel Grundlagen der Physik

Aufgabe 12/1

Donner, Blitz, Regen, Nebel, Schnee, Hitze, Kälte, Wind, Flut, Ebbe, Wachstum, Leben, Licht, Schall, Erdbeben, Golfstrom, Feuer, Vulkanismus, Luftdruck, Taubildung, schwimmen, fliegen, fühlen, Schimmelbildung, faulen, altern, Schwere, fallen ...

Aufgabe 12/2

In der Kinematik werden nur die Bewegungen betrachtet, z. B. die Bewegungen zum Anfahren von Koordinaten eines Werkstückes.

Die Kinetik betrachtet neben den Bewegungen auch die dabei auftretenden Kräfte, z. B. die Beschleunigungs- und Bremskräfte beim Anfahren von Koordinaten eines Werkstückes.

Aufgabe 12/3

a) Statik; b) Kinematik, Kinetik; c) Festigkeitslehre, Kinetik; d) Kinematik

Aufgabe 12/4

Auf theoretischem Weg, ausgehend von bestehenden Theorien gelangt man zu neuen physikalischen Gesetzen und Theorien. Beispiel: Das Ohm'sche Gesetz für einen Widerstand ist bekannt (z. B. durch Induktion, d. h. Aufstellung der Hypothese, dass Spannung und Strom zueinander proportional sind und diesen Zusammenhang dann durch Messungen belegen). Aus dem Ohm'schen Gesetz wird dann auf den Gesamtwiderstand von Widerständen in Reihenschaltung geschlossen.

Aufgabe 12/5

Blitz – Donner; Vulkanausbruch – Licht; Hitze – Wind; Hitze – fühlen; Licht – Leben; Hitze – Golfstrom; Schwere – fallen; Leben – Wachstum ...

Aufgabe 12/6

In kleinsten Größenordnungen (atomar und kleiner) und bei sehr großen Geschwindigkeiten (z. B. 1 % der Lichtgeschwindigkeit)

Aufgabe 12/7

Das **Planck'sche Wirkungsquantum (Planck-Konstante)**, benannt nach dem deutschen Physiker Max **Planck (1858 bis 1947)**, hat das Formelzeichen h und ist eine universelle Konstante (**Naturkonstante**), die in den Gesetzen der **Atomphysik**, d. h. der **modernen Physik** auftritt.

Es ist $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Aufgabe 12/8

Die Gültigkeit der Gesetze der klassischen Physik ist erst dann gegeben, wenn bei einem Vorgang in der Natur wesentlich größere Wirkungen, als es dem Planck'schen Wirkungsquantum entspricht, vorliegen.

Aufgabe 12/9

Als maximale Wirkungsgeschwindigkeit ist die Lichtgeschwindigkeit definiert.

Anmerkung: Diese Definition ergibt sich aus der **Relativitätstheorie**, die von dem deutschen Physiker Albert Einstein (1879 bis 1975) aufgestellt wurde.

Aufgabe 12/10

Das physikalische Experiment.

Aufgabe 12/11

Die **Lichtgeschwindigkeit** im Vakuum zählt ebenfalls zu den **Naturkonstanten**. Sie beträgt

$$c = (2,99792458 \pm 0,000000012) \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dies sind ca. 300 000 km/s.

Aufgabe 12/12

- 1. Regel von Descartes:** Man vermeide Übereilung und vorgefasste Meinungen.
- 2. Regel von Descartes:** Man halte nur für wahr, was man wirklich eingesehen hat.
- 3. Regel von Descartes:** Man teile jede einzelne der Schwierigkeiten, die man lösen will, in so viele Teile wie möglich. So müsste es möglich sein, sie zu lösen.
- 4. Regel von Descartes:** Man schreite vom Einfachsten, welches leicht einzusehen ist, zum Komplizierten.

Aufgabe 12/13

Jede physikalische Größe besteht aus einem Zahlenwert und einer Einheit.

Aufgabe 12/14

Mit der Definition einer physikalischen Größe ist unabdingbar das Vorhandensein einer definierten Messmethode verbunden.

Aufgabe 12/15

Ein Einheitennormal ist die Definition einer physikalischen Basiseinheit mit geeigneten physikalischen Mitteln. Da sich die zur Verfügung stehenden physikalischen Mittel und Messmethoden ständig verbessern, bleibt für die Zukunft zu erwarten, dass auch die Definitionen der Einheitennormale an die neuen Möglichkeiten und Erkenntnisse angepasst und somit ständig verfeinert werden.

Aufgabe 12/16

Anlagenumbauten oder Erweiterungen von früher gebauten technischen Anlagen und auch die noch in einzelnen Ländern, mit denen unser Land in enger wirtschaftlicher Verbindung steht, verwendeten Einheiten anderer Maßsysteme erfordern, dass der Techniker in der Lage sein muss, solche Umrechnungen in beide Richtungen vornehmen zu können.

Aufgabe 12/17

1875 geschlossene zwischenstaatliche Vereinbarung mit dem ursprünglichen Zweck, die „internationale Einigung und Vervollkommnung des metrischen Systems zu sichern“. Sie dient heute der Verbreitung und der Vervollkommnung der Einheiten des Internationalen Einheitensystems (SI-System). Neben den Mitgliedsstaaten sind auch in den meisten anderen Ländern die metrischen Einheiten verbindlich oder fakultativ eingeführt. (nach techniklexikon.net)

Aufgabe 12/18

Beispiele:

Elektrische Spannung, z. B. 220 V (Volt)

Leistung, z. B. 100 kW (Kilowatt)

Temperatur, z. B. 17 °C (Grad Celsius)

Lautstärke, z. B. 65 Phon

Luftdruck, z. B. 1000 hPa (Hektopascal)

Aufgabe 12/19

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow [\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Aufgabe 12/20

$$Q = I \cdot t \rightarrow [Q] = [I] \cdot [t] = \text{A} \cdot \text{s} = \text{As} = \text{C} = \text{Coulomb}$$

Aufgabe 12/21

$$\text{a) } M = 9550 \cdot \frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{5}{1000} = 47,75 \text{ Nm}$$

$$\text{b) } P \text{ in } \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} \text{ und } n \text{ in } \frac{1}{\text{s}}$$

Aufgabe 12/22

$$1 \text{ foot} = 30,48 \text{ cm} = 0,3048 \text{ m}, (1 \text{ foot})^2 = (0,3048 \text{ m})^2 = 0,09290 \text{ m}^2/\text{foot}^2$$

$$A = 5382 \text{ foot}^2 \cdot 0,09290 \frac{\text{m}^2}{\text{foot}^2} = 499,98 \text{ m}^2, A \text{ entspricht } 500 \text{ m}^2$$

$$t \text{ } ^\circ\text{C} = \frac{5}{9} (t \text{ in } ^\circ\text{F} - 32) \text{ } ^\circ\text{C} \rightarrow t = \frac{5}{9} \cdot (86^\circ\text{F} - 32) = 30^\circ\text{C}$$

Aufgabe 12/23

Weil die Lichtgeschwindigkeit eine Naturkonstante ist. Früher hat sich bei einer Änderung der Definition des Meters auch immer der Wert der Lichtgeschwindigkeit geringfügig verändert.

Lösungen zu Kapitel Kinematik

Aufgabe 19/1

$$v_m = \frac{s}{t} \quad t = 6 \text{ h } 40 \text{ min} = 6 \frac{2}{3} \text{ h} = \frac{20}{3} \text{ h}$$

$$v_m = \frac{578 \text{ km}}{\frac{20}{3} \text{ h}} = \frac{578 \text{ km} \cdot 3}{20 \text{ h}} = 86,7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Aufgabe 19/2

Der Bewegungsvorgang wird optisch anschaulich gemacht, d.h. die Bewegungsgesetze werden dadurch leichter verständlich. Zur Herleitung der Bewegungsgesetze kann oftmals auf einfache geometrische Elemente zurückgegriffen werden.

Aufgabe 19/3

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{100 \text{ m}}{1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t = 66,67 \text{ s}$$

Aufgabe 19/4

$$v = \frac{2 \cdot s}{t} \rightarrow s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 2,56 \text{ s}}{2}$$

$$s = 384\,000 \text{ km}$$

Aufgabe 19/5

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow s = v \cdot t = 333 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6 \text{ s}$$

$$s = 1998 \text{ m}$$

Aufgabe 19/6

$$333 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 333 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1198,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Aufgabe 19/7

$$100\,000 \text{ kg/h} \triangleq \frac{100\,000}{36} \frac{\text{m}}{\text{h}} \text{ Bandgeschwindigkeit}$$

$$\triangleq \frac{100\,000}{36 \cdot 60} \frac{\text{m}}{\text{min}} \triangleq 46,3 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

Aufgabe 19/8

$$\text{a) } v_f = \frac{s}{t} = \frac{50 \text{ mm}}{10 \text{ s}} = 5 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 300 \frac{\text{mm}}{\text{min}} = 0,3 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$\text{b) } v_f = 0,9 \cdot 5 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 4,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}; \quad t = \frac{s}{v_f} = \frac{40 \text{ mm}}{4,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}} = 8,89 \text{ s}$$

Aufgabe 19/9

Unter der Beschleunigung (oder Verzögerung) a versteht man den Quotienten aus der Geschwindigkeitsdifferenz Δv und dem zugehörigen Zeitintervall Δt .

$$\text{Beschleunigung } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow [a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{\text{s}}{1}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Im Einheitengesetz ist festgelegt:

Die abgeleitete Einheit der Beschleunigung ist das Meter durch Sekundenquadrat.

Aufgabe 19/10

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Delta v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{100}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 27,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{27,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{11,5 \text{ s}} = 2,415 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Aufgabe 19/11

$$\text{a) } s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,6 \text{ m}}{1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{2,89 \text{ s}^2} = 1,7 \text{ s}$$

$$\text{b) } v_t = a \cdot t = 1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,7 \text{ s} = 3,06 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

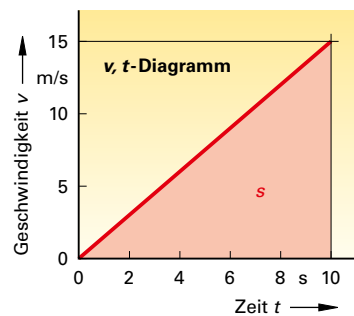
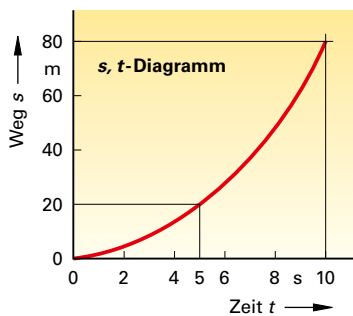
Aufgabe 19/12

$$\text{Weg nach 5 s: } s_5 = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{1,5}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 18,75 \text{ m}$$

$$\text{Weg nach 10 s: } s_{10} = \frac{a}{2} \cdot t^2 = \frac{1,5}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (10 \text{ s})^2 = 75 \text{ m}$$

} doppelte Zeit ergibt vierfachen Weg!

$$v_t = a \cdot t = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ s} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

**Aufgabe 19/13**

Die Gesetze des freien Falles gelten nur exakt im Vakuum.

Aufgabe 19/14

Aus $v_0 = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$ ergibt sich

$$s = \frac{v_c^2}{2 \cdot a} \rightarrow s_{100} = \frac{\left(\frac{100}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 257,2 \text{ m}; \quad s_{50} = \frac{\left(\frac{50}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 64,3 \text{ m}$$

Feststellung: Der Bremsweg wächst mit dem Quadrat der Geschwindigkeit.

Bei doppelter Geschwindigkeit ist also der Bremsweg um das Vierfache, bei dreifacher Geschwindigkeit um das Neunfache usw. angewachsen!

Aufgabe 19/15

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \rightarrow t = \frac{2 \cdot s}{v} = \frac{2 \cdot 2 \text{ m}}{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,33 \text{ s}$$

Aufgabe 19/16

$$\text{a) } v_t = v_0 + a \cdot t \quad v_0 = \frac{40}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_1 = \frac{100}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 27,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

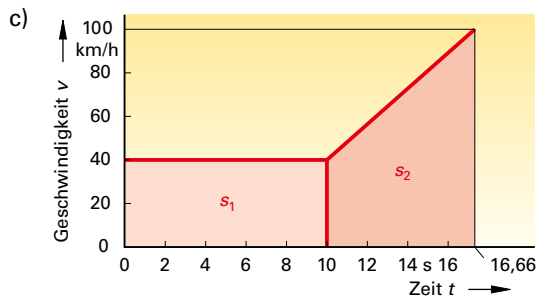
$$t = \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{27,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{16,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t = 6,6 \text{ s}$$

$$\text{b) } s_2 = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t = \frac{11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 27,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 6,6 \text{ s} = \frac{38,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 6,6 \text{ s}$$

$$s_2 = 129,629 \text{ m}$$

$$\text{alternativ: } s_2 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6,6 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6,6 \text{ s})^2 = 129,629 \text{ m}$$



$$\text{d) } s = s_1 + s_2 = v_0 \cdot t_1 + 129,629 \text{ m}$$

$$s = v_0 \cdot t_1 + s_2 = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s} + s_2 = 111,1 \text{ m} + 129,629 \text{ m}$$

$$s = 240,740 \text{ m}$$

Aufgabe 20/17

$$\text{a) } v_t = v_0 + a \cdot t \quad v_0 = \frac{40}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_t = \frac{100}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 27,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{27,77 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 11,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{16,66 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$t = 6,66 \text{ s}$$

$$b) s_2 = \frac{v_0 + v_t}{2} \cdot t = \frac{11,11 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 27,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 6,66 \text{ s} = \frac{38,88 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 6,66 \text{ s}$$

$$s_2 = 129,47 \text{ m}$$

Aufgabe 20/18

$$a) h = \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t = 0,2473 \text{ s}$$

$$b) v_t = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,3 \text{ m}}$$

$$v_t = 2,4261 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Probe: } g = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2,4261 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,2473 \text{ s}}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Aufgabe 20/19

$$a) h = \frac{g}{2} \cdot t^2 = \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} \cdot (8 \text{ s})^2$$

$$h = 313,92 \text{ m}$$

b) **Genauere Rechnung:** Ansatz: Gesamtzeit = Fallzeit + Zeit bis Schall wieder oben ist $\rightarrow t = t_1 + t_2$

$$\text{Fallzeit: } h = \frac{g}{2} \cdot t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{h \cdot 2/g}; \quad \text{Zeit bis Schall wieder oben ist: } v_s = \frac{h}{t_2} \rightarrow t_2 = h \cdot \frac{1}{v_s}$$

Der Lösungsplan: $t = t_1 + t_2$ hinschreiben und nach h umstellen. Dazu ist nach einigen Termumformungen eine quadratische Gleichung mit der pq-Formel zu lösen:

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{h \cdot \frac{2}{g}} + h \cdot \frac{1}{v_s} \xrightarrow{-h \cdot \frac{1}{v_s} \text{ rechnen}} t - h \cdot \frac{1}{v_s} = \sqrt{h \cdot \frac{2}{g}} \xrightarrow{\text{beide Seiten quadrieren}}$$

$$\left(t - h \cdot \frac{1}{v_s}\right)^2 = h \cdot \frac{2}{g} \xrightarrow{2. \text{ binomische Formel}} t^2 - 2 \cdot t \cdot h \cdot \frac{1}{v_s} + h^2 \cdot \frac{1}{v_s^2} = h \cdot \frac{2}{g} \xrightarrow{-h \cdot \frac{2}{g} \text{ rechnen und nach } h \text{ umsordern}}$$

$$h^2 \cdot \frac{1}{v_s^2} - 2 \cdot t \cdot h \cdot \frac{1}{v_s} - h \cdot \frac{2}{g} + t^2 = 0 \xrightarrow{\cdot v_s^2 \text{ rechnen (in die Normalform bringen)}}$$

$$h^2 - 2 \cdot t \cdot h \cdot v_s - h \cdot \frac{2 \cdot v_s^2}{g} + t^2 \cdot v_s^2 = 0 \xrightarrow{-2 \cdot h \text{ ausklammern}} h^2 + (-2) \cdot \left(t \cdot v_s + \frac{v_s^2}{g}\right) \cdot h + t^2 \cdot v_s^2 = 0 \xrightarrow{\text{pq-Formel}}$$

$$h_{1/2} = \left(t \cdot v_s + \frac{v_s^2}{g}\right) \pm \sqrt{\left(t \cdot v_s + \frac{v_s^2}{g}\right)^2 - t^2 \cdot v_s^2}$$

$$\text{Nebenrechnungen: } t \cdot v_s + \frac{v_s^2}{g} = 8 \text{ s} \cdot 330 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{\left(330 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 13\,740,917 \text{ m};$$

$$t^2 \cdot v_s^2 = (8 \text{ s})^2 \cdot \left(330 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 6\,969\,600 \text{ m}^2$$

$$h_{1/2} = 13\,740,917 \text{ m} \pm \sqrt{(13\,740,917 \text{ m})^2 - 6\,969\,600 \text{ m}^2} = 13\,740,917 \text{ m} \pm 13\,484,925 \text{ m}$$

$$\text{Nur minus macht Sinn: } h = 13\,740,917 \text{ m} - 13\,484,925 \text{ m} = 255,992 \text{ m}$$

$$h = 255,992 \text{ m}$$

Hinweis: Fast 58 m Unterschied, $h = 313,9 \text{ m}$ sind 22,7 % zu viel \rightarrow Vernachlässigung der Schallgeschwindigkeit ist nur bei viel geringeren Fallhöhen sinnvoll.

Aufgabe 20/1

$$\text{a) } 30 \text{ m/min} = (30/60) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,05 \text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{b) } s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,05 \text{ s})^2 = 0,0125 \text{ m} = 12,5 \text{ mm}$$

$$\text{c) } s = v \cdot t = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} = 1,5 \text{ m}$$

Aufgabe 20/2

$$\text{a) } 80 \text{ km/h} = 22,222 \text{ m/s}$$

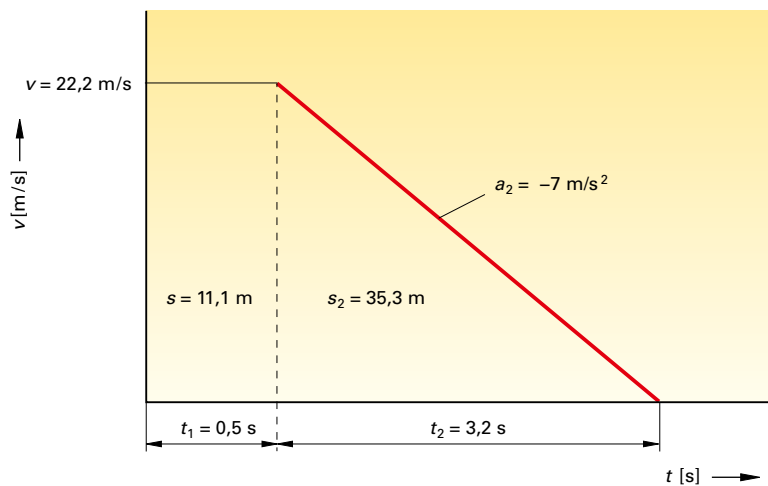
$$\text{Reaktionsweg: } s_1 = v \cdot t_1 = 22,222 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5 \text{ s} = 11,111 \text{ m}$$

$$\text{Bremsweg: } s_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \text{ mit Bremszeit } t_2 = \frac{v}{a} = \frac{22,222 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3,175 \text{ s}$$

$$s_2 = \frac{1}{2} \cdot 7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3,175 \text{ s})^2 = 35,282 \text{ m}$$

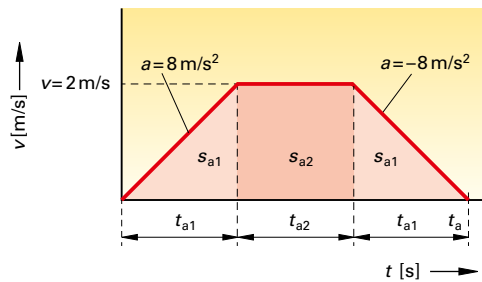
$$\text{Anhalteweg} = s_1 + s_2 = 11,111 \text{ m} + 35,282 \text{ m} = 46,393 \rightarrow \text{Bus kommt ca. } 3,6 \text{ m vor Stauende zum Stehen.}$$

b) v-t-Diagramm mit auf eine Nachkommastelle gerundeten Werten:



Aufgabe 20/3

a)



$$t_a = 2 \cdot t_{a1} + t_{a2} \quad (\text{Die Zeit ergibt sich aus Beschleunigungszeit, Zeit mit konstanter Geschwindigkeit und Verzögerungszeit})$$

$$s = 2 \cdot s_{a1} + s_{a2} = 2 \text{ m} \quad (\text{Der Weg ergibt sich aus Beschleunigungsweg, Weg mit konstanter Geschwindigkeit und Verzögerungsweg})$$

$$v = a \cdot t_{a1} \rightarrow t_{a1} = \frac{v}{a} = \frac{2 \text{ m/s}}{8 \text{ m/s}^2} = 0,25 \text{ s}$$

$$\text{Beschleunigungs-/Verzögerungsweg } s_{a1} = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_{a1} = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,25 \text{ s} = 0,25 \text{ m}$$

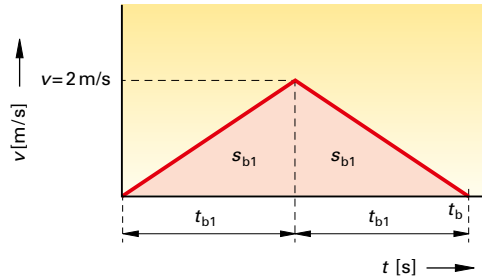
Der gesamte Weg beträgt nach Aufgabenstellung 2 m, damit verbleibt für s_{a2} :

$$s_{a2} = s - 2 \cdot s_{a1} = 2 \text{ m} - 2 \cdot 0,25 \text{ m} = 1,5 \text{ m}$$

$$v = \frac{s_{a2}}{t_{a2}} \rightarrow t_{a2} = \frac{s_{a2}}{v} = \frac{1,5 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 0,75 \text{ s}$$

$$t_a = 2 \cdot 0,25 \text{ s} + 0,75 \text{ s} = 1,25 \text{ s}$$

b)



$$t_b = 2 \cdot t_{b1}$$

$$s = 2 \cdot s_{b1} = 2 \text{ m} \rightarrow s_{b1} = 1 \text{ m}$$

Die Fläche unter dem linken oder rechten Dreieck ist ebenfalls s_{b1} :

$$s_{b1} = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_{b1} \rightarrow t_{b1} = \frac{2 \cdot s_{b1}}{v} = \frac{2 \cdot 1 \text{ m}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1 \text{ s}$$

$$t_b = 2 \cdot t_{b1} = 2 \cdot 1 \text{ s} = 2 \text{ s}$$

Aufgabe 20/4

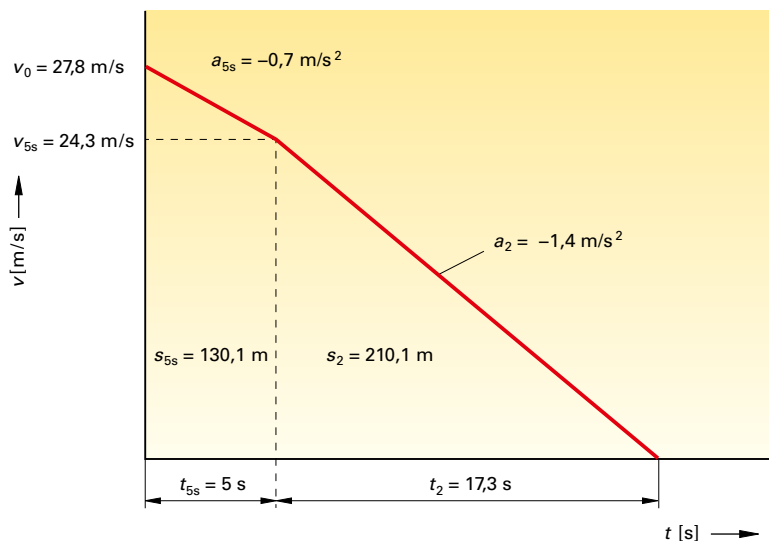
$$\text{a) } v = g \cdot t \rightarrow t = \frac{v}{g} = \frac{377,222 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 38,453 \text{ s}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (38,453 \text{ s})^2 = 7252 \text{ m}$$

$$\text{b) } v = \frac{s}{t} = \frac{36453 \text{ m}}{260 \text{ s}} = 140,204 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 504,73 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Aufgabe 20/5

a) v-t-Diagramm mit auf eine Nachkommastelle gerundeten Werten:



$$b) v_{5s} = v_0 - a_{5s} \cdot 5 \text{ s} = 27,778 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} = 24,278 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_2 = a_2 \cdot t_2 \rightarrow t_2 = \frac{\Delta v_2}{a_2} = \frac{24,278 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 17,314 \text{ s}$$

$$t_{\text{ges}} = 5 \text{ s} + 17,314 \text{ s} = 22,314 \text{ s}$$

$$c) s_{\text{Anhalte}} = s_{5s} + s_2 = \frac{v_0 + v_{5s}}{2} \cdot t_{5s} + \frac{1}{2} \cdot v_{5s} \cdot t_2 =$$

$$\left(\frac{27,778 + 24,278}{2} \right) \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 24,278 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 17,314 \text{ s} =$$

$$130,140 \text{ m} + 210,175 \text{ m} = 340,315 \text{ m}$$

Aufgabe 20/6

$$a) v_0 = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}} = 17,32 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 62,35 \text{ km/h}$$

$$b) t = \frac{v}{a} = \frac{17,32 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2,31 \text{ s}$$

$$c) \text{ Reaktionsweg: } s = v_0 \cdot t_{\text{Reaktion}} = 17,32 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5 \text{ s} = 8,66 \text{ m}; \quad s_{\text{Anhalte}} = 20 \text{ m} + 8,66 \text{ m} = 28,66 \text{ m}$$

Lösungen zu Kapitel Kinetik

Aufgabe 27/1

Bei einem **Vektor** kommt es nicht nur auf den Wert einer physikalischen Größe an, sondern auch auf die Richtung. Vektoren werden durch Pfeile dargestellt: Die Länge des Pfeiles entspricht dem Wert der physikalischen Größe, die Richtung des Pfeiles der Richtung der physikalischen Größe. Beispiele sind Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Kräfte. Bei einem **Skalar** kommt es nur auf den Wert einer physikalischen Größe an. Er hat keine Richtung. Beispiele sind Temperaturen, Flächen und Zeiten.

Aufgabe 27/2

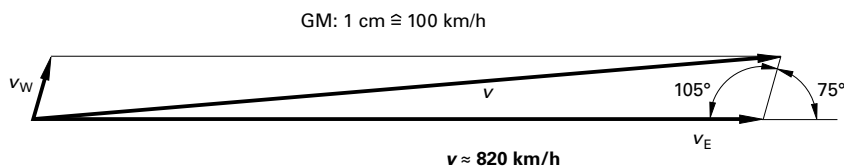
$$a) v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(10 \text{ m/min})^2 + (20 \text{ m/min})^2} = 22,36 \text{ m/min}$$

$$b) v_2 = \sqrt{v^2 - v_1^2} = \sqrt{(50 \text{ m/min})^2 - (30 \text{ m/min})^2} = 40 \text{ m/min}$$

$$t = \frac{s_2}{v_2} = \frac{20 \text{ m}}{40 \text{ m/min}} = 0,5 \text{ min} = 30 \text{ Sekunden}$$

$$c) s_1 = v_1 \cdot t = 30 \frac{\text{m}}{\text{min}} \cdot 0,5 \text{ min} = 15 \text{ m}$$

Aufgabe 27/3



Rechnerische Lösung über den Kosinussatz:

2 Seiten (v_E und v_W) und der durch diese Seiten eingeschlossene Winkel (105°) sind bekannt, dann lässt sich die dritte Seite (v), die dem Winkel gegenüber liegt, berechnen:

$$v_2 = (800 \text{ km/h})^2 + (70 \text{ km/h})^2 - 2 \cdot 800 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \cos 105^\circ$$

$$v = \sqrt{(800 \text{ km/h})^2 + (70 \text{ km/h})^2 - 2 \cdot 800 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \cos 105^\circ} = 820,9 \text{ km/h}$$

Aufgabe 27/4

Durch gleichzeitiges Ausführen von f_f und f_q .

Aufgabe 27/5

Durch die Trägheit des Siebgutes wird dieses daran gehindert, die hin- und hergehende Bewegung des Siebes mitzumachen. Stets dann, wenn sich das Siebgut (z. B. Sand) auf die Bewegung des Siebes eingestellt hat (Reibungskräfte zwischen Sieb und Siebgut), erfolgt eine Bewegungsumkehr des Siebes. Durch die Trägheit des Siebgutes erfolgt also zwischen Sieb und Siebgut eine hin- und hergehende Bewegung.

Anmerkung: Um den Siebeffekt möglichst groß zu machen, ist es wichtig, die Bewegungsumkehr in dem Augenblick vorzunehmen, in dem das Siebgut die Bewegung des Siebes gerade angenommen hat.

Aufgabe 27/6

a) $F_u = F_G - F$

$$F_u = m \cdot g - m \cdot a = m \cdot (g - a)$$

$$F_u = 250 \text{ kg} \cdot (9,81 - 2,5) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_u = 1827,5 \text{ N}$$

b) $F_0 = F_G + F$

$$F_0 = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (g + a)$$

$$F_0 = 250 \text{ kg} \cdot (9,81 + 2,5) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_0 = 3077,5 \text{ N}$$

Aufgabe 27/7

Wenn keine Kräfte auf einen sich bewegenden Körper wirken, bewegt sich dieser – entsprechend dem 1. Newton'schen Axiom – geradlinig und mit konstanter Geschwindigkeit fort (gleichförmige geradlinige Bewegung). Im luftleeren Weltall ist keine Luftreibung, welche die Bewegung verzögern würde, vorhanden; demzufolge ist die gleichförmige geradlinige Bewegung ohne eine zusätzliche Antriebskraft aufrecht zu erhalten.

Aufgabe 27/8

$$F = m \cdot 3 \cdot g = 280 \text{ kg} \cdot 3 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = 8240,4 \text{ N}$$

Aufgabe 27/9

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$s = \frac{v_s \cdot t}{2}$$

$$t = \frac{2 \cdot s}{v_c} = \frac{2 \cdot 0,06 \text{ m}}{\frac{34}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$a = \frac{\frac{34}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,212 \text{ s}} = 2,673 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t = 0,212 \text{ s}$$

$$F = 160 \text{ kg} \cdot 2,673 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = 427,68 \text{ N}$$

Aufgabe 27/10

Die Beschleunigungskraft ist ebenso groß wie die Massenträgheitskraft, dieser jedoch entgegengerichtet.

Aufgabe 27/11

$$F_G = m \cdot g_n = 10 \text{ kg} \cdot 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_G = 98,0665 \text{ N}$$

Aufgabe 27/12

Die Kräfte sind gleich groß, jedoch entgegengesetzt gerichtet.

Aufgabe 28/1

a) Verformung von Fensterkitt

Verformung bei Schmieden: Walzen, Ziehen ...

Verformung bei Zusammenstößen von Fahrzeugen

b) Verformung und Rückverformung bei Federn, Seilen, Wellen, Puffern, Sicherungsringen ...

Anmerkung: Bei vielen Verformungsgängen findet eine nur teilweise Rückverformung statt, z. B. nach dem Zusammenstoß von Fahrzeugen. In diesen Fällen spricht man von halbplastischen oder halbplastischen Verformungen.

Aufgabe 28/2

- a) Dynamisches Grundgesetz (2. Newton'sches Axiom): $F = m \cdot a$
 b) Hooke'sches Gesetz: $F = R \cdot s$

Aufgabe 28/3

- a) $F_G = R \cdot s = 0,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 45 \text{ mm} = 36 \text{ N}$
 b) $m = \frac{F_G}{g} = \frac{36 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{36 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3,67 \text{ kg}$

Aufgabe 28/4

- a) $F_G = R \cdot s = 0,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 45 \text{ mm} = 36 \text{ N}$
 b) $m = \frac{F_G}{g}$ Mondbeschleunigung: $g = 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 $m = \frac{36 \text{ N}}{1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{36 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$
 $m = 22,22 \text{ kg}$

Aufgabe 28/5

$$F = m \cdot a = 0,1 \text{ kg} \cdot \frac{2,5 \text{ m}}{\text{s}^2} = 0,25 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$$

$$F = 0,25 \text{ N}$$

Aufgabe 28/6

Die Gewichtskraft ist von der Masse und der Fallbeschleunigung abhängig.

Aufgabe 28/7

- a) $100 \text{ km/h} = (100/3,6) \text{ m/s} = 27,777 \text{ m/s}$; $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27,777 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{11 \text{ s}} = 2,525 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 b) $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,525 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (11 \text{ s})^2 = 152,777 \text{ m}$
 c) $F_B = m \cdot a = 1100 \text{ kg} \cdot 2,525 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2777,5 \text{ N}$
 d) $\Delta v_{\text{Brems}} = a_{\text{Brems}} \cdot \Delta t_{\text{Brems}} \rightarrow \Delta t_{\text{Brems}} = \frac{\Delta v_{\text{Brems}}}{a_{\text{Brems}}} = \frac{27,777 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3,472 \text{ s}$
 $s_{\text{Brems}} = \frac{1}{2} \cdot a_{\text{Brems}} \cdot \Delta t_{\text{Brems}}^2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3,472 \text{ s})^2 = 48,223 \text{ m}$
 e) $F_{\text{Brems}} = m \cdot a_{\text{Brems}} = 1100 \text{ kg} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8800 \text{ N}$

Aufgabe 28/8

- a) $F_B = F_G = m \cdot g = 400 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3924 \text{ N}$
 $F_B = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F_B}{m} = \frac{3924 \text{ N}}{800 \text{ kg}} = 4,905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$\text{b) } s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ m}}{4,905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 2,019 \text{ s}$$

$$\text{c) } v = a \cdot t = 4,905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,019 \text{ s} = 9,905 \frac{\text{m}}{\text{s}} = (3,6 \cdot 9,905) \frac{\text{km}}{\text{h}} = 35,656 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Aufgabe 28/9

$$\text{a) } R = (8/10) \text{ N/mm} = 0,8 \text{ N/mm}$$

$$\text{b) } R = \frac{\Delta F}{\Delta s} \rightarrow \Delta F = R \cdot \Delta s = 0,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \cdot 120 \text{ mm} = 96 \text{ N}$$

Aufgabe 28/10

$$R = \frac{\Delta F}{\Delta s} \rightarrow R = \frac{18 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 3,6 \text{ N/mm}$$

Lösungen zu Kapitel Kraft und Kraftkomponenten

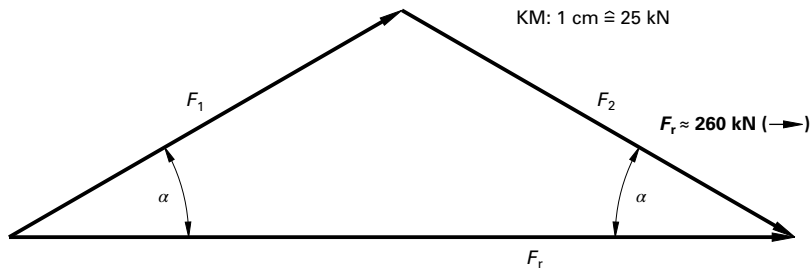
Aufgabe 32/1

$$F_r = F_1 + F_2$$

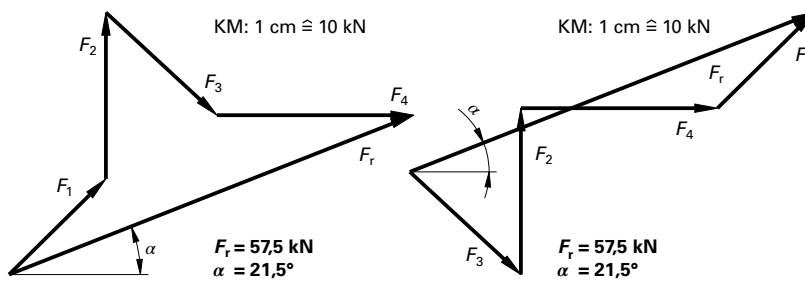
$$F_r = 300 \text{ N} + 620 \text{ N}$$

$$F_r = 920 \text{ N} (\rightarrow)$$

Aufgabe 32/2



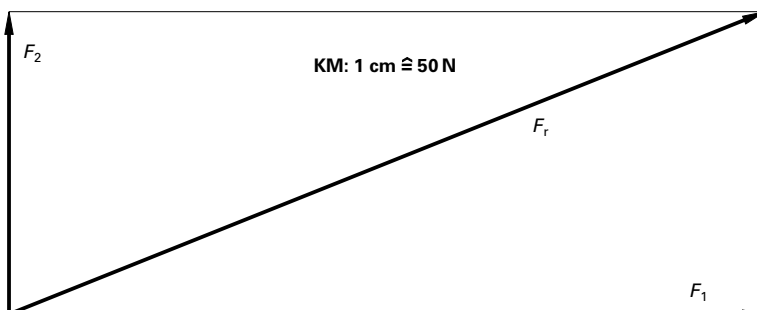
Aufgabe 32/3



Aufgabe 32/4

Die Resultierende hat die gleiche Wirkung auf den Körper wie die Einzelkräfte. Sie ersetzt also die Einzelkräfte.

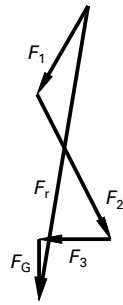
Aufgabe 32/5



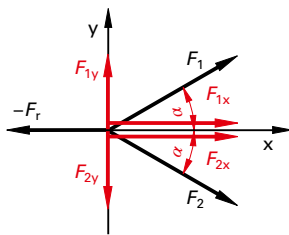
Aufgabe 32/6

KM: 1 cm $\hat{=}$ 2000 N

$F_r \approx 7900$ N



Aufgabe 32/7



$$\Sigma F_x = 0 = F_{1x} + F_{2x} - F_r \quad (F_1 = F_2)$$

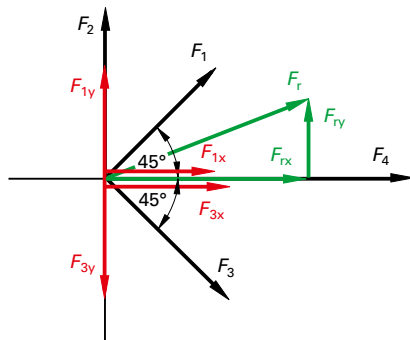
$$0 = F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 \cdot \cos \alpha - F_r$$

$$F_r = 2 \cdot (F_1 \cdot \cos \alpha) = \mathbf{260 \text{ kN}}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_{1y} - F_{2y}$$

$$F_{1y} = F_{2y} = F_1 \cdot \sin \alpha = \mathbf{75 \text{ kN}}$$

Aufgabe 32/8



$$F_{rx} = F_{1x} + F_{3x} + F_4$$

$$= F_1 \cdot \cos 45^\circ + F_3 \cdot \cos 45^\circ + F_4$$

$$= 18 \text{ kN} \cdot \cos 45^\circ + 20 \text{ kN} \cdot \cos 45^\circ + 26 \text{ kN}$$

$$F_{rx} = 52,870 \text{ kN}$$

$$F_{ry} = F_2 + F_{1y} - F_{3y}$$

$$= 22 \text{ kN} + 18 \text{ kN} \cdot \sin 45^\circ - 20 \text{ kN} \cdot \sin 45^\circ$$

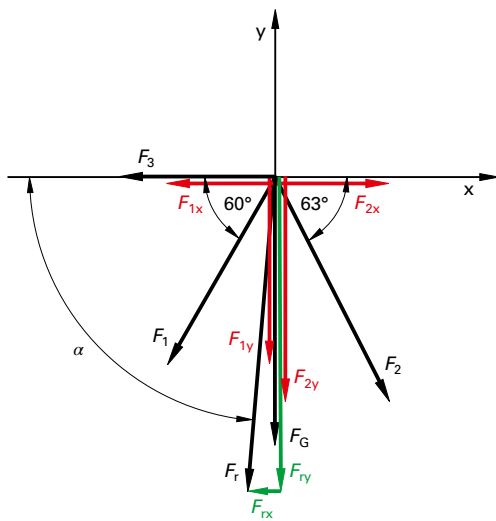
$$F_{ry} = 20,586 \text{ kN}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_{ry}}{F_{rx}} = 0,389 \quad \alpha = 21,28^\circ$$

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2}$$

$$F_r = \mathbf{56,7 \text{ kN}}$$

Aufgabe 32/9



$$F_{rx} = F_{2x} - F_{1x} - F_3 = F_2 \cdot \cos 63^\circ - F_1 \cdot \cos 60^\circ - F_3$$

$$= 4300 \text{ N} \cdot \cos 63^\circ - 2700 \text{ N} \cdot \cos 60^\circ - 1900 \text{ N}$$

$$F_{rx} = -1297,84 \text{ N}$$

$$F_{ry} = -F_{1y} - F_{2y} - F_G$$

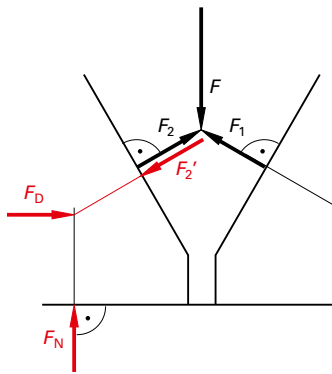
$$= -2700 \text{ N} \cdot \sin 60^\circ - 4300 \text{ N} \cdot \sin 63^\circ - 1600 \text{ N}$$

$$F_{ry} = -7769,60 \text{ N}$$

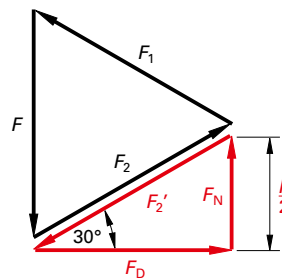
$$\tan \alpha = \frac{F_{ry}}{F_{rx}} = 5,98 \quad \sphericalangle \alpha = 80,5^\circ$$

$$F_r = \sqrt{F_{rx}^2 + F_{ry}^2} = 7877,25 \text{ N}$$

Aufgabe 32/10



Kräfteplan $550 \text{ N} \triangleq 1 \text{ cm}$



$$\sin 30^\circ = \frac{F/2}{F_2}$$

$$F_2 = \frac{1500 \text{ N}}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 1500 \text{ N}$$

$$F_1 = F_2 = F_3 = 1500 \text{ N}$$

(gleichseitiges Dreieck)

$$F_D = F_2' \cdot \cos 30^\circ$$

$$= 1500 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ$$

$$F_D = 1299 \text{ N}$$

$$F_N = \frac{F}{2} = 750 \text{ N}$$

Lösungen zu Kapitel Allgemeines Kräftesystem

Aufgabe 38/1

$$F \cdot l_1 = F_G \cdot l_2$$

$$F = F_G \cdot \frac{l_2}{l_1} = 1,5 \text{ kN} \cdot \frac{30 \text{ cm}}{50 \text{ cm}}$$

$$F = 0,9 \text{ kN}$$

Aufgabe 38/2

$F_1 \cdot l_2 = F_{3y} \cdot (l - l_2)$ **Anmerkung:** Da die Wirkungslinie von F_2 durch den Drehpunkt geht, bildet sie kein Drehmoment!

$$F_1 \cdot l_2 = F_3 \cdot \cos \alpha \cdot (l - l_2)$$

$$F_3 = \frac{F_1 \cdot l_2}{\cos \alpha \cdot (l - l_2)} = \frac{100 \text{ N} \cdot 70 \text{ cm}}{\cos 30^\circ \cdot (100 \text{ cm} - 70 \text{ cm})} = \frac{100 \text{ N} \cdot 70 \text{ cm}}{0,866 \cdot 30 \text{ cm}}$$

$$F_3 = 269,44 \text{ N}$$

Aufgabe 38/3

$$M_K = F_G \cdot r \quad r = \frac{150 \text{ mm} - 100 \text{ mm}}{2} = \frac{50 \text{ mm}}{2} = 25 \text{ mm} = 2,5 \text{ cm}$$

$$M_K = 20 \text{ N} \cdot 2,5 \text{ cm}$$

$$M_K = 50 \text{ Ncm}$$

Aufgabe 38/4

$$v_K = \frac{M_s}{M_k} = \frac{F_{GP} \cdot 0,5 \text{ m}}{F_{GT} \cdot 1,5 \text{ m}} = \frac{30 \text{ kN} \cdot 0,5 \text{ m}}{3,5 \text{ kN} \cdot 1,5 \text{ m}}$$

$$v_K = 2,857$$

Aufgabe 38/5

$$\text{a) } F_H = F_G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 100 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 25^\circ = 100 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,4226$$

$$F_H = 414,57 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_N = F_G \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 100 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 25^\circ = 100 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,9063$$

$$F_N = 889,08 \text{ N}$$

Aufgabe 38/6

Das Kraftübersetzungsverhältnis errechnet sich aus dem Quotienten der aufgewendeten Kraft und der Last.

Aufgabe 38/7

Geht die Resultierende aller Aktionskräfte durch die Standfläche, dann steht der Körper stabil. Greifen keine äußeren Kräfte an, dann steht der Körper stabil, wenn das Lot des Schwerpunktes innerhalb der Standfläche liegt.

Aufgabe 38/8

$$F \cdot \cos 30^\circ \cdot l_1 = F_G \cdot l_2$$

$$F = \frac{F_G \cdot l_2}{\cos 30^\circ \cdot l_1} = \frac{1,5 \text{ kN} \cdot 30 \text{ cm}}{0,866 \cdot 50 \text{ cm}}$$

$$F = 1,039 \text{ kN}$$

Aufgabe 38/9

linksdrehend: positiv
rechtsdrehend: negativ

Aufgabe 38/10

Geht das Lot von S nicht mehr durch die Standfläche, dann kippt der Körper. Dies ist der Fall bei

$$\tan \alpha = \frac{\frac{d}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{d}{l} = \frac{50 \text{ cm}}{90 \text{ cm}}$$

$$\tan \alpha = 0,55\bar{5}$$

$$\sphericalangle \alpha = 29^\circ 6'$$

Aufgabe 38/11

$$F_3 = \frac{F_1}{2} = \frac{200 \text{ N}}{2}$$

$$F_3 = 100 \text{ N}$$

$$F_3 \cdot l_1 = F_2 \cdot (l_1 - l_2)$$

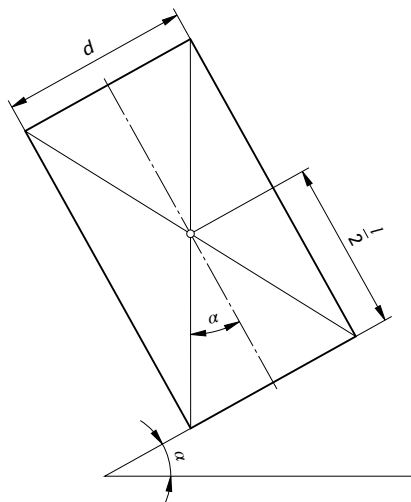
$$F_3 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2$$

$$F_2 \cdot l_2 = F_2 \cdot l_1 - F_3 \cdot l_1$$

$$l_2 = \frac{F_2 \cdot l_1 - F_3 \cdot l_1}{F_2} = \frac{150 \text{ N} \cdot 3,6 \text{ m} - 100 \text{ N} \cdot 3,6 \text{ m}}{150 \text{ N}}$$

$$l_2 = \frac{540 \text{ Nm} - 360 \text{ Nm}}{150 \text{ N}} = \frac{180 \text{ Nm}}{150 \text{ N}}$$

$$l_2 = 1,2 \text{ m}$$



Lösungen zu Kapitel Reibung

Aufgabe 43/1

Die Horizontalkomponente von F_V muss mindestens so groß sein wie die Haftreibungskraft, d. h.:

$$F_{Vx} = F_V \cdot \cos 20^\circ = \mu_0 \cdot (F_N + F_{Vy})$$

$$F_V \cdot \cos 20^\circ = \mu_0 \cdot F_N + \mu_0 \cdot F_V \cdot \sin 20^\circ$$

$$F_V \cdot (\cos 20^\circ - \mu_0 \cdot \sin 20^\circ) = \mu_0 \cdot F_N$$

$$F_V = \frac{\mu_0 \cdot F_N}{\cos 20^\circ - \mu_0 \cdot \sin 20^\circ} = \frac{0,1 \cdot 200 \text{ N}}{0,9397 - 0,1 \cdot 0,342} = \frac{20 \text{ N}}{0,9055} = \mathbf{22,09 \text{ N}}$$

Bei Gleitung wird

$$F_V = \frac{\mu \cdot F_N}{\cos 20^\circ - \mu \cdot \sin 20^\circ} = \frac{0,03 \cdot 200 \text{ N}}{0,9397 - 0,03 \cdot 0,342} = \frac{6 \text{ N}}{0,92944} = \mathbf{6,4 \text{ N}}$$

Aufgabe 43/2

$$F_{R0} = \mu_0 \cdot F_S = 5 \cdot F$$

$$F_S = \frac{5 \cdot F}{\mu_0} = \frac{5 \cdot 12,5 \text{ kN}}{0,45} = \mathbf{138,89 \text{ kN}}$$

Aufgabe 43/3

$$M_{Br} = F_R \cdot r \qquad F \cdot 600 \text{ mm} = F_N \cdot 130 \text{ mm}$$

$$M_{Br} = \mu \cdot F_N \cdot r \qquad F_N = F \cdot \frac{600 \text{ mm}}{130 \text{ mm}}$$

$$M_{Br} = \mu \cdot F \cdot \frac{600 \text{ mm}}{130 \text{ mm}} \cdot r = 0,2 \cdot 450 \text{ N} \cdot \frac{600 \text{ mm}}{130 \text{ mm}} \cdot 0,15 \text{ m}$$

$$M_{Br} = \mathbf{62,31 \text{ Nm}}$$

Aufgabe 43/4

Es muss die Bedingung $\mu = \tan \varrho$ erfüllt sein. Somit $\mu = 1 : 20 = \mathbf{0,05}$

Aufgabe 43/5

a) $\mu = \tan \varrho = \tan 15,5^\circ = \mathbf{0,2773}$

b) $F = F_G \cdot (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha)$

$$F = 1500 \text{ N} \cdot (\sin 30^\circ + 0,2773 \cdot \cos 30^\circ) = 1500 \text{ N} \cdot (0,5 + 0,2773 \cdot 0,866)$$

$$F = \mathbf{1110,2 \text{ N}}$$

c) $F = F_G \cdot \tan (\alpha + \varrho)$

$$F = 1500 \text{ N} \cdot \tan (30^\circ + 15,5^\circ) = 1500 \text{ N} \cdot \tan 45,5^\circ = 1500 \text{ N} \cdot 1,0176$$

$$F = \mathbf{1526,4 \text{ N}}$$

Aufgabe 43/6

$$a) F \cdot l = F_2 \cdot d \rightarrow F_2 = \frac{F \cdot l}{d} = \frac{200 \text{ N} \cdot 600 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = \mathbf{480 \text{ N}}$$

$$b) F_R = F_2 \cdot (e^{\mu\alpha} - 1) = 480 \text{ N} \cdot (2,718^{0,3 \cdot \pi} - 1) = 480 \text{ N} \cdot (2,566 - 1) = 480 \text{ N} \cdot 1,566$$

$$F_R = \mathbf{751,68 \text{ N}}$$

$$c) M_R = F_R \cdot \frac{d}{2} = 751,68 \text{ N} \cdot \frac{0,25 \text{ m}}{2} = \mathbf{93,96 \text{ Nm}}$$

Aufgabe 43/7

$$F_G = F_2 \cdot e^{\mu\alpha}$$

$$F_2 = \frac{F_G}{e^{\mu\alpha}} \quad \mu = 0,26 \quad \alpha = 135^\circ = 2,356 \text{ rad}$$

$$F_2 = \frac{981 \text{ N}}{2,718^{0,26 \cdot 2,356}} = \frac{981 \text{ N}}{2,718^{0,61256}} = \frac{981 \text{ N}}{1,845}$$

$$F_2 = \mathbf{531,7 \text{ N}}$$

Aufgabe 43/8

$$a) F_2 = F_1 \cdot e^{\mu\alpha} \quad \alpha = 8 \pi$$

$$F_2 = 250 \text{ N} \cdot e^{0,25 \cdot 8 \cdot \pi}$$

$$F_2 = 250 \text{ N} \cdot e^{6,283} = 250 \text{ N} \cdot 535,044$$

$$F_2 = 133\,761 \text{ N}$$

$$F_2 = \mathbf{133,761 \text{ kN}}$$

$$b) M_R = F_R \cdot \frac{d}{2} \quad F_1 + F_R = F_2$$

$$M_R = 133,511 \text{ kN} \cdot 0,3 \text{ m} \quad F_R = F_2 - F_1$$

$$M_R = \mathbf{40,05 \text{ kNm}} \quad F_R = 133\,761 \text{ N} - 250 \text{ N}$$

$$F_R = \mathbf{133\,511 \text{ N}}$$

Aufgabe 44/9

$$F_{RR} = \frac{f}{R} \cdot F_N \quad F_{RR} = F_H = F_G \cdot \sin \alpha; F_N = F_G \cdot \cos \alpha$$

$$F_G \cdot \sin \alpha = \frac{f}{r} \cdot F_G \cdot \cos \alpha \rightarrow f = r \cdot \frac{F_G \cdot \sin \alpha}{F_G \cdot \cos \alpha} = r \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = r \cdot \tan \alpha$$

$$f = 5 \text{ mm} \cdot \tan 0,6^\circ = \mathbf{0,005235 \text{ cm}}$$

Aufgabe 44/10

$$F_{RR} = \frac{f}{r} \cdot F_N = \frac{0,001 \text{ cm}}{1,25 \text{ cm}} \cdot 4,3 \text{ kN} = 0,00344 \text{ kN} = \mathbf{3,44 \text{ N}}$$

Aufgabe 44/11

a) $F_F = \mu_F \cdot F_N = \mu_F \cdot F_G = 0,03 \cdot 490,5 \text{ kN} = \mathbf{14,715 \text{ kN}}$

b) $M_A = F_F \cdot r = 14,715 \text{ kN} \cdot \frac{0,98 \text{ m}}{2} = \mathbf{7,21 \text{ kNm}}$

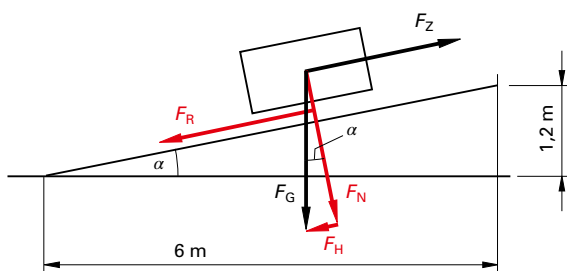
Aufgabe 44/12

$$F_{RR} = \frac{f}{r} \cdot F_N$$

$$F = \frac{f}{r} \cdot F_G \Rightarrow f = r \cdot \frac{F}{F_G} = \frac{d}{2} \cdot \frac{F}{F_G} = \frac{1,4 \text{ m}}{2} \cdot \frac{5 \text{ kN}}{50 \text{ kN}} = 0,07 \text{ m}$$

f = 70 mm

Aufgabe 44/1



$$\tan \alpha = \frac{1,2 \text{ m}}{6 \text{ m}} \sim \sphericalangle \alpha = 11,31^\circ$$

$$F_G = m \cdot g = 1600 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_G = 15,696 \text{ kN}$$

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha = 15,696 \text{ kN} \cdot \sin \alpha$$

$$F_H = 3,078 \text{ kN}$$

$$F_Z = F_H + F_R = 3,078 \text{ kN} + 0,25 \text{ kN}$$

$$\mathbf{F_Z = 3,328 \text{ kN}}$$

Aufgabe 44/2

a) $6 \text{ bar} = 0,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$p = \frac{F_p}{A} \rightarrow F_p = p \cdot A = p \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = 0,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{35^2 \text{ mm}^2 \cdot \pi}{4}$$

$$\mathbf{F_p = 577,27 \text{ N}}$$

b) $\Sigma M = 0 = F_p \cdot 80 \text{ mm} - F_G \cdot L$

$$\rightarrow L = \frac{F_p \cdot 80 \text{ mm}}{F_G} = \frac{577,25 \text{ N} \cdot 80 \text{ mm}}{7,5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\mathbf{L = 627,66 \text{ mm}}$$

Aufgabe 44/3

$$\tan \alpha = \frac{0,5 \text{ m}}{8 \text{ m}} \sim \sphericalangle \alpha = 3,58^\circ$$

$$F_R = \mu \cdot F_N = 0,1 \cdot 4895 \text{ N}$$

$$F_R = 489,5 \text{ N}$$

$$F = F_R - F_H = 489,5 - 308 \text{ N}$$

$$\mathbf{F = 181,5 \text{ N}}$$

$$F_H = F_G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$F_H = 500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 3,6^\circ$$

$$F_H = 308 \text{ N}$$

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos \alpha$$

$$F_N = 4895 \text{ N}$$

Aufgabe 44/4

$$\text{a) } F_F = \mu_F \cdot F_N = 0,15 \cdot 10\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \mathbf{14,715 \text{ kN}}$$

$$\text{b) } F_H = F_G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 10\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 7^\circ$$

$$F_H = \mathbf{11,955 \text{ kN}}$$

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 10\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 7^\circ = 97,369 \text{ kN}$$

$$F_F = \mu_F \cdot F_N = 0,15 \cdot 97,369 \text{ kN} = 14,605 \text{ kN}$$

$$F = F_H + F_F = 11,955 \text{ kN} + 14,605 \text{ kN}$$

$$F = \mathbf{26,560 \text{ kN}}$$

Lösungen zu Kapitel Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad

Aufgabe 51/1

- a) $F_Y = F_H \cdot \sin \alpha = 450 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 450 \text{ N} \cdot 0,5 = \mathbf{225 \text{ N}}$
- b) Nur die Arbeitskomponente von F_H (Kraft in Wegrichtung) erzeugt mechanische Arbeit.
Demzufolge ist:
 $W = F_H \cdot \cos \alpha \cdot s = 450 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ \cdot 1000 \text{ m} = 450 \text{ N} \cdot 0,866 \cdot 1000 \text{ m}$
 $W = \mathbf{389\,700 \text{ Nm}}$

Aufgabe 51/2

$$W_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = 80\,000 \text{ m}^3 \cdot \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 360 \text{ m}$$

$$W_{\text{pot}} = \mathbf{282\,528\,000\,000 \text{ Nm} = 282\,528\,000\,000 \text{ J}}$$

$$W_{\text{pot}} = 282\,528\,000\,000 \text{ Ws} = \frac{282\,528\,000\,000}{1000 \cdot 3600} \text{ kWh} = \mathbf{78\,480 \text{ kWh}}$$

Aufgabe 51/3

$$W_{\text{kin}} = \frac{m}{2} \cdot v^2 = \frac{500\,000 \text{ kg}}{2} \cdot \left(\frac{50 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}\right)^2$$

$$W_{\text{kin}} = 250\,000 \text{ kg} \cdot 192,9 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$W_{\text{kin}} = \mathbf{48\,225\,308,6 \text{ Nm}}$$

Aufgabe 51/4

$$W_R = \mu \cdot F_N \cdot s = \mu \cdot F_G \cdot s = 0,45 \cdot 585 \text{ N} \cdot 3,75 \text{ m} = \mathbf{987,188 \text{ Nm}}$$

Aufgabe 51/5

a) $W_h = F_G \cdot h = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h = (12\,000 \text{ kg} + 35\,000 \text{ kg}) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ m}$
 $W_h = \mathbf{3\,688\,560 \text{ Nm}}$

Probe: Gemäß Bild wird die **goldene Regel der Mechanik** angewendet. Danach ist:

$$W_H = F_H \cdot s$$

$$W_H = m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot s$$

$$\tan \alpha = 0,15 \rightarrow \sphericalangle \alpha = \mathbf{8,531^\circ}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{s}$$

$$s = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{8 \text{ m}}{\sin 8,531^\circ} = \frac{8 \text{ m}}{0,14834}$$

$$s = \mathbf{53,9287 \text{ m}}$$

$$W_H = 47\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,14834 \cdot 53,9287 \text{ m}$$

$$W_H = \mathbf{3\,688\,559,6 \text{ Nm} \approx 3\,688\,560 \text{ Nm}}$$



b) $W_R = \mu_F \cdot F_N \cdot s = \mu_F \cdot F_G \cdot \cos \alpha \cdot s = \mu_F \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot s$

$$\cos \alpha = \cos 8,531^\circ = 0,98894$$

$$W_R = 0,01 \cdot 47\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,98894 \cdot 53,9287 \text{ m} = \mathbf{245\,899 \text{ Nm}}$$

$$c) \mathbf{W} = W_H + W_R = 3\,688\,560 \text{ Nm} = 245\,899 \text{ Nm} = \mathbf{3\,934\,459 \text{ Nm}}$$

Aufgabe 51/6

$$W_R = F_R \cdot s = \mu_F \cdot F_N \cdot s = \mu_F \cdot F_G \cdot s = \mu_F \cdot m \cdot g \cdot s$$

$$W_R = 0,05 \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3000 \text{ m}$$

$$\mathbf{W_R = 1\,471\,500 \text{ Nm}}$$

Aufgabe 51/7

Reibung der Handflächen aufeinander
 Reibung in Bremsenrichtungen
 Luftreibung an Flugkörpern
 Reibung bei der mechanischen Fertigung
 Flüssigkeitsreibung in Rohrleitungen
 Reibung in Lagern, z.B. Gleit- oder Kugellagern

} → Geschwindigkeitsverkleinerungen,
 d.h., die Abnahme der Geschwindigkeits-
 energie führt gleichzeitig zu einer Erhöhung der
 Wärmeenergie und dadurch meist zur Tempe-
 raturerhöhung.

Aufgabe 51/8

Pfeifgeräusche beim Bremsen
 Quietschen von Reifen
 Strömungsgeräusche in Rohrleitungen
 Pfeifgeräusche bei der mech. Fertigung
 Sirenengeheul
 Strömungsgeräusche von Flugkörpern

} → kinetische Energie wird in
 Schwingungsenergie umgewandelt.

Aufgabe 51/9

$$\eta = \frac{P_n}{P_a} \quad P_n = \frac{W_{\text{pot}}}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{2500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 12\,262,5 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{12,2625 \text{ kW}}{22 \text{ kW}} = \mathbf{0,5574 = 55,74 \%}$$

Aufgabe 51/10

$$a) P_h = \frac{F_G \cdot h}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}$$

Gemäß Bild ist:

$$\tan \alpha = 0,12 \rightarrow \sphericalangle \alpha = 6,85^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{s} \rightarrow h = s \cdot \sin \alpha$$

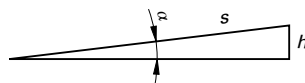
$$\mathbf{h = 4500 \text{ m} \cdot \sin 6,85^\circ = 4500 \text{ m} \cdot 0,11927 = \mathbf{536,715 \text{ m}}$$

$$P_h = \frac{18\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 536,715 \text{ m}}{11,2 \cdot 60 \text{ s}} = 141\,031,45 \text{ W} = \mathbf{141,03 \text{ kW}}$$

$$b) P_R = \frac{F_R \cdot s}{t} = \frac{\mu_F \cdot F_N \cdot s}{t} = \frac{\mu_F \cdot F_G \cdot \cos \alpha \cdot s}{t} = \frac{\mu_F \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot s}{t}$$

$$P_R = \frac{0,015 \cdot 18\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,9929 \cdot 4500 \text{ m}}{11,2 \cdot 60 \text{ s}} = 17\,610,9 \text{ W} = \mathbf{17,61 \text{ kW}}$$

$$c) \mathbf{P_{\text{ges}} = P_h + P_R = 141,03 \text{ kW} + 17,61 \text{ kW} = \mathbf{158,64 \text{ kW}}$$



Aufgabe 51/11

$$\eta = 0,68 = \frac{P_n}{P_a} \quad P_n = F \cdot v = (F_H + F_R) \cdot v = (m \cdot g \cdot \sin \alpha + \mu_F \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha) \cdot v$$

$$P_n = m \cdot g \cdot v \cdot (\sin \alpha + \mu_F \cdot \cos \alpha)$$

$$\tan \alpha = 0,125 \rightarrow \sphericalangle \alpha = 7,13^\circ$$

$$\sin \alpha = \sin 7,13^\circ = 0,1241$$

$$\cos \alpha = \cos 7,13^\circ = 0,9923$$

$$P_n = 1400 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{65}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (0,1241 + 0,025 \cdot 0,9923)$$

$$P_n = 36925,34 \text{ W} = \mathbf{36,925 \text{ kW}}$$

$$P_a = \frac{P_n}{\eta} = \frac{36,925 \text{ kW}}{0,68} = \mathbf{54,3 \text{ kW}} \text{ (erforderliche Motorleistung)}$$

Aufgabe 51/12

$$\text{a) } P_n = F \cdot v = 6100 \text{ N} \cdot \frac{38}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3863,3 \text{ W}$$

$$P_n = \mathbf{3,8633 \text{ kW}}$$

$$\text{b) } \eta = \frac{P_n}{P_a} = \frac{3,8633 \text{ kW}}{5 \text{ kW}} = 0,7726 = \mathbf{77,26 \%}$$

Aufgabe 51/13

$$\eta_{\text{ge}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = 0,7 \cdot 0,9 \cdot 0,65 = 0,4095$$

$$\eta_{\text{ge}} = \mathbf{40,95 \%}$$

Aufgabe 51/14

$$\text{a) } \eta = \frac{P_n}{P_a}$$

$$P_a = \frac{P_n}{\eta} \quad P_n = \frac{W_n}{t} = \frac{W_a + W_R}{t}$$

$$W_a = m \cdot a \cdot s = m \cdot \frac{v_t}{t} \cdot \frac{v_t \cdot t}{2}$$

$$W_a = m \cdot \frac{1}{2} \cdot v_t^2 = \frac{10000 \text{ kg}}{2} \cdot \left(\frac{36}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2$$

$$W_a = \mathbf{500000 \text{ Nm}}$$

$$W_R = F_R \cdot s = F_F \cdot m \cdot s = F_F \cdot m \cdot \frac{v_t \cdot t}{2}$$

$$W_R = 0,14 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 10000 \text{ kg} \cdot \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s}}{2}$$

$$W_R = \mathbf{70000 \text{ Nm}}$$

$$P_n = \frac{500000 \text{ Nm} + 70000 \text{ Nm}}{10 \text{ s}} = \frac{570000 \text{ Nm}}{10 \text{ s}}$$

$$P_n = 57000 \text{ W}$$

$$P_n = \mathbf{57 \text{ kW}}$$

$$P_a = \frac{57 \text{ kW}}{0,76}$$

$$P_a = \mathbf{75 \text{ kW}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P_a &= \frac{P_n}{\eta} & P_n &= F_R \cdot v = F_F \cdot m \cdot v \\
 & & P_n &= 0,14 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 10\,000 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 14\,000 \text{ W} \\
 & & P_n &= \mathbf{14 \text{ kW}} \\
 P_a &= \frac{14 \text{ kW}}{0,76} \\
 P_a &= \mathbf{18,42 \text{ kW}}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 51/15

$$\begin{aligned}
 P_R &= F_R \cdot v \\
 v &= \frac{P_R}{F_R} = \frac{12 \text{ kW}}{5 \text{ kN}} = \frac{12\,000 \text{ W}}{5000 \text{ N}} = \frac{12\,000 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{5000 \text{ N}} \\
 v &= \mathbf{2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 52/1

$$\begin{aligned}
 \text{a) } W_{\text{pot}} &= F_G \cdot h = m \cdot g \cdot h \\
 &= 125 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5,5 \text{ m} \\
 W_{\text{pot}} &= \mathbf{6,744 \text{ kNm} \triangleq 6,744 \text{ kJ}} \\
 \text{b) } P &= \frac{W}{t} = \frac{6744 \text{ Nm}}{18 \text{ s}} = 375 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} & 1 \text{ min} &= 60 \text{ s} \\
 & & 0,3 \text{ min} &= 18 \text{ s} \\
 P_{\text{ab}} &= 375 \text{ W} & \eta &= 0,88 \\
 P_{\text{zu}} &= \frac{P_{\text{ab}}}{\eta} = \frac{375 \text{ W}}{0,88} = \mathbf{426 \text{ W}}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 52/2

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{3000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 18 \text{ m}}{20 \text{ s}} \\
 P &= 26\,487 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} \triangleq 26,487 \text{ kW} \\
 P_{\text{zu}} &= \frac{P_a}{\eta} = \frac{26,487 \text{ kW}}{0,69} = \mathbf{38,387 \text{ kW}}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 52/3

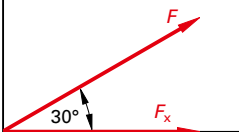
$$\begin{aligned}
 \text{a) } W_{\text{pot}} &= \frac{W}{\eta} = \frac{18\,000 \text{ kWh}}{0,85} = \mathbf{21\,176 \text{ kWh}} \\
 \text{b) } W_{\text{pot}} &= m \cdot g \cdot h & (1 \text{ kWh} &\triangleq 3,6 \cdot 10^6 \text{ Nm}) \\
 m &= \frac{W_{\text{pot}}}{g \cdot h} = \frac{21\,176 \text{ kWh}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 45 \text{ m}} = 172,7 \cdot 10^6 \text{ kg} \\
 m &= 172,7 \cdot 10^3 \text{ t} \rightarrow \mathbf{V = 172,7 \cdot 10^3 \text{ m}^3 \text{ Wasser}} \\
 \text{c) } Q &= \frac{V}{t} = \frac{172,7 \cdot 10^3 \text{ m}^3}{3 \text{ h} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{h}}} = 959,4 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 52/4

$$W = \frac{m}{2} \cdot v^2 = \frac{1600 \text{ kg}}{2} \cdot \left(30,556 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 110 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30,556 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W = 746\,935,31 \text{ J}$$

Aufgabe 52/5

a)  $F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 350 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ$
 $F_x = 303,11 \text{ N}$

b) $W = F_x \cdot s = 303,11 \text{ N} \cdot 500 \text{ m} = 151\,554 \text{ Nm}$

$$W = 151,554 \text{ kJ}$$

Aufgabe 52/6

a) $P_h = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{1500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 981 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$

$$P_h = 0,981 \text{ kW}$$

b) $\eta = \frac{P_h}{P_{\text{mot}}} = \frac{0,981 \text{ kW}}{1,4 \text{ kW}} = 0,7$

Aufgabe 52/7

a) $P_h = \frac{V \cdot \rho \cdot g \cdot h}{t} = \frac{12\,000 \text{ dm}^3 \cdot 0,72 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$

$$P_h = 353,16 \text{ W}$$

$$P_{\text{mot}} = \frac{P_h}{\eta} = \frac{353,16 \text{ W}}{0,7} = 504,5 \text{ W}$$

b) $Q = \frac{V}{t} = \frac{\frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot s}{t} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v$

$$v = \frac{4 \cdot Q}{d^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 12 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot \frac{10^6}{60}}{5^2 \text{ cm}^2 \cdot \pi} = 10\,186,22 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$$

$$v \cong 10 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

Aufgabe 52/8

$$P_h = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{200 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 7848 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$$

$$P_h = 7,848 \text{ kW}$$

$$P_{\text{el}} = P_h \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 = 7,848 \cdot 0,95 \cdot 0,85$$

$$P_{\text{el}} = 6,337 \text{ kW}$$

Lösungen zu Kapitel Kreisförmige Bewegung

Aufgabe 57/1

a) In die Zahlenwertgleichung $P = \frac{M \cdot n}{9550}$ setzt man für $M = F_G \cdot l$ ein. Somit:

$$P = \frac{F_G \cdot l \cdot n}{9550} \quad \begin{array}{c|c|c|c} P & F_G & l & n \\ \hline \text{kW} & \text{N} & \text{m} & \text{min}^{-1} \end{array}$$

b) $P = \frac{F_G \cdot l \cdot n}{9550} = \frac{40 \text{ N} \cdot 0,75 \text{ m} \cdot 250 \text{ min}^{-1}}{9550} = 0,785 \text{ kW} = \mathbf{785 \text{ W}}$

Aufgabe 57/2

$$P = \frac{M \cdot n}{9550} = \frac{20 \cdot 1460}{9550} \text{ kW} = \mathbf{3,06 \text{ kW}}$$

Aufgabe 57/3

a) $M = 9550 \cdot \frac{P}{n}$

$$P_n = \frac{M \cdot n}{9550} \quad M = F_G \cdot l = 735 \text{ N} \cdot 2,2 \text{ m}$$

$$\mathbf{M = 1617 \text{ Nm}}$$

$$P_n = \frac{1617 \cdot 90}{9550}$$

$$\mathbf{P_n = 15,239 \text{ kW}}$$

b) $\eta = \frac{P_n}{P_a} = \frac{15,239 \text{ kW}}{22 \text{ kW}} = 0,6927$

$$\eta = \mathbf{69,27 \%}$$

Aufgabe 57/4

$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

$$n = \frac{P \cdot 9550}{M} = \frac{6 \cdot 9550}{40} \text{ min}^{-1}$$

$$\mathbf{n = 1432,5 \text{ min}^{-1}}$$

Aufgabe 57/5

a) $\omega = \alpha \cdot t = 2,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ s} = 33 \text{ s}^{-1}$

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \rightarrow \mathbf{n = \frac{\omega \cdot 30}{\pi} = \frac{33 \cdot 30}{\pi} \text{ min}^{-1} = 315,13 \text{ min}^{-1}}$$

$$b) \varphi = 10 \cdot 2 \pi \text{ rad} = \frac{\alpha}{2} \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 2 \pi \text{ rad}}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 2 \pi \text{ rad}}{2,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}} = \mathbf{7,56 \text{ s}}$$

$$\varphi = \frac{\omega_t \cdot t}{2}$$

$$\omega_t = \frac{2 \cdot \varphi}{t} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 2 \pi \text{ rad}}{7,56 \text{ s}} = \mathbf{16,62 \text{ s}^{-1}}$$

Aufgabe 57/6

$$a) \alpha = \frac{a_t}{r} \text{ und mit } a_t = a:$$

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,325 \text{ m}} = \mathbf{4,615 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}$$

$$b) \alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \rightarrow \Delta \omega = \alpha \cdot \Delta t = 4,615 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ s} = \mathbf{92,3 \text{ s}^{-1}}$$

$$c) \mathbf{v_u} = \omega \cdot r = 92,3 \text{ s}^{-1} \cdot 0,325 \text{ m} = \mathbf{30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Ebenso wie $a_t = a$ ist auch $v_u = v$ (da kein Schlupf zwischen Rad und Fahrbahn vorliegt).

$$\text{Somit ist } \mathbf{v} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 30 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \mathbf{108 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

Aufgabe 57/7

$$a) \alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\vartheta \cdot n}{30 \cdot \Delta t} = \frac{\vartheta \cdot 1000}{30 \cdot 3} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\alpha = \mathbf{34,907 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}$$

$$b) \varphi = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 34,907 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot (3 \text{ s})^2$$

$$\varphi = \mathbf{157,0815 \text{ rad}}$$

$$c) \alpha = \frac{a_t}{r} \Rightarrow a_t = \alpha \cdot r = 34,907 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \cdot 0,015 \text{ m}$$

$$\mathbf{a_t = 0,523605 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Probe:

$$\frac{v_u \cdot t}{2} = \frac{a_t}{2} \cdot t^2$$

$$\frac{d \cdot \vartheta \cdot n \cdot t}{1000 \cdot 60 \cdot 2} = \frac{a_t}{2} \cdot t^2$$

$$\frac{d \cdot \vartheta \cdot n}{1000 \cdot 60} = a_t \cdot t$$

$$\frac{30 \cdot \vartheta \cdot 1000}{1000 \cdot 60} = 0,523605 \cdot 3$$

$$\mathbf{1,5708 = 1,5708}$$

Lösungen zu Kapitel Getrieberechnungen

Aufgabe 62/1

„In Krafrichtung“: von der Seite des Antriebs durch das Getriebe zur Seite des Abtriebs, d.h. von n_a in Richtung n_e .

Aufgabe 62/2

$$a) i = \frac{d_2}{d_1} \rightarrow d_2 = i \cdot d_1 = \frac{2,8}{1} \cdot 320 \text{ mm} = \mathbf{896 \text{ mm}}$$

$$b) v_u = \frac{d_2 \cdot \pi \cdot n_2}{1000 \cdot 60} \rightarrow n_2 = \frac{v_u \cdot 1000 \cdot 60}{\pi \cdot d_2} = \frac{4,8 \cdot 1000 \cdot 60 \text{ min}^{-1}}{\pi \cdot 896} = \mathbf{102,31 \text{ min}^{-1}}$$

$$c) \omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \quad i = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow n_1 = i \cdot n_2 = 2,8 \cdot 102,31 \text{ min}^{-1} = \mathbf{286,47 \text{ min}^{-1}}$$

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot 286,47}{30} \text{ s}^{-1} = \mathbf{30 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \quad \text{Probe: } v_u = \omega_1 \cdot r_1 = 30 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,16 \text{ m} = \mathbf{4,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Aufgabe 62/3

Schlupf: Das durch unzureichende Reibung bedingte Zurückbleiben eines Getriebegliedes gegenüber einem mit ihm verbundenen anderen Getriebeglied.

Aufgabe 62/4

$$a) d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

$$n_2 = n_1 \cdot \frac{d_1}{d_2} = 2860 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{120 \text{ mm}}{168 \text{ mm}}$$

$$n_2 = \mathbf{2042,86 \text{ min}^{-1}}$$

$$b) i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2860 \text{ min}^{-1}}{2042,86 \text{ min}^{-1}}$$

$$i = \mathbf{1,4 : 1}$$

$$c) \omega_1 = \frac{\vartheta \cdot n_1}{30} = \frac{\vartheta \cdot 2860}{30}$$

$$\omega_1 = \mathbf{299,495 \text{ s}^{-1}}$$

Aufgabe 62/5

$$i = 1 : 1,6 = \frac{1}{1,6} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$n_2 = n_1 \cdot 1,6 = 1450 \text{ min}^{-1} \cdot 1,6$$

$$n_2 = \mathbf{2320 \text{ min}^{-1}}$$

$$i = 1 : 1,6 = \frac{1}{1,6} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$d_1 = d_2 \cdot 1,6 = 75 \text{ mm} \cdot 1,6$$

$$d_1 = \mathbf{120 \text{ mm}}$$

Probe: $d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$
 $120 \cdot 1450 = 75 \cdot 2320$
 $\mathbf{174\,000 = 174\,000}$

Aufgabe 62/6

$$i_{\text{ges}} = \frac{n_a}{n_e} \rightarrow n_e = \frac{n_a}{i_{\text{ges}}} = \frac{1120 \text{ min}^{-1}}{6} = \mathbf{186,67 \text{ min}^{-1}}$$

$$i_{\text{ges}} = \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3} \rightarrow d_4 = i_{\text{ges}} \cdot \frac{d_1 \cdot d_3}{d_2} = 6 \cdot \frac{112 \text{ mm} \cdot 125 \text{ mm}}{560 \text{ mm}} = \mathbf{150 \text{ mm}}$$

$$\begin{aligned} \text{Probe: } n_a \cdot d_1 \cdot d_3 &= n_e \cdot d_2 \cdot d_4 \\ 1120 \cdot 112 \cdot 125 &= 186,67 \cdot 560 \cdot 150 \\ \mathbf{15\,680\,000} &\approx \mathbf{15\,680\,280} \end{aligned}$$

Aufgabe 62/7

$$i_{\text{ges}} = \frac{n_a}{n_e} = \frac{280 \text{ min}^{-1}}{1400 \text{ min}^{-1}}$$

$$i_{\text{ges}} = \mathbf{1 : 5 = 0,2}$$

$$n_a \cdot d_1 \cdot d_3 = n_e \cdot d_2 \cdot d_4$$

$$d_4 = \frac{n_a}{n_e} \cdot \frac{d_1 \cdot d_3}{d_2} = \frac{280}{1400} \cdot \frac{560 \cdot 250}{125}$$

$$d_4 = \mathbf{224 \text{ mm}}$$

Aufgabe 62/8

$$i_{\text{ges}} = \frac{n_a}{n_e} = \frac{630 \text{ min}^{-1}}{280 \text{ min}^{-1}} = \mathbf{2,25 : 1} \quad i_{\text{ges}} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} \rightarrow z_4 = i_{\text{ges}} \cdot \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2}$$

$$z_4 = 2,25 \cdot \frac{36 \cdot 48}{54} = \mathbf{72}$$

$$i_1 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{54}{36} = \mathbf{1,5 : 1}$$

$$i_2 = \frac{z_4}{z_3} = \frac{72}{48} = \mathbf{1,5 : 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} i_1 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{54}{36} = 1,5 : 1 \\ i_2 = \frac{z_4}{z_3} = \frac{72}{48} = 1,5 : 1 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Probe: } i_{\text{ges}} = i_1 \cdot i_2 = 1,5 \cdot 1,5 = \mathbf{2,25}$$

Aufgabe 62/9

$$i_{\text{ges}} = \frac{n_a}{n_e} \Rightarrow n_a = i_{\text{ges}} \cdot n_e = \frac{1}{6,25} \cdot 675 \text{ min}^{-1}$$

$$n_a = \mathbf{108 \text{ min}^{-1}}$$

$$n_a \cdot z_1 \cdot z_3 = n_e \cdot z_2 \cdot z_4$$

$$z_1 = \frac{n_e}{n_a} \cdot \frac{z_2 \cdot z_4}{z_3} = \frac{675 \text{ min}^{-1}}{108 \text{ min}^{-1}} \cdot \frac{80 \cdot 48}{120}$$

$$z_1 = \mathbf{200}$$

$$i_1 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{80}{200} = \mathbf{1 : 2,5 = 0,4}$$

$$i_2 = \frac{z_4}{z_3} = \frac{48}{120} = \mathbf{1 : 2,5 = 0,4}$$

$$\text{Probe: } i_{\text{ges}} = i_1 \cdot i_2 = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16 = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6,25}}$$

Aufgabe 62/10

$$n_1 \cdot z_1 = n_2 \cdot z_2 \text{ (Grundgleichung)}$$

$$\text{a) } n_2 = n_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} = 900 \text{ min}^{-1} \cdot \frac{1}{15}$$
$$n_2 = \mathbf{60 \text{ min}^{-1}}$$

$$\text{b) } i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{900 \text{ min}^{-1}}{60 \text{ min}^{-1}}$$
$$i = \mathbf{15}$$

$$\text{Probe: } i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{15}{1} = \mathbf{15}$$

Lösungen zu Kapitel Fluidmechanik

Aufgabe 71/1

Zwischen den Molekülen können Kohäsionskräfte und/oder Adhäsionskräfte wirken.

Aufgabe 71/2

Die gute Verformbarkeit von Flüssigkeiten und Gasen ist auf die geringen Kohäsionskräfte zwischen den Flüssigkeits- bzw. Gasmolekülen zurückzuführen.

Aufgabe 71/3

Die Oberflächenspannung ist sehr stark von der Temperatur der Flüssigkeit abhängig.

Aufgabe 71/4

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 500 \text{ N}}{\pi \cdot (0,1 \text{ m})^2} = 63\,664 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 63\,664 \text{ Pa}$$

$p = 0,63664 \text{ bar}$

Aufgabe 71/5

$$p_{\text{ges}} = p_1 + p_2 = 0,03 \text{ bar} + 0,7 \text{ bar}$$

$p_{\text{ges}} = 0,73 \text{ bar}$

Aufgabe 71/6

$$p = h \cdot \rho \cdot g \rightarrow h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{45\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{870 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$h = 5,27 \text{ m}$

Aufgabe 71/7

$$1 \text{ bar} = 100\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 100\,000 \frac{\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = 100\,000 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2}$$

$1 \text{ bar} = 100\,000 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}}$

Aufgabe 71/8

	bar	at	atm	mWS	mmHg	Pa
1 bar →	1	1,02	0,987	10,2	750,1	100 000
1 at →	0,980665	1,00	0,968	10,00	735,6	98 066,5

Aufgabe 71/9

$$p = \frac{F}{A} \rightarrow F = p \cdot A = p \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$F = 15 \cdot 100\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\pi \cdot (0,32 \text{ m})^2}{4} = 120\,637,2 \text{ N}$$

$F = 120,6 \text{ kN}$

Aufgabe 71/10

$$p = \frac{F}{A} \rightarrow A_{\text{erf}} = \frac{F}{p} = \frac{100 \text{ N}}{12 \cdot 100\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 0,0000833 \text{ m}^2 = 83,33 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{erf}} = 83,33 \text{ mm}^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \rightarrow d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 83,33 \text{ mm}^2}{\pi}}$$

$$d_{\text{erf}} = 10,3 \text{ mm}$$

Aufgabe 71/11

$$\text{a) } F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \rightarrow F_1 = F_2 \cdot \frac{l_2}{l_1} = 200 \text{ N} \cdot \frac{16 \text{ cm}}{82 \text{ cm}}$$

$$F_1 = 39,02 \text{ N}$$

$$\text{b) } p = \frac{F_2}{A_1} = \frac{F_2}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{4 \cdot F_2}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 200 \text{ N}}{\pi \cdot (0,04 \text{ m})^2} = 159\,154,9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$p = 1,59 \text{ bar}$$

$$\text{c) } p = \frac{F_G}{A_2} \rightarrow F_G = p \cdot A_2 = p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 159\,154,9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\pi \cdot (0,22 \text{ m})^2}{4} = 6050 \text{ N}$$

$$F_G = 6,05 \text{ kN}$$

Aufgabe 71/12

$$\text{Druckkraft: } F_1 = p_e \cdot \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot \eta \rightarrow F_1 = 189 \text{ bar} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2 \text{ bar}} \cdot \frac{(5 \text{ cm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,97 = 35\,996,8 \text{ N}$$

$$\text{Zugkraft: } F_2 = p_e \cdot \frac{(d_1^2 - d_2^2) \cdot \pi}{4} \rightarrow F_2 = 189 \text{ bar} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2 \text{ bar}} \cdot \frac{[(5 \text{ cm})^2 - (3 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 0,97 = 23\,037 \text{ N}$$

Aufgabe 71/13

$$F_1 = m \cdot g = 4000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 39\,240 \text{ N}$$

$$\text{Druckkraft: } F_1 = p_e \cdot \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot \eta \rightarrow d_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot F_1}{p_e \cdot \pi \cdot \eta}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 39\,240 \text{ N}}{2000 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \cdot \pi \cdot 0,9}} = 5,27 \text{ cm} \cong 53 \text{ mm}$$

Aufgabe 71/14

$$F_1 = p_e \cdot \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot \eta \rightarrow p_e = \frac{4 \cdot F_1}{d_1^2 \cdot \pi \cdot \eta} = \frac{4 \cdot 3000 \text{ N}}{(1,5 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 0,93} = 1825,4 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$$

$$\rightarrow p_e = 1825,4 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \div 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2 \text{ bar}} = 182,54 \text{ bar}$$

Aufgabe 71/15

$$Q = A \cdot s \cdot n \cdot \frac{p_e + p_{\text{amb}}}{p_{\text{amb}}} = \frac{(3,2 \text{ cm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 2,5 \text{ cm} \cdot 20 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{8 \text{ bar} + 1 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} = 3619,11 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}} = 3,62 \frac{\text{Liter}}{\text{min}}$$

Aufgabe 71/16

$$Q = 2 \cdot \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot s \cdot n \cdot \frac{p_e + p_{amb}}{p_{amb}} \rightarrow d_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot s \cdot n} \cdot \frac{p_{amb}}{p_e + p_{amb}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 351,858 \frac{\text{Liter}}{\text{min}} \cdot 1000 \frac{\text{cm}^3}{\text{Liter}}}{\pi \cdot 8 \text{ cm} \cdot 40 \frac{1}{\text{min}}} \cdot \frac{1 \text{ bar}}{6 \text{ bar} + 1 \text{ bar}}} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

Aufgabe 71/17

$$Q = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot s \cdot n \cdot \frac{p_e + p_{amb}}{p_{amb}} \rightarrow s = \frac{4 \cdot Q}{d_1^2 \cdot \pi \cdot n} \cdot \frac{p_{amb}}{p_e + p_{amb}} = \frac{4 \cdot 904,778 \frac{\text{Liter}}{\text{min}} \cdot 1000 \frac{\text{cm}^3}{\text{Liter}}}{(20 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 15 \frac{1}{\text{min}}} \cdot \frac{1 \text{ bar}}{5 \text{ bar} + 1 \text{ bar}}$$

$$s = 32 \text{ cm} = 320 \text{ mm}$$

Aufgabe 71/18

$$\text{a) } Q = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot s \cdot n \cdot \frac{p_e + p_{amb}}{p_{amb}} \rightarrow p_e = \frac{4 \cdot Q}{d_1^2 \cdot \pi \cdot n} \cdot \frac{p_{amb}}{s} - p_{amb}$$

$$p_e = \frac{4 \cdot 75 \frac{\text{Liter}}{\text{min}} \cdot 1000 \frac{\text{cm}^3}{\text{Liter}}}{(6,3 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 30 \frac{1}{\text{min}}} \cdot \frac{1 \text{ bar}}{10 \text{ cm}} - 1 \text{ bar} = 7,02 \text{ bar}$$

$$\text{b) } F_1 = \frac{p_e \cdot d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot \eta = 7,02 \text{ bar} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2 \cdot \text{bar}} \cdot \frac{(6,3 \text{ cm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,89 = 1947,6 \text{ N}$$

Aufgabe 78/1

$$\dot{V} = A \cdot v \rightarrow v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_i^2} = \frac{12,3 \text{ m}^3}{35 \cdot 60 \text{ s} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0,089 \text{ m})^2}$$

$$v = 0,9415 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,9415 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = \mathbf{56,49 \frac{\text{m}}{\text{min}}}$$

Aufgabe 78/2

$$\dot{V} = A \cdot v \rightarrow A_{\text{erf}} = \frac{\dot{V}}{v}$$

$$A_{\text{erf}} = \frac{12 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,005556 \text{ m}^2 = 5556 \text{ mm}^2 = \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{erf}}^2$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5556 \text{ mm}^2}{\pi}}$$

$$d_{\text{erf}} = \mathbf{84,1 \text{ mm}}$$

Aufgabe 78/3

$$\dot{V} = \frac{\dot{V}}{t} = \frac{A_2 \cdot s_2}{t} = \frac{\pi \cdot d_2^2 \cdot s_2}{4 \cdot t} = \frac{\pi \cdot (10 \text{ cm})^2 \cdot 5 \text{ cm}}{4 \cdot 60 \text{ s}}$$

$$\dot{V} = 6,545 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = v_1 \cdot A_1 \rightarrow v_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_1^2} = \frac{6,545 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{\frac{\pi}{4} \cdot (2 \text{ cm})^2}$$

$$v_1 = \mathbf{2,083 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \text{ oder } \frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \rightarrow v_1 = v_2 \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

Aufgabe 78/4

$$\dot{V} = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot d_2^2}{\frac{\pi}{4} \cdot d_1^2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \quad d_2 = \frac{1}{2} \cdot d_1$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot d_1\right)^2}{d_1^2} = \frac{\frac{1}{4} \cdot d_1^2}{d_1^2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Bei halbem Durchmesser vervierfacht sich die Strömungsgeschwindigkeit!

Aufgabe 78/5

$$a) \quad \dot{V} = A_1 \cdot v_1 = 0,08 \text{ m}^2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,8 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$A_{\text{erf}} = \frac{\dot{V}}{v_2} = \frac{0,8 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{25 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,032 \text{ m}^2 = 320 \text{ cm}^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{320 \text{ cm}^2} = 17,888 \text{ cm}$$

$$a = \mathbf{178,9 \text{ mm}}$$

b) $v_3 = 250 \text{ m/s}$ kommt in die Nähe der Schallgeschwindigkeit. Dies bedeutet, dass das Fluid als kompressibel angegeben werden muss, und dies muss bei den Berechnungen berücksichtigt werden.

Aufgabe 78/6

$$a) \quad \dot{V} = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{300 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm}}{150 \text{ mm} \cdot 150 \text{ mm}}$$

$$v_2 = \mathbf{24 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$b) \quad p_2 = p_1 + \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2)$$

$$p_2 = 1,2 \text{ bar} + \frac{1,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2} \left[\left(6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(24 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \right]$$

$$p_2 = 1,2 \text{ bar} + 0,7 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left[36 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 576 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

$$p_2 = 1,2 \text{ bar} - 0,7 \cdot 540 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1,2 \text{ bar} - 0,00378 \text{ bar}$$

$$p_2 = \mathbf{1,196 \text{ bar}}$$

Aufgabe 78/7

$$\begin{aligned}
 \text{a) } p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \\
 v_1 \cdot A_1 &= v_2 \cdot A_2 \\
 \Leftrightarrow v_1 &= v_2 \cdot \frac{A_2}{A_1} = v_2 \cdot \frac{\frac{\pi}{4} \cdot d_2^2}{\frac{\pi}{4} \cdot d_1^2} \\
 p_1 + \frac{\rho}{2} \left(v_2 \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2} \right)^2 &= p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \\
 p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \cdot \frac{d_2^4}{d_1^4} &= p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \\
 \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \cdot \frac{d_2^4}{d_1^4} - \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 &= p_2 - p_1 \\
 v_2^2 \cdot \frac{\rho}{2} \left(\frac{d_2^4}{d_1^4} - 1 \right) &= p_2 - p_1 \\
 v_2 &= \sqrt{\frac{2 \cdot (p_2 - p_1)}{\rho \left(\frac{d_2^4}{d_1^4} - 1 \right)}} \\
 v_2 &= \sqrt{\frac{-2 \cdot 500\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{1000 \text{ kg/m}^3 \left[\frac{(0,02 \text{ m})^4}{(0,06 \text{ m})^4} - 1 \right]}} \\
 v_2 &= \mathbf{31,819 \frac{\text{m}}{\text{s}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } v_1 &= \mathbf{3,536 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\
 \dot{V} &= v_2 \cdot A_2 = 31,819 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (0,02 \text{ m})^2 \cdot \frac{\pi}{4} \\
 \dot{V} &= 0,009995 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \\
 \text{c) } \dot{V} &= \mathbf{599,77 \frac{\text{l}}{\text{min}}}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 78/8

$$\begin{aligned}
 \text{a) } P &= F_w \cdot v = c_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \cdot A \cdot v \\
 P &= c_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^3 \cdot A = 0,32 \cdot \frac{1,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2} \cdot \left(\frac{100 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \right)^3 \cdot 1,92 \text{ m}^2 \\
 P &= 8559,67 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 8559,67 \text{ W} \\
 P &= \mathbf{8,56 \text{ kW}} \\
 \text{b) } P &= c_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^3 \cdot A = 0,32 \cdot \frac{1,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2} \cdot \left(\frac{200 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \right)^3 \cdot 1,92 \text{ m}^2 \\
 P &= 68\,477,364 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 68\,477,364 \text{ W} \\
 P &= \mathbf{68,48 \text{ kW}}
 \end{aligned}$$

Mit zunehmender Geschwindigkeit wächst die benötigte Antriebsleistung progressiv. Ist die maximale Antriebsleistung gleich der benötigten Antriebsleistung, dann kann die Geschwindigkeit nicht mehr gesteigert werden, d. h., dass das Fahrzeug seine Geschwindigkeit erreicht hat.

Aufgabe 78/9

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{p} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \Rightarrow \Delta p_1 = \lambda \cdot \frac{l}{2 \cdot d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} v\right)^2$$

$$\Delta p_1 = \frac{1}{32} \cdot \left(\lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2\right)$$

$$\Delta p_1 \approx 3\% \text{ von } \Delta p$$

Aufgabe 78/10

$$\Delta p_{\text{pst}} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

$$\Delta p_{\text{pst}} = 0,02 \cdot \frac{100 \text{ m}}{0,05 \text{ m}} \cdot \frac{850 \text{ kg}}{2 \text{ m}^3} \cdot \left(0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$\Delta p_{\text{pst}} = 10880 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\Delta p_{\text{pst}} = 0,1088 \text{ bar}$$

Aufgabe 78/11

$$\text{a) } v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{20 \frac{\text{Liter}}{\text{min}} \cdot \frac{1000 \text{ cm}^3}{\text{Liter}} : 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}{(5 \text{ cm})^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = \frac{333,333 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{19,635 \text{ cm}^2} = 16,97 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 169,7 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$\text{b) } v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{333,333 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{[(5 \text{ cm})^2 - (3 \text{ cm})^2] \cdot \frac{\pi}{4}} = \frac{333,333 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{12,566 \text{ cm}^2} = 26,526 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 2,653 \frac{\text{dm}}{\text{s}} = 159,18 \frac{\text{dm}}{\text{min}}$$

$$\text{c) } v_s = \frac{Q}{A_s} = \frac{333,333 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{(0,8 \text{ cm})^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 663,15 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 6,632 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{d) } p_2 = \frac{Q \cdot p_e}{600} = \frac{20 \cdot 180}{600} = 6 \text{ kW}$$

Aufgabe 78/12

$$\text{a) } v_1 = \frac{Q}{A_1} \rightarrow Q = v_1 \cdot A_1 = 1 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{(7 \text{ cm})^2 \cdot \pi}{4} = 38,485 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{38,485 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{[(7 \text{ cm})^2 - (4 \text{ cm})^2] \cdot \frac{\pi}{4}} = \frac{38,485 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{25,918 \text{ cm}^2} = 1,485 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\text{b) } v_1 = 38,485 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 2,3 \frac{\text{Liter}}{\text{min}}$$

$$\text{c) } v_{\text{Rohr}} = \frac{Q}{A_{\text{Rohr}}} = \frac{Q}{\frac{d_{\text{Rohr}}^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{4 \cdot Q}{d_{\text{Rohr}}^2 \cdot \pi} \rightarrow d_{\text{Rohr}} = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{v_{\text{Rohr}} \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 38,485 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}}{35 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \pi}} = 1,183 \text{ cm} = 11,83 \text{ mm}$$

Gewählt: $d_{\text{Rohr}} = 12 \text{ mm}$

$$\text{d) } p_2 = \frac{Q \cdot p_e}{600} = \frac{2,3 \cdot 200}{600} = 0,7\bar{6} \text{ kW} = 766,7 \text{ W}$$

Aufgabe 78/13

$$Q = \text{konstant} \rightarrow v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \rightarrow A_1 \cdot \frac{v_1}{v_2} = A_2 \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{d_2^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{d_1^2 \cdot \frac{\pi}{4}} \rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

Aufgabe 78/14

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \rightarrow P_2 = P_1 \cdot \eta = 5 \text{ kW} \cdot 0,9 = 4,5 \text{ kW}$$

$$P_2 = \frac{Q \cdot \rho_e}{600} \rightarrow Q = \frac{600 \cdot P_2}{\rho_e} = \frac{600 \cdot 4,5}{150} = 18 \frac{\text{Liter}}{\text{min}}$$

Aufgabe 80/1

$$F_A = V \cdot \rho \cdot g$$

$$F_A = 0,00023 \text{ m}^3 \cdot 790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_A = 1,782 \text{ N}$$

Aufgabe 80/2

$$F_S = F_G - F_A = 5 \text{ N} - V \cdot \rho_F \cdot g = 5 \text{ N} - 0,005 \text{ m}^3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_S = 5 \text{ N} - 49,05 \text{ N} = -44,05 \text{ N}$$

Aufgabe 80/3

$$\text{a) } F_G = F_A = V_F \cdot \rho_F \cdot g \quad V_F = l \cdot b \cdot (h - 1,5 \text{ cm}) = 20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm}$$

$$V_F = 300 \text{ cm}^3 = 0,3 \text{ dm}^3 = 0,0003 \text{ m}^3$$

$$F_G = 0,0003 \text{ m}^3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_G = 2,943 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_G = m \cdot g = V \cdot \rho \cdot g \quad V = l \cdot b \cdot h = 20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}$$

$$V = 600 \text{ cm}^3 = 0,0006 \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{F_G}{V \cdot g} = \frac{2,943 \text{ N}}{0,0006 \text{ m}^3 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho = 0,5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Aufgabe 80/4

$$F + F_G - F_A = 0$$

$$F = F_A - F_G \quad F_G = m \cdot g + V \cdot \rho_{\text{öl}} \cdot g$$

$$F_A = V \cdot \rho_F \cdot g$$

$$F = V \cdot \rho_F \cdot g - m \cdot g - V \cdot \rho_{\text{öl}} \cdot g$$

$$F = g (V \cdot \rho_F - m - V \cdot \rho_{\text{öl}})$$

$$F = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(12 \text{ m}^3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 280 \text{ kg} - 12 \text{ m}^3 \cdot \frac{710 \text{ kg}}{\text{m}^3} \right)$$

$$F = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (12000 \text{ kg} - 280 \text{ kg} - 8520 \text{ kg}) = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3200 \text{ kg}$$

$$F = 31392 \text{ N}$$

Aufgabe 80/5

Gewichtskraft des Pontons = Auftriebskraft durch verdrängtes Volumen: $F_G = F_A$

$$m \cdot g = V_{\text{Verdrängt}} \cdot \rho_{\text{Wasser}} \cdot g \rightarrow m = l \cdot b \cdot (h - 0,1 \text{ m}) \cdot \rho_{\text{Wasser}} \rightarrow h - 0,1 \text{ m} = \frac{m}{l \cdot b \cdot \rho_{\text{Wasser}}}$$

$$\rightarrow h = \frac{m}{l \cdot b \cdot \rho_{\text{Wasser}}} + 0,1 \text{ m} = \frac{4000 \text{ kg}}{5 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} + 0,1 \text{ m} = 0,4 \text{ m} + 0,1 \text{ m} = 0,5 \text{ m}$$

Aufgabe 80/6

a) 2 mal Zylinderkraft = Auftriebskraft der halben Walze – Gewichtskraft der Walze

$$2 \cdot F_{\text{Zylinder}} = \frac{1}{2} \cdot V_{\text{Verdrängt}} \cdot \rho_{\text{Wasser}} \cdot g - m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1,5 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 10 \text{ m} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 3723 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$2 \cdot F_{\text{Zylinder}} = \frac{1}{2} \cdot 173\,357,366 \text{ N} - 36\,522,63 \text{ N} = 50\,156,053 \text{ N}$$

$$F_{\text{Zylinder}} = 25\,078,027 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_{\text{Zylinder}} = p_e \cdot \frac{d_{\text{Kolben}}^2 \cdot \pi}{4} \rightarrow d_{\text{Kolben}} = \sqrt{\frac{4 \cdot F_{\text{Zylinder}}}{p_e \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 25\,078,027 \text{ N}}{2000 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \cdot \pi}} = 3,99 \text{ cm} \cong 40 \text{ mm}$$

Aufgabe 80/7

Luftschiff schwebt: $F_G = F_A$

$$(m_{\text{Luftschiff}} - m_{\text{Helium}}) \cdot g = V_{\text{Luftschiff}} \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot g$$

$$(m_{\text{Luftschiff}} - V_{\text{Luftschiff}} \cdot \rho_{\text{Helium}}) = V_{\text{Luftschiff}} \cdot \rho_{\text{Luft}}$$

$$m_{\text{Luftschiff}} = V_{\text{Luftschiff}} \cdot \rho_{\text{Luft}} - V_{\text{Luftschiff}} \cdot \rho_{\text{Helium}} = V_{\text{Luftschiff}} \cdot (\rho_{\text{Luft}} - \rho_{\text{Helium}})$$

$$m_{\text{Luftschiff}} = V_{\text{Luftschiff}} \cdot (\rho_{\text{Luft}} - \rho_{\text{Helium}}) = 200\,000 \text{ m}^3 \cdot (1,275 - 0,1785) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 219\,300 \text{ kg} \cong 219,3 \text{ t}$$

Lösungen zu Kapitel Wärmelehre

Aufgabe 84/1

$$\vartheta_F = 32 + \vartheta_C \cdot \frac{9}{5} = \left(32 + 100 \cdot \frac{9}{5}\right) ^\circ\text{F} = (32 + 180) ^\circ\text{F}$$

$$\vartheta = 212 ^\circ\text{F}$$

Aufgabe 84/2

Das Temperaturempfinden ermöglicht es dem Menschen, verschiedene Temperaturen wahrzunehmen und nach den Kriterien kalt und warm zu ordnen. Der Mensch nimmt also Temperaturdifferenzen wahr, ist aber nicht imstande, eine genaue Temperatur anzugeben bzw. zu fühlen.

Aufgabe 84/3

Thermodynamische Fundamentalpunkte: Eispunkt, Siedepunkt und Tripelpunkt von Wasser.

Aufgabe 84/4

Der thermodynamische Lebensraum des Menschen liegt beinahe an der untersten Grenze des gesamten Temperaturbereiches $\vartheta_{\min} = -273,15 ^\circ\text{C}$ bis $\vartheta_{\max} = 5 \cdot 10^{12} ^\circ\text{C}$.

Aufgabe 84/5

a) $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = 1500 ^\circ\text{C} - 20 ^\circ\text{C} = 1480 ^\circ\text{C}$

b) $\Delta T = \Delta\vartheta = 1480 \text{ K}$

Temperaturdifferenzen in $^\circ\text{C}$ und in K sind gleichwertig und können jederzeit gegeneinander ersetzt werden.

Aufgabe 84/6

a) Der Stahl wird von $20 ^\circ\text{C}$ um $50 ^\circ\text{C}$ auf $70 ^\circ\text{C}$ erwärmt.

b) Der Stahl wird von $20 ^\circ\text{C}$ um 70 K bzw. $70 ^\circ\text{C}$ auf $90 ^\circ\text{C}$ erwärmt.

Aufgabe 84/7

$$\vartheta ^\circ\text{F} = 32 + \vartheta ^\circ\text{C} \cdot \frac{9}{5} = \left[32 + (-273,15) \cdot \frac{9}{5}\right] ^\circ\text{F} = 32 ^\circ\text{F} - 491,67 ^\circ\text{F}$$

$$\vartheta = -459,67 ^\circ\text{F}$$

Aufgabe 84/8

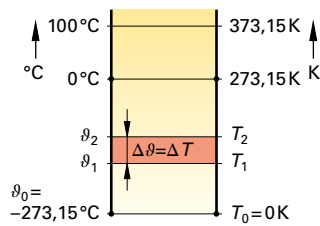
a) $\vartheta = \left(\frac{T}{\pi} - 273,15\right) ^\circ\text{C} = (773 - 273,15) ^\circ\text{C} = 499,85 ^\circ\text{C}$

b) $\vartheta = \left(\frac{T}{\pi} - 273,15\right) ^\circ\text{C} = (17,8 - 273,15) ^\circ\text{C} = -255,35 ^\circ\text{C}$

c) $\vartheta = \left(\frac{T}{\pi} - 273,15\right) ^\circ\text{C} = (273,15 - 273,15) ^\circ\text{C} = 0 ^\circ\text{C}$

Aufgabe 84/9

Eine Zustandsgröße ist messbar.

Aufgabe 84/10

Beim Vergleich von Celsius-Skala und Kelvin-Skala ist festzustellen:

- Die Kelvin-Skala (absolute Temperaturskala) enthält nur positive Temperaturen, die Celsius-Skala enthält positive und negative Temperaturen.
- $0 \text{ K} = -273,15 \text{ °C}$; $0 \text{ °C} = 273,15 \text{ K}$
- $\Delta \vartheta = 1 \text{ °C} \triangleq \Delta T = 1 \text{ K}$

↓

$$\Delta \vartheta = \Delta T$$

Aufgabe 87/1

Beim Stahlbeton

Aufgabe 87/2

$$\left. \begin{aligned} l_{2\text{Cu}} &= l_{1\text{Cu}} + l_{1\text{Cu}} \cdot \alpha_{\text{Cu}} \cdot \Delta \vartheta \\ l_{2\text{St}} &= l_{1\text{St}} + l_{1\text{St}} \cdot \alpha_{\text{St}} \cdot \Delta \vartheta \\ \Delta l &= l_1 \cdot \alpha_{\text{Cu}} \cdot \Delta \vartheta - l_1 \cdot \alpha_{\text{St}} \cdot \Delta \vartheta \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{mit } l_{1\text{Cu}} = l_{1\text{St}} = l_1 \text{ wird:}$$

$$\Delta l = l_1 \cdot \Delta \vartheta \cdot (\alpha_{\text{Cu}} - \alpha_{\text{St}}) = 50 \text{ cm} \cdot 80 \text{ K} \cdot (0,000017 - 0,000012) \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta l = \mathbf{0,02 \text{ cm}}$$

Aufgabe 87/3

$$\Delta l = l_1 \cdot \Delta \vartheta \cdot (\alpha_{\text{Hg}} - \alpha_{\text{Ms}})$$

$$\Delta l = 735 \text{ mm} \cdot 18 \text{ K} \cdot (0,0000606 - 0,000018) \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta l = \mathbf{0,564 \text{ mm}}$$

Aufgabe 87/4

$$\left. \begin{aligned} l_2 &= l_1 - l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta & l_2 &= d_2 \cdot \pi \\ & & l_1 &= d_1 \cdot \pi \end{aligned} \right\} \text{Umfang der Kolbenbolzen. Somit:}$$

$$d_2 \cdot \pi = d_1 \cdot \pi - d_1 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta \quad \text{Beide Seiten werden durch } \pi \text{ dividiert:}$$

$$d_2 = d_1 - d_1 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

Durchmesseränderungen werden analog der Längenänderungen berechnet.

$$d_2 = 100,008 \text{ mm} - 100,008 \text{ mm} \cdot 0,000012 \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}} \cdot [20 \text{ K} - (-30 \text{ K})] = 100,008 \text{ mm} - 0,06 \text{ mm}$$

$$d_2 = \mathbf{99,948 \text{ mm}}. \text{ Das Fügen ist ohne besonderen Kraftaufwand möglich.}$$

Aufgabe 87/5

$$V_2 = V_1 + V_1 \cdot \gamma \cdot \Delta \vartheta = 20 \text{ cm}^3 + 20 \text{ cm}^3 \cdot 0,0005 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{K}} \cdot 55 \text{ K} = 20 \text{ cm}^3 + 0,55 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = \mathbf{20,55 \text{ cm}^3}$$

Aufgabe 87/6

$$\left. \begin{aligned} V_{2St} &= V_{1St} + V_{1St} \cdot \gamma_{St} \cdot \Delta\vartheta \\ V_{2SS} &= V_{1SS} + V_{1SS} \cdot \gamma_{SS} \cdot \Delta\vartheta \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{Die Schwefelsäure läuft über, wenn die Bedingung } V_{2St} = V_{2SS} \text{ erfüllt ist. Setzt man die beiden rechten Seiten der Gleichungen gleich, dann erhält man:}$$

$$V_{1St} + V_{1St} \cdot \gamma_{St} \cdot \Delta\vartheta = V_{1SS} + V_{1SS} \cdot \gamma_{SS} \cdot \Delta\vartheta$$

$$V_{St} - V_{1SS} = V_{1SS} \cdot \gamma_{SS} \cdot \Delta\vartheta - V_{1St} \cdot \gamma_{St} \cdot \Delta\vartheta$$

$$V_{1St} - V_{1SS} = \Delta\vartheta \cdot (V_{1SS} \cdot \gamma_{SS} - V_{1St} \cdot \gamma_{St})$$

$$\Delta\vartheta = \frac{V_{1St} - V_{1SS}}{V_{1SS} \cdot \gamma_{SS} - V_{1St} \cdot \gamma_{St}} = \frac{40 \text{ dm}^3 - 39 \text{ dm}^3}{39 \text{ dm}^3 \cdot 0,00056 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{K}} - 40 \text{ dm}^3 \cdot 3 \cdot 0,000012 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{K}}} = 49 \text{ K}$$

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 + \Delta\vartheta = 15 \text{ K} + 49 \text{ K} = \mathbf{64 \text{ K}}$$

Aufgabe 87/7

Es muss dafür gesorgt werden, dass sich die Rohrleitungen frei dehnen können. Andernfalls treten durch unkontrollierbare Kraftwirkungen Schäden an der Rohrleitung und an der Wandeinbindung auf.

Aufgabe 87/8

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 87/9

$$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = 325 \text{ m} \cdot 0,000012 \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}} \cdot 295 \text{ K}$$

$$\Delta l = \mathbf{1,1505 \text{ m}}$$

Aufgabe 87/10

$$V_2 = V_1 + V_1 \cdot \gamma \cdot \Delta\vartheta \quad \gamma = 3 \cdot \alpha = 3 \cdot 0,000017$$

$$\gamma = 0,000057 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{K}}$$

$$V_2 = 100 \text{ l} + 100 \text{ l} \cdot 0,000057 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{K}} \cdot 80 \text{ K}$$

$$V_2 = 100 \text{ l} + 0,408 \text{ l} = \mathbf{100,408 \text{ l}}$$

Aufgabe 87/11

$$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta$$

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta l}{l_1 \cdot \alpha} = \frac{1,7 \text{ cm}}{2500 \text{ cm} \cdot 0,000024 \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}}} = 28,33 \text{ K}$$

$$\Delta\vartheta = 28,33 \text{ °C} = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$\vartheta_2 = \Delta\vartheta + \vartheta_1 = 28,33 \text{ °C} + 10 \text{ °C}$$

$$\vartheta_2 = \mathbf{38,33 \text{ °C}}$$

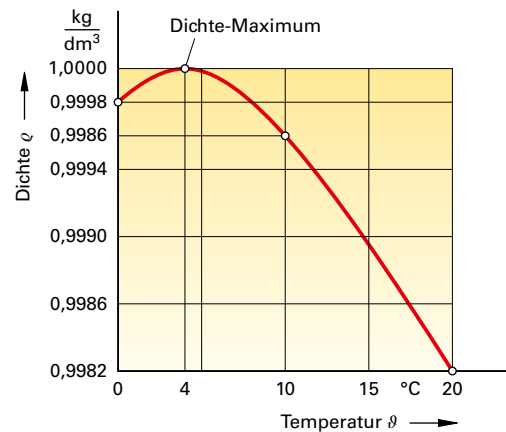
Aufgabe 87/12

Im Gegensatz zu allen anderen Stoffen dehnt sich Wasser ab einer bestimmten Temperatur (4 °C) sowohl bei Abkühlung als auch bei Erwärmung aus. Dieses außergewöhnliche Verhalten heißt bekanntlich

Anomalie des Wassers.

Wasser hat also bei 4 °C seine größte Dichte. Der Funktionsverlauf der Wasserdichte lässt sich durch das ρ, ϑ -Diagramm ermitteln (Anwendung von $\rho = \frac{m}{V}$).

Die Werte des Bildes ergeben sich aus dem **VDI-Wärmeatlas**. Dies gilt auch für die folgende Tabelle im Bereich 20 °C bis 100 °C:



Temperatur in °C	20	40	60	80	100
Dichte in $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$	0,9982	0,9923	0,9832	0,9716	0,9583

Aufgabe 87/13

a) $\Delta l = l_1 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t$

$$\Delta l = 850 \text{ m} \cdot 0,00001 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot (55^\circ\text{C} - (-30^\circ\text{C})) = 0,7225 \text{ m}$$

b) Lagerung der Brücke mit einem Loslager als Ausgleichsmöglichkeit, verzahnte Übergangsstücke an den Enden

c) Ist kein Längenausgleich möglich, sollte die Brücke eine Bogenform haben, welche sich dann verformt

Aufgabe 87/14

a) Korrektur Maschine:

$$\Delta l = l_2 - l_1 \rightarrow l_1 = l_2 - \Delta l$$

$$\Delta l = l_1 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t \rightarrow l_2 - l_1 = l_2 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t \rightarrow l_2 = l_1 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t + l_1 \rightarrow l_2 = l_1(\alpha_1 \cdot \Delta t + 1) \rightarrow l_1 = \frac{l_2}{\alpha_1 \cdot \Delta t + 1} =$$

$$l_1 = \frac{l_2}{\alpha_1 \cdot \Delta t + 1} = \frac{22,028 \text{ mm}}{0,000007 \frac{1}{\text{K}} \cdot (22,5 - 20) \text{ K} + 1} = 22,0276 \text{ mm}$$

Korrektur Werkstück:

$$l_1 = \frac{l_2}{\alpha_1 \cdot \Delta t + 1} = \frac{22,0276 \text{ mm}}{0,000016 \frac{1}{\text{K}} \cdot (25,2 - 20) \text{ K} + 1} = 22,0258 \text{ mm} = \text{Messwert}$$

b) Werkstück ist Ausschuss

Aufgabe 87/15

$$\Delta V = V_{\text{AG}} \cdot 0,75 = 15 \text{ l} \cdot 0,75 = 11,25 \text{ l}$$

$$\Delta V = V_{1 \text{ Anlage}} \cdot (\alpha_V \cdot \Delta t) \rightarrow V_{1 \text{ Anlage}} = \frac{\Delta V}{\alpha_V \cdot \Delta t} = \frac{11,25 \text{ l}}{0,00018 \frac{1}{\text{K}} \cdot (70 - 5) \text{ K}} = 961,54 \text{ l}$$

Aufgabe 90/1

Druck p , Volumen V , Temperatur T .

Aufgabe 90/2

Im Gegensatz zu den absoluten Drücken, die auf den Druck Null (Vakuum) bezogen werden, nennt man die Drücke, die auf den Atmosphärendruck bezogen werden, Überdrücke.

Aufgabe 90/3

$$a) p_{\text{abs}} = p_e + p_{\text{amb}} = 18 \text{ bar} + 1,01 \text{ bar}$$

$$p_{\text{abs}} = \mathbf{19,01 \text{ bar}}$$

b) Es ist unbedingt darauf zu achten, dass mit den absoluten Zustandsgrößen zu rechnen ist. Mit $T = \text{konst.}$ ergibt sich:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{p_1}{p_2} = 40 \text{ l} \cdot \frac{19,01 \text{ bar}}{1,01 \text{ bar}}$$

$$V_2 = \mathbf{752,87 \text{ l}}$$

Aufgabe 90/4

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1}{p_2} \rightarrow \rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = \rho_1 \cdot \frac{3 \cdot p_1}{p_1}$$

$$\rho_2 = \mathbf{3 \cdot \rho_1} \quad \text{Die Dichte verdreifacht sich.}$$

Aufgabe 90/5

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \quad T_1 = 293,15 \text{ K} \quad T_2 = 333,15 \text{ K}$$

$$V_1 = 10 \text{ dm}^3 \quad V_2 = 1,02 \cdot 10 \text{ dm}^3 = 10,2 \text{ dm}^3$$

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

$$p_2 = 2,15 \text{ bar} \cdot \frac{10 \text{ dm}^3}{10,2 \text{ dm}^3} \cdot \frac{333,15 \text{ K}}{293,15 \text{ K}}$$

$$p_2 = \mathbf{2,395 \text{ bar}}$$

Aufgabe 90/6

Das „Vereinigte Gasgesetz“ beinhaltet die Fälle, die durch das Boyle-Mariotte'sche Gesetz und durch die Gesetze von Gay-Lussac beschrieben werden. Es vereinigt sozusagen die Gesetze von Boyle-Mariotte und Gay-Lussac.

Aufgabe 90/7

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 30 \text{ bar} \cdot \frac{308,15 \text{ K}}{293,15 \text{ K}}$$

$$p_2 = p_{\text{abs}2} = 31,535 \text{ bar}$$

$$p_{e2} = p_{\text{abs}1} - p_{\text{amb}} = 31,535 \text{ bar} - 1,02$$

$$p_{e2} = \mathbf{30,515 \text{ bar}}$$

Aufgabe 90/8

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} = T_1 \cdot \frac{3 \cdot V_1}{V_1}$$

$$T_2 = 3 \cdot T_1 \quad T_1 = 283,15 \text{ K}$$

$$T_2 = 3 \cdot 283,15 \text{ K}$$

$$T_2 = 849,45 \text{ K} \rightarrow \vartheta_2 = (849,45 - 273,15) \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_2 = \mathbf{576,3 \text{ }^\circ\text{C}}$$

Aufgabe 90/9

- a) p nimmt ab, $\rho = \text{konstant}$
- b) V nimmt zu, ρ wird kleiner
- c) p nimmt ab, ρ wird kleiner
- d) V nimmt zu, ρ wird kleiner

Aufgabe 90/10

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = 298,15 \text{ K} \cdot \frac{2,2 \text{ bar}}{5 \text{ bar}}$$

$$T_2 = 131,186 \text{ K}$$

$$\vartheta_2 = (131,186 - 273,15) \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_2 = \mathbf{-141,964 \text{ }^\circ\text{C}}$$

Aufgabe 96/1

Abgesehen davon, dass Wasser keine lineare Wärmedehnung hat (größte Dichte bei 4 °C = Anomalie des Wassers), besitzt Wasser die größte spezifische Wärmekapazität aller fester und flüssiger Stoffe und hat demzufolge, verglichen mit der gleichen Menge eines anderen Stoffes, bei gleicher Temperatur stets die größere Wärmeenergie gespeichert.

Aufgabe 96/2

$$Q = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta\vartheta + m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta\vartheta = \Delta\vartheta \cdot (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2)$$

$$\Delta\vartheta = \frac{Q}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2} = \frac{208 \text{ kJ}}{0,18 \text{ kg} \cdot 0,39 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 1 \text{ kg} \cdot 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \frac{208 \text{ kJ}}{0,0702 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} + 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}} = \frac{208 \text{ kJ}}{4,2602 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}$$

$$\Delta\vartheta = \mathbf{48,824 \text{ K}}$$

Aufgabe 96/3

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta \rightarrow c = \frac{Q}{m \cdot \Delta\vartheta} = \frac{2,31 \text{ kJ}}{0,2 \text{ kg} \cdot 30 \text{ K}}$$

$$c = \mathbf{0,385 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}$$

Aufgabe 96/4

$$Q_{\text{ab}} = Q_{\text{auf}}$$

Aufgabe 96/5

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (\vartheta_m - \vartheta_1) = m_2 \cdot c_2 (\vartheta_2 - \vartheta_m)$$

$$\vartheta_m = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot \vartheta_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$$

$$\vartheta_m = \frac{5 \text{ kg} \cdot 2,43 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 30 \text{ °C} + 50 \text{ kg} \cdot 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 10 \text{ °C}}{5 \text{ kg} \cdot 2,43 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 50 \text{ kg} \cdot 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}$$

$$\vartheta_m = 11,1 \text{ °C}$$

Aufgabe 96/6

Da es sich um zwei Unbekannte, nämlich um m_1 und m_2 handelt, müssen zur Lösung der Aufgabe zwei voneinander unabhängige Gleichungen vorhanden sein.

$$1. \quad m_1 + m_2 = 500 \text{ kg (Annahme: 1 l Wasser} \hat{=} 1 \text{ kg Wasser)} \rightarrow m_1 = 500 \text{ kg} - m_2$$

$$2. \quad \vartheta_m = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot \vartheta_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2} \quad (\text{Annahme: } c_1 \approx c_2). \text{ Somit:}$$

$$\vartheta_m = \frac{m_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot \vartheta_2}{m_1 + m_2} = \frac{(500 \text{ kg} - m_2) \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot \vartheta_2}{500 \text{ kg}}$$

$$\vartheta_m = \frac{500 \text{ kg} \cdot \vartheta_1 - m_2 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot \vartheta_2}{500 \text{ kg}} = \frac{500 \text{ kg} \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}{500 \text{ kg}}$$

$$\vartheta_m \cdot 500 \text{ kg} = \vartheta_1 \cdot 500 \text{ kg} + m_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

$$m_2 = \frac{\vartheta_m \cdot 500 \text{ kg} - \vartheta_1 \cdot 500 \text{ kg}}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{500 \text{ kg} \cdot (\vartheta_m - \vartheta_1)}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = 500 \text{ kg} \cdot \frac{30 \text{ °C}}{80 \text{ °C}}$$

$$m_2 = 187,5 \text{ kg heißes Wasser}$$

$$m_1 = 500 \text{ kg} - m_2 = 500 \text{ kg} - 187,5 \text{ kg}$$

$$m_1 = 312,5 \text{ kg kaltes Wasser}$$

Aufgabe 96/7

$$\vartheta_m = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot \vartheta_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot \vartheta_3 + m_4 \cdot c_4 \cdot \vartheta_4}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3 + m_4 \cdot c_4}$$

Aufgabe 96/8

Unter Reaktionswärme versteht man eine Wärmeenergie, die für den Ablauf einer chemischen Reaktion benötigt bzw. beim Ablauf einer chemischen Reaktion frei wird.

Anmerkung: Im ersten Fall spricht man von einer **endothermen Wärmemenge**.
Im zweiten Fall spricht man von einer **exothermen Wärmemenge**.

Aufgabe 96/9

H_0 ist um den Betrag der Wärmemenge, die für das Verdampfen des im Brennstoff befindlichen Wassers erforderlich ist, größer als H_U .

Aufgabe 96/10

$$Q = m_{\text{Al}} \cdot c_{\text{Al}} \cdot \Delta\vartheta = m_{\text{Hz}} \cdot H_{\text{u}}$$

$$m_{\text{Al}} = m_{\text{Hz}} \cdot \frac{H_{\text{u}}}{c_{\text{Al}} \cdot \Delta\vartheta} = 5 \text{ kg} \cdot \frac{40\,200 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{0,942 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 580 \text{ K}}$$

$$m_{\text{Al}} = 367,89 \text{ kg}$$

Aufgabe 96/11

$$\eta = \frac{Q_{\text{ab}}}{Q_{\text{zu}}}$$

$$Q_{\text{zu}} = \frac{Q_{\text{ab}}}{\eta} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\vartheta}{\eta} = m_{\text{Hz}} \cdot H_{\text{u}}$$

$$m_{\text{Hz}} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\vartheta}{\eta \cdot H_{\text{u}}} = \frac{3 \text{ kg} \cdot 0,46 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 970 \text{ K}}{0,48 \cdot 40\,500 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}$$

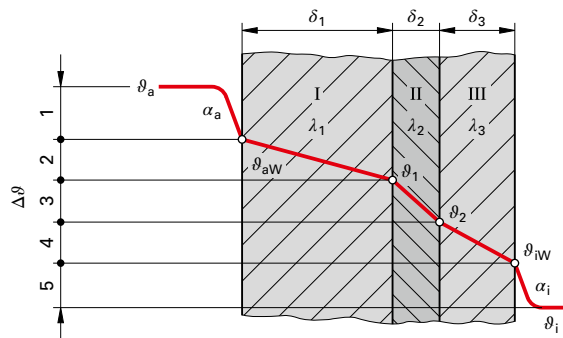
$$m_{\text{Hz}} = 0,0689 \text{ kg}$$

Aufgabe 96/12

Es muss ein Temperaturgefälle vorhanden sein.

Aufgabe 96/13

Gesamtwärmestrom = Summe der Einzelwärmeströme

Aufgabe 96/14

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta\vartheta$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_i}}$$

Anmerkung: a $\hat{=}$ außen
i $\hat{=}$ innen

$$k = \frac{1}{\frac{1}{29} + \frac{0,4}{0,85} + \frac{0,2}{0,032} + \frac{0,05}{0,9} + \frac{1}{8,9}}$$

Anmerkung: Die Einheiten wurden wegen Platzmangel weggelassen.

$$k = \frac{1}{0,03448 + 0,47059 + 6,25 + 0,05556 + 0,11236} = \frac{1}{6,92299}$$

$$k = 0,14445 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$\dot{Q} = 0,14445 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \cdot 17,8 \text{ m}^2 \cdot 30 \text{ K}$$

$$\dot{Q} = 77,1363 \text{ W}$$

$$\Delta\vartheta_1 = k \cdot \Delta\vartheta \cdot \frac{1}{\alpha_a} = 0,14445 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \cdot 30 \text{ K} \cdot \frac{1}{29 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}} = \mathbf{0,14943 \text{ }^\circ\text{C}}$$

$$\Delta\vartheta_2 = k \cdot \Delta\vartheta \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1} = 0,14445 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \cdot 30 \text{ K} \cdot \frac{0,4 \text{ m}}{0,85 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}} = \mathbf{2,03929 \text{ }^\circ\text{C}}$$

$$\Delta\vartheta_3 = k \cdot \Delta\vartheta \cdot \frac{\delta_2}{\lambda_2} = 0,14445 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \cdot 30 \text{ K} \cdot \frac{0,2 \text{ m}}{0,032 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}} = \mathbf{27,08438 \text{ }^\circ\text{C}}$$

$$\Delta\vartheta_4 = k \cdot \Delta\vartheta \cdot \frac{\delta_3}{\lambda_3} = 0,14445 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \cdot 30 \text{ K} \cdot \frac{0,05 \text{ m}}{0,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}} = \mathbf{0,24075 \text{ }^\circ\text{C}}$$

$$\Delta\vartheta_5 = k \cdot \Delta\vartheta \cdot \frac{1}{\alpha_1} = 0,14445 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \cdot 30 \text{ K} \cdot \frac{1}{8,9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}} = \mathbf{0,48691 \text{ }^\circ\text{C}}$$

Probe: $\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_1 + \Delta\vartheta_2 + \Delta\vartheta_3 + \Delta\vartheta_4 + \Delta\vartheta_5 = 30,00076 \text{ }^\circ\text{C}$
 $\vartheta_{\text{aw}} = \vartheta_a - \Delta\vartheta_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} - 0,14943 \text{ }^\circ\text{C} = \mathbf{19,85057 \text{ }^\circ\text{C}}$
 $\vartheta_1 = \vartheta_{\text{aw}} - \Delta\vartheta_2 = 19,85057 \text{ }^\circ\text{C} - 2,03929 \text{ }^\circ\text{C} = \mathbf{17,81128 \text{ }^\circ\text{C}}$
 $\vartheta_2 = \vartheta_1 - \Delta\vartheta_3 = 17,81128 \text{ }^\circ\text{C} - 27,08438 \text{ }^\circ\text{C} = \mathbf{-9,2731 \text{ }^\circ\text{C}}$
 $\vartheta_{\text{iw}} = \vartheta_2 - \Delta\vartheta_4 = -9,2731 \text{ }^\circ\text{C} - 0,24075 \text{ }^\circ\text{C} = \mathbf{-9,51385 \text{ }^\circ\text{C}}$
 $\vartheta_1 = \vartheta_{\text{iw}} - \Delta\vartheta_5 = -9,51385 \text{ }^\circ\text{C} - 0,48691 \text{ }^\circ\text{C} = \mathbf{-10,00076 \text{ }^\circ\text{C} \approx -10 \text{ }^\circ\text{C}}$

Aufgabe 99/1

a) $Q = m \cdot q = 20 \text{ kg} \cdot 335 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = \mathbf{6700 \text{ kJ}}$

b) $Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta \rightarrow m = \frac{Q}{c \cdot \Delta\vartheta} = \frac{6700 \text{ kJ}}{0,39 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 980 \text{ K}}; \quad c_{\text{Cu}} \text{ aus Tabelle}$

$$m = \mathbf{17,53 \text{ kg}}$$

Aufgabe 99/2

Schmelzpunkt = Erstarrungspunkt

Aufgabe 99/3

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = m_{\text{Sch}} \cdot c_{\text{Sch}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{Sch}} + m_{\text{Sch}} \cdot q_{\text{Sch}} + m_{\text{W}} \cdot c_{\text{W}} \cdot \Delta\vartheta_{\text{W}}$$

$$Q = 10 \text{ kg} \cdot 2,0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 25 \text{ K} + 10 \text{ kg} \cdot 320 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 10 \text{ kg} \cdot 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 50 \text{ K}$$

$$Q = 500 \text{ kJ} + 3200 \text{ kJ} + 2095 \text{ kJ}$$

$$Q = \mathbf{5795 \text{ kJ}}$$

Aufgabe 99/4

$$Q = m \cdot q \rightarrow q = \frac{Q}{m} = \frac{1567,5 \text{ kJ}}{7,5 \text{ kg}}$$

$$q = \mathbf{209 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \quad \text{Es könnte sich um Kupfer handeln.}$$

Aufgabe 99/5

Dampfdruckdiagramm (Dampfdruckkurve)

Aufgabe 99/6

Wird das Ventil von Flüssiggasflaschen geöffnet, dann entspannt sich deren Inhalt auf Atmosphärendruck. Da dieser kleiner ist als der Sättigungsdruck des Flüssiggases, verdampft dieses beim Austritt und entzieht dabei der Umgebung Verdampfungswärme. Die Umgebungsluft kühlt dabei so stark ab, dass der in ihr enthaltene Wasserdampf gefriert.

Aufgabe 99/7

Es wird Wärmeenergie an die Umgebung abgegeben.

Aufgabe 99/8

$$Q = m \cdot r = 0,8 \text{ kg} \cdot 1369 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$Q = 1095,2 \text{ kJ}$$

Aufgabe 100/1

$$\text{a) } V_{2\text{AL}} = V_{1\text{Al}} \cdot (1 + \alpha_l \cdot \Delta t)$$

$$V_{2\text{AL}} = 400 \text{ l} \cdot (1 + 0,0000238 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 20 \text{ }^\circ\text{C})$$

$$V_{2\text{AL}} = 400,190 \text{ l}$$

$$\text{b) } Q = c \cdot m \cdot \Delta t = c \cdot \rho \cdot V \cdot \Delta t$$

$$Q = 2,05 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,83 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 400 \text{ dm}^3 \cdot 20 \text{ K}$$

$$Q = 13612 \text{ kJ}$$

$$\text{c) } V_{2\text{Diesel}} = V_{1\text{Diesel}} \cdot (1 + \alpha_v \cdot \Delta t)$$

$$V_{1\text{Diesel}} = \frac{V_{2\text{Diesel}}}{(1 + \alpha_v \cdot \Delta t)}$$

$$V_{1\text{Diesel}} = \frac{400,190 \text{ l}}{(1 + 0,00096 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 50 \text{ }^\circ\text{C})}$$

$$V_{1\text{Diesel}} = 381,861 \text{ l}$$

Aufgabe 100/2

$$\text{a) } V_1 = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} = \frac{(25 \text{ mm})^3 \cdot \pi}{6} = 8181,23 \text{ mm}^3$$

$$\text{b) } \Delta V = V_1 \cdot 3 \cdot \alpha_l \cdot \Delta t$$

$$\Delta V = 8181,23 \text{ mm}^3 \cdot 3 \cdot 0,000005 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot (38 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C}) = 2,21 \text{ mm}^3$$

$$V_2 = V_1 + \Delta V = 8183,44 \text{ mm}^3$$

$$\text{c) } \Delta l = l_1 \cdot \alpha_l \cdot \Delta t$$

$$\Delta l = 25 \text{ mm} \cdot 0,000005 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 18 \text{ }^\circ\text{C} = 0,00225 \text{ mm}$$

$$l_2 = l_1 + \Delta l = 25,00225 \text{ mm}$$

Aufgabe 100/3

a) $\Delta l_{\text{Stahl}} = l_1 \cdot \alpha_{\text{Stahl}} \cdot \Delta t$

$$\Delta l = 150 \text{ mm} \cdot 0,0000161 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 30 \text{ }^\circ\text{C} = \mathbf{0,07245 \text{ mm}}$$

b) $\Delta l_{\text{Alu}} = l_1 \cdot \alpha_{\text{Alu}} \cdot \Delta t$

$$\Delta l = 150 \text{ mm} \cdot 0,000024 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 18 \text{ }^\circ\text{C} = \mathbf{0,0648 \text{ mm}}$$

c) $\Delta l_{\text{Loslager}} = \Delta l_{\text{Alu}} - \Delta l_{\text{Stahl}}$

$$\Delta l_{\text{Stahl}} = l_1 \cdot \alpha_{\text{Stahl}} \cdot \Delta t$$

$$\Delta l = 150 \text{ mm} \cdot 0,0000161 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot (45 - (-10)) \text{ }^\circ\text{C} = \mathbf{0,132 825 \text{ mm}}$$

$$\Delta l_{\text{Alu}} = l_1 \cdot \alpha_{\text{Alu}} \cdot \Delta t$$

$$\Delta l = 150 \text{ mm} \cdot 0,000024 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 55 \text{ }^\circ\text{C} = \mathbf{0,19800 \text{ mm}}$$

$$\mathbf{\text{Lagerversatz}} = 0,19800 \text{ mm} - 0,132 825 \text{ mm} = \mathbf{0,065 175 \text{ mm}}$$

Ergebnis: Der mögliche Verschiebeweg des Loslagers von 0,3 mm reicht für die temperaturbedingte Längenänderung vollkommen aus.

Aufgabe 100/4

a) $Q_{\text{Öl}} = c \cdot m \cdot \Delta t = c \cdot \rho \cdot V \cdot \Delta t$

$$Q_{\text{Öl}} = 2,09 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,91 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 18 \text{ dm}^3 \cdot (85 - 21) \text{ K}$$

$$\mathbf{Q_{\text{Öl}} = 2191 \text{ kJ}}$$

$$Q_{\text{Gas}} = H_i \cdot \dot{V} \cdot t$$

$$Q_{\text{Gas}} = 35 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^3} \cdot 11,5 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} \cdot 10 \text{ min} = 35 000 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \cdot 0,0115 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} \cdot 10 \text{ min} = 4025 \text{ kJ}$$

$$\eta = \frac{Q_{\text{Öl}}}{Q_{\text{Gas}}} = \frac{2191 \text{ kJ}}{4025 \text{ kJ}} = \mathbf{0,544 \approx 54,4 \%}$$

b) $Q_{\text{Gas}} = H_i \cdot \dot{V} \cdot t \rightarrow t = \frac{Q_{\text{Gas}}}{H_i \cdot \dot{V}} = \frac{4025 \text{ kJ}}{93 000 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \cdot 0,0115 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}} = \mathbf{3,76 \text{ min} \approx 3 \text{ min } 46 \text{ s}}$

Aufgabe 100/5

a) $\eta_{\text{ges}} = \frac{W_{\text{ab}}}{Q_{\text{Diesel}}} = \frac{P_{\text{ab}} \cdot t}{Q_{\text{Diesel}}}$

$$P_{\text{ab}} \cdot t = 45 000 \text{ W} \cdot 60 \text{ s} = 2 700 000 \text{ Ws}$$

$$Q_{\text{Diesel}} = H_i \cdot m$$

$$Q_{\text{Diesel}} = 42 000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 0,83 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,24 \text{ dm}^3 = 8366,4 \text{ kJ}$$

$$\eta_{\text{ges}} = \frac{2 700 000 \text{ Ws}}{8 366 400 \text{ J}} = \mathbf{0,323 \approx 32,3 \%}$$

b) $\eta_{\text{ges}} = \eta_{\text{Motor}} \cdot \eta_{\text{Generator}} \rightarrow \eta_{\text{Motor}} = \frac{\eta_{\text{ges}}}{\eta_{\text{Generator}}} = \frac{0,323}{0,94} = \mathbf{0,344 \approx 34,4 \%}$

c) $\eta_{\text{ges}} = \frac{W_{\text{ab}}}{Q_{\text{Diesel}}} = \frac{P_{\text{ab}} \cdot t}{H_i \cdot m} \rightarrow m = \frac{P_{\text{ab}} \cdot t}{H_i \cdot \eta_{\text{ges}}} = \frac{2 700 000 \text{ Ws}}{42 000 000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 0,38} = 0,169 \text{ kg}$

$$m = V \cdot \rho \rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{0,169 \text{ kg}}{0,83 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = \mathbf{0,204 \text{ dm}^3 = 0,204 \text{ l}}$$

Aufgabe 100/6

$$a) W_{\text{Bremsreibung}} = 0,75 \cdot W_{\text{kin}} = 0,75 \cdot \frac{m}{2} \cdot v^2 = \frac{12800 \text{ kg}}{2} \cdot \left(12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$W_{\text{Bremsreibung}} = 750\,000 \text{ J}$$

$$75 \% \text{ durch Scheibenbremsen } W_{\text{Scheibenbr.}} = \frac{750\,000 \text{ J} \cdot 3}{4} = 562\,500 \text{ J}$$

$$Q_{\text{Erwärmung}} = \frac{W_{\text{Scheibenbr.}}}{2} = \frac{562\,500 \text{ J}}{2} = 281\,250 \text{ J} \quad Q_{\text{pro Scheibe}} = \frac{281\,250 \text{ J}}{2} = 140\,625 \text{ J}$$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t$$

$$\rightarrow \Delta t = \frac{Q_{\text{pro Scheibe}}}{c \cdot m} = \frac{140\,625 \text{ J}}{500 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 6,5 \text{ kg}} = \mathbf{43,3 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

$$b) \Delta l = l_1 \cdot \alpha_{l\text{Guss}} \cdot \Delta t$$

$$\Delta l = 15 \text{ mm} \cdot 0,0000105 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 43,3 \text{ } ^\circ\text{C} = \mathbf{0,0068 \text{ mm}}$$

$$c) \Delta t = \frac{Q_{\text{pro Scheibe}}}{c \cdot m} = \frac{187\,500 \text{ J}}{500 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 6,5 \text{ kg}} = \mathbf{57,7 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Aufgabe 100/7

$$a) V_{\text{Tank}} = V_{\text{Öl}}$$

$$V_{0\text{Tank}} (1 + 3 \cdot \alpha_l \cdot \Delta t) = V_{0\text{Öl}} (1 + \alpha_v \cdot \Delta t)$$

$$V_{0\text{Tank}} + V_{0\text{Tank}} \cdot 3 \cdot \alpha_l \cdot \Delta t = V_{0\text{Öl}} + V_{0\text{Öl}} \cdot \alpha_v \cdot \Delta t$$

$$V_{0\text{Tank}} \cdot 3 \cdot \alpha_l \cdot \Delta t - V_{0\text{Öl}} \cdot \alpha_v \cdot \Delta t = V_{0\text{Öl}} - V_{0\text{Tank}}$$

$$\Delta t \cdot (V_{0\text{Tank}} \cdot 3 \cdot \alpha_l - V_{0\text{Öl}} \cdot \alpha_v) = V_{0\text{Öl}} - V_{0\text{Tank}}$$

$$\Delta t = \frac{V_{0\text{Öl}} - V_{0\text{Tank}}}{(V_{0\text{Tank}} \cdot 3 \cdot \alpha_l - V_{0\text{Öl}} \cdot \alpha_v)} = \frac{420 \text{ l} - 500 \text{ l}}{(500 \text{ l} \cdot 3 \cdot 0,0000119 \frac{1}{\text{K}} - 420 \text{ l} \cdot 0,00093 \frac{1}{\text{K}})} = 208 \text{ K}$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 20 \text{ } ^\circ\text{C} + 208 \text{ K} = \mathbf{228 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

$$b) Q_{\text{Öl}} = c \cdot m \cdot \Delta t = c \cdot \rho \cdot V \cdot \Delta t$$

$$Q_{\text{Öl}} = 2,08 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0,91 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 420 \text{ dm}^3 \cdot 208 \text{ K}$$

$$Q_{\text{Öl}} = \mathbf{165\,355 \text{ kJ}}$$

$$c) Q_{\text{Öl}} = Q_{\text{Stahl}}$$

$$Q_{\text{Öl}} = c_{\text{Stahl}} \cdot m_{\text{Stahl}} \cdot \Delta t$$

$$\rightarrow m_{\text{Stahl}} = \frac{Q_{\text{Öl}}}{c \cdot \Delta t} = \frac{165\,355 \text{ kJ}}{0,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 650 \text{ K}} = \mathbf{508,78 \text{ kg}}$$

Lösungen zu Kapitel Festigkeitslehre

Aufgabe 102/1

Statik → Ermittlung der im Bauteil wirkenden Kräfte und Momente, die durch die Belastung des Bauteils hervorgerufen werden.

Festigkeitslehre → Ermittlung der Bauteilabmessungen bzw. der Deformationen am Bauteil mithilfe der bei der statischen Berechnung ermittelten Kräfte und Momente.

Aufgabe 102/2

Die beim Idealisieren entstehende Ungenauigkeit muss vernachlässigbar klein bleiben.

Aufgabe 102/3

Bei unzulässig großer Verformung kann die Funktionsfähigkeit eines Bauteiles trotz vorhandener Tragfähigkeit nicht mehr gegeben sein.

Aufgabe 102/4

Werkstoff hoher Festigkeit	Beispiele der Verwendung
Stahl, Al-Legierungen	Träger, Gewindespindel, Druckkessel, Zahnrad, Fachwerkstab, Triebwerksteile
Kunststoffe	Druckschlauch, Zahnrad, Schiffskörper

Aufgabe 102/5

Zug und Torsion, Zug und Scherung, Biegung und Scherung, Biegung und Torsion.

Aufgabe 104/1

$$\sigma_{d \text{ vorh}} = \frac{F}{S} = \frac{10\,800 \text{ N}}{20 \text{ mm} \cdot 40 \text{ mm}} = \frac{10\,800 \text{ N}}{800 \text{ mm}^2} = 13,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Aufgabe 104/2

$$\sigma_z = \frac{F}{S} \rightarrow S_{\text{erf}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{\sigma_{z \text{ zul}}} = \frac{58\,000 \text{ N}}{100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 580 \text{ mm}^2 = h \cdot b$$

Da $\frac{h}{b} = \frac{2}{1}$, ist $h = 2 \cdot b$. Somit: $580 \text{ mm}^2 = 2 \cdot b \cdot b = 2 b^2 \rightarrow b_{\text{erf}} = 17,03 \text{ mm}$

$$b_{\text{gew}} = 18 \text{ mm} \quad h_{\text{gew}} = 2 \cdot 18 \text{ mm} = 36 \text{ mm}$$

Spannungsnachweis:

$$\sigma_{z \text{ vorh}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{S_{\text{vorh}}} = \frac{58\,000 \text{ N}}{18 \text{ mm} \cdot 36 \text{ mm}} = \frac{58\,000 \text{ N}}{648 \text{ mm}^2} = 89,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{z \text{ zul}}$$

Aufgabe 104/3

Im Allgemeinen versteht man unter dem gefährdeten Querschnitt S_{gef} den schwächsten Querschnitt. Noch allgemeingültiger: S_{gef} ist der Querschnitt, an dem Bruch zu erwarten ist.

Aufgabe 104/4

$$\sigma_{z \text{ zul}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{S_{\text{erf}}} \rightarrow S_{\text{erf}} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = \frac{F_{\text{vorh}}}{\sigma_{z \text{ zul}}}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{\frac{4 \cdot F_{\text{vorh}}}{\pi \cdot \sigma_{z \text{ zul}}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 25\,000 \text{ N}}{\pi \cdot 160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = \sqrt{198,94 \text{ mm}^2} = \mathbf{14,1 \text{ mm}}$$

$$d_{\text{gew}} = \mathbf{15 \text{ mm}}$$

Aufgabe 104/5

$$\sigma_{d \text{ zul}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{A_{\text{erf}}}$$

$$A_{\text{erf}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{\sigma_{d \text{ zul}}} = \frac{300\,000 \text{ N}}{40 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$A_{\text{erf}} = 7500 \text{ mm}^2 = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

$$D^2 - d^2 = \frac{4 \cdot 7500 \text{ mm}^2}{\pi}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{D^2 - \frac{4 \cdot 7500 \text{ mm}^2}{\pi}}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt{(180 \text{ mm})^2 - \frac{4 \cdot 7500 \text{ mm}^2}{\pi}} = \sqrt{(32\,400 - 9549,30) \text{ mm}^2}$$

$$d_{\text{erf}} = \mathbf{151,16 \text{ mm}}$$

$$d_{\text{gew}} = \mathbf{150 \text{ mm}}$$

Aufgabe 108/1

Unter Dehnung versteht man denjenigen Zahlenwert ohne Einheit, den man erhält, wenn man die ursprüngliche Länge eines Bauteils von der Länge des Bauteils bei Belastung abzieht, also die Längendifferenz bildet, und diesen Zahlenwert durch die ursprüngliche Länge des Bauteils dividiert.

Multipliziert man diesen Zahlenwert mit 100, dann erhält man den Wert der Dehnung in Prozent.

Aufgabe 108/2

Der Elastizitätsmodul eines Werkstoffes ist diejenige Spannung in N/mm^2 , die im Bauteil herrschen würde, wenn es unter dem Einfluss einer Zugkraft seine Länge verdoppelt hätte ($\epsilon = 100\%$).

Der E-Modul wird im Zugversuch ermittelt und ist vom Werkstoffhersteller verbindlich zu erfahren. Durchschnittswerte findet man in Tabellenwerken.

Aufgabe 108/3

$\epsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma \rightarrow$ Die Spannung ist der elastischen Dehnung proportional. Das Hooke'sche Gesetz hat nur im elastischen Bereich Gültigkeit.

Aufgabe 108/4

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \sigma = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \rightarrow F = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot E \cdot S = \frac{5 \text{ mm}}{7000 \text{ mm}} \cdot 85\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot (1,5 \text{ mm})^2$$

$$F = \mathbf{136,61 \text{ N}}$$

Aufgabe 108/5

$$a) \varepsilon = \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{0,01 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 0,0001$$

$$\varepsilon = 0,01 \%$$

$$b) \varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma \rightarrow \sigma = \varepsilon \cdot E = 0,0001 \cdot 210\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma = 21 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \frac{F}{A}$$

$$F = \sigma \cdot A = 21 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot (100 \text{ mm})^2 \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$F = 164\,928,75 \text{ N}$$

Aufgabe 108/6

$$a) \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{42 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{0,0002} = 210\,000 \text{ N/mm}^2$$

Es könnte sich bei dem Werkstoff um Stahl handeln.

$$b) \frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon = 0,0002 \Rightarrow l_0 = \frac{\Delta l}{\varepsilon} = \frac{0,2 \text{ mm}}{0,0002} = 1000 \text{ mm}$$

Aufgabe 108/7

Er hat sich um 10 mm verlängert. Die Dehnung ist immer die Verlängerung auf die Ausgangslänge bezogen.

Aufgabe 108/8

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} = 210\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{0,006 \text{ m}}{6 \text{ m}}$$

$$\sigma = 210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{d^2 \pi}{4}} = \frac{4 \cdot F}{d^2 \cdot \pi}$$

$$F = \frac{\sigma \cdot d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot (5 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4}$$

$$F_{\text{vorh}} = 4123,34 \text{ N}$$

Aufgabe 108/9

$$a) \sigma_z = \frac{F_G}{S} = \frac{m \cdot g}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2} = \frac{1,2 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4}{\pi \cdot (2,5 \text{ mm})^2}$$

$$\sigma_z = 2,4 \text{ N/mm}^2$$

$$b) \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\varepsilon = \frac{0,5 \text{ m}}{1,0 \text{ m}} = 0,5 = 50 \%$$

$$c) \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{2,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{0,5}$$

$$E = 4,8 \text{ N/mm}^2$$

Aufgabe 108/10

Abschleppseil, Zugfeder, Expander, Druckfeder, Pleuelstange

Aufgabe 108/11

$$\varepsilon = 0,2\% = 0,002 = \frac{\Delta l}{l_0} \rightarrow \Delta l_{\max} = 0,002 \cdot l_0 = 0,002 \cdot 800 \text{ mm} = \mathbf{1,6 \text{ mm}}$$

Aufgabe 108/12

$$v_{\text{dB}} = \frac{\sigma_{\text{dB}}}{\sigma_{\text{d vorh}}} \quad \sigma_{\text{d vorh}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{S_{\text{vorh}}} = \frac{800\,000 \text{ N}}{80 \text{ mm} \cdot 80 \text{ mm}} = 125 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

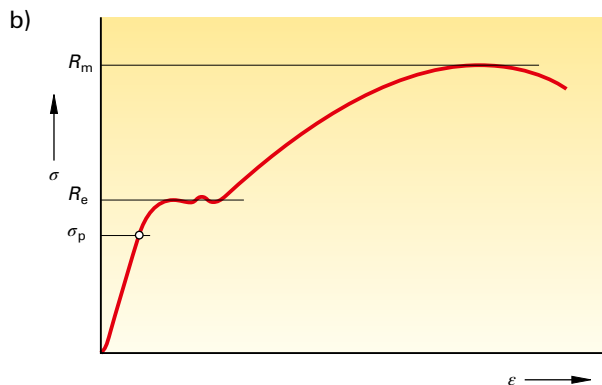
$$v_{\text{dB}} = \frac{480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{125 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = \mathbf{3,84}$$

Aufgabe 108/13

Statische Beanspruchung = ruhende Beanspruchung = Belastungsfall /

Aufgabe 108/14

- a) Proportionalitätsgrenze
Streckgrenze = Fließgrenze
Zugfestigkeit

**Aufgabe 110/1**

a) $\sigma_{\text{d vorh}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{S_{\text{vorh}}} = \frac{F}{\frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)} = \frac{270\,000 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} \cdot (200^2 - 150^2) \text{ mm}^2} = \mathbf{19,64 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$

b) $\sigma_{\text{p zul}} = \frac{F}{A} = 1,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow A_{\text{erf}} = \frac{F}{\sigma_{\text{p zul}}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{\sigma_{\text{p zul}}}; \quad D_{\text{F}}^2 = \frac{F_{\text{vorh}}}{\sigma_{\text{p zul}}} \cdot \frac{4}{\pi} + d^2$

$$D_{\text{F erf}} = \sqrt{\frac{F_{\text{vorh}}}{\sigma_{\text{p zul}}} \cdot \frac{4}{\pi} + d^2} = \sqrt{\frac{270\,000 \text{ N}}{1,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \cdot \frac{4}{\pi} + (150 \text{ mm})^2} = \sqrt{251\,683,12 \text{ mm}^2}$$

$$D_{\text{F erf}} = \mathbf{501,68 \text{ mm}} \rightarrow D_{\text{gew}} = \mathbf{510 \text{ mm}}$$

Aufgabe 110/2

a) $\sigma_{\text{d vorh}} = \frac{F}{A_s} = \frac{250\,000 \text{ N}}{2030 \text{ mm}^2} = \mathbf{123,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$ b) Kreisform $A_{\text{proj}} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$

c) $\sigma_{\text{pm}} = \frac{F}{A_{\text{proj}}} = \frac{F}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 250\,000 \text{ N}}{\pi \cdot (90 \text{ mm})^2} = \mathbf{39,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$

Aufgabe 110/3

$$\sigma_{p\text{ zul}} = \frac{F}{A}$$

$$A_{\text{erf}} = d \cdot l = \frac{F_{\text{vorh}}}{\sigma_{p\text{ zul}}}$$

$$l_{\text{erf}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{\sigma_{p\text{ zul}} \cdot d} = \frac{7000 \text{ N}}{25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 65 \text{ mm}}$$

$$l_{\text{erf}} = \mathbf{4,31 \text{ mm}}$$

Aufgabe 110/4

a) Die größte Flächenpressung tritt zwischen dem Niet und dem Blech $s = 15 \text{ mm}$ auf.

$$\text{b) } \sigma_{\text{pm max}} = \frac{F}{A} = \frac{F}{d \cdot s} = \frac{32\,000 \text{ N}}{16 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm}}$$

$$\sigma_{\text{pm max}} = \mathbf{133,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

Aufgabe 110/5

Senkrechte Projektion = Projektion einer gewölbten oder geneigten Fläche durch paralleles Licht.

Aufgabe 110/6

Bei Pressung zwischen Niet und Nietloch

Aufgabe 110/7

Druckspannung = Spannung im Bauteil

Flächenpressung = Spannung zwischen Bauteilen an der Bauteiloberfläche

Aufgabe 110/8

Kreisring

Aufgabe 111/1

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma = \frac{\varepsilon_{\text{q}}}{\mu} \quad \varepsilon_{\text{q}} = \mu \cdot \frac{\sigma}{E}$$

Aufgabe 111/2

$$\varepsilon_{\text{q}} = \mu \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot 100 = \mu \cdot \frac{F}{S \cdot E} \cdot 100 = \mu \cdot \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_2 \cdot E} \cdot 100$$

$$\varepsilon_{\text{q}} = 0,3 \cdot \frac{4 \cdot 5000 \text{ N}}{\pi \cdot (10 \text{ mm})^2 \cdot 210\,000 \text{ N/mm}^2} \cdot 100 = \mathbf{0,00909 \%}$$

Aufgabe 111/3

$$\text{a) } \varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\Delta l = l_0 \cdot \frac{\sigma}{E} = 1200 \text{ mm} \cdot \frac{90 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{215\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$\Delta l = \mathbf{0,502 \text{ mm}}$$

$$b) \mu = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon_q = \mu \cdot \varepsilon = 0,3 \cdot \frac{\sigma}{E} = 0,3 \cdot \frac{90 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{215\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$\varepsilon_q = 0,0001256 = \frac{\Delta d}{d_0}$$

$$\Delta d = d_0 \cdot \varepsilon_q = 0,0001256 \cdot 20 \text{ mm}$$

$$\Delta d = \mathbf{0,00251 \text{ mm}}$$

Aufgabe 113/1

Andernfalls würden Spannungen durch die Längenausdehnung aufgebaut

Aufgabe 113/2

$$\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta \quad E = 210\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\alpha = 0,000012 \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\sigma = 210\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,000012 \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}} \cdot 45 \text{ K}$$

$$\sigma = \mathbf{113,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

Aufgabe 113/3

$$a) \Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

$$\Delta l = 580 \text{ mm} \cdot 0,000012 \frac{\text{m}}{\text{m} \cdot \text{K}} \cdot 58 \text{ K}$$

$$\Delta l = \mathbf{0,404 \text{ mm}}$$

$$b) \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \sigma$$

$$\sigma_d = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} = 210\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{0,404 \text{ mm}}{580 \text{ mm}}$$

$$\sigma_d = \mathbf{146,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$c) \sigma_d = \frac{F}{A} \quad A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (100^2 - 80^2) \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} (10\,000 - 6\,400) \text{ mm}^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 3\,600 \text{ mm}^2$$

$$A = \mathbf{2\,827,43 \text{ mm}^2}$$

$$F = \sigma_d \cdot A = 146,28 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 2\,827,35 \text{ mm}^2$$

$$F = \mathbf{413\,596,46 \text{ N}}$$

Aufgabe 115/1

Passschrauben, Scherstifte, Vielkeilwellen, Splinte, Seegerringe ...

Aufgabe 115/2

$$\tau_{aB} = \frac{F}{S} \rightarrow F_{\text{erf}} = \tau_{aB} \cdot S_{\text{vorh}} = 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 940 \text{ mm}^2 = 188\,000 \text{ N} = \mathbf{188 \text{ kN}}$$

Aufgabe 115/3

$$\tau_{ab} = \frac{F_B}{S_{vorh}} \quad S_{vorh} = \text{Gesamtumfang} \cdot \text{Blechdicke}$$

$$S_{vorh} = 874,25 \text{ mm}^2$$

$$F_B = \tau_{ab} \cdot S_{vorh}$$

$$F_B = 480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 874,25 \text{ mm}^2 = 419\,640 \text{ N} \rightarrow F_B \approx 420 \text{ kN}$$

Anmerkung: In der Praxis rechnet man für die erforderliche Pressenkraft $F_{\text{erf}} = 1,2 \cdot F_B$. In diesem speziellen Fall muss also mindestens eine Presse verwendet werden, die für eine Stanzkraft von 500 kN ausgelegt ist.

Aufgabe 115/4

$$a) \tau_{a \text{ vorh}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{S_{\text{vorh}}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{n \cdot i \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2} = \frac{4 \cdot F_{\text{vorh}}}{n \cdot i \cdot \pi \cdot d^2} \quad n = \text{Nietanzahl} = 4$$

$$i = \text{Schnittzahl} = 2$$

$$\tau_{a \text{ vorh}} = \frac{4 \cdot 120\,000 \text{ N}}{4 \cdot 2 \cdot \pi \cdot (19 \text{ mm})^2} = 52,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$b) \sigma_{p \text{ max}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{A_{\text{min}}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{n \cdot d \cdot s_{\text{min}}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{4 \cdot d \cdot s_1} = \frac{120\,000 \text{ N}}{4 \cdot 19 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm}} = 157,89 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Aufgabe 115/5

$$\tau_{a \text{ vorh}} = \frac{F_u}{S_{vorh}} \quad M_d = 2 \cdot F_u \cdot \frac{d_w}{2} = F_u \cdot d_w \rightarrow F_u = \frac{M_d}{d_w} = \frac{12,0 \text{ Nm}}{0,016 \text{ m}} = 750,0 \text{ N}$$

$$S_{vorh} = \frac{\pi}{4} \cdot d_s^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (4,2 \text{ mm})^2 = 13,85 \text{ mm}^2$$

$$\tau_{a \text{ vorh}} = \frac{750,0 \text{ N}}{13,85 \text{ mm}^2} = 54,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Aufgabe 115/6

$$\tau_{a \text{ zul}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{S_{\text{erf}}} \rightarrow S_{\text{erf}} = \frac{F_{\text{vorh}}}{\tau_{a \text{ zul}}} = \frac{10\,500 \text{ N}}{100 \text{ N/mm}^2} = 105 \text{ mm}^2 = 2 \cdot \left[\delta \cdot \left(e_1 - \frac{d_1}{2} \right) \right]$$

$$e_{1 \text{ erf}} = \frac{S_{\text{erf}}}{2 \cdot \delta} + \frac{d_1}{2} = \frac{105 \text{ mm}^2}{2 \cdot 15 \text{ mm}} + \frac{20 \text{ mm}}{2} = 3,5 \text{ mm} + 10 \text{ mm} = 13,5 \text{ mm}$$

$$e_{1 \text{ gew}} = 15 \text{ mm}$$

Aufgabe 115/7

$$\tau_{a \text{ zul}} = \frac{F}{A} = \frac{F}{l \cdot b}$$

$$l_{\text{erf}} = \frac{F}{b \cdot \tau_{a \text{ zul}}} = \frac{8000 \text{ N}}{150 \text{ mm} \cdot 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1,524 \text{ mm}$$

$$l_{\text{gew}} = 5 \text{ mm}$$

Aufgabe 122/1

Bei reiner Biegung wird das Bauteil nur auf Biegung beansprucht.

Aufgabe 122/2

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

Aufgabe 122/3

$$M_b = \sigma_b \cdot W = 10 \cdot 100 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{10 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^2}{6} = \mathbf{666\ 667 \text{ Ncm}}$$

$$M_b = \sigma_b \cdot W = 10 \cdot 100 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{20 \text{ cm} \cdot (10 \text{ cm})^2}{6} = \mathbf{333\ 334 \text{ Ncm}}$$

Aufgabe 122/4

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

$$W_{\text{erf}} = \frac{M_b}{\sigma_{b \text{ zul}}} = \frac{F \cdot l}{\sigma_{b \text{ zul}}} = \frac{25\ 000 \text{ N} \cdot 80 \text{ mm}}{100 \text{ N/mm}^2} = 20\ 000 \text{ mm}^3 = \frac{d^3}{10}$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{10 \cdot 20\ 000 \text{ mm}^3}$$

$$d_{\text{erf}} = \mathbf{58,5 \text{ mm}}$$

Aufgabe 122/5

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{F \cdot l}{W} \quad W_{\text{vorh}} = \frac{D^4 - d^4}{10 \cdot D}$$

$$F_{\text{zul}} = \frac{\sigma_{b \text{ zul}} \cdot W_{\text{vorh}}}{l} \quad W_{\text{vorh}} = \mathbf{653 \text{ cm}^3}$$

$$F_{\text{zul}} = \frac{120 \cdot 100 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \cdot 653 \text{ cm}^3}{500 \text{ cm}}$$

$$F_{\text{zul}} = \mathbf{15\ 672 \text{ N}}$$

Aufgabe 122/6

Schwerachse = Biegeachse = neutrale Faser = elastische Linie

Aufgabe 122/7

- neutrale Faser
- im Flächenschwerpunkt
- Null

Aufgabe 122/8

$$W = \frac{I}{e}$$

W = Widerstandsmoment in cm^3

I = Flächenträgheitsmoment in cm^4

e = Randabstand zur neutralen Faser in cm

Aufgabe 122/9

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{F \cdot l}{W}$$

$$l_{\text{zul}} = \frac{\sigma_{b \text{ zul}} \cdot W}{F_{\text{vorh}}} = \frac{\sigma_{b \text{ zul}} \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot F_{\text{vorh}}}$$

$$l_{\text{zul}} = \frac{250 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 12 \text{ mm} \cdot (20 \text{ mm})^2}{6 \cdot 12\,000 \text{ N}}$$

$$l_{\text{zul}} = 16,7 \text{ mm}$$

Aufgabe 122/10

$$I_x = 364 \text{ cm}^4$$

$$I_g = 43,2 \text{ cm}^4$$

$$W_x = 60,7 \text{ cm}^3$$

$$W_y = 11,1 \text{ cm}^3$$

$$e_x = \frac{h}{2} = 6,0 \text{ cm}$$

$$e_{y0} = 1,6 \text{ cm}$$

$$e_{yu} = b - e_{y0}$$

$$e_{yu} = 5,5 \text{ cm} - 1,6 \text{ cm}$$

$$e_{yu} = 3,9 \text{ cm}$$

Aufgabe 124/1

$$\tau_{t \text{ vorh}} = \frac{M_t}{W_p}$$

$$M_t = 9550 \cdot \frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{105 \text{ kW}}{160 \text{ min}^{-1}}$$

$$M_t = 6267 \text{ Nm}$$

$$\tau_{t \text{ vorh}} = \frac{626\,700 \text{ Ncm}}{42,375 \text{ cm}^3}$$

$$W_p = \frac{D^4 - d^4}{5 \cdot D} = \frac{(8 \text{ cm})^4 - (7 \text{ cm})^4}{5 \cdot 8 \text{ cm}}$$

$$\tau_{t \text{ vorh}} = 14\,789 \text{ N/cm}^2$$

$$W_p = 42,375 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{t \text{ vorh}} = 147,89 \text{ N/mm}^2$$

Aufgabe 124/2

Maximale Torsionsspannung in der äußersten Phase. Im Pol ist die Torsionsspannung Null.

Aufgabe 124/3

$$\text{a) } M_d = 2 \cdot F \cdot r \Rightarrow r = \frac{M_d}{2 \cdot F}$$

$$r = \frac{300 \text{ Nm}}{2 \cdot 350 \text{ N}} = \frac{300 \text{ Nm}}{700 \text{ N}} = 0,429 \text{ m}$$

$$\text{b) } \tau_{t \text{ vorh}} = \frac{M_t}{W_p}$$

$$W_{p \text{ erf}} = \frac{d^3}{5} = \frac{M_t}{\tau_{t \text{ zul}}} = \frac{300\,000 \text{ Nmm}}{100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 3000 \text{ mm}^3$$

$$d_{\text{erf}} = \sqrt[3]{5 \cdot 3000 \text{ mm}^3} = \sqrt[3]{15\,000 \text{ mm}^3} = 24,7 \text{ mm}$$

$$d_{\text{gew}} = 25 \text{ mm}$$

Aufgabe 124/4

$$a) M_1 = 9550 \cdot \frac{P_{\text{Betrieb}} [\text{kW}]}{n \left[\frac{1}{\text{min}} \right]} = 9550 \cdot \frac{1,25 \cdot 1,5 [\text{kW}]}{1400 \left[\frac{1}{\text{min}} \right]} = \mathbf{12,79 \text{ Nm}}$$

$$M_2 = i \cdot M_1 = \frac{z_2}{z_1} \cdot M_1 = \frac{50}{38} \cdot 12,79 \text{ Nm} = \mathbf{16,83 \text{ Nm}}$$

$$M_3 = i \cdot M_2 = \frac{z_4}{z_3} \cdot M_2 = \frac{47}{11} \cdot 16,83 \text{ Nm} = \mathbf{71,91 \text{ Nm}}$$

$$b) \tau_t = \frac{M_t}{W_p} \rightarrow W_{p \text{ erf}} = \frac{M_t}{\tau_{t \text{ zul}}} \rightarrow \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{M_t}{\tau_{t \text{ zul}}}$$

$$d_{1 \text{ min}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_1}{\pi \cdot \tau_{t \text{ zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 12,79 \text{ Nm} \cdot 1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{\pi \cdot 140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = \mathbf{7,5 \text{ mm}}$$

$$d_{2 \text{ min}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_2}{\pi \cdot \tau_{t \text{ zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 16,83 \text{ Nm} \cdot 1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{\pi \cdot 140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = \mathbf{8,5 \text{ mm}}$$

$$d_{3 \text{ min}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_3}{\pi \cdot \tau_{t \text{ zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 71,91 \text{ Nm} \cdot 1000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}}{\pi \cdot 140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = \mathbf{13,8 \text{ mm}}$$

$$c) P_{\text{Verluste}} = P_{\text{Betrieb}} \cdot \eta = 1,25 \cdot 1,5 \text{ kW} \cdot (1 - 0,85) = \mathbf{0,281 \text{ kW}}$$

$$d) i_{\text{ges}} = i_1 \cdot i_2 = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{50 \cdot 47}{38 \cdot 11} = 5,622 \quad n_e = \frac{n_a}{i_{\text{ges}}} = \frac{1400 \frac{1}{\text{min}}}{5,622} = \mathbf{249 \frac{1}{\text{min}}}$$

Aufgabe 125/1

$$a) \sigma_{\text{zul}} = \frac{1}{3} \cdot R_e = \frac{1}{3} \cdot 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 78,3 \approx 78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$S = \frac{F}{\sigma_{\text{zul}}} = \frac{150000 \text{ N}}{78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = \mathbf{1923,1 \text{ mm}^2}$$

$$b) S = B \cdot H = 5 \cdot H \cdot H = 5 \cdot H^2$$

$$H = \sqrt{\frac{S}{5}} = \sqrt{\frac{1923,1 \text{ mm}^2}{5}} = 19,6 \text{ mm} \rightarrow \text{Breite } B = 5 \cdot H = 5 \cdot 19,6 = 98,1 \text{ mm}$$

$$c) \text{Flachstahl } 100 \times 20 \text{ DIN EN } 10058$$

$$d) H = \sqrt{\frac{1271,2 \text{ mm}^2}{5}} = 15,9 \text{ mm} \rightarrow \text{Breite } B = 5 \cdot H = 5 \cdot 15,9 = 79,7 \text{ mm}$$

→ vermutlich gleiche Abmessung, da andere Abmessungen selten lieferbar.

Aufgabe 125/2

$$a) \tau_a = \frac{F}{S} \quad S = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot n}{4}; \quad n = \text{Anzahl der Niete}$$

$$\tau_a = \frac{F \cdot 4}{d^2 \cdot \pi \cdot n} \text{ (einschnittig)}$$

$$n = \frac{F \cdot 4}{d^2 \cdot \pi \cdot \tau_a} = \frac{14000 \text{ N} \cdot 4}{4^2 \text{ mm}^2 \cdot \pi \cdot 120 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 9,28 \rightarrow \text{gewählt } \mathbf{10 \text{ Niete}}$$

$$b) \sigma_{\text{Zug}} = \frac{F}{S} = \frac{F}{[(50 - 2 \cdot 4) \cdot 3] \text{ mm}^2} = \frac{14000 \text{ N}}{126 \text{ mm}^2} = \mathbf{111,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$c) p = \frac{F}{A} = \frac{F}{d \cdot t \cdot n} = \frac{14000 \text{ N}}{(4 \cdot 3) \text{ mm}^2 \cdot 10} = \mathbf{116,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

Aufgabe 125/3

$$a) U = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 26 + 2 \cdot \sqrt{26^2 + 47^2} + 2 \cdot 25 + 2 \cdot 9 + \frac{\pi \cdot 20}{2} + 38 = 312,8 \text{ mm}$$

$$S = U \cdot t = 312,8 \text{ mm} \cdot 1,5 \text{ mm} = \mathbf{469,2 \text{ mm}^2}$$

$$b) F = S \cdot \tau_{aB} = \tau_{aB} \approx 0,8 \cdot R_{m \text{ max}} = 0,8 \cdot 350 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 280 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$F = 389,8 \text{ mm}^2 \cdot 280 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \mathbf{109\,144 \text{ N}}$$

Aufgabe 125/4

$$a) \sigma_z = \frac{F}{S} \rightarrow S = \frac{F}{\sigma_z} = \frac{65\,000 \text{ N}}{280 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 232,1 \text{ mm}^2$$

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 232,1 \text{ mm}^2}{\pi}} = \mathbf{17,8 \text{ mm}}$$

$$b) \sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{65\,000 \text{ N}}{245 \text{ mm}^2} = \mathbf{265,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$c) p = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)} = \frac{65\,000 \text{ N}}{\frac{\pi}{4}(48^2 - 24^2) \text{ mm}^2} = \mathbf{47,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

Aufgabe 125/5

$$a) \sigma_z = \frac{F}{S} \rightarrow S = \frac{F}{\sigma_z} = \frac{250\,000 \text{ N}}{1960 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 127,6 \text{ mm}^2 = S_{\text{Seil}}$$

$$S_{\text{Draht}} = \frac{S_{\text{Seil}}}{n} = \frac{127,6 \text{ mm}^2}{35 \cdot 7} = 0,521 \text{ mm}^2$$

$$S_{\text{Draht}} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,521 \text{ mm}^2}{\pi}} = \mathbf{0,81 \text{ mm} = d_{\text{Draht}}}$$

$$b) \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{396 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{210\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 0,001886 \quad \sigma_z = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{n \cdot d^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{4 \cdot 50\,000 \text{ N}}{245 \cdot (0,81 \text{ mm})^2 \cdot \pi} = 396 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \rightarrow \Delta l = \epsilon \cdot l_0 = 0,001886 \cdot 50 \text{ m} = 0,0943 \text{ m} = \mathbf{94,3 \text{ mm} = \Delta l}$$

Aufgabe 125/6

$$a) \text{Steigung } 15\% \rightarrow \tan \alpha = 0,15 \rightarrow \alpha = 8,5^\circ$$

$$F_G = m \cdot g = (12\,000 \text{ kg} + 15\,000 \text{ kg}) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 264\,870 \text{ N}$$

$$F_{\text{Zug}} = F_{\text{Hangabtrieb}} = F_G \cdot \sin \alpha = 264\,870 \text{ N} \cdot \sin 8,5 = 39\,150,3 \text{ N} = F_{\text{Zug}}$$

$$\sigma_{z \text{ zul}} = \frac{R_e}{\nu} = \frac{R_{p0,2}}{\nu} = \frac{560 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{2,8} = 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \sigma_{z \text{ zul}}$$

$$\sigma_{\text{Seil}} = \frac{F_{\text{Zug}}}{S_{\text{Seil}}} \rightarrow S_{\text{Seil}} = \frac{F_{\text{Zug}}}{\sigma_{\text{Seil}}} = \frac{39\,150,3 \text{ N}}{200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 195,8 \text{ mm}^2 = S_{\text{Seil}} \quad S_{\text{Draht}} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(1,5 \text{ mm})^2 \cdot \pi}{4} = 1,77 \text{ mm}^2$$

$$n = \frac{S_{\text{Seil}}}{S_{\text{Draht}}} = \frac{195,8 \text{ mm}^2}{1,77 \text{ mm}^2} = 110,6 \rightarrow \mathbf{\text{mindestens } 111 \text{ Drahle}}$$

$$b) F_R = \mu \cdot F_N = \mu \cdot \cos \alpha \cdot F_G = 0,3 \cdot \cos 8,5 \cdot (12\,000 \text{ kg} + 15\,000 \text{ kg}) \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 78\,588,2 \text{ N}$$

$$\sigma_z = \frac{F_{\text{ges}}}{S} = \frac{F_{\text{ges}}}{\frac{n \cdot d^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{4 \cdot (39\,150,3 \text{ N} + 78\,588,2 \text{ N})}{120 \cdot (1,5 \text{ mm})^2 \cdot \pi} = \mathbf{555,24 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow \text{Bruchgefahr!}}$$

Lösungen zu Kapitel Elektrizitätslehre

Aufgabe 137/1

Reibungselektrizität entsteht, wenn wir zwei verschiedene trockene und isolierende Stoffe aneinander reiben.

Aufgabe 137/2

Elektrisch gleichnamig geladene Körper stoßen sich ab.

Elektrisch ungleichnamig geladene Körper ziehen sich an.

Die Kräfte zwischen den elektrischen Ladungen sind umso größer, je kleiner der Abstand zwischen ihnen ist.

Aufgabe 137/3

- a) Hat ein Atom oder Molekül ein Elektron weniger als im elektrisch neutralen Zustand, ist es ein positiv geladenes Ion. Es ist elektrisch einfach positiv geladen.
Hat ein Atom oder Molekül ein Elektron mehr als im elektrisch neutralen Zustand, ist es ein negativ geladenes Ion. Es ist elektrisch einfach negativ geladen.
- b) Mit Glühlampen können wir elektrische Ladungen und ihre Polarität feststellen (d. h. positive oder negative Ladung).

Aufgabe 137/4

- a) Den Raum um eine felderzeugende Ladung Q , indem andere elektrische Ladungen Kräfte F erfahren, nennen wir elektrisches Feld.
- b) 1. Die elektrischen Feldlinien beginnen und verlassen senkrecht die Oberfläche eines elektrisch positiv geladenen Körpers. Sie enden senkrecht auf der Oberfläche eines elektrisch negativ geladenen Körpers.
2. In der **Elektrostatik** gibt es keine in sich geschlossenen Feldlinien.
3. Es gibt keine Überschneidung der Feldlinien.
4. Die Feldliniendichte ist an jeder Stelle des Feldes ein Maß für die Stärke der elektrischen Kraft auf eine Probeladung.
- c) Mithilfe eines Metallrahmens oder Metallgitters können elektrische Felder abgeschirmt werden.

Aufgabe 137/5

- a) – Die magnetischen Feldlinien sind in sich geschlossen.
– Die magnetischen Feldlinien sind außerhalb eines Magneten vom magnetischen Nord- zum magnetischen Südpol gerichtet. Innerhalb des Magneten sind sie umgekehrt vom magnetischen Süd- zum magnetischen Nordpol gerichtet.
– Es gibt keine Überschneidung der Feldlinien.
– Die magnetische Feldliniendichte ist an jeder Stelle ein Maß für die Stärke des Magnetfeldes.
- b) Eine Abschirmung von störenden Magnetfeldern erfolgt durch **weichmagnetische Werkstoffe**. So zeigt das Bild einen eisenhaltigen Metallring im Magnetfeld ungleichnamiger Pole.
- c) Das ist der von einem engmaschigen Netz aus Leitermaterial oder Metallhülle umgebene Raum.

Aufgabe 137/6

Die Magnetisierbarkeit eines Werkstoffes wird mithilfe von Elementarmagneten, das sind die auf der molekularen Ebene kleinsten magnetischen Dipole, veranschaulicht. Sind alle Elementarmagneten eines Werkstoffes ausgerichtet, so hat er seine maximal mögliche magnetische Wirkung erreicht. Der magnetische Werkstoff ist gesättigt. Das Ausrichten der Elementarmagnete nennt man magnetisieren.

Aufgabe 137/7

Die Werkstoffe, bei denen die parallele Ausrichtung der Elementarmagnete infolge der inneren Reibung beibehalten wird, werden **hartmagnetisch** genannt.

Werkstoffe, bei denen die Elementarmagnete nach dem Entfernen aus dem äußeren Magnetfeld wieder in den ungeordneten Zustand übergehen, sind weichmagnetisch.

Anwendungsbeispiele für ferromagnetische bzw. magnetische Werkstoffe

Magnetische Werkstoffe	Anwendungsbeispiele
weichmagnetische	Transformatorkerne, Elektromagnetische Schalter, Ferrit-Antennenstäbe, Spulenkern für Hochfrequenz- und Fernmeldetechnik
hartmagnetische	Dauermagnete, Magnetplatten, Magnetfolien, Fahrraddynamo, Kleinstmotoren, elektrische Messgeräte

Aufgabe 137/8

Die magnetische Flussdichte (Feldliniendichte) ist ein Maß für die Stärke des magnetischen Feldes.

Aufgabe 137/9

Die **elektrischen** und **magnetischen Felder** sind räumlich nicht getrennt. Sie überlagern sich und sind senkrecht zueinander gerichtet.

Im niederfrequenten (< 100 kHz) Bereich sind die Felder an die Quelle gebunden und nehmen mit zunehmender Entfernung ab. Im hochfrequenten Bereich (100 kHz bis 100 GHz) lösen sich die Felder von der Quelle ab und breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit im Raum aus.

Aufgabe 137/10

a) **Stromstärke** $I = \frac{Q}{t}$

$$\rightarrow Q_1 = I_1 \cdot t = 0,12 \text{ A} \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0,12 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 0,12 \text{ mC} = 120\,000 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 120\,000 \text{ nC}$$

$$Q_2 = I_2 \cdot t = 226 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 10^{-3} \text{ s} = 226 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 0,226 \text{ mC} = 226\,000 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 226\,000 \text{ nC}$$

b) 1 Coulomb enthält $6,242 \cdot 10^{18}$ Elektronen.

Bei $I_1 = 0,12 \text{ A}$:

$$\text{Anzahl der Elektronen } n = 6,242 \cdot 10^{18} \frac{\text{Elektronen}}{\text{C}} \cdot 0,12 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 0,74904 \cdot 10^{15} = 74\,904 \cdot 10^{10}$$

Bei $I_2 = 0,226 \text{ A}$:

$$\text{Anzahl der Elektronen } n = 6,242 \cdot 10^{18} \frac{\text{Elektronen}}{\text{C}} \cdot 0,226 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 1,41069 \cdot 10^{15} = 141\,069 \cdot 10^{10}$$

c) $I = \frac{Q}{t}$

Aufgabe 137/11

a) $\sin \alpha = \frac{x}{l} = \frac{6 \text{ mm}}{300 \text{ mm}} = 0,02 \rightarrow \alpha = 1,146^\circ$

Die Bedingung für die Annäherungsformel $\alpha \leq 10^\circ$ ist also gegeben.

b) Gewichtskraft der Kugel: $F_G = m \cdot g = 0,005 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,049 \text{ N}$

Elektrische Kraft: $F = \frac{F_G \cdot x}{l} = 0,049 \text{ N} \cdot 0,02 = 9,8 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

c) Elektrische Feldstärke: $E = \frac{F}{Q} = \frac{9,8 \cdot 10^{-4} \text{ N}}{1,226 \cdot 10^{-9} \text{ C}} = 7,9935 \cdot 10^{+5} \frac{\text{N}}{\text{C}}$

Elektrische Spannung: $U = E \cdot d = 7,9935 \cdot 10^{+5} \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 0,1 \text{ m} = 7,9935 \cdot 10^{+4} = 79,935 \text{ kV}$

Aufgabe 137/12

a) Stromstärke $I = \frac{Q}{t}$

$Q_1 = I_1 \cdot t = 1,6 \text{ A} \cdot 10^{-3} \text{ s} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 1,6 \text{ mC} = 1\,600\,000 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 1\,600\,000 \text{ nC}$

$Q_2 = I_2 \cdot t = 6,7 \text{ A} \cdot 10^{-3} \text{ s} = 6,7 \text{ mC} = 6\,700\,000 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 6\,700\,000 \text{ nC}$

b) 1 Coulomb enthält $6,242 \cdot 10^{18}$ Elektronen.

Bei $I_1 = 1,6 \text{ A}$: Anzahl der Elektronen $n = 6,242 \cdot 10^{18} \frac{\text{Elektronen}}{\text{C}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 9,9872 \cdot 10^{15}$

Bei $I_2 = 6,7 \text{ A}$: Anzahl der Elektronen $n = 6,242 \cdot 10^{18} \frac{\text{Elektronen}}{\text{C}} \cdot 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 41,8214 \cdot 10^{15}$

Aufgabe 137/13

a) $\sin \alpha = \frac{x}{l} = \frac{15 \text{ mm}}{300 \text{ mm}} = 0,05 \rightarrow \alpha = 2,866^\circ$

Die Bedingung für die Annäherungsformel $\alpha \leq 10^\circ$ ist also gegeben.

b) Gewichtskraft der Kugel: $F_G = m \cdot g = 0,005 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,049 \text{ N}$

Elektrische Kraft: $F = \frac{F_G \cdot x}{l} = 0,049 \text{ N} \cdot 0,05 = 24,5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

c) Elektrische Feldstärke: $E = \frac{U}{d} = \frac{5000 \text{ V}}{0,1 \text{ m}} = 50\,000 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

Elektrische Ladung: $Q = \frac{F}{E} = \frac{24,5 \cdot 10^{-4} \text{ N}}{5 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 4,9 \cdot 10^{-8} \text{ C} = 49 \text{ nC}$

Aufgabe 137/14

a) Radialsymmetrisches Feld: Die Feldlinien einer positiven Punktladung verlassen radial die Oberfläche dieser Punktladung und enden an der negativ geladenen Körperoberfläche der Umgebung.

Homogenes Feld: Die Feldlinien zwischen einem elektrisch aufgeladenen geraden Plattenpaar sind parallel zueinander angeordnet.

Inhomogenes Feld: Die Feldlinien außerhalb eines elektrisch aufgeladenen geraden Plattenpaares oder die Feldlinien zwischen zwei Punktladungen sind inhomogen zueinander angeordnet.

b) Der Raum innerhalb einer abschirmenden Metallhülle oder innerhalb eines engmaschigen Netzes aus Leitermaterial ist feldfrei. Die Metallhülle oder das engmaschige Netz muss geerdet sein. Beispielsweise wird diese Technik bei speziellen Rigips-Platten angewandt oder die Rauminnenwände werden mit einem engmaschigen elektrisch leitenden Netz ausgekleidet.

c) Handys mit einem SAR-Wert unter $0,6 \text{ W/kg}$ sind strahlungsarme Handys.

Aufgabe 137/15

SAR = Abkürzung für Spezifische Absorptionsrate

Aufgabe 146/1

$$R = 2,7 \Omega = 0,0027 \text{ k}\Omega = 2700 \text{ m}\Omega = 2700000 \mu\Omega$$

Aufgabe 146/2

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{120 \Omega} = 0,008\bar{3} \text{ S} = 8,3 \text{ mS}$$

Aufgabe 146/3

- Leiter der 1. Klasse: Alle Leiter, die den elektrischen Strom ohne eine chemische Zersetzung transportieren.
 Leiter der 2. Klasse: Alle Leiter, die den elektrischen Strom unter Begleitung einer chemischen Zersetzung transportieren.

Aufgabe 146/4

Der elektrische Widerstand von Metallen wird in dem Maße größer, je höher die Temperatur ist.

Aufgabe 146/5

Die Fähigkeit eines Leiterwerkstoffes, den elektrischen Strom zu leiten, wird in der Elektrizitätslehre mit dem Begriff „elektrischer Leitwert“ (kurz: Leitwert) beschrieben. Der elektrische Leitwert ist der reziproke Wert des elektrischen Widerstandswertes R .

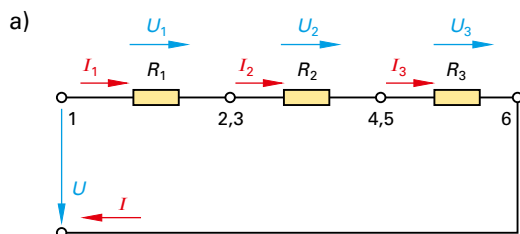
Aufgabe 149/1

Es werden entweder zwei 3-V-Batterien und eine 9-V-Batterie oder fünf 3-V-Batterien benötigt.

Aufgabe 149/2

- a) $R = R_1 + R_2 = 510 \Omega + 1000 \Omega = 1510 \Omega$
 b) $I = \frac{U}{R} = \frac{100 \text{ V}}{1510 \Omega} = 0,0662 \text{ A}$
 c) $U_2 = \frac{R_2}{R} \cdot U = \frac{1000 \Omega}{1510 \Omega} \cdot 100 \text{ V} = 66,225 \text{ V}$

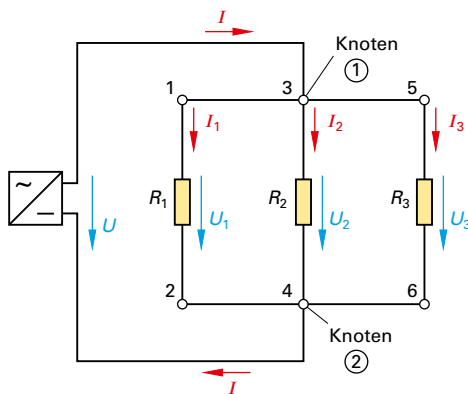
Aufgabe 154/1



- b) Gesamtwiderstand:
 $R = R_1 + R_2 + R_3 = 1500 \Omega + 800 \Omega + 1200 \Omega = 3500 \Omega$
 c) Spannungen: $U_1 = R_1 \cdot I = 15 \text{ V}$
 $U_2 = R_2 \cdot I = 8 \text{ V}$
 $U_3 = R_3 \cdot I = 12 \text{ V}$
 $U = U_1 + U_2 + U_3 = 35 \text{ V}$
 d) Teilströme: $I = I_1 = I_2 = I_3 = 0,01 \text{ A} = 10 \text{ mA}$

Aufgabe 154/2

a)



b) Spannungen: $U_2 = R_2 \cdot I_2 = 10 \Omega \cdot 9 \text{ A} = 90 \text{ V}$,
 $U_1 = U_2 = U_3 = U = 90 \text{ V}$

c) Teilströme:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{90 \text{ V}}{45 \Omega} = 2 \text{ A}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{90 \text{ V}}{50 \Omega} = 1,8 \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 2 \text{ A} + 9 \text{ A} + 1,8 \text{ A} = 12,8 \text{ A}$$

Aufgabe 154/3

a) Bild

b) Ersatzwiderstand: $R_{12} = R_1 + R_2 = 15 \Omega + 35 \Omega = 50 \Omega$

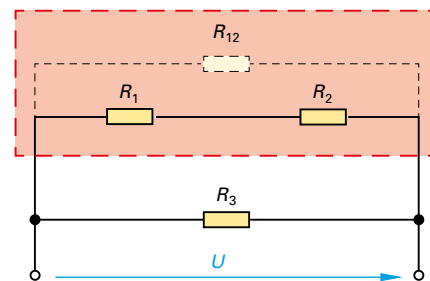
Gesamtwiderstand: $R = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{50 \Omega \cdot 50 \Omega}{50 \Omega + 50 \Omega} = 25 \Omega$

c) Teilstrom: $I_{12} = \frac{U}{R_{12}} = \frac{100 \text{ V}}{50 \Omega} = 2 \text{ A}$,

Teilspannungen: $U_3 = U = 100 \text{ V}$,

$$U_1 = R_1 \cdot I_{12} = 15 \Omega \cdot 2 \text{ A} = 30 \text{ V}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_{12} = 35 \Omega \cdot 2 \text{ A} = 70 \text{ V}$$



Aufgabe 154/4

a) $U_1 = R_1 \cdot I = 100 \Omega \cdot 0,29 \text{ A} = 29,0 \text{ V}$

$$U_2 = R_2 \cdot I = 90 \Omega \cdot 0,29 \text{ A} = 26,10 \text{ V}$$

$$U_3 = R_3 \cdot I = 80 \Omega \cdot 0,29 \text{ A} = 23,20 \text{ V}$$

$$U_4 = R_4 \cdot I = 70 \Omega \cdot 0,29 \text{ A} = 20,30 \text{ V}$$

b) Stufe I, Schalter Q_1 ist geschlossen:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{98,6 \text{ V}}{250 \Omega} = 0,4 \text{ A}$$

Stufe II, Schalter Q_1 und Q_2 sind geschlossen:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_4} = \frac{98,6 \text{ V}}{170 \Omega} = 0,58 \text{ A}$$

Stufe III, Schalter Q_1 , Q_2 und Q_3 sind geschlossen:

$$I = \frac{U}{R_1} = \frac{98,6 \text{ V}}{100 \Omega} = 0,986 \text{ A}$$

c) Stromstärke $I = 0,29 \text{ A} \hat{=} 100\%$

Stufe	geschlossene Schalter	prozentuale Stromerhöhung
I	Q_1	$\frac{\Delta I}{I} = \frac{0,4 \text{ A} - 0,29 \text{ A}}{0,29 \text{ A}}$ $\hat{=} 37,9 \%$
II	Q_1, Q_2	$\frac{\Delta I}{I} = \frac{0,58 \text{ A} - 0,29 \text{ A}}{0,29 \text{ A}}$ $\hat{=} 100 \%$
III	Q_1, Q_2, Q_3	$\frac{\Delta I}{I} = \frac{1,0 \text{ A} - 0,29 \text{ A}}{0,29 \text{ A}}$ $\hat{=} 245 \%$

Aufgabe 154/5

a) $U_3 = U_4 - U_2 = 150 \text{ V} - 75 \text{ V} = 75 \text{ V}$, $U_5 = U - U_1 - U_4 = 230 \text{ V} - 50 \text{ V} - 150 \text{ V}$, $U_5 = 30 \text{ V}$

b) $I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{150 \text{ V}}{700 \Omega} = 0,2143 \text{ A}$, $I_{23} = I - I_4 = 1,8 \text{ A} - 0,2143 \text{ A} = 1,586 \text{ A}$

c) $R_1 = \frac{U_1}{I} = \frac{50 \text{ V}}{1,8 \text{ A}} = 27,78 \Omega$, $R_2 = R_3 = \frac{U_2}{I_{23}} = \frac{75 \text{ V}}{1,586 \text{ A}} = 47,29 \Omega$, $R_5 = \frac{U_5}{I} = \frac{30 \text{ V}}{1,8 \text{ A}} = 16,67 \Omega$

$$R_{234} = \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{2 \cdot 47,29 \Omega \cdot 700 \Omega}{794,6 \Omega}, \quad R_{234} = 83,3 \Omega$$

$$R = R_1 + R_{234} + R_5$$

$$R = 27,78 \Omega + 83,3 \Omega + 16,67 \Omega$$

$$R = 127,8 \Omega$$

Aufgabe 158/1

a) $I = \frac{U}{R} = \frac{100 \text{ V}}{40 \Omega} = 2,5 \text{ A}$, $P = U \cdot I = 100 \text{ V} \cdot 2,5 \text{ A} = 250 \text{ W}$, $W = P \cdot t = 250 \text{ W} \cdot 2 \text{ h} = 500 \text{ Wh}$

b) $I = \frac{U}{R} = \frac{10,0 \text{ V}}{1200 \Omega} = 0,0083 \text{ A} = 8,3 \text{ mA}$, $P = U \cdot I = 10,0 \text{ V} \cdot 0,0083 \text{ A} = 0,083 \text{ W}$,

$$W = P \cdot t = 0,083 \text{ W} \cdot 24 \text{ s} = 1,992 \text{ Ws}$$

c) $R = \frac{U}{I} = \frac{12 \text{ V}}{0,1 \text{ A}} = 120 \Omega$

$$P = U \cdot I = 12 \text{ V} \cdot 0,1 \text{ A} = 1,2 \text{ W}$$

$$t_E = \frac{10\,000 \text{ Wh}}{1,2 \text{ W}} = 8333,3 \text{ h}$$

d) $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(235 \text{ V})^2}{75 \text{ W}} = 736 \Omega$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{235 \text{ V}}{736 \Omega} = 0,319 \text{ A}$$

$$W = P \cdot t_E = 75 \text{ W} \cdot 3,2 \text{ h} = 240 \text{ W}$$

$$e) R = \frac{U}{I} = \frac{3,5 \text{ V}}{0,2 \text{ A}} = 17,5 \Omega$$

$$P = U \cdot I = 3,5 \text{ V} \cdot 0,2 \text{ A} = 0,7 \text{ W}$$

$$t_E = \frac{W}{P} = \frac{500 \text{ Ws}}{0,7 \text{ W}} = 714 \text{ s} = 714 \cdot \frac{1}{60} \text{ min} = 11,9 \text{ min}$$

$$f) P = \frac{W}{t} = \frac{10\,700 \text{ Wh}}{107 \text{ h}} = 100 \text{ W}, \quad U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{100 \text{ W} \cdot 559,5 \Omega} = 236,5 \text{ V}, \quad I = \frac{P}{U} = \frac{100 \text{ W}}{236,5 \text{ V}} = 0,423 \text{ A}$$

Aufgabe 158/2

a) Aufgenommene elektrische Stromstärke:

$$I = \frac{P_n}{U_n} = \frac{2000 \text{ W}}{240 \text{ V}} = 8,33 \text{ A}$$

b) Aufgenommene elektrische Energie:

$$W_{zu} = P \cdot t = 2000 \text{ W} \cdot 2 \text{ h}$$

$$W_{zu} = 4000 \text{ Wh} = 4 \text{ kWh} = 14,4 \cdot 10^6 \text{ Ws}$$

Abgegebene elektrische Energie:

$$W_{ab} = W_{zu} \cdot \eta = 4000 \text{ Wh} \cdot 0,85$$

$$W_{ab} = 3,4 \text{ kWh} = 12,24 \cdot 10^6 \text{ Ws}$$

Aufgabe 158/3

$$I = \frac{U}{R} = \frac{7,8 \text{ V}}{33 \Omega} = 0,236 \text{ A}$$

Aufgabe 158/4

Da die abgegebene Leistung nie größer als die aufgenommene Leistung sein kann, muß gemäß der Definition für den Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$ immer kleiner oder gleich 1 sein.

Aufgabe 158/5

Der elektrische Motor nimmt elektrische Energie auf und wandelt diese elektrische Energie in mechanische Energie (Drehbewegung der Welle) um. Dabei wird ein Teil der elektrischen Energie auch in Wärme umgewandelt (Wärmeverluste), die dann nicht mehr in Form von Energie genutzt werden kann.

Aufgabe 158/6

$$a) R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230 \text{ V})^2}{1000 \text{ W}} = 52,9 \Omega, \quad W_{zu} = P \cdot t = 1000 \text{ W} \cdot 2 \text{ h} = 2 \text{ kWh}$$

$$b) W_{zu} = \frac{U^2}{R} \cdot t = \frac{(215 \text{ V})^2}{52,9 \Omega} \cdot 2 \text{ h} = 1,747 \text{ kWh}$$

Aufgabe 159/7

$$\text{Energiekosten } K: \quad W = P \cdot t = 75 \text{ W} \cdot 365 \cdot 5 \text{ h} = 136\,875 \text{ Wh} = 136,875 \text{ kWh}$$

$$K = 136,875 \text{ kWh} \cdot \frac{0,15 \text{ €}}{\text{kWh}} = 20,53 \text{ €}$$

Aufgabe 159/8

a) $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(5 \text{ V})^2}{0,58 \text{ W}} = 43,1 \Omega, \quad I_n = \frac{P_n}{U_n} = \frac{0,58 \text{ W}}{5 \text{ V}} = 0,116 \text{ A}$

b) $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(24 \text{ V})^2}{3 \text{ W}} = 192 \Omega, \quad I_n = \frac{P_n}{U_n} = \frac{3 \text{ W}}{24 \text{ V}} = 0,125 \text{ A}$

c) $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230 \text{ V})^2}{40 \text{ W}} = 1322,5 \Omega, \quad I_n = \frac{P_n}{U_n} = \frac{40 \text{ W}}{230 \text{ V}} = 0,174 \text{ A}$

Aufgabe 159/9

a) $I_n = \frac{P_n}{U_n} = \frac{30 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 0,136 \text{ A}$

b) $R = \frac{U^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{30 \text{ W}} = 1613,3 \Omega$

c) $\frac{\Delta P}{P_n} = \frac{\frac{U^2}{R} - \frac{U_n^2}{R}}{\frac{U_n^2}{R}} = \frac{(230 \text{ V})^2 - (220 \text{ V})^2}{(220 \text{ V})^2} = 0,093 = 9,3 \%$

Aufgabe 159/10

a) $I = \frac{U}{R} = \frac{24 \text{ V}}{231 \Omega} = 0,104 \text{ A}$

b) $P = \frac{U^2}{R} = \frac{(24 \text{ V})^2}{231 \Omega} = 2,494 \text{ W}$

c) $W = P \cdot t = 2,494 \text{ W} \cdot 70 \cdot 60 \text{ s} = 10474,8 \text{ Ws} = 10474,8 \text{ W} \cdot \frac{\text{h}}{3600} = 2,91 \text{ Wh}$

Aufgabe 159/1

a) $P_{\text{auf}} = \frac{P_n}{\eta} = \frac{4 \text{ W}}{0,6} = 6,6 \text{ W}$

b) $P_V = P_{\text{auf}} - P_n = 6,666 \text{ W} - 4 \text{ W} = 2,666 \text{ W}$

Aufgabe 159/2

Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Widerstand R	35 Ω	10,2 Ω	9,6 Ω	1380 Ω	1695 Ω	559,5 Ω
Spannung U	12 V	110 V	24 V	235 V	10 V	1364 V
Stromstärke I	0,343 A	10,784 A	2,5 A	0,17 A	5,9 A	2,438 A
Leistung P	4,116 W	1,21 W	60 W	40 W	0,059 W	1367 W
Arbeit W	20,58 Wh	0,04 Wh	3 kWh	840 Wh	3400 Ws	32,8 kWh
Einschaltdauer t_E	5 h	2 min	50 h	21 h	16 h	24 h

Aufgabe 159/3

$$a) R = \frac{U}{I} = \frac{230 \text{ V}}{14 \text{ A}/4} = \mathbf{65,71 \Omega}$$

Schaltstufe	Widerstandswert	Schaltstufe	Heizleistung
I	$R_{12} = \frac{R}{2} = \frac{65,71 \Omega}{2} = 32,86 \Omega$	I	$P_I = \frac{U^2}{R_{12}} = \frac{(230 \text{ V})^2}{32,86 \Omega} = 1610 \text{ W}$
II	$R_{123} = \frac{R}{3} = \frac{65,71 \Omega}{3} = 21,9 \Omega$	II	$P_{II} = \frac{U^2}{R_{123}} = \frac{(230 \text{ V})^2}{21,9 \Omega} = 2416 \text{ W}$
III	$R_{1234} = \frac{R}{4} = \frac{65,71 \Omega}{4} = 16,43 \Omega$	III	$P_{III} = \frac{U^2}{R_{1234}} = \frac{(230 \text{ V})^2}{16,43 \Omega} = 3220 \text{ W}$

Aufgabe 159/4

$$a) R_3 = \frac{U_3}{U_4} \cdot R_4 = \frac{10 \text{ V}}{6,126 \text{ V}} \cdot 210 \Omega = 342,8 \Omega$$

$$b) R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 90 \Omega + 180 \Omega + 342,8 \Omega + 210 \Omega = \mathbf{822,8 \Omega}$$

$$c) I = \frac{U}{R} = \frac{24 \text{ V}}{822,8 \Omega} = \mathbf{0,029 \text{ A}}$$

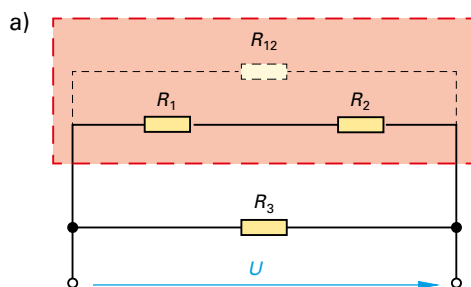
$$d) P_{\text{ges}} = U \cdot I = 24 \text{ V} \cdot 0,029 \text{ A} = 0,696 \text{ W}$$

$$e) R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 90 \Omega + 180 \Omega + 2 \cdot 342,8 \Omega + 210 \Omega = \mathbf{1165,6 \Omega}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{24 \text{ V}}{1165,6 \Omega} = \mathbf{0,0206 \text{ A}},$$

$$P_{\text{ges}} = U \cdot I = 24 \text{ V} \cdot 0,0206 \text{ A} = 0,4944 \text{ W}$$

Aufgabe 160/5



$$b) R_{12} = R_1 + R_2 = 10 \Omega + 20 \Omega = 30 \Omega;$$

$$R = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{30 \Omega \cdot 30 \Omega}{30 \Omega + 30 \Omega} = \mathbf{15 \Omega}$$

$$c) I_{12} = \frac{U}{R} = \frac{100 \text{ V}}{30 \Omega} = \mathbf{3,333 \text{ A}}; I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{100 \text{ V}}{30 \Omega} = \mathbf{3,333 \text{ A}}$$

$$U_3 = U = \mathbf{100 \text{ V}},$$

$$U_1 = R_1 \cdot I_{12} = 10 \Omega \cdot 3,333 \text{ A} = \mathbf{33,333 \text{ V}},$$

$$U_2 = U - U_1 = 100 \text{ V} - 33,333 \text{ V} = \mathbf{66,666 \text{ V}}$$

$$d) P_{\text{ges}} = U \cdot I = U \cdot (I_{12} + I_3) = 100 \text{ V} \cdot 6,666 \text{ A} = \mathbf{66,66 \text{ W}}$$

Aufgabe 160/6

a) Weil nach den Gesetzmäßigkeiten der Parallelschaltung dann bei jedem Verbraucher die gleich große Netzspannung anliegt.

b) Den Widerstand, der die gleiche Widerstandswirkung auf den elektrischen Strom hat wie mindestens zwei parallel oder in Reihe geschaltete Teilwiderstände, nennt man Ersatzwiderstand.

$$c) \text{Reihenschaltung: } P_1 = \frac{U^2}{2 \cdot R}, \quad \text{Parallelschaltung: } P_2 = \frac{U^2}{\frac{R}{2}} = 4 \cdot \frac{U^2}{2 \cdot R}$$

$$\text{Leistungsdifferenz: } \Delta P = P_2 - P_1 = (4 - 1) \cdot P_1 = 3 \cdot P_1 \text{ Prozentuale Vergrößerung der Leistung: } 300\%$$

Aufgabe 160/7

$$a) I_1 = I - I_2 \quad (1)$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \rightarrow I_1 = \frac{R_2}{R_1} \cdot I_2 \quad (2)$$

$$\text{Gleichsetzen von (1) und (2): } I - I_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot I_2 \rightarrow I_2 \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) = I \quad (3)$$

$$\text{Teilstromstärke } I_2: I_2 = \frac{I}{\left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right)} = \frac{10 \text{ A}}{\left(\frac{26}{15} + 1 \right)} = \mathbf{3,659 \text{ A}}, \quad I_1 = I - I_2 = 10 \text{ A} - 3,659 \text{ A} = \mathbf{6,341 \text{ A}}$$

$$b) \text{ Elektrische Teilspannungen: 1. Regel } \rightarrow U_1 = U_2 = U; \quad U = R_1 \cdot I_1 = 15 \Omega \cdot 6,341 \text{ A} = \mathbf{95,115 \text{ V}}$$

$$c) \text{ Gesamtwiderstand: } R = R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{15 \Omega \cdot 26 \Omega}{15 \Omega + 26 \Omega} = \mathbf{9,51 \Omega}$$

Aufgabe 160/8

$$a) \text{ Ersatzwiderstand: } R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \Omega \cdot 16 \Omega}{12 \Omega + 16 \Omega} = \mathbf{6,857 \Omega}$$

$$b) \text{ Gesamtwiderstand: } R = R_3 + R_{12} = 48 \Omega + 6,857 \Omega = \mathbf{54,857 \Omega}$$

$$c) \text{ Gesamtstromstärke: } I = \frac{U}{R} = \frac{24 \text{ V}}{54,957 \Omega} = \mathbf{0,4367 \text{ A}}$$

$$d) \text{ Teilspannung } U_2: \quad U_3 = R_3 \cdot I = 48 \Omega \cdot 0,4367 \text{ A} = 20,96 \text{ V}, \\ U_2 = U_{12} = U - U_3 = 24 \text{ V} - 20,96 \text{ V} = \mathbf{3,04 \text{ V}}$$

$$e) \text{ Elektrische Leistung an } R_2: P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{(3,04 \text{ V})^2}{16 \Omega} = \mathbf{0,5776 \text{ W}}$$

$$f) \frac{R_2}{R} = \frac{U_{20}}{U} = \quad U_{20} = \frac{R_2}{R} = \frac{2 \text{ k}\Omega}{5 \text{ k}\Omega} \cdot 12 \text{ V} = \mathbf{4,8 \text{ V}}; \quad R = R_1 + R_2 = 2 \text{ k}\Omega + 3 \text{ k}\Omega = 5 \text{ k}\Omega$$

$$g) \text{ Ersatzwiderstand: } R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L} = \frac{3,0 \text{ k}\Omega \cdot 50 \text{ k}\Omega}{3,0 \text{ k}\Omega + 50 \text{ k}\Omega} = 2,83 \text{ k}\Omega$$

$$\text{Teilspannung } U_2: \quad U_2 = U_{2L} = \frac{R_{2L}}{R_1 + R_{2L}} \cdot U = \frac{2,83 \text{ k}\Omega}{2,0 \text{ k}\Omega + 2,83 \text{ k}\Omega} \cdot 12 \text{ V} = \mathbf{7,03 \text{ V}}$$

Aufgabe 160/9

$$a) U_3 = U_4 - U_2 = 1000 \text{ V} - 50 \text{ V} = \mathbf{50 \text{ V}}, \quad U_5 = U - U_1 - U_4 = 230 \text{ V} - 50 \text{ V}, \quad U_5 = \mathbf{80 \text{ V}}$$

$$b) I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{1000 \text{ V}}{500 \Omega} = \mathbf{0,2 \text{ A}}, \quad I_{23} = I - I_4 = 2,5 \text{ A} - 0,2 \text{ A} = \mathbf{2,3 \text{ A}}$$

$$c) R_1 = \frac{U_1}{I} = \frac{50 \text{ V}}{2,5 \text{ A}} = \mathbf{20 \Omega}, \quad R_2 = R_3 = \frac{U_2}{I_{23}} = \frac{50 \text{ V}}{2,3 \text{ A}} = \mathbf{21,74 \Omega}, \quad R_5 = \frac{U_5}{I} = \frac{80 \text{ V}}{2,5 \text{ A}} = \mathbf{32 \Omega}$$

$$R_{234} = \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{2 \cdot 21,74 \Omega \cdot 500 \Omega}{543,48 \Omega} = 40 \Omega$$

$$R_{234} = 40 \Omega$$

$$R = R_1 + R_{234} + R_5$$

$$R = 20 \Omega + 40 \Omega + 32 \Omega$$

$$R_{\text{ges}} = \mathbf{92 \Omega}$$

Lösungen zum Teil B | CHEMIE

Lösungen zu Kapitel Grundbegriffe der Chemie

Aufgabe 170/1

- a) • fest
• flüssig
• gasförmig
• ionisierter Zustand
- b) Lösung siehe Bild 4, Seite 164.

Aufgabe 170/2

Die chemische Zusammensetzung des Stoffes ändert sich bei einer Veränderung des Aggregatzustandes nicht.

Aufgabe 170/3

- a) heterogene Gemische: • Sand und Zement
• Metallspäne in Kühlemulsion
• Eiswasser
- b) homogene Gemische: • Zuckerwasser
• Salzlösung
• Ethanol-Wasser-Gemisch
- c) Reinstoffe: • Kohlendioxid (CO₂)
• Gold (Au)
• Wasser (H₂O)
- d) chemische Verbindungen: • Wasser (H₂O)
• Ethanol (C₂H₅OH)
• Kohlendioxid (CO₂)
- e) chemische Elemente: • Gold (Au)
• Eisen (Fe)
• Sauerstoff (O)
- f) Nichtmetalle: • Kohlenstoff (C)
• Phosphor (P)
• Stickstoff (N)
- g) Halbmetalle: • Silicium (Si)
• Germanium (Ge)
• Antimon (Sb)
- h) Metalle: • Gold (Au)
• Eisen (Fe)
• Aluminium (Al)

Aufgabe 170/4

Reinstoff: Ein Reinstoff hat an jeder Stelle die gleichen Eigenschaften und die gleiche chemische Zusammensetzung. Ein Reinstoff kann durch physikalische Methoden (z. B. Destillation) nicht weiter zerlegt werden. Beispiel: Wasser (H₂O).

Gemisch: Ein Gemisch besteht aus zwei oder mehreren Reinstoffen. Ein Gemisch lässt sich mithilfe physikalischer Methoden in seine Bestandteile zerlegen. Beispiel: Zuckerwasser.

Aufgabe 170/5

- Homogenes Gemisch: Besteht aus einer Phase. Selbst unter dem stärksten Mikroskop ergibt sich ein völlig einheitliches Erscheinungsbild. Die Teilchengröße ist kleiner als 1 nm (10^{-9} m) und es liegt eine gleichmäßige Verteilung der Teilchen vor.
Beispiel: Zuckerwasser.
- Heterogenes Gemisch: Besteht aus zwei oder mehreren Phasen. Die Teilchen sind größer als 1 nm.
Beispiel: Wasser-Öl-Gemisch.

Aufgabe 170/6

- a) Magnetabscheidung
- b) Filtration oder Sedimentation
- c) Zentrifugieren
- d) Aufschlämmen
- e) Destillation

Aufgabe 170/7

Als **Phase** bezeichnet man einen homogenen (einheitlichen) stofflichen Zustandsbereich (homogener Teil eines Systems) mit konstanten, vom Ort unabhängigen Eigenschaften. Unterschiedliche Phasen grenzen sich stets durch Trennflächen (**Phasengrenzen**) voneinander ab.

- Mehrphasige Gemische:
- Sand und Zement
 - Metallspäne in Kühlemulsion
 - Eiswasser

Aufgabe 170/8

Die **relative Molekülmasse** (M_r) ist die Summe der relativen Atommassen (A_r) der im Molekül enthaltenen Atome. Die relative Molekülmasse ist dimensionslos.

Die **molare Masse** M ist der Quotient aus der Masse m und der Stoffmenge n der Substanz. Die molare Masse hat denselben Zahlenwert wie die relative Molekülmasse, wird aber in g/mol ausgedrückt.

Schwefelsäure (H_2SO_4):

- Relative Molekülmasse: $M_r = 2 \cdot 1,008 + 32,066 + 4 \cdot 15,999 = 98,078$
- Molare Masse $M_{H_2SO_4} = 98,078$ g/mol

Aufgabe 171/9

Element	Cu	Pb	Al	N	C	H
A_r	63,5	207,2	27,0	14,0	12,0	1,0
m in u	63,5	207,2	27,0	14,0	12,0	1,0
m in kg	$1,05 \cdot 10^{-25}$	$3,44 \cdot 10^{-25}$	$4,48 \cdot 10^{-26}$	$2,32 \cdot 10^{-26}$	$1,99 \cdot 10^{-26}$	$1,66 \cdot 10^{-22}$

Aufgabe 171/10

Verfahren	Kurzbeschreibung des Verfahrens
AufschlÄmmen	Trennen zweier körniger Feststoffe mit unterschiedlicher Dichte durch einen Flüssigkeitsstrom. Beispiel: Goldwaschen. Beim Goldwaschen werden die Sandpartikel aufgeschlÄmmt, während sich die spezifisch schweren Goldpartikel am Boden absetzen.
Absorption	Gleichmäßiges Eindringen von Gasen (sogenannten Absorbaten) in Flüssigkeiten oder Feststoffe (Absorptionsmittel oder Absorbens). Beispiel: Reinigung von Industrieabluft.
Dekantieren	Prozess der Abtrennung eines ungelösten Stoffes aus einem Flüssigkeitsgemisch. Nach einer entsprechenden Ruhezeit in einem Gefäß trennen sich Feststoffe durch Absetzen, das Dekantat. Das Abgießen der überstehenden Flüssigkeit heißt Dekantieren. Beispiel: Kaffee vom Kaffeesatz abgießen.
Destillation (destillare lat.: herabtröpfeln)	Destillation ist ein thermisches Trennverfahren, um ein flüssiges Gemisch verschiedener, ineinander löslicher Stoffe mit unterschiedlichen Siedepunkten zu trennen. Beispiel: Destillieren von Erdöl in der Raffinerie.
Extraktion	Bei der Extraktion wird mithilfe eines Extraktionsmittels (Lösemittel) eine Komponente aus einem festen oder flüssigen Gemisch herausgelöst (selektives Lösen eines Stoffes aus einem Lösemittel). Die Extraktion beruht im Wesentlichen auf der unterschiedlichen Löslichkeit der zu trennenden Komponenten. Beispiel: Bei der Extraktion von Ölen aus Saaten und Früchten wird das Öl von den restlichen Bestandteilen der Saat mithilfe eines Lösungsmittels getrennt. Das Lösungsmittel selbst wird anschließend durch Destillation wieder vollständig aus dem Öl entfernt.
Filtration	Bei der Filtration werden Feststoffe aus einer Suspension von einer Flüssigkeit abgetrennt. Das zu trennende Gemisch läuft durch einen Filter, der zum Beispiel aus Papier oder Textilgewebe besteht. Im Filter bleibt der Rückstand zurück, der auch als Filterkuchen bezeichnet wird. Die durch den Filter fließende Flüssigkeit bildet das Filtrat. Beispiel: Filtern von Kaffee in einer Kaffeemaschine.
Flotation (to float engl.: schwimmen)	Verfahren zur Trennung feinkörniger Feststoffgemische in einer wässrigen AufschlÄmmung (Suspension) mithilfe von Luftblasen. Bei der Flotation wird Luft in die AufschlÄmmung eingeblasen. Diejenigen Partikel, die sich schlecht mit Wasser benetzen lassen (hydrophobe Partikel) haften dabei an den Luftblasen an und werden aus der AufschlÄmmung ausgetragen. Der sich hierdurch an der Oberfläche bildende Schaum (mit den anhaftenden Partikeln) kann anschließend abgezogen werden. Beispiel: Aufkonzentration von Blei-, Zink- und Kupfererzen. Die fein gemahlene Erze werden in Wasser aufgeschlÄmmt. Durch Einblasen von Luft werden die Mineralkörnchen mit den Luftblasen an die Oberfläche der Trübe befördert und können dort mit der Schaumdecke abgezogen werden.
Magnetabscheidung	Bei der Magnetabscheidung wird das zu trennende Gemisch in ein Magnetfeld gebracht. Ferromagnetische Teile (z. B. Eisen oder Stahlteile) werden hierbei von den nicht magnetischen Bestandteilen des Stoffgemisches physikalisch getrennt. Beispiel: Abtrennung von Eisen- und Stahlteilen aus Müll.
Sedimentation (sedimentum lat.: Bodensatz)	Ablagerung oder Absetzen von Teilchen aus einer Flüssigkeit oder einem Gas, beispielsweise unter dem Einfluss der Schwerkraft oder dem Einfluss der Fliehkraft (z. B. Zentrifuge). Beispiel: In KlÄranlagen sind zur Vorreinigung Absetzbecken installiert, in denen sich Feststoffe unter Einwirkung der Schwerkraft absetzen.

Verfahren	Kurzbeschreibung des Verfahrens
Sublimation	<p>Sublimation ist ein physikalischer Prozess des unmittelbaren Übergangs eines Stoffes vom festen in den gasförmigen Aggregatzustand.</p> <p>Beispiel: Gefriertrocknen von Lebensmitteln: Wasserhaltige Objekte werden zunächst tiefgefroren und anschließend in eine Vakuumkammer verbracht. Unter dem Einfluss eines sehr geringen Druckes geht das eingefrorene Wasser direkt vom festen (Eis) in den gasförmigen (Dampf) Zustand über.</p>
Zentrifugieren	<p>Beim Zentrifugieren wird eine Emulsion oder eine Suspension in eine Zentrifuge verbracht. Durch eine schnelle Rotation wird der Stoff mit der größeren Dichte aufgrund der Fliehkraft nach außen gefördert. Die Trennung von Sediment und Überstand erfolgt nach dem Zentrifugieren durch Dekantieren.</p> <p>Beispiel: Abscheidung von Fett aus der Milch.</p>

Aufgabe 171/11

chemische Verbindung	CO ₂	H ₂ SO ₄	CH ₃ COOH	Ca(OH) ₂
M_r	$12 + 2 \cdot 16 = 44$	$2 \cdot 1 + 32,1 + 4 \cdot 16 = 98,1$	$2 \cdot 12 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 16 = 60$	$40,1 + 2 \cdot 16 + 2 \cdot 1 = 74,1$
m in u	44	98,1	60	74,1
m in kg	$7,31 \cdot 10^{-26}$	$1,63 \cdot 10^{-25}$	$9,96 \cdot 10^{-26}$	$1,232 \cdot 10^{-25}$

Aufgabe 171/12

Berechnung der molaren Masse (Molmasse) von Saccharose (Rohrzucker)

$$M_{C_{12}H_{22}O_{11}} = 12 \cdot 12 \text{ g/mol} + 22 \cdot 1 \text{ g/mol} + 11 \cdot 16 \text{ g/mol} = 342 \text{ g/mol}$$

Aufgabe 171/13

Berechnung der molaren Masse (Molmasse) von CO₂

$$M_{CO_2} = 12 \text{ g/mol} + 2 \cdot 16 \text{ g/mol} = 44 \text{ g/mol}$$

Berechnung der Stoffmenge n (in mol) von 1 t (= 10⁶ g) CO₂-Gas

$$n = \frac{m}{M_{CO_2}} = \frac{10^6 \text{ g}}{44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 22\,727 \text{ mol}$$

Berechnung des Gasvolumens

1 mol eines idealen Gases nimmt unter Normbedingungen ein Volumen von $V_{mn} = 22,414 \text{ l/mol}$ ein. Dementsprechend folgt für das Volumen von 1 t CO₂-Gas:

$$V = n \cdot V_{mn} = 22\,727 \text{ mol} \cdot 22,414 \text{ l/mol} = 509\,409 \text{ l} = 509,4 \text{ m}^3$$

Anmerkung: Mit dieser Gasmenge könnte man einen kugelförmigen Ballon mit einem Durchmesser von 9,91 m füllen.

Aufgabe 171/14

a) **Berechnung der Stoffmenge n mithilfe des idealen Gasgesetzes**

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$$

$$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{100\,420 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 10 \text{ m}^3}{8,3145 \frac{\text{J}}{(\text{mol} \cdot \text{K})} \cdot (273,15 + 20) \text{ K}} = 411,99 \text{ mol}$$

Alternative Lösung:**Berechnung des Helium-Volumens unter Normalbedingungen mithilfe des idealen Gasgesetzes**

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}$$

$$V_0 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_0}{T_1 \cdot p_0} = \frac{100\,420 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 10 \text{ m}^3}{293,15 \text{ K}} \cdot \frac{273,15 \text{ K}}{101\,325} = 9,2345 \text{ m}^3$$

1 mol eines idealen Gases nimmt unter Normalbedingungen ein Volumen von 22,414 Liter ein. Dementsprechend ergibt sich die Stoffmenge zu:

$$n = \frac{9234,5 \text{ dm}^3}{22,414 \frac{\text{dm}^3}{\text{mol}}} = 411,99 \text{ mol}$$

b) Ansetzen des idealen Gasgesetzes und Auflösung nach V_2

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot p_2} = \frac{100\,420 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 10 \text{ m}^3}{293,15 \text{ K}} \cdot \frac{(273,15-57) \text{ K}}{32\,500} = \mathbf{22,78 \text{ m}^3}$$

Aufgabe 171/15**Ansetzen des idealen Gasgesetzes und Auflösung nach V_2**

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot p_2} = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} \text{ da } T_1 = T_2$$

$$V_2 = \frac{5 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,1 \text{ m}^3}{101\,200 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 4,941 \text{ m}^3$$

Berechnung der Anzahl n an befüllbaren Luftballons

$$n = \frac{V_2}{V_{\text{Ballon}}} = \frac{4,941 \text{ m}^3}{0,014 \text{ m}^3} = 352,9$$

Es können etwa **353 Luftballons** befüllt werden.

Aufgabe 171/16**Berechnung der molaren Masse von Ethanol**

$$M_{\text{Ethanol}} = 2 \cdot 12 \text{ g/mol} + 6 \cdot 1 \text{ g/mol} + 16 \text{ g/mol} = 46 \text{ g/mol}$$

Berechnung der Stoffmenge n (in mol) von 100 g Trinkalkohol

$$n = \frac{m}{M_{\text{Ethanol}}} = \frac{100 \text{ g}}{46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2,17 \text{ mol}$$

Berechnung der Stoffmenge von 100 g Ethanol

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$$

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p} = \frac{2,17 \text{ mol} \cdot 8,3145 \frac{\text{J}}{(\text{mol} \cdot \text{K})}}{102\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \cdot (273,15 + 78,3) \text{ K} = \mathbf{0,06227 \text{ m}^3} = \mathbf{62,27 \text{ Liter}}$$

Lösungen zu Kapitel Atombau und Periodensystem der Elemente

Aufgabe 179/1

Atome sind die kleinsten, mithilfe chemischer Methoden nicht weiter teilbare Bausteine der Materie. Atome sind elektrisch neutral.

Moleküle sind chemische Verbindungen (Atomgruppierungen) von mindestens zwei Nichtmetallatomen, die kovalent gebunden sind.

Ionen sind elektrisch geladene Teilchen (Atome oder Moleküle).

Aufgabe 179/2

Entsprechend dem Thomson'schen Atommodell hat man sich die Atome als gleichmäßig mit positiver Ladung ausgefüllte Kugeln vorgestellt, in welche die kleineren Elektronen eingebettet sind. Wäre diese Modellvorstellung zutreffend, dann hätten die α -Teilchen die Metallfolie nicht ungehindert durchdringen können, d. h., sie hätten eine mehr oder weniger ausgeprägte Ablenkung erfahren. Der Film wäre dementsprechend gleichmäßig geschwärzt worden.

Aufgabe 179/3

Elektron: Negativ geladenes Elementarteilchen mit sehr kleiner Masse (etwa $1/1836$ der Protonenmasse). Das Elektron befindet sich in der Atomhülle.

Proton: Positiv geladenes Elementarteilchen mit einer Ruhemasse von etwa $1u$. Das Proton befindet sich im Atomkern.

Neutron: Elektrisch neutrales Elementarteilchen etwa von der Masse eines Protons. Das Neutron befindet sich ebenfalls im Atomkern.

Aufgabe 179/4

Beim **Bohr'schen Atommodell** bewegen sich die Elektronen auf räumlichen Schalen um den Atomkern (daher auch als „Planetenmodell“ bezeichnet). Beim **wellenmechanischen Modell** bzw. **Orbitalmodell** wird den Elektronen eine bestimmte Aufenthaltswahrscheinlichkeit in der Nähe des Atomkerns zugeordnet, da die räumlichen Bahnen der Elektronen weder experimentell erfassbar noch mathematisch beschreibbar sind.

Aufgabe 179/5

Ordnungszahl = Anzahl der Protonen im Kern. Das Aluminium-Atom hat 13 Protonen im Kern und dementsprechend 13 Elektronen in der Atomhülle.

Aufgabe 179/6

Die chemischen Eigenschaften eines Elements werden überwiegend von der Anzahl der Elektronen auf der äußersten Schale, den **Valenzelektronen**, bestimmt. Elemente, die im Periodensystem der Elemente in einer Gruppe stehen, haben dieselbe Anzahl an Valenzelektronen und dementsprechend ähnliche chemische Eigenschaften.

Aufgabe 179/7

- a) Neon: Gasfüllung für Leuchtstoffröhren.
Argon: Schutzgas beim Schweißen, verhindert die Reaktion der Metallschmelze mit Luftsauerstoff.
Helium: Nicht brennbare Gasfüllung für Luftschiffe.
- b) Mit Ausnahme des Heliums haben Edelgase eine mit acht Elektronen besetzte äußere Schale (Achterschale). Diese Tatsache stellt einen energetisch besonders stabilen Zustand dar. Die Elemente gehen daher in der Regel mit anderen Elementen keine chemischen Bindungen ein.

Aufgabe 179/8

- a) **Isotope** sind Elemente, die sich nur durch die Anzahl der Neutronen im Atomkern unterscheiden. Die Anzahl der Protonen im Kern und auch die Anzahl der Elektronen in der Hülle sind bei den Isotopen eines Elements gleich (ein elektroneutrales Atom vorausgesetzt).

Aufgrund gleicher Kernladungszahl befinden sich die Isotope eines Elements an derselben Stelle im Periodensystem der Elemente. Hiervon ist auch der Name „Isotop“ abgeleitet (*isos topos* griech: gleicher Ort).

- b) Aufgrund gleicher Elektronenzahl in der Hülle (gleiche Valenzelektronenzahl) haben die Isotope eines Elements weitgehend identische chemische Eigenschaften (aufgrund der unterschiedlichen Atommasse jedoch verschiedene physikalische Eigenschaften).
- c) Chemische Elemente sind in der Regel Isotopengemische, daher ergeben sich keine ganzzahligen, relativen Atommassen.

Aufgabe 179/9

Magnesium	Mg
Chlor	Cl
Eisen	Fe
Schwefel	S

Aufgabe 179/10

Schwefel gehört nicht zu den Metallen

Aufgabe 179/11

Sauerstoff	O	16,0
Wasserstoff	H	1,0
Kohlenstoff	C	12,0
Blei	Pb	207,2

Aufgabe 179/12

Im Periodensystem wurden die chemischen Elemente so angeordnet, dass untereinander (Spalten) Elemente mit ähnlichen Eigenschaften aufgelistet werden. Die Spalten bilden die Haupt- bzw. Nebengruppen. Die Hauptgruppe gibt an, wie viele Elektronen sich in der Außenhülle des Atoms befinden.

Aufgabe 179/13

Borgruppe

Aufgabe 179/14

KOFFER NACH BONN BRINGEN, RUFEN NICO

Lösungen zu Kapitel Chemische Bindungen

Aufgabe 187/1

- a) Eine mit 8 Elektronen besetzte äußere Schale stellt einen energetisch sehr stabilen Zustand dar. Derartige Stoffe (Edelgase) gehen daher untereinander keine und mit anderen Elementen nur unter besonderen Bedingungen chemische Verbindungen ein. Alle anderen Elemente, die nur mehr oder weniger voll besetzte äußere Elektronenschalen aufweisen, erreichen durch Ausbildung einer chemischen Bindung mit einem oder mehreren Atomen des gleichen Elements (z. B. H_2 , O_2 , O_3 usw.) oder anderer Elemente (z. B. CO_2 , H_2SO_4 , $NaCl$ usw.) einen energieärmeren und damit stabileren Zustand.

Allen (primären) chemischen Bindungen liegt das Bestreben zugrunde, durch Vereinigung mit anderen Atomen eine den Edelgasen ähnliche Elektronenstruktur („Edelgaskonfiguration“) zu erlangen. Damit erhält das Gesamtsystem einen insgesamt energieärmeren und damit stabileren Zustand.

b) Ionenbindung

Vielen Elementen fehlen zur Ausbildung einer Achterschale nur wenige Elektronen, bzw. sie müssen nur wenige Elektronen abgeben, um diese zu erreichen. Zur Bildung abgeschlossener (vollbesetzter) Schalen gibt das Element mit der nahezu unbesetzten äußeren Schale (Metall) Elektronen ab. Das Element mit der nahezu vollbesetzten Schale (Nichtmetall) nimmt diese Elektronen auf. Aus den ursprünglich neutralen Atomen ergeben sich positiv bzw. negativ geladene Ionen. Eine Ionenbindung entsteht dann durch elektrostatische Anziehungskräfte dieser entgegengesetzt geladenen Ionen.

Atombindung

Für die Ausbildung einer Atombindung ist es erforderlich, dass jedes der an der Bindung beteiligten Atome ein „Bindungselektron“ zur Verfügung stellt. Diese Bindungselektronen gehen aus Elektronen hervor, die sich auf der äußeren Schale der an der Bindung beteiligten Atome befinden.

Schließen sich die an der Bindung beteiligten Atome zu einem Molekül zusammen, dann bilden die beiden Elektronen ein gemeinsames Bindungselektronenpaar. Die Wahrscheinlichkeit, eines der Bindungselektronen anzutreffen, ist im Bereich zwischen den beiden Atomkernen größer als außerhalb. Zwischen den Atomkernen ist demzufolge die **negative Ladungsdichte** am größten. Elektrostatische Anziehungskräfte zwischen den positiven Atomkernen und dem sich dazwischen befindlichen negativen Ladungsschwerpunkt führen dabei zum Zusammenhalt der an der Bindung beteiligten Atome.

Durch Bildung von Elektronenpaaren erreichen die an der Bindung beteiligten Atome eine den Edelgasen vergleichbare Elektronenstruktur und damit einen insgesamt stabileren Zustand.

Metallbindung

Für die Metalle ist es typisch, dass sie nur relativ wenige (maximal 4) und zudem locker gebundene Valenzelektronen (Elektronen auf der äußersten Schale) haben. Eine nur mit wenigen Elektronen besetzte äußerste Schale ist jedoch energetisch sehr ungünstig. Gemäß dem **Elektronengas-Modell** gibt jedes der an der Bindung beteiligten Metallatome seine wenigen Valenzelektronen ab. Dadurch entsteht jeweils ein positiv geladenes **Metall-Ion** (genauer: Metall-Kation).

Durch Abgabe der Valenzelektronen gelangen die Metallatome zu einer stabileren voll besetzten bzw. weitgehend voll besetzten Elektronenhülle. Die abgegebenen Elektronen sind nicht mehr bestimmten Atomen zugeordnet, sondern vielmehr zwischen den Metall-Ionen frei beweglich (delokalisiert). Der Zusammenhalt zwischen den Metall-Ionen, die Metallbindung also, kommt durch die elektrostatischen Anziehungskräfte zwischen den positiv geladenen Atomrümpfen und dem sich dazwischen befindlichen negativen Elektronengas zustande. Die positiven Atomrümpfe „schwimmen“ sozusagen im negativen Elektronengas, das als „Kitt“ wirkt.

c) Primäre chemische Bindungen

Ionenbindung	Kochsalz, Calciumfluorid
Atombindung	Kohlendioxid, Wasser
Metallbindung	Bronze, Messing

Aufgabe 187/2**Elektrische Leitfähigkeit**

Elektrischer Strom ist die gerichtete Bewegung elektrischer Ladungen. Da sich die (abgegebenen Valenz-)Elektronen im Metallgitter frei bewegen können, haben alle Metalle eine gute elektrische Leitfähigkeit.

Plastische Verformbarkeit

Werden die Gitterebenen eines Metalls aufgrund einer äußeren Beanspruchung gegeneinander verschoben, dann bleiben die Bindungskräfte zwischen negativem Elektronengas und positivem Metall-Ion grundsätzlich erhalten. Metalle sind daher mehr oder weniger gut plastisch verformbar.

Aufgabe 187/3**a) Kubisch-raumzentriertes Kristallgitter**

Beim kubisch-raumzentrierten Gitter (kurz: **krz-Gitter**) ordnen sich die Metallatome an den Ecken eines Würfels an. Zusätzlich ist auch die Würfelmitte mit einem Metallatom besetzt. Die Atome berühren sich längs der Raumdiagonalen des Würfels.

Kubisch-flächenzentriertes Kristallgitter

Beim kubisch-flächenzentrierten Gitter (kurz: **kfz-Gitter**) sind nicht nur die Eckpunkte des Würfels, sondern auch die Mitten der Würfelflächen mit Metall-Ionen besetzt. Die Raummittle des Würfels bleibt bei dieser Gitterstruktur dagegen unbesetzt. Die Atome berühren sich auf den Flächendiagonalen (siehe auch Bild 4.9).

Hexagonales Gitter dichtester Packung

Im hexagonalen Gitter dichtester Packung (kurz: **hdP-Gitter**) sind die Atome so angeordnet, dass sie eine regelmäßige, sechseckige Säule bilden, wobei sich zwischen der Deck- und der Grundfläche noch eine weitere Atomlage „auf Lücke“ befindet.

- b) krz-Gitter: z. B. Eisen
kfz-Gitter: z. B. Aluminium
hdP-Gitter: z. B. Magnesium

c) Metalle mit kubisch-flächenzentriertem Kristallgitter sind besonders gut plastisch verformbar, Metalle mit hexagonalem Gitter dichtester Packung sind nur bedingt oder nicht plastisch verformbar. Aluminium hat ein kfz-Gitter und ist damit plastisch sehr gut verformbar, Magnesium hat ein hdP-Gitter und ist dementsprechend nur sehr schwer plastisch verformbar.

Aufgabe 187/4

- a) Beispiel: Eisen (Fe) und Titan (Ti).
b) Härten von Stahl aufgrund der Gitterumwandlung des Eisens.

Aufgabe 187/5

Im Gegensatz zu den primären chemischen Bindungen beruht der Zusammenhalt zwischen den Teilchen bei den sekundären chemischen Bindungen auf **elektrostatischen Anziehungskräften** zwischen den Teilchen.

Da die elektrostatischen Anziehungskräfte relativ schwach sind, haben sekundäre chemische Bindungen nur relativ geringe Bindungsenergien.

Aufgabe 187/6

- a) Kupfer – Aluminium – Wolfram – Zink – Nickel – Gold – Platin – Zinn
b) Kupfer – Gold – Aluminium – Wolfram – Zink – Nickel – Platin – Zinn
c) Aluminium – Zink – Zinn – Nickel – Kupfer – Gold – Wolfram – Platin
d) Zinn – Aluminium – Zink – Gold – Kupfer – Nickel – Platin – Wolfram
e) Aluminium – Nickel – Kupfer – Zink – Zinn – Wolfram – Platin – Gold

Aufgabe 187/7

- a) Isolatoren Glas, Gummi
- b) Halbleiter Silicium, Cadmium
- c) Leiter Kupfer, Silber

Aufgabe 187/8

- a) Kubisch-raumzentriertes Gitter Eisen, Chrom
- b) Kubisch-flächenzentriertes Gitter Aluminium, Kupfer
- c) Hexagonales Gitter Titan, Zink

Lösungen zu Kapitel Chemische Reaktionswärme

Aufgabe 189/1

Bei **exothermen Reaktionen** wird Reaktionswärme (ΔH) frei. Die freiwerdende Energie wird an die Umgebung abgegeben und äußert sich beispielsweise in Form einer Erwärmung des Umgebungsmediums. Mitunter beobachten wir auch einen explosionsartigen Reaktionsverlauf.

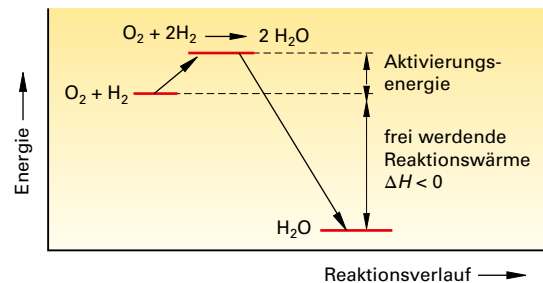
Beispiel: $2 \text{ Mg} + \text{O}^2 \rightarrow 2 \text{ MgO} \quad | \quad \Delta H = -1204 \text{ kJ}$ exotherme Reaktion

Endotherme Reaktionen nehmen Energie aus ihrer Umgebung auf, d. h., sie laufen nur dann ab, wenn Energie von außen zugeführt (wie z. B. durch Erwärmung) oder der Umgebung Energie entzogen (z. B. durch Abkühlung des Umgebungsmediums) wird.

Beispiel: $2 \text{ HgO} \rightarrow 2 \text{ Hg} + \text{O}_2 \quad | \quad \Delta H = +181,5 \text{ kJ}$ endotherme Reaktion

Aufgabe 189/2

Wasserstoff und Sauerstoff haben einen bestimmten (inneren) Energiegehalt. Führt man beide Stoffe zusammen, dann hat das Gemisch (Knallgas) aus beiden Elementen einen höheren Energiebetrag als das Endprodukt Wasser. Damit jedoch beide Stoffe miteinander reagieren, muss ein kleiner Energiebetrag, die Aktivierungsenergie, zugeführt werden, um die Reaktion auszulösen. Ein Funke, welcher beispielsweise durch die Betätigung eines Lichtschalters entsteht, liefert hierbei die erforderliche Aktivierungsenergie.



Aufgabe 189/3

Die Aktivierungsenergie ist diejenige Energiebarriere, die von einem Reaktionskomplex überwunden werden muss, damit eine chemische Reaktion ablaufen kann.

Aufgabe 189/4

Es handelt sich um eine exotherme Reaktion, da die frei werdende Reaktionswärme $\Delta H = -393 \text{ kJ}$ einen negativen Energiebetrag besitzt.

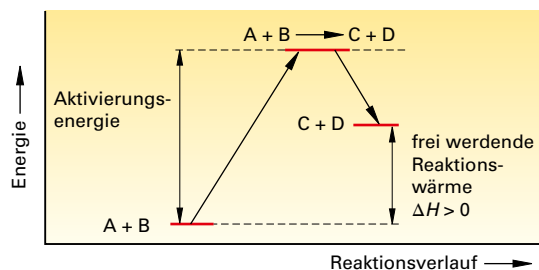
Aufgabe 189/5

Exotherme Reaktion: Erwärmung der Umgebung oder explosionsartiger Reaktionsverlauf.

Endotherme Reaktion: Abkühlung der Umgebung.

Aufgabe 189/6

Endotherme Reaktion



- A = Chemische Energie des Ausgangsstoffes A
- B = Chemische Energie des Ausgangsstoffes B
- C = Chemische Energie des Reaktionsprodukts C
- D = Chemische Energie des Reaktionsprodukts D

Aufgabe 189/7

- a) Es handelt sich um eine endotherme Reaktion, da der Umgebung Energie entzogen wird.
- b) Es handelt sich um eine exotherme Reaktion, da die frei werdende Energie in Form einer Erwärmung des Umgebungsmediums abgegeben wird.

Aufgabe 189/8

Bei dem dargestellten Energieschema handelt es sich um eine exotherme Reaktion, da der Energieinhalt der entstehenden Stoffe insgesamt geringer als derjenige der Ausgangsstoffe ist.

Lösungen zu Kapitel Grundlagen der Elektrochemie

Aufgabe 200/1

Oxidation: Unter einer Oxidation versteht man allgemein die Elektronenabgabe eines Atoms, Ions oder Moleküls. An Oxidationsreaktionen müssen nicht zwangsläufig Sauerstoff oder Sauerstoff abspaltende Stoffe beteiligt sein.

Beispiel: $2 \text{Mg} + \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{MgO}$

Reduktion: Unter einer Reduktion verstehen wir allgemein die Elektronenaufnahme eines Atoms, Ions oder Moleküls. Eine Reduktionsreaktion muss nicht unbedingt mit der Abspaltung von Sauerstoff einher gehen.

Beispiel: $2 \text{HgO} \rightarrow 2 \text{Hg} + \text{O}_2$

Redox-Reaktion: Bei allen chemischen Reaktionen, bei denen ein Elektronenaustausch zwischen den Reaktionspartnern stattfindet, sind Elektronenabgabe (Oxidation) und Elektronenaufnahme (Reduktion) stets miteinander gekoppelt. Wir bezeichnen solche Reaktionen als Redox-Reaktionen.

Aufgabe 200/2

Elemente, die in der elektrochemischen Spannungsreihe (siehe Seite 193) weit oben stehen (z. B. Li oder K), geben ihre Elektronen relativ einfach ab und können auf diese Weise Elemente, die in der elektrochemischen Spannungsreihe weiter unten stehen (z. B. Al oder Fe), reduzieren, d. h. Elektronen an sie abgeben, und daher als (starke) Reduktionsmittel wirken.

Starke Reduktionsmittel finden sich daher im oberen Abschnitt von Seite 193, starke Oxidationsmittel (Stoffe, die Elektronen relativ einfach aufnehmen) befinden sich dementsprechend im unteren Abschnitt von Seite 193.

Aufgabe 200/3

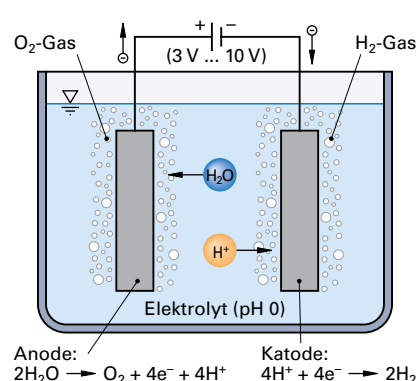
Oxidationsmittel sind Stoffe (Atome, Ionen, Moleküle), die Elektronen aufnehmen und daher andere Stoffe oxidieren.

Reduktionsmittel sind Stoffe (Atome, Ionen, Moleküle), die Elektronen abgeben oder denen Elektronen entzogen werden können.

Aufgabe 200/4

Bei der Wasserelektrolyse werden zwei Elektroden (z. B. aus Platin) mit einer Gleichspannungsquelle (3 V ... 10 V) verbunden. Da reines Wasser den elektrischen Strom nur schlecht leitet, müssen Stoffe, wie zum Beispiel Schwefelsäure (H_2SO_4), zur Leitfähigkeitserhöhung zugesetzt werden.

An der Anode (Pluspol) entwickelt sich Sauerstoff-Gas (O_2), an der Kathode (Minuspol) Wasserstoff-Gas (H_2), und zwar im Verhältnis $\text{H}_2 : \text{O}_2 = 2 : 1$ (Elektrochemische Vorgänge siehe nebenstehende Abbildung).

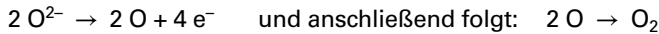


Aufgabe 200/5

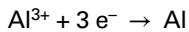
Bei der Schmelzflusselektrolyse wird das Aluminiumoxid (Al_2O_3) zuerst geschmolzen und dabei in seine Ionen (Al^{3+} und O^{2-}) zerlegt und unter der Wirkung eines elektrischen Feldes getrennt.

Da reines Aluminiumoxid allerdings einen sehr hohen Schmelzpunkt ($2050\text{ }^\circ\text{C}$) hat, wird es mit Kryolith (Na_3AlF_6) vermischt (etwa 10% Aluminiumoxid und 90% Kryolith). Kryolith schmilzt bereits bei $960\text{ }^\circ\text{C}$ und löst darin das Aluminiumoxid. Aus diesem Kryolith-Aluminiumoxid-Gemisch kann dann mit einem erheblich geringeren Energieaufwand das elementare Aluminium gewonnen werden.

In der Kryolith-Aluminiumoxid-Schmelze liegen positive Al^{3+} - und negative O^{2-} -Ionen vor. An der Anode (Pluspol) werden die Sauerstoff-Ionen der Schmelze oxidiert (Elektronenabgabe):



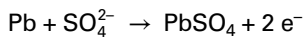
An der Katode (Minuspol) werden die Aluminium-Ionen reduziert (Elektronenaufnahme). Dort entsteht das metallische Aluminium:



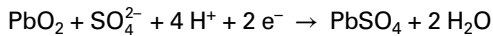
Aufgabe 200/6

Beim geladenen Bleiakкумуляtor besteht die Katode (Minuspol) aus Blei (Pb). Die Anode (Pluspol) ist ein mit Bleioxid (PbO_2) überzogenes Bleigitter.

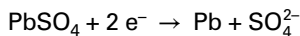
Beim **Entladevorgang** (siehe Abbildung) findet an der Katode (Minuspol) eine Oxidation des Bleis zu Bleisulfat statt:



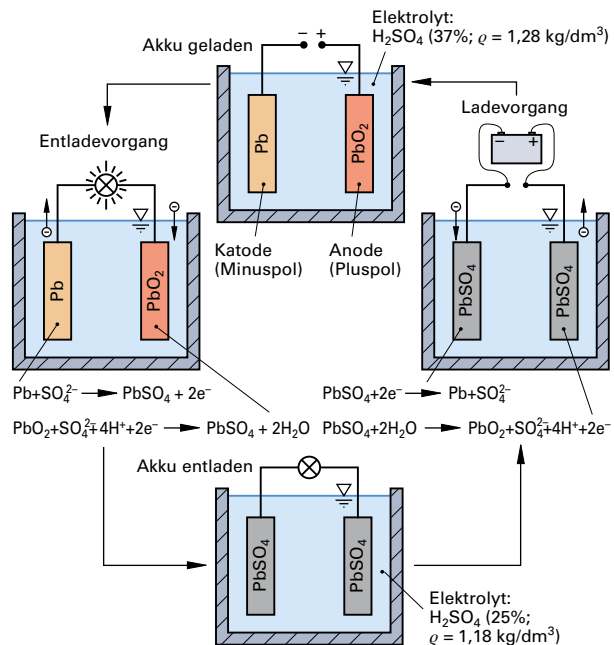
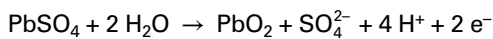
An der Anode (Pluspol) beobachten wir hingegen eine Reduktion des Bleioxids zu Bleisulfat:



Beim **Ladevorgang** laufen die genannten Reaktionen in umgekehrter Reihenfolge ab. An der Katode (Minuspol) wird das Bleisulfat reduziert:

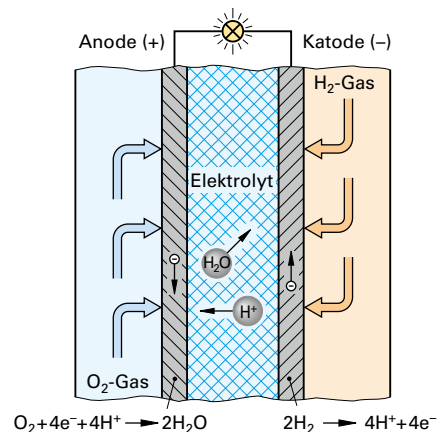


An der Anode (Pluspol) findet hingegen eine Oxidationsreaktion statt:



Aufgabe 200/7

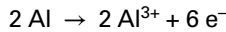
In einer Brennstoffzelle gelangt der Brennstoff (z. B. Wasserstoff) sowie der Sauerstoff über Strömungskanäle zu den porösen Gasdiffusionselektroden. Dort finden an den Grenzflächen zum Elektrolyten die Strom erzeugenden Reaktionen statt. An der Katode (Minuspol) wird das Brenngas (z. B. H₂) oxidiert, an der Anode (Pluspol) wird der Sauerstoff reduziert (siehe Abbildung).



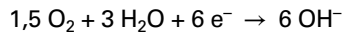
Aufgabe 200/8

Bei der anodischen Oxidation wird das Werkstück in eine saure Lösung von 10 °C ... 25 °C (Chrom-, Schwefel- oder Oxalsäure und deren Mischungen) eingetaucht (siehe Abbildung).

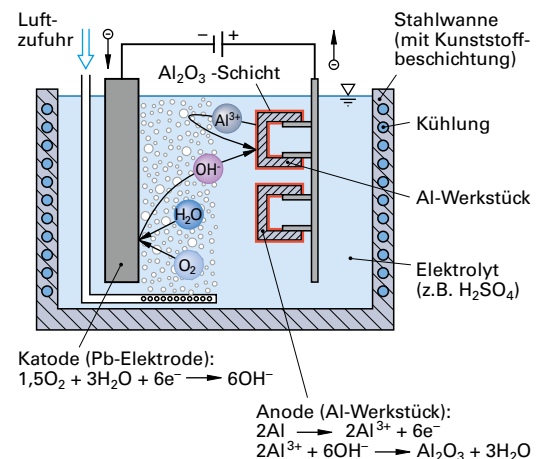
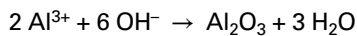
An der Anode (Pluspol) wird das Aluminium oxidiert:



An der Kathode (Minuspole) findet hingegen die Sauerstoffreduktion statt:

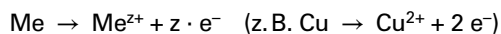


Die an der Kathode gebildeten OH^{-} -Ionen reagieren an der Anode (Al-Werkstück) mit den Al^{3+} -Ionen zum schichtbildenden Aluminiumoxid (Al_2O_3):

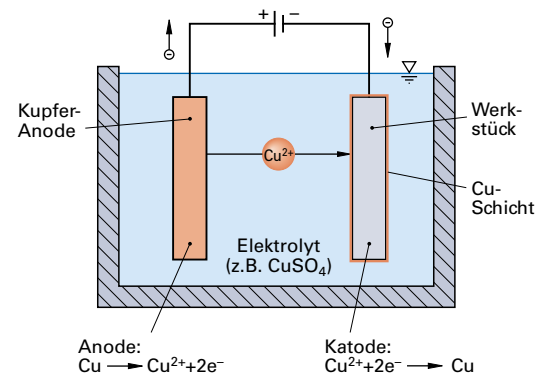
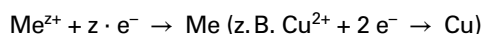
**Aufgabe 200/9**

- a) Verkupfern: Verbesserung der Korrosionsbeständigkeit.
 Vergolden: Verbesserung der optischen Eigenschaften (z. B. Schmuckherstellung).
- b) Beim galvanischen Beschichten (Galvanisieren) wird das Werkstück in einen Elektrolyten getaucht, in dem sich die Kationen des gewünschten Überzugsmetalls (z. B. Cu^{2+} , Ni^{2+}) sowie das Überzugsmetall selbst (z. B. Cu, Ni) befinden.

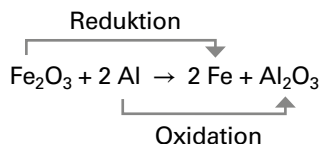
Das Werkstück wird mit der Kathode (Minuspole), das Überzugsmetall mit der Anode (Pluspol) einer Gleichspannungsquelle verbunden (siehe Abbildung). An der Anode (Pluspol) wird das Überzugsmetall oxidiert. Die Metall-Ionen gehen dabei in Lösung:



An der Kathode (Bauteil) werden die Metall-Ionen reduziert und scheiden sich auf der Bauteiloberfläche als metallische Schicht ab:

**Aufgabe 200/10**

- a) Reduktion und Oxidation laufen gleichzeitig ab



- b) Aluminium wirkt als Reduktionsmittel
- c) Exotherme Reaktion

Aufgabe 200/11

- a) Eine chemische Reaktion, bei der ein Stoff Sauerstoff abgibt, wird als Reduktion bezeichnet.
- b) 1. CO (Kohlenmonoxid)
 2. C (Kohlenstoff)

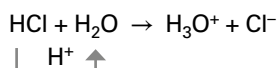
Lösungen zu Kapitel Säuren, Basen und pH-Wert

Aufgabe 211/1

Nach der auch heute noch in der Chemie verbreiteten Säure-Base-Theorie von Brønsted sind Säuren Stoffe, die Protonen (H^+ -Ionen) abgeben (Protonendonatoren). Basen sind hingegen Stoffe, die Protonen (H^+ -Ionen) aufnehmen können (Protonenakzeptoren).

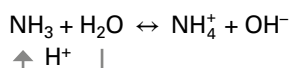
Beispiel für eine Säure: Chlorwasserstoffgas (HCl)

HCl kann in wässriger Lösung sein Proton (H^+ -Ion) an das Wasser abgeben und ist entsprechend der Säure-Base-Theorie von Brønsted eine Säure:



Beispiel für eine Base: Ammoniak (NH_3)

NH_3 kann in wässriger Lösung ein Proton (H^+ -Ion) vom Wasser aufnehmen und ist entsprechend der Säure-Base-Theorie von Brønsted eine Base:



Aufgabe 211/2

- a) Der pH-Wert ist der negative dekadische Logarithmus (Zehnerlogarithmus) der Hydroniumionenkonzentration, also $\text{pH} = -\lg c(\text{H}_3\text{O}^+)$.
- b) $\text{pH} = -\lg 10^{-5} = 5$
- c) Da $\text{pH} < 7$ handelt es sich um eine **Säure**.

Aufgabe 211/3

- a) $\text{pH} = -\lg c(\text{H}_3\text{O}^+)$

$$c(\text{H}_3\text{O}^+) = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,5} = 0,0032 \text{ mol/l} = \mathbf{3,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/l}}$$

- b) Das Ionenprodukt des Wassers ist konstant und beträgt $10^{-14} \text{ mol}^2/\text{l}^2$. Es gilt also:

$$c(\text{OH}^-) \cdot c(\text{H}_3\text{O}^+) = 10^{-14} \text{ mol}^2/\text{l}^2$$

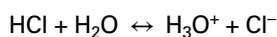
$$c(\text{OH}^-) = \frac{10^{-14} \text{ mol}^2/\text{l}^2}{c(\text{H}_3\text{O}^+)} = \frac{10^{-14} \text{ mol}^2/\text{l}^2}{10^{-2,5} \text{ mol/l}} = 10^{-11,5} \text{ mol/l} = \mathbf{3,16 \cdot 10^{-12} \text{ mol/l}}$$

$$\text{Probe: } 3,16 \cdot 10^{-12} \text{ mol/l} \cdot 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/l} = 10^{-14} \text{ mol}^2/\text{l}^2$$

Aufgabe 211/4

1. Salzsäure

In industriellem Maßstab wird ein Gemisch aus Wasserstoff-Gas (H_2) und Chlorgas (Cl_2) zunächst verbrannt. Das hierbei entstehende Chlorwasserstoff-Gas (HCl) wird in Wasser (H_2O) eingeleitet. Die entstehende wässrige Lösung ist die Salzsäure:



2. Schwefelsäure (siehe Seite 205)

Aufgabe 211/5

Der pH-Wert ist **kein** Maß für die Stärke einer Säure bzw. Base, sondern ein Maß für die H_3O^+ - bzw. OH^- -Ionenkonzentration einer wässrigen Lösung.

Aufgabe 211/6

Die Stärke einer Säure bzw. Base wird durch den Dissoziationsgrad bestimmt, d.h., wie vollständig ein Stoff Protonen in wässriger Lösung abgibt oder aufnimmt.

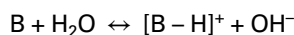
Salzsäure (HCl) ist eine starke Säure, da alle HCl-Moleküle in wässriger Lösung dissoziieren. Essigsäure (CH_3COOH) ist hingegen eine schwache Säure, da nur etwa jedes 100. Essigsäure-Molekül ein Proton abspaltet.

Aufgabe 211/7

- Salzsäure
 - In der Metallverarbeitung zum Beizen (Ablösung von Oxidschichten)
 - Als Lebensmittelzusatzstoff (E507).
- Schwefelsäure
 - Als Elektrolyt in verdünnter Form in Autobatterien (Akkumulatorschwefelsäure).
 - Ätzen von Halbleitern bei der Herstellung elektronischer Schaltungen.
- Phosphorsäure
 - Passivierung nichtrostender Stähle zur Verbesserung der Korrosionsbeständigkeit.
 - Phosphatierung von Stählen.
- Salpetersäure
 - Reine Salpetersäure wirkt stark oxidierend. Salpetersäure ist daher Bestandteil von Passivierlösungen.
 - Silbernitrat (AgNO_3), ein Salz der Salpetersäure, findet in der Photoindustrie sowie in der Galvanik (zur Versilberung) Anwendung.
- Essigsäure
 - In der Lebensmitteltechnik als Geschmackstoff (E260)
 - Essigsäure kann in verdünnter Form als Reinigungsmittel zum Kalklösen verwendet werden.
- Flußsäure
 - Flußsäure ist die einzige Säure, die Quarz (SiO_2) auflösen kann. Sie wird daher beispielsweise zum Ätzen von Glas (Blindätzen) eingesetzt.
 - Flußsäure wird als Ätzmittel in der Produktion von Computerchips eingesetzt.

Aufgabe 211/8

- a) Eine Base (B) hat die Fähigkeit Protonen (H^+ -Ionen) aufzunehmen. In wässriger Lösung stammen diese Protonen vom Wasser (H_2O). Gibt das Wassermolekül ein Proton ab, dann bleibt ein OH^- -Ion übrig. Die Konzentration der OH^- -Ionen steigt. Dementsprechend steigt die H_3O^+ -Ionenkonzentration (das Ionenprodukt des Wassers muss konstant bleiben) und damit der pH-Wert der wässrigen Lösung.



- b) • Natriumhydroxid
 - Ausgangsprodukt für die Herstellung von Seifen, Farbstoffen, Reinigungsmitteln und für Glas.
 - Zum Aufschluss des Aluminiumerzes Bauxit (Bayer-Verfahren) bei der Aluminiumgewinnung.
- Kaliumhydroxid
 - Findet Verwendung für die Herstellung von Waschmitteln, Schmierseifen und Wasserenthärter.
 - Als Elektrolyt in Ni/Cd-Batterien.
 - Calciumoxid
 - In der Stahlherstellung zur Entfernung von Schwefel und Phosphor aus der Stahlschmelze.
 - In der Bauindustrie zur Herstellung von Mörtel oder Kalksandsteinen.

Aufgabe 211/9

Eine einfache (allerdings nicht sehr genaue) Möglichkeit den pH-Wert einer wässrigen Lösung zu bestimmen, bieten **Indikatoren**. Indikatoren sind Stoffe, die mit Hydronium-Ionen (H_3O^+) bzw. Hydroxid-Ionen (OH^-) unter charakteristischer Farbänderung reagieren. Indikatoren stehen beispielsweise als Lösungen oder in Papierform zur Verfügung.

Aufgabe 211/10

Saure wässrige Lösungen können mittels Neutralisation „unschädlich“ gemacht werden. Eine Neutralisationsreaktion ist eine chemische Reaktion von Säuren und Basen zu Salzen und Wasser.

Beispiel: $\text{HCl} + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$

HCl: Salzsäure (in wässriger Lösung)
NaOH: Natronlauge (in wässriger Lösung)
NaCl: Kochsalz
H₂O: Wasser

Aufgabe 211/11

- Unter Neutralisation versteht man eine Reaktion von Säuren und Basen zu Salzen und Wasser, d.h. die Wirkungen von Säuren und Basen heben sich gegenseitig auf.
- Säure + Base \rightarrow Salz + Wasser
- HCl Salzsäure
NaOH Natriumhydroxid

Aufgabe 211/12

Je vollständiger ein Stoff dissoziiert (je einfacher er also seine Protonen abgibt), umso stärker wird er als Säure wirksam.

HCl dissoziiert vollständig, d.h., alle HCl-Moleküle geben ihr Proton ab. HCl ist dementsprechend eine starke Säure. Essigsäure-Moleküle geben nur sehr unvollständig ihre H^+ -Ionen ab. Essigsäure ist dementsprechend eine schwache Säure.

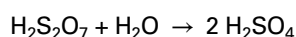
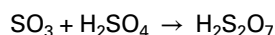
Aufgabe 211/13

- Tragen einer Schutzausrüstung. Hierzu zählen unter anderem Schutzbrille und Handschuhe.
- Behälterinhalte gut leserlich beschriften (Name der Säure bzw. Lauge, Konzentration usw.) und nur die für den jeweiligen Stoff zugelassenen Behälter verwenden.
- Zugriff für Unbefugte, insbesondere Kinder, unterbinden.
- Beim Verdünnen von Säuren und Laugen stets die Säure bzw. die Lauge ins Wasser geben, nie umgekehrt.

Aufgabe 211/14

In technischem Maßstab wird Schwefelsäure nach dem **Kontaktverfahren** in drei Schritten hergestellt.

- Schritt: Herstellung von Schwefeldioxid (SO_2) z. B. durch Zerstäubung von verflüssigtem Schwefel (S) und Verbrennung (Oxidation) mit getrockneter Luft: $\text{S} + \text{O}_2 \rightarrow \text{SO}_2$
- Schritt: Herstellung von Schwefeltrioxid (SO_3) mit Vanadiumpentoxid (V_2O_5) als Katalysator durch Oxidation von SO_2 bei 400 °C ... 600 °C.
- Schritt: Das Schwefeltrioxid (SO_3) wird bei 60 °C ... 80 °C in Schwefelsäure gelöst. Hierbei entsteht Dischwefelsäure ($\text{H}_2\text{S}_2\text{O}_7$), die dann durch Zumischen von Wasser in Schwefelsäure (H_2SO_4) zerfällt.



Lösungen zu Kapitel Luft, Sauerstoff und Wasserstoff

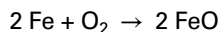
Aufgabe 216/1

- a) Sauerstoff ist ein farbloses, geruchloses und geschmackloses Gas (physikalische Eigenschaften siehe nebenstehende Tabelle).

Sauerstoff reagiert direkt oder indirekt mit fast allen anderen Elementen. Die entsprechenden chemischen Reaktionen werden als **Oxidation** bezeichnet.

- b) Oxidation.

- c) Ein wesentlicher Bestandteil des braunen Eisenrosts ist das Eisenoxid FeO. Die Reaktionsgleichung lautet:



Anmerkung: In Abhängigkeit der Umgebungsbedingungen besteht brauner Eisenrost aus unterschiedlichen Kristallsorten wie zum Beispiel Fe₂O₃, FeO oder Fe(OH)₂.

- d) • Sauerstoff wird von Menschen und Tieren für den Atmungsprozess benötigt. Im täglichen Leben wird der Sauerstoff der Luft für die Verbrennung aller Arten von Brennstoffen zur Erzeugung von Wärme benutzt.
- Große Mengen reinen Sauerstoffs werden in der Stahlproduktion zur Entfernung des Kohlenstoffs und der Eisenbegleiter (S, P, Si usw.) aus der Roheisenschmelze verwendet. Der Prozess wird als „Frischen“ bezeichnet.
- Bei der Verbrennung von Wasserstoff und Ethin (technische Bezeichnung: Acetylen) mit reinem Sauerstoff werden sehr hohe Temperaturen erzeugt, die zum Schweißen und Schneiden von Metallen genutzt werden.
- e) Beim Linde-Verfahren wird Frischluft in einem Kompressor auf etwa 20 MPa (200 bar) komprimiert und erhitzt sich dabei stark (Kompressionswärme). Die verdichtete Luft gelangt anschließend in einen Wasserkühler, wo ihr die Kompressionswärme entzogen und auf etwa 25 °C abgekühlt wird. Die Luft strömt dann durch einen Gegenstromkühler und wird dort weiter abgekühlt. In einem Entspannungsventil wird die komprimierte und vorgekühlte Luft entspannt.

Bei einer Entspannung von 20 MPa (200 bar) auf 2 MPa (20 bar) sinkt die Temperatur dabei um 45 K. Diese vorgekühlte Luft wird nun im Gegenstromprinzip zurückgeleitet und dient zum Vorkühlen weiterer komprimierter Luft bereits vor ihrer Entspannung im Gegenluftkühler. Durch ihre Entspannung erniedrigt sich die Temperatur abermals. Ist schließlich die Kondensationstemperatur erreicht, dann verflüssigt sich ein Teil der Luft.

Die verflüssigte Luft (eine blassblaue, leicht bewegliche Flüssigkeit) trifft in eine Trennsäule und läuft über eine Füllkörperschüttung nach unten. Dabei trennen sich die Bestandteile nach ihrer Siedetemperatur (fraktioniertes Verdampfen). Der tiefer siedende Stickstoff (−195,8 °C) sowie das Argon (−185,9 °C) verdampfen und können oben als Gas abgezogen werden, während unten flüssiger Sauerstoff (−182,9 °C) sowie die Edelgase Krypton (−153,4 °C) und Xenon (−108,1 °C) austreten.

Atommasse ¹⁾	15,999 u
Siedetemperatur	−182,0 °C
Schmelztemperatur	−218,4 °C
Dichte ²⁾	1,429 g/dm ³
Löslichkeit in Wasser	49 ml in 1 l Wasser

¹⁾ 1 u = 1,66 · 10^{−24} g

²⁾ Bei 0 °C und 1010 hPa

Physikalische Daten von Sauerstoff

Aufgabe 216/2

Gas	chemische Formel	Gehalt Vol.-%	Siedetemp. °C
Stickstoff	N ₂	78,09	-195,8
Sauerstoff	O ₂	20,98	-182,9
Edelgase: Argon	Ar	0,93	-185,8
Neon	Ne	0,0018	-245,9
Helium	He	0,0005	-268,9
Kohlendioxid	CO ₂	0,03 ¹⁾	-78,5 ²⁾
Wasserdampf	H ₂ O	3)	

¹⁾ mittlerer Gehalt

²⁾ Sublimiert bei dieser Temperatur (Sublimation = direkter Übergang vom festen in den gasförmigen Zustand, keine Verflüssigung)

³⁾ Der Wasserdampfgehalt der Luft ist nicht konstant, sondern von den klimatischen Bedingungen abhängig.
Zusammensetzung von Luft

Aufgabe 216/3

a) Wasserstoffgas ist ein farbloses, geruchloses und geschmackloses Gas. Die wichtigsten physikalischen Eigenschaften des Wasserstoffs sind in nebenstehender Tabelle zusammengestellt.

Atommasse ¹⁾	1,0079 u
Siedetemperatur	-252,2 °C
Schmelztemperatur	-259,14 °C
Dichte ²⁾	0,08987 g/dm ³

Wasserstoff ist ein brennbares Gas. Mischt man es mit Sauerstoff (Mischungsverhältnis 1 : 1), dann entsteht eine hoch explosive Gasmischung (Knallgas).

¹⁾ 1u = 1,66 · 10⁻²⁴ g

²⁾ Bei 0 °C und 1010 mbar

Physikalische Daten von Wasserstoff

- b) • Beim Beizen von Stahl zur Entfernung von Zunderschichten kann die verbliebene Säure mit dem Eisen reagieren, wobei Wasserstoff entsteht ($\text{Fe} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{FeSO}_4 + 2 \text{H}$).
- Bei Korrosionsvorgängen metallischer Werkstoffe entsteht mitunter Wasserstoff.
- Beim Schweißen mit feuchten Elektroden, feuchten Schweißgasen oder Schweißpulver. Auch dem Metall anhaftendes Fett oder Rostschichten können beim Schweißen Wasserstoff freisetzen.
- c) • In der Düngemittelindustrie wird Wasserstoff in großem Maßstab mit Stickstoff zu Ammoniak (NH₃) umgesetzt.
- Pflanzenöle werden durch Behandlung mit Wasserstoff unter Druck und in Gegenwart von Nickelpulver als Katalysator in feste Fette (Margarine) umgewandelt.
- Wassergas, eine Mischung aus Wasserstoff und Kohlenmonoxid, ist ein wichtiges industrielles Heizgas.

Lösungen zu Kapitel Salze und Salzbildung

Aufgabe 218

- a) Salze sind chemische Verbindungen mit überwiegender Ionenbindung.
- b) Reaktion eines Hydroxids (Base) mit einer Säure: Hydroxid + Säure \rightarrow Salz + Wasser
Beispiel: $\text{NaOH} + \text{HCl} \rightarrow \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$
- Reaktion eines Salzes mit einem Hydroxid (Base): Salz I + Hydroxid I \rightarrow Salz II + Hydroxid II
Beispiel: $\text{K}_2\text{SO}_4 + \text{Ba}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{BaSO}_4 + 2 \text{KOH}$
- c) NaCl: Speisesalz, Streusalz
BaSO₄: Malerfarbe, Röntgenkontrastmittel

Lösungen zu Kapitel Wasser als Lösungsmittel

Aufgabe 220/1

Beim Lösungsvorgang eines Salzkristalls nähert sich zunächst ein Wassermolekül der Oberfläche eines Ionen-gitters. Aufgrund der elektrostatischen Anziehungskraft zwischen dem Wassermolekül und einem Ion des Salzkristalls bewegt sich das Wassermolekül beschleunigt auf das Ion zu, das gleichzeitig aus dem Gitterverband herausgelöst wird. An das so isolierte Ion lagern sich weitere Wassermoleküle an und bilden eine **Hydrathülle**. Das Ion entfernt sich auf diese Weise von seinem Gitterverband (siehe auch Bild 2/Seite 219).

Aufgabe 220/2

- a) Der Lösungsvorgang von Salzen ist abhängig vom Betrag der bei der Anlagerung der Wassermoleküle an die Ionen des Salzkristalls freiwerdenden Energie (Hydratationsenergie) sowie der Gitterenergie des Kristalls (Energiebetrag, der erforderlich ist, um ein Ion aus dem Gitterverband herauszutrennen). Eine gute Löslichkeit liegt vor, falls die Hydrationsenergie deutlich größer ist als die Gitterenergie, bei unlöslichen Salzen ist die Hydrationsenergie sehr viel kleiner als die Gitterenergie.
- b) In Wasser gut lösliches Salz: NaCl
In Wasser weitgehend unlösliches Salz: AgCl

Aufgabe 220/3

- a) 40 g NaCl lösen sich bei 80 °C in 100 g Wasser.
- b) NaCl (Kochsalz)
- c) KNO₃ (Kaliumnitrat)
- d) 40 °C: 32 g
 60 °C: 55 g

Lösungen zu Kapitel Wasserhärte und Wasserenthärtung

Aufgabe 224/1

Die Wasserhärte (genauer: **Gesamthärte**) des Wassers ist die Summe der Konzentration der Erdalkali-Ionen im Wasser, im wesentlichen also Ca^{2+} und Mg^{2+} sowie geringe Mengen von Sr^{2+} und Be^{2+} .

Aufgabe 224/2

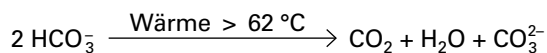
Die **Gesamthärte (GH)** des Wassers ist die Summe der Konzentration der Erdalkali-Ionen im Wasser, im wesentlichen also Ca^{2+} und Mg^{2+} sowie geringe Mengen von Sr^{2+} und Be^{2+} .

Ein der HCO_3^- -Ionenkonzentration äquivalenter Anteil der Erdalkali-Ionen (vorwiegend Ca^{2+} und Mg^{2+}) kann durch Erwärmung (Kochen) ausgefällt werden. Dieser Anteil wird als **temporäre** (vorübergehende) **Härte** oder **Carbonathärte (CH)** bezeichnet.

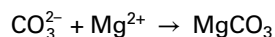
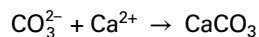
Derjenige Anteil der Erdalkali-Ionen (vorwiegend Ca^{2+} und Mg^{2+}), der über der HCO_3^- -äquivalenten Erdalkali-Ionenkonzentration liegt, lässt sich durch Erwärmung nicht entfernen und wird daher als **permanente** (bleibende) **Härte** oder **Nichtcarbonathärte (NCH)** bezeichnet.

Aufgabe 224/3

Der Vorgang der Beseitigung der temporären Härte durch Erhitzen beruht darauf, dass Hydrogencarbonat-Ionen (HCO_3^-) in der Hitze unter Verlust von CO_2 Carbonat-Ionen (CO_3^{2-}) bilden:



Diese Carbonat-Ionen (CO_3^{2-}) bilden dann mit den im Wasser gelösten Calcium-Ionen (Ca^{2+}) bzw. Magnesium-Ionen (Mg^{2+}) schwerlösliche Carbonatsalze:



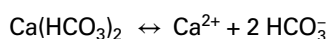
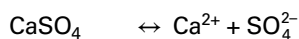
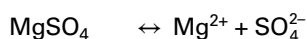
Diese schwerlöslichen Carbonatsalze lagern sich auf der Oberfläche von Rohrleitungen, in Boilern, Kesseln usw. als unerwünschte Ablagerungen („**Kesselstein**“) ab. Diese Kalkschicht ist ein schlechter Wärmeleiter und isoliert daher das Wasser von der Heizquelle.

Folgen:

- Steigender Brennstoffverbrauch
- Überhitzung der Kesselbleche und damit Gefahr von Kesselexplosionen.

Aufgabe 224/4

Ursache der Wasserhärte sind im Wasser enthaltene Erdalkali-Ionen, im wesentlichen Ca^{2+} und Mg^{2+} sowie Spuren von Sr^{2+} und Be^{2+} . Diese Ionen lösen sich beim Durchsickern des Wassers durch die verschiedenen Gesteinsschichten:



Aufgabe 224/5

- Bei Erwärmung von hartem Wasser bilden sich unerwünschte Ablagerungen („Kesselstein“) auf der Oberfläche von Rohrleitungen, in Boilern, Kesseln usw. Diese Kalkschicht ist ein schlechter Wärmeleiter und isoliert daher das Wasser von der Heizquelle.
 Folgen:
 - steigender Brennstoffverbrauch
 - Überhitzung der Kesselbleche und damit Gefahr von Kesselexplosionen.
- Beim Waschen mit hartem Wasser wird viel Seife bzw. Waschmittel nutzlos verbraucht. Je härter das Wasser, desto mehr Waschmittel muss zugegeben werden (siehe zum Beispiel Dosierungsanleitungen auf Waschmittelpackungen).

Aufgabe 224/6

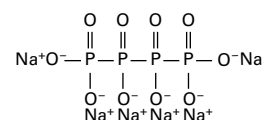
Die Wasserhärte wird in der Einheit mol Erdalkali-Ionen pro 1 m³ Wasser (kurz: mol/m³) oder gleichbedeutend: Millimol Erdalkali-Ionen pro 1 Liter Wasser (mmol/l) angegeben.

Aufgabe 224/7

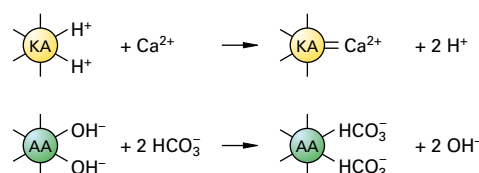
Unter „Enthärtung“ des Wassers verstehen wir die Beseitigung der im Wasser gelösten Erdalkali-Ionen (überwiegend Ca²⁺ und Mg²⁺).

Möglichkeiten der Wasserenthärtung:

- Erwärmen des Wassers auf eine Temperatur über 62 °C. Dabei zerfallen die Hydrogencarbonat-Ionen (HCO₃⁻) in Carbonat-Ionen CO₃²⁻. Diese Carbonat-Ionen bilden mit einem Teil der Calcium- und Magnesium-Ionen schwerlösliche Carbonatsalze wie CaCO₃ und MgCO₃.
- Zugabe von Komplexbildnern. Hierbei handelt es sich vorwiegend um **Polyphosphate** wie das dargestellte **Pentatriumtriphosphat**. Diese Stoffe beseitigen die Wasserhärte durch Überführung der Ca²⁺- und Mg²⁺-Ionen in wasserlösliche Komplexverbindungen. In handelsüblichen Waschmitteln ist das Pentatriumtriphosphat zu maximal 5 % enthalten.
- Zugabe von **Soda**. Soda (Na₂CO₃) bildet mit den Calcium- und Magnesium-Ionen schwerlösliche Carbonate (z. B. CaCO₃), die als (unerwünschter) Niederschlag ausgefällt werden (heute nicht mehr üblich).



- Am wirksamsten kann Wasser mithilfe von **Ionenaustauschern** enthärten. Ionenaustauscher-Substanzen sind oberflächenaktive Kunststoffe, meist Kügelchen mit einem Durchmesser von 1 mm bis 3 mm aus Polystyrol oder Polyacrylat (Austauscherharze). Sie geben locker an ihre Oberfläche gebundene Ionen in die Lösung ab und nehmen dafür äquivalente Mengen anderer Ionen aus der Lösung auf. Bei Ionenaustauschern erfolgt ein Austausch nur zwischen Ionen mit gleichsinniger Ladung. **Kationenaustauscher** tauschen nur Kationen (positiv geladene Ionen), **Anionenaustauscher** nur Anionen (negativ geladene Ionen) aus.

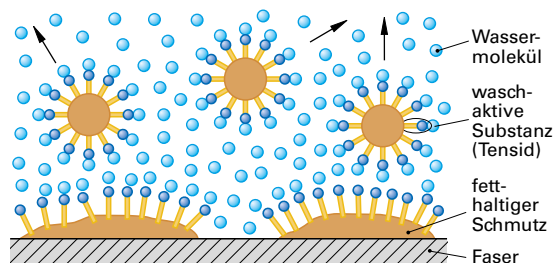


Zur Wasserenthärtung mittels Kationenaustauscher verwendet man H⁺-beladene Ionenaustauscherkugeln. Werden sie von „hartem“ Wasser durchspült, dann geben sie ihre H⁺-Ionen an das Wasser ab und binden demgegenüber Ca²⁺-Ionen und Mg²⁺-Ionen des Wassers. Nach dem Durchlauf enthält das Wasser H⁺-Ionen sowie verschiedene Anionen (z. B. Cl⁻, HCO₃⁻, SO₃²⁻). Sind alle H⁺-Ionen der Kunststoffkugeln ausgetauscht, dann ist der Ionenaustauscher „erschöpft“. Durch eine Regenerierung können die beladenen Kugeln jedoch wieder in den austauschfähigen Zustand zurückgeführt werden. Bei einem Anionenaustauscher werden in analoger Weise OH⁻-Ionen durch HCO₃⁻-Ionen ausgetauscht.

Aufgabe 224/8

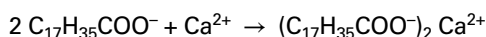
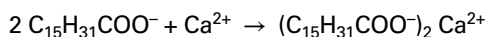
Reinigungs- und Waschmittel enthalten waschaktive Substanzen, die als Tenside bezeichnet werden. Die Reinigungswirkung dieser Tenside beruht auf ihrem besonderen molekularen Aufbau. Tensid-Moleküle sind Fettsäure-Anionen. Sie bestehen aus zwei Bereichen mit unterschiedlichen Eigenschaften, einem lipophilen („fettanziehenden“) Bereich und einem hydrophoben („wasserabstoßenden“) Bereich.

Die Fettsäure-Anionen der waschaktiven Substanzen können sich mit ihrer lipophilen (fettanziehenden) Seite an die fetthaltigen Schmutzteilchen anlagern. Die hydrophile Seite ist dagegen zum Wasser hin ausgerichtet. Dort können sich dann Wassermoleküle anlagern (siehe Abbildung). Die Fettsäure-Anionen bilden auf diese Weise ein Bindeglied zwischen den fetthaltigen Schmutzteilchen und den Wassermolekülen. Durch die Bewegung des Wassers beim Waschvorgang wird der somit „benetzte“ Schmutz aus den Geweben herausgespült.



Prinzip des Ablösens von fetthaltigem Schmutz auf einer Faser durch Fettsäure-Anionen

Wird für den Waschvorgang „hartes“ Wasser (also Wasser mit einem hohen Anteil an Ca^{2+} - und Mg^{2+} -Ionen) verwendet, dann bilden die Fettsäure-Anionen (z. B. $\text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{COO}^-$ oder $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COO}^-$) mit den Calcium- oder Magnesium-Ionen des harten Wassers schwerlösliche Calcium- oder Magnesiumsalze, die ausgefällt werden, zum Beispiel:



Aufgrund dieser Ausfällung werden die Fettsäure-Anionen für den Waschvorgang unwirksam. Es wird viel Seife bzw. Waschmittel nutzlos verbraucht.

Aufgabe 224/9

Für die Wasserhärte tragen nur die Erdalkali-Ionen Ca^{2+} und Mg^{2+} bei. Die Analysendaten geben die in 1 Liter Wasser gelöste Menge des jeweiligen Stoffes an (**Massenkonzentration**). Gesucht ist jedoch die Anzahl der Mole je Liter (**Stoffmengenkonzentration**). Daher ist zunächst eine Umrechnung mit der jeweiligen Molmasse erforderlich.

Aus dem Periodensystem der Elemente entnehmen wir die Molmassen M :

$$\text{für } \text{Ca}^{2+}: \quad M_{\text{Ca}^{2+}} = 40,1 \text{ g/mol} = 40,1 \frac{\text{mg}}{\text{mmol}}$$

$$\text{für } \text{Mg}^{2+}: \quad M_{\text{Mg}^{2+}} = 24,3 \text{ g/mol} = 24,3 \frac{\text{mg}}{\text{mmol}}$$

Damit erhalten wir für die jeweiligen Stoffmengenkonzentrationen c :

$$\text{für } \text{Ca}^{2+}: \quad c(\text{Ca}^{2+}) = \frac{100 \frac{\text{mg}}{\text{l}}}{40,1 \frac{\text{mg}}{\text{mmol}}} = 2,49 \frac{\text{mmol}}{\text{l}}$$

$$\text{für } \text{Mg}^{2+}: \quad c(\text{Mg}^{2+}) = \frac{12 \frac{\text{mg}}{\text{l}}}{24,3 \frac{\text{mg}}{\text{mmol}}} = 0,494 \frac{\text{mmol}}{\text{l}}$$

Die Gesamthärte (GH) ist demnach: $\text{GH} = 2,49 \text{ mmol/l} + 0,494 \text{ mmol/l} = \mathbf{2,984 \text{ mmol/l}}$ ($= 16,67 \text{ °dH}$). Es liegt somit ein „hartes“ Wasser vor (Härtebereich 3).

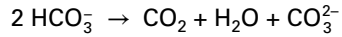
Aus der Gesamthärte lässt sich mithilfe der Analysenwerte auch die temporäre Härte (Carbonathärte CH) und die permanente Härte (Nichtcarbonathärte NCH) errechnen. Für die temporäre Härte ist die Konzentration der HCO_3^- -Ionen verantwortlich. Die Molmasse von Hydrogencarbonat errechnen wir wie folgt:

$$\begin{aligned} M_{\text{HCO}_3^-} &= M_{\text{H}} + M_{\text{C}} + 3 \cdot M_{\text{O}} \\ &= 1,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 12,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 3 \cdot 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 61 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 61 \frac{\text{mg}}{\text{mmol}} \end{aligned}$$

Damit erhalten wir für die Stoffmengenkonzentrationen c des Hydrogencarbonats:

$$c(\text{HCO}_3^-) = \frac{280 \frac{\text{mg}}{\text{l}}}{61,0 \frac{\text{mg}}{\text{mmol}}} = 4,59 \frac{\text{mmol}}{\text{l}}$$

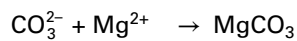
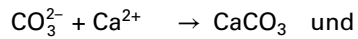
Wird das Wasser erhitzt, so zerfällt das Hydrogencarbonat wie bereits oben beschrieben:



Aus zwei HCO_3^- -Ionen entsteht also ein CO_3^{2-} -Ion und dementsprechend aus 4,59 mmol HCO_3^- -Ionen 2,295 mmol CO_3^{2-} -Ionen. Die Stoffmengenkonzentration c der Carbonat-Ionen beträgt also nach dem Erhitzen:

$$c(\text{CO}_3^{2-}) = 2,295 \frac{\text{mmol}}{\text{l}}$$

Jedes Carbonat-Ion (CO_3^{2-}) kann mit einem Calcium-Ion (Ca^{2+}) oder mit einem Magnesium-Ion (Mg^{2+}) unter Bildung von schwerlöslichen Carbonatsalzen („Kesselstein“) reagieren.



Von 2,295 mmol/l CO_3^{2-} -Ionen werden somit 2,295 mmol/l Ca^{2+} oder Mg^{2+} -Ionen „gebunden“ und auf diese Weise (nach der Erwärmung) aus dem Wasser entfernt (ausgefällt). Die temporäre Härte (CH) beträgt also:

$$\text{CH} = 2,295 \frac{\text{mmol}}{\text{l}}$$

Die permanente Härte (NCH) ergibt sich aus der Differenz der Gesamthärte (GH) und der temporären Härte (CH):

$$\text{NCH} = \text{GH} - \text{CH} = 2,984 \frac{\text{mmol}}{\text{l}} - 2,295 \frac{\text{mmol}}{\text{l}} = 0,689 \frac{\text{mmol}}{\text{l}}$$

Aufgabe 224/10

Die Wasserhärte 2,0 mmol/l entspricht dem mittleren Härtebereich (1,5–2,5 mmol/l).

Lösungen zu Kapitel Korrosion und Korrosionsschutz

Aufgabe 236/1

Unter Korrosion versteht man nach DIN EN ISO 8044 die Reaktion eines Werkstoffs mit seiner Umgebung, die eine messbare Eigenschaftsveränderung des Werkstoffs bewirkt und zu einem Korrosionsschaden, d. h. zu einer Beeinträchtigung der Funktion des Bauteils führen kann. Diese Reaktion ist in den meisten Fällen elektrochemischer Art. Mitunter handelt es sich aber auch um eine chemische oder physikalische Korrosion.

Aufgabe 236/2

Die Ionen verschiedener Metalle haben eine unterschiedliche Tendenz in Lösung zu gehen. Man nennt diese Eigenschaft **Lösungstension**.

Zink: Die Zink-Ionen im Kristallgitter des Zinks haben eine relativ hohe Lösungstension.

Kupfer: Die Kupfer-Ionen im Kristallgitter des Kupfers haben eine relativ geringe Lösungstension.

Aufgabe 236/3

Eine Normalwasserstoffelektrode besteht im Wesentlichen aus einem Platinblech, welches von Wasserstoffgas (H_2) mit einem Druck von 1013 hPa umspült wird. Das Platinblech befindet sich in einem sauren Elektrolyten (pH0; 25 °C).

Mithilfe einer Normalwasserstoffelektrode kann die Potenzialdifferenz (elektrische Spannung) zwischen Metall und Prüfnormal gemessen werden. Es wird als Standard- oder Normalpotenzial des betreffenden Metalls bezeichnet. Hierzu wird die Normalwasserstoffelektrode über ein hochohmiges Voltmeter mit dem entsprechenden Metall verbunden.

Aufgabe 236/4

Die Ionen verschiedener Metalle haben eine unterschiedliche Tendenz in Lösung zu gehen (Lösungstension). Wird diese Eigenschaft eines Metalls, d. h. sein Elektrodenpotenzial gegenüber einem Prüfnormal (Normalwasserstoffelektrode) gemessen und die Messwerte (Spannungen) der Größe nach geordnet, dann erhält man die elektrochemische Spannungsreihe der Metalle.

Aufgabe 236/5

Chemische Korrosion: Korrosion von nicht-elektronenleitenden Werkstoffen (z. B. Glas, keramische Werkstoffe oder Kunststoffe) bzw. von Werkstoffen in nicht-elektronenleitenden Medien.

Beispiel für chemische Korrosion: Auflösung von Glas in alkalischen Medien.

Elektrochemische Korrosion: Korrosionsform, die in Gegenwart einer ionenleitenden Elektrolytphase (Elektrolytlösung oder Salzsäure) auftritt. Kennzeichnend sind zwei meist örtliche getrennte Teilreaktionen (anodische und katodische Teilreaktion).

Beispiel für elektrochemische Korrosion: Rosten von Stahl.

Hochtemperaturkorrosion: Oxidation eines Metalls in heißen Gasen. Hierbei bildet sich eine ionenleitende bzw. elektronenleitende Deckschicht auf der Metalloberfläche aus.

Beispiel für Hochtemperaturkorrosion: Verzunderung von Stahl.

Physikalische Korrosion: Korrosionsform, die durch physikalische Vorgänge, wie das Eindiffundieren von Fremdatomen (z. B. Wasserstoff) in den Werkstoff verursacht wird.

Beispiel für physikalische Korrosion: Wasserstoffversprödung hochfester Stähle.

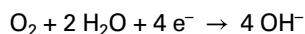
Aufgabe 236/6

- a) Die anodische Teilreaktion eines elektrochemischen Korrosionsvorganges ist die Metallauflösung ($\text{Me} \rightarrow \text{Me}^{z+} + z \cdot \text{e}^-$). Jedes Metall-Ion hat das Bestreben in Lösung zu gehen (Lösungstension).
- b) Mit zunehmender Anzahl an Metall-Ionen, die in Lösung gehen, bleibt je nach Wertigkeit des Metalls eine entsprechende Anzahl von Elektronen im Metall zurück. Das Metall wird negativ polarisiert. Aufgrund der elektrostatischen Anziehungskräfte zwischen positivem Metall-Ion und negativem Metallgitter, ist es für die Metall-Ionen schließlich kaum bzw. nicht mehr möglich, in Lösung zu gehen. Der Korrosionsprozess wird zum Stillstand kommen (Einstellung eines dynamischen Gleichgewichts zwischen in Lösung gehenden und sich wieder an der Metalloberfläche abscheidenden Metall-Ionen).

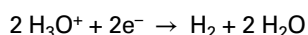
Findet gleichzeitig ein korrespondierender katodischer Teilvorgang, wie zum Beispiel die Sauerstoffreduktion statt, dann werden die für die Reduktion benötigten Elektronen an der Anode durch Oxidation des Metalls ($\text{Me} \rightarrow \text{Me}^{z+} + z \cdot \text{e}^-$) freigesetzt. Die negative Aufladung (Polarisierung) des Metalls ist dementsprechend geringer, sodass ständig Metall-Ionen in Lösung gehen können. Die Anode löst sich auf (Korrosion).

c) Sauerstoffreduktion:

In wässrigen Medien, die mit der Atmosphäre in Verbindung stehen, löst sich Sauerstoff. Gelangen die Sauerstoffmoleküle (O_2) an die Metalloberfläche, dann findet dort eine Reduktionsreaktion statt:

**Wasserstoffreduktion:**

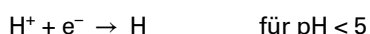
In sauren Lösungen erfolgt eine Reduktion von Wasserstoffionen zu elementarem Wasserstoff:

**Aufgabe 236/7**

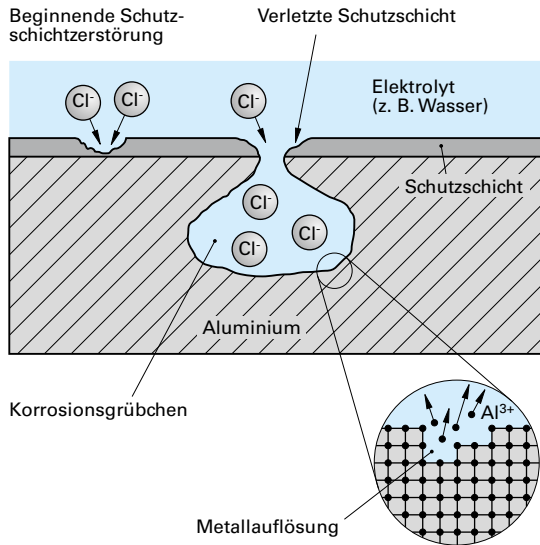
- a) Die elektrochemische Spannungsreihe der Metalle ermöglicht es abzuschätzen, ob zwischen zwei elektrisch miteinander in Verbindung stehenden Metallen, bei Anwesenheit eines Elektrolyten, mit Kontaktkorrosion zu rechnen ist. Je weiter zwei Metalle in der elektrochemischen Spannungsreihe voneinander entfernt sind (z. B. Kupfer und Eisen), desto eher ist mit Korrosionsschäden zu rechnen.
- b) Die elektrochemische Spannungsreihe gilt für festgelegte Standardbedingungen (25 °C sowie eine Konzentration der entsprechenden Metall-Ionen von 1 mol/Liter). Die praktische elektrochemische Spannungsreihe der Metalle gilt für reale Korrosionsmedien wie zum Beispiel Meerwasser. Da sich die Reihenfolge der Werkstoffe in Abhängigkeit des Mediums stark ändern kann, ist es mithilfe der praktischen elektrochemischen Spannungsreihe besser möglich, das Korrosionsverhalten von Werkstoffpaarungen in realen Korrosionsmedien abzuschätzen.
- c) Der Stahlnagel wird im Laufe der Zeit an seiner Oberfläche eine Rostschicht ausbilden. Rost enthält Fe^{2+} - bzw. Fe^{3+} -Ionen. Das Normalpotenzial der Reaktion $\text{Fe}^{2+} \leftrightarrow \text{Fe}^{3+} + \text{e}^-$ ist mit +0,77 V (siehe Seite 193) höher als jenes von Kupfer ($\text{Cu} \rightarrow \text{Cu}^{2+} + 2 \cdot \text{e}^-$; Normalpotenzial: +0,35 V). Dementsprechend wird sich das Kupfer auflösen, während der mit einer korrosionschemisch edleren Rostschicht überzogene Stahlnagel katodisch geschützt wird.

Aufgabe 236/8

Säuren enthalten relativ hohe H_3O^+ -Ionenkonzentrationen. Mit sinkendem pH-Wert nimmt dabei die Konzentration der H_3O^+ -Ionen zu. Gelangt ein H_3O^+ -Ion der Säure an die Metalloberfläche, dann nimmt es dort ein Elektron auf und wird zu elementarem Wasserstoff reduziert:



Aufgrund dieser „Elektronenaufnahme“ werden fortwährend Elektronen „verbraucht“ und dadurch das in-Lösung-Gehen der Metall-Ionen, d. h. der Korrosionsprozess, aufrecht erhalten. Mit sinkendem pH-Wert und damit zunehmender H_3O^+ -Ionenkonzentration nimmt die Korrosionsgeschwindigkeit dementsprechend zu.

Aufgabe 236/9a) **Lochkorrosion** (Beispiel: Al-Werkstoffe)

b) Lochkorrosion ist bei metallischen Werkstoffen unter den folgenden Bedingungen möglich:

- Vorhandensein einer Schutzschicht (Passivschicht) auf der Metalloberfläche.
- Lokale Schädigung der Schutzschicht durch bestimmte Agenzien im Medium wie zum Beispiel Chloride (siehe Abbildung).

c) **Al-Cu-Legierungen + Meerwasser** sowie **Cr-Ni-Stähle + heißes, salzhaltiges Wasser:**

In beiden Fällen handelt es sich um deckschichtbehaftete Metalle. Außerdem liegen in beiden Fällen Chloride vor, die eine lokale Schädigung der Passivschicht bewirken können. Die Voraussetzungen gemäß Aufgabenteil b) sind erfüllt, d. h., es besteht ein erhöhtes Risiko für Lochkorrosion.

S275JR + kaltes Trinkwasser:

Der Werkstoff zeigt keine Lochkorrosion, da keine Passivschicht vorhanden ist.

Verzinntes Stahlblech + kaltes, salzfreies Wasser:

Der Werkstoff zeigt keine Lochkorrosion, da keine schädigende Agenzie im Medium vorhanden ist.

d) Nichtrostende Stähle: Legieren mit Molybdän (ca. 2 % ... 5 %).

Aluminiumwerkstoffe: Verwendung von Al-Mg- oder Al-Mg-Mn-Legierungen.

Aufgabe 236/10

- a) Die chemische Zusammensetzung von Rost hängt insbesondere von den jeweiligen Bedingungen ab, unter denen er entstanden ist. In allen Fällen sind jedoch dreiwertige Eisenionen (Fe^{3+}), Sauerstoffionen (O^{2-}) und unterschiedlich viel Wasser (H_2O) enthalten. Die ungefähre Zusammensetzung kann wie folgt angegeben werden: $\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot n \text{H}_2\text{O}$
- b) Vorhandensein von:
- Eisenwerkstoff
 - Sauerstoff (z. B. Luft)
 - Wasser

Aufgabe 236/11**Aktiver Korrosionsschutz:**

Unter aktivem Korrosionsschutz versteht man Änderungen der Werkstoffart (Verwendung beständiger Werkstoffe) und/oder des Korrosionsmediums, Realisierung eines katodischen Korrosionsschutzes oder Durchführung konstruktiver Vorbeugemaßnahmen.

Beispiel: katodischer Korrosionsschutz mithilfe von Opferanoden.

Passiver Korrosionsschutz:

Unter passivem Korrosionsschutz versteht man die Trennung des Werkstücks vom Korrosionsmedium.

Beispiel: Feuerverzinken von Stahl.

Aufgabe 236/12

1. **Kontaktkorrosion** (relativ rasche Zerstörung des elektrochemisch unedlen Metalls).
Abhilfe: Bauteile elektrisch gegeneinander isolieren.
2. **Rosten**.
Abhilfe: Katodischer Korrosionsschutz mittels Fremdstromquelle oder Opferanode.
3. **Lochkorrosion** aufgrund lokaler Zerstörung der Passivschicht infolge Anwesenheit von Chlorid-Ionen.
Abhilfe: Verwendung von Aluminiumlegierungen mit ausreichender Beständigkeit gegenüber Lochkorrosion, insbesondere Al-Mg- oder Al-Mg-Mn-Legierungen.
4. **Spaltkorrosion**
Abhilfe: Vermeidung des Zutritts eines Elektrolyten in den Spalt (Abdichtung) oder konstruktive Vermeidung enger Spalte.

Aufgabe 236/13

Beim katodischen Korrosionsschutz wird das zu schützende Metall elektrisch mit einem im Hinblick auf die elektrochemische Spannungsreihe unedlen Metall verbunden (z. B. Mg). Aufgrund des elektrischen Kontakts beider Metalle stellt sich ein neues Ruhepotenzial U_R des Systems ein. Die Folge ist, dass sich die anodische Teilstromdichte (Metallauflösung) des edlen Metalls verringert bzw. keine Metallauflösung mehr stattfindet, während die anodische Teilstromdichte des unedlen Metalls verstärkt wird. Das edle Metall wird im Hinblick auf Korrosion katodisch geschützt, während das unedle Metall einer verstärkten Korrosion unterliegt.

Anwendungsbeispiel: Schutz unterirdisch verlegter Stahlteile wie Tanks, Rohrleitungen oder Brückenpfeiler.

Aufgabe 236/14

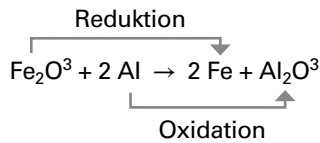
Der Stahlnagel wird im Laufe der Zeit an seiner Oberfläche eine Rostschicht ausbilden. Rost enthält Fe^{2+} - bzw. Fe^{3+} -Ionen. Das Normalpotenzial der Reaktion $Fe^{2+} \rightarrow Fe^{3+} + e^-$ ist mit +0,77 V höher als jenes von Kupfer ($Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2 \cdot e^-$; Normalpotenzial: +0,35 V). Dementsprechend wird sich das Kupfer auflösen, während der mit einer korrosionschemisch edleren Rostschicht überzogene Stahlnagel katodisch geschützt wird.

Aufgabe 237/1

- a) Bei der Verbrennung von Acetylen (C_2H_2) mit Sauerstoff (O_2) handelt es sich um eine Oxidation. Als Reaktionsprodukte entstehen bei dieser exothermen Reaktion Kohlendioxid (CO_2) und Wasser (H_2O).
- b) Stoffe, die Sauerstoff abspalten und auf diese Weise andere Stoffe oxidieren können, werden als Oxidationsmittel bezeichnet.
- c) Temperatur, Druck, Konzentration der Reaktionspartner, Oberfläche (Korngröße)

Aufgabe 237/2

- a) Exotherme Reaktion
 b) Reduktion und Oxidation laufen gleichzeitig ab.



- c) Aluminium (Al)

Aufgabe 237/3

- a) Bei Erwärmung von hartem Wasser (über 62 °C) bilden sich aus den temporären Härtebildnern (Kalzium- und Magnesiumcarbonat) wasserunlösliche Salze als Ablagerungen („Kesselstein“) auf der Oberfläche von Rohrleitungen, in Boilern, Kesseln usw. Diese Kalkschicht ist ein schlechter Wärmeleiter und isoliert daher das Wasser von der Heizquelle.

- Folgen:
- steigender Energieverbrauch
 - Überhitzung der Kesselbleche
 - Verstopfung von Rohren durch Kalkablagerungen

- b) Kalzium- und Magnesiumionen sind hauptsächlich für die Wasserhärte verantwortlich
 c) Durch Erwärmung des Wassers auf eine Temperatur über 62 °C. Die temporären Härtebildner setzen sich hierbei als Ablagerungen („Kesselstein“) auf der heißen Oberfläche ab.
 d) Bei vollentsalztem Wasser (VE-Wasser) wird durch Ionentauscher die Wasserhärte reduziert. Hierdurch wird die Bildung von Ablagerungen („Kesselstein“) an den heißen Oberflächen vermieden.
 e) Die Wasserhärte 1,1 mmol/l entspricht dem weichen Härtebereich ($\leq 1,5$ mmol/l).

Aufgabe 237/4

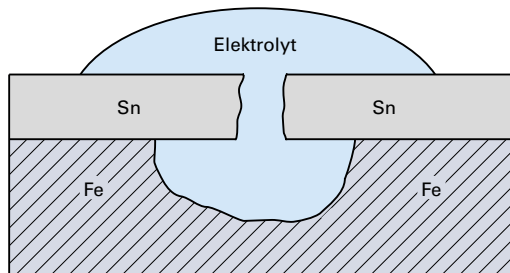
- a) Der pH-Wert gibt an, wie stark sauer oder basisch eine Lösung ist.
 b) H_2SO_4 Schwefelsäure
 NaOH Natronlauge
 Na_2SO_4 Natriumsulfat
 H_2O Wasser
 c) Säure + Base \rightarrow Salz + Wasser
 d) pH = 7
 e) Der Umschlagbereich des Indikators liegt ungefähr bei einem pH-Wert = 3. Ein pH-Wert von 7 (neutrale Lösung) ist somit nicht möglich.

Aufgabe 237/5

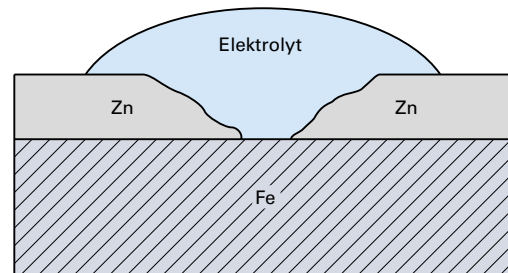
- a) Katodischer Schutz mit Opferanode
 b) Opferanoden haben ein geringeres Normalpotenzial, sie sind also unedler als das Metall des zu schützenden Bauteils. Eine Opferanode löst sich daher bei Kontakt mit einem Elektrolyten schneller auf, als das zu schützende (edlere) Metall.
 c) Die Spannung zwischen Magnesium Mg (-2,36 V) und Eisen Fe (-0,44 V) beträgt 1,92 V.
 d) Pluspol: Fe (edleres Metall)
 Minuspol: Mg (unedleres Metall)
 e) In der elektrochemischen Spannungsreihe befinden sich die starken Reduktionsmittel (starke Bindung zu Sauerstoff) links. Magnesium Mg und Aluminium Al sind beispielsweise starke Reduktionsmittel.

Aufgabe 237/6

- a) Elektrochemische Korrosion
b) Es bildet sich ein galvanisches Element. Das unedlere Metall wird hierbei zerstört.



Das Stahlblech wird unter der Zinnschicht zerstört (Lochfraß).



Die Zinkschicht wird zerstört, das Stahlblech bleibt solange geschützt.

- c) Aluminium bildet bei Anwesenheit von Luft an der Oberfläche eine sehr dünne, dichte oxidische Schutzschicht (Al_2O_3), die das Metall vor Korrosion schützt.

Lösungen zum Teil C | STATISTIK

Lösungen zu Kapitel Statistische Kenngrößen

Aufgabe 243/1

Arithmetischer Mittelwert: $\bar{x} = 66,99$ g
 Geometrischer Mittelwert: $\bar{x}_g = 66,9318$ g
 Zentralwert (Median): $\tilde{x} = 67,25$ g
 Modalwerte (Modus): 65,3 g; 67,3 g; 67,4 g; 67,9 g
 Spannweite: $R = 12,4$ g
 Varianz: $s^2 = 7,9679$ g²
 Standardabweichung: $s = 2,8227$ g
 Variationskoeffizient: $v = 0,0421 = 4,21$ %

Aufgabe 243/2

a) Geordnete Urliste:

1. 58,9	11. 56,8	21. 56,2	31. 55,5
2. 57,6	12. 56,7	22. 56,2	32. 55,3
3. 57,5	13. 56,7	23. 56,1	33. 55,3
4. 57,3	14. 56,6	24. 56,1	34. 55,1
5. 57,2	15. 56,6	25. 56,0	35. 54,9
6. 57,0	16. 56,5	26. 56,0	36. 54,8
7. 57,0	17. 56,4	27. 55,8	37. 54,4
8. 56,9	18. 56,3	28. 55,7	38. 54,1
9. 56,9	19. 56,3	29. 55,7	39. 54,0
10. 56,8	20. 56,2	30. 55,6	40. 53,9

b) Arithmetischer Mittelwert: $\bar{x} = 56,1225$ g
 Geometrischer Mittelwert: $\bar{x}_g = 56,1129$ g
 Zentralwert (Median): $\tilde{x} = 56,2$ g
 Modalwert (Modus): 56,2 g
 Spannweite: $R = 5$ g
 Varianz: $s^2 = 1,0956$ g²
 Standardabweichung: $s = 1,0467$ g
 Variationskoeffizient: $v = 0,0186 = 1,86$ %

Aufgabe 243/3

Arithmetischer Mittelwert: $\bar{x} = 2,48$ bar
 Geometrischer Mittelwert: $\bar{x}_g = 2,4609$ bar
 Zentralwert (Median): $\tilde{x} = 2,5$ bar
 Modalwert (Modus): 2,5 bar; 2,7 bar
 Spannweite: $R = 1$ bar
 Varianz: $s^2 = 0,09956$ bar²
 Standardabweichung: $s = 0,3155$ bar
 Variationskoeffizient: $v = 0,127 = 12,7$ %

Aufgabe 243/4

- a) In der Spannweite wird die Verteilung der Werte nicht berücksichtigt. Es wird nur max. und min. gewertet.
- b) Der geometrische Mittelwert bezieht sich auf Verhältnisse, der arithmetische nicht.

Aufgabe 243/5

Liniendiagramm
Balkendiagramm
Kuchendiagramm
Sterndiagramm

Lösungen zu Kapitel Histogramme

Aufgabe 249/1

Messwerte (ungeordnet) [mm]	314	321	311	315	316	306	315
Messwerte (geordnet) [mm]	306	311	314	315	315	316	321
Ordnungszahl j	1	2	3	4	5	6	7
Relative Häufigkeitssumme $H_j^{1)}$	9,09	22,73	36,36	50,00	63,64	77,27	90,91

¹⁾ aus Tabelle 3.2 entnommen.

Aufgabe 249/2

Aus der in Bild 1, Seite 247, dargestellten Summenkurve entnehmen wir:

- 20 % der Messwerte sind kleiner als 65 g.
- 46 % der Messwerte sind kleiner als 67 g und 94 % der Messwerte sind kleiner als 71 g. Damit liegen $94\% - 46\% = 48\%$ der Messwerte zwischen 67 g und 71 g.
- 78 % der Messwerte sind kleiner als 69 g. Damit sind $100\% - 78\% = 22\%$ größer als 69 g.

Aufgabe 249/3

- a) Da es sich um eine Messreihe mit mehr als 25 Messwerten handelt ($n = 50$) wird zunächst eine Klasseneinteilung vorgenommen.

- Klassenzahl $k = 7$
- Klassenbreite $w = 2,0$

Kontrolle: Da bei der Wahl der Klassenbreite w abgerundet wurde, gilt: $2 \cdot 7 > 12,4$.

b)

Klasse		1	2	3	4	5	6	7
Klassengrenzen	von [mm]:	61	63	65	67	69	71	73
	bis [mm]:	63	65	67	69	71	73	75
Absolute Häufigkeit n_j		5	5	13	16	8	1	2
Relative Häufigkeit h_j	[%]	10,0	10,0	26,0	32,0	16,0	2,0	4,0
Relative Häufigkeitssumme H_j	[%]	10,0	20,0	46,0	78,0	94,0	96,0	100,0

- c) Siehe Bild 1, Seite 247.
Einzeichnen von Balken, deren Höhe der relativen Häufigkeit h_j der jeweiligen Klasse entspricht.
- d) Siehe Bild 1, Seite 247.
Einzeichnen der relativen Häufigkeitssumme H_j über der jeweils rechten Klassengrenze.

Aufgabe 249/4

- a) Anzahl der Klassen: 6 Klassen

$$\text{Klassenbreite: } w = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k - 1} = \frac{58,9 - 53,9}{6 - 1} = \frac{5}{5} = 1$$

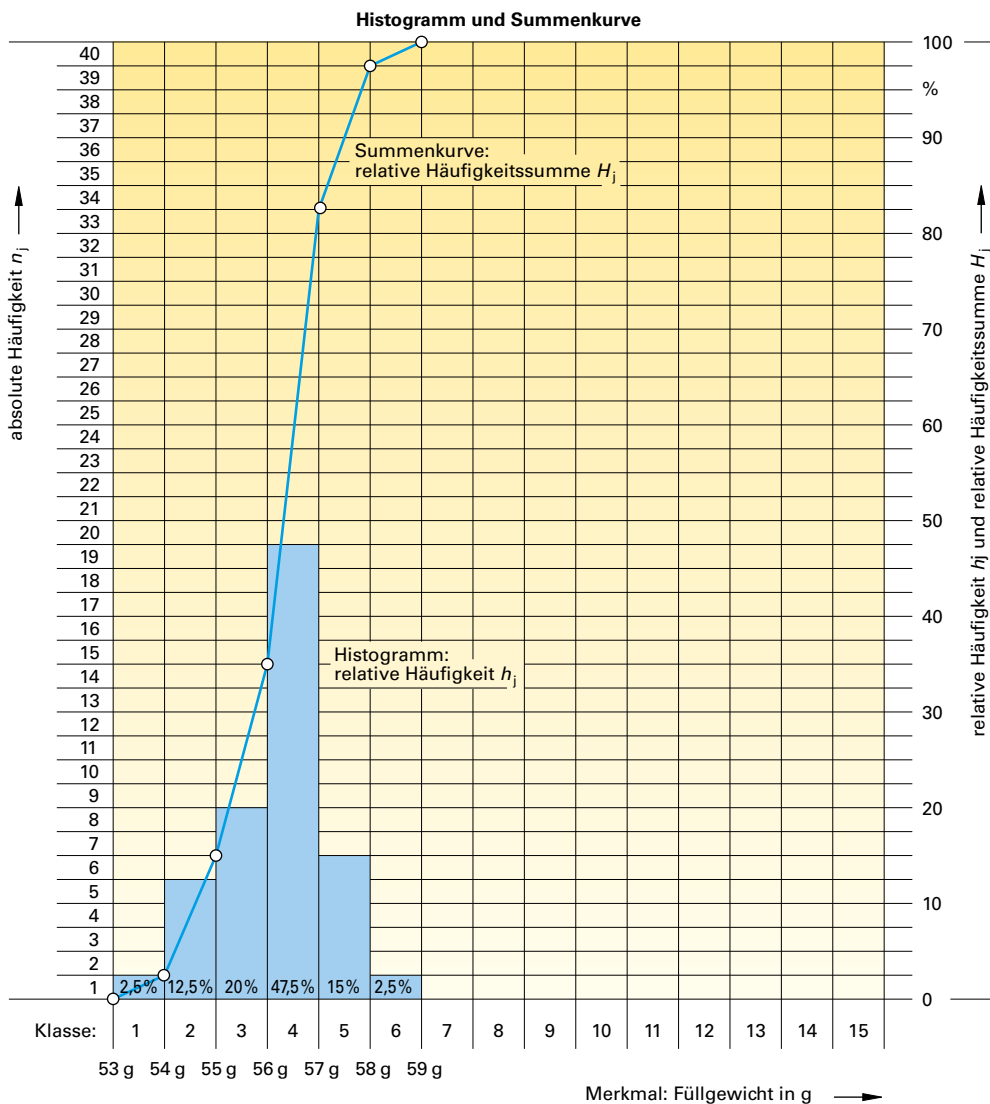
Klassengrenzen: siehe nachfolgende Tabelle.

b)

Klasse		1	2	3	4	5	6
Klassengrenzen	von [g]:	53	54	55	56	57	58
	bis [g]:	54	55	56	57	58	59
Absolute Häufigkeit $n_j^{1)}$		1	5	8	19	6	1
Relative Häufigkeit h_j	[%]	2,5	12,5	20,0	47,5	15,0	2,5
Relative Häufigkeitssumme H_j	[%]	2,5	15,0	35,0	82,5	97,5	100,0

¹⁾ Messwerte, die auf die Klassengrenzen fallen, wurden der nächsthöheren Klasse zugeordnet.

- c) Histogramm siehe Abbildung.
- d) Summenkurve siehe Abbildung.



Klasse	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Summen
n_j	1	5	6	19	6	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	40
h_j [%]	2,5	12,5	20,0	47,5	15,0	2,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	100 %
H_j [%]	2,5	15,0	35,0	82,5	97,5	100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

e) Aus der in der Abbildung dargestellten Summenkurve entnehmen wir:

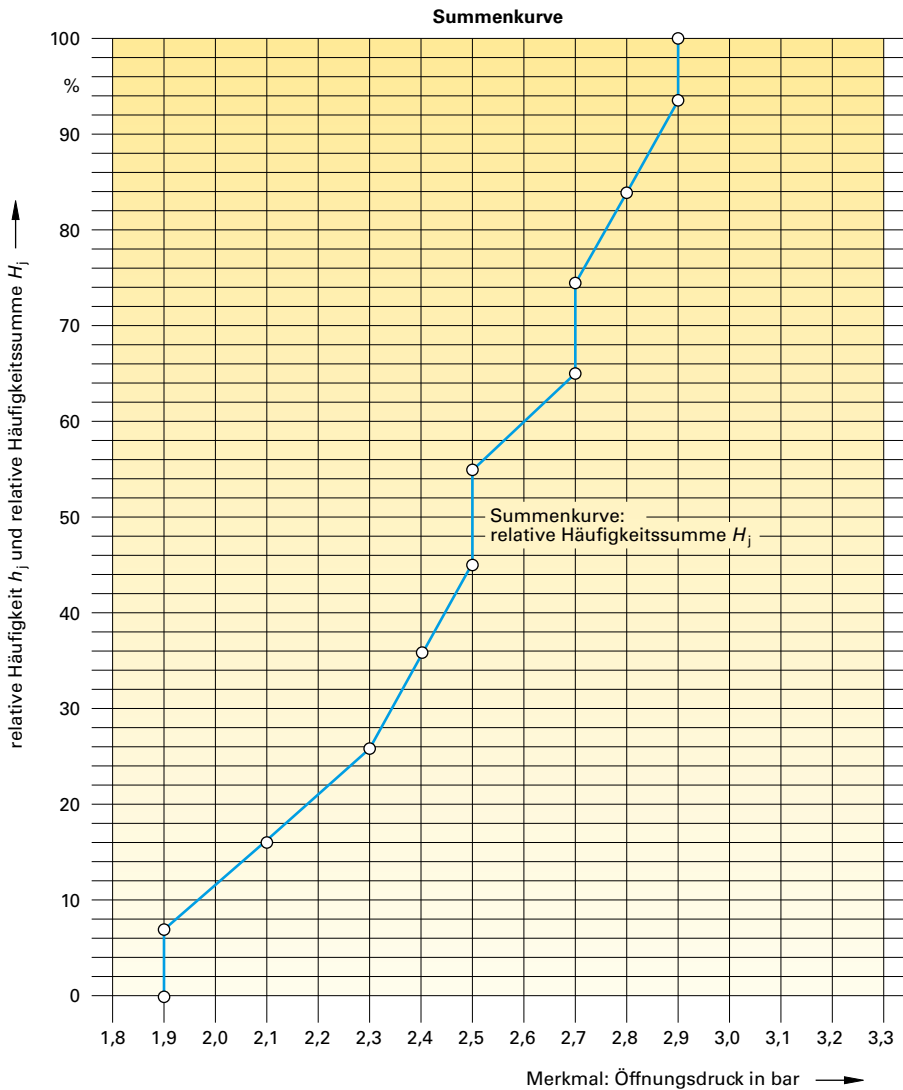
- 35% der Messwerte sind kleiner als 56 g.
- 35% der Messwerte sind kleiner als 56 g und 82,5 % der Messwerte sind kleiner als 57 g.
- Damit liegen $82,5 \% - 35 \% = 47,5 \%$ der Messwerte zwischen 56 g und 57 g.
- 15% der Messwerte sind kleiner als 55 g. Damit sind $100 \% - 15 \% = 85 \%$ größer als 55 g.

Aufgabe 249/5

- a) Da es sich um eine Messreihe mit weniger als 25 Messwerten handelt ($n = 10$), ist eine Klasseneinteilung nicht sinnvoll. Die Ermittlung von Klassenzahl, Klassenbreite, relativer Häufigkeit einer Klasse entfallen daher. Jedem Messwert der geordneten Urliste wird eine relative Häufigkeitssumme H_j aus Tabelle 3.2 zugeordnet:

Geordnete Messreihe	1,9	2,1	2,3	2,4	2,5	2,5	2,7	2,7	2,8	2,9
Ordnungszahl j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
rel. Häufigkeitssumme H_j	6,45	16,13	25,81	35,48	45,16	54,84	64,52	74,19	83,87	93,55

- b) Summenkurve siehe Abbildung.
 Einzeichnen der relativen Häufigkeitssumme H_j über dem jeweiligen Messwert.



Messreihe	2,1	2,9	2,4	2,5	2,8	2,5	1,9	2,7	2,3	2,7	—	—	—	—	—
geordnet	1,9	2,1	2,3	2,4	2,5	2,5	2,7	2,7	2,8	2,9	—	—	—	—	—
H_j [%]	6,45	16,13	25,81	35,48	45,16	54,84	64,52	74,19	83,87	93,55	—	—	—	—	—

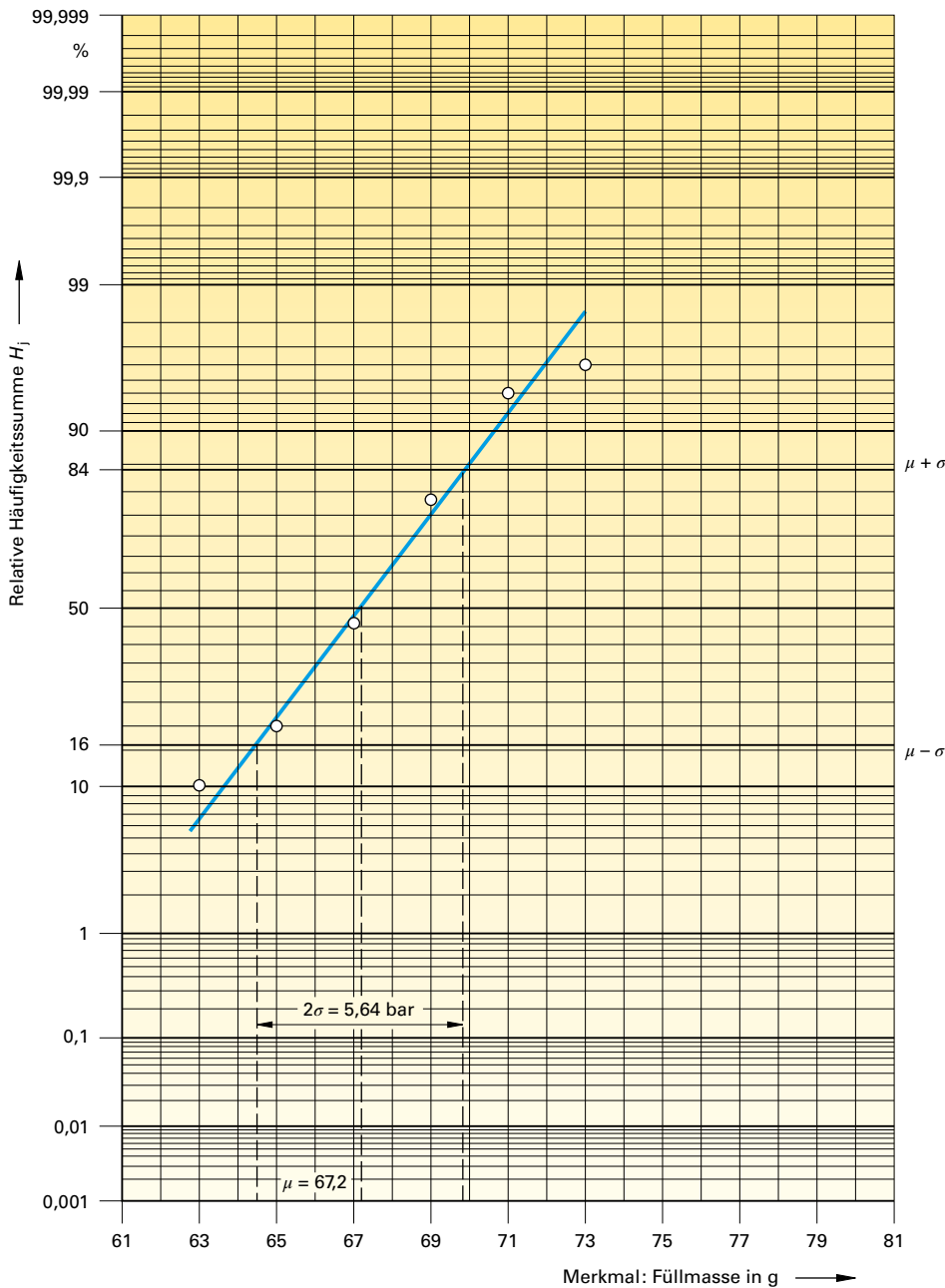
Lösungen zu Kapitel Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Aufgabe 256/1

Es handelt sich um eine Messreihe mit 25 und mehr Messwerten. Die relative Häufigkeitssumme H_j einer jeden Klasse j wurde dort bereits berechnet und tabelliert. Das Ergebnis lautete:

Klasse	1	2	3	4	5	6	7
rel. Häufigkeitssumme H_j	10,0	20,0	46,0	78,0	94,0	96,0	100,0

Zeichnen wir die relativen Häufigkeitssummen über der jeweils rechten Klassengrenze in das Wahrscheinlichkeitsnetz der Normalverteilung ein, dann erkennen wir, dass die Werte näherungsweise auf einer Geraden liegen. Die Messdaten sind damit normalverteilt.



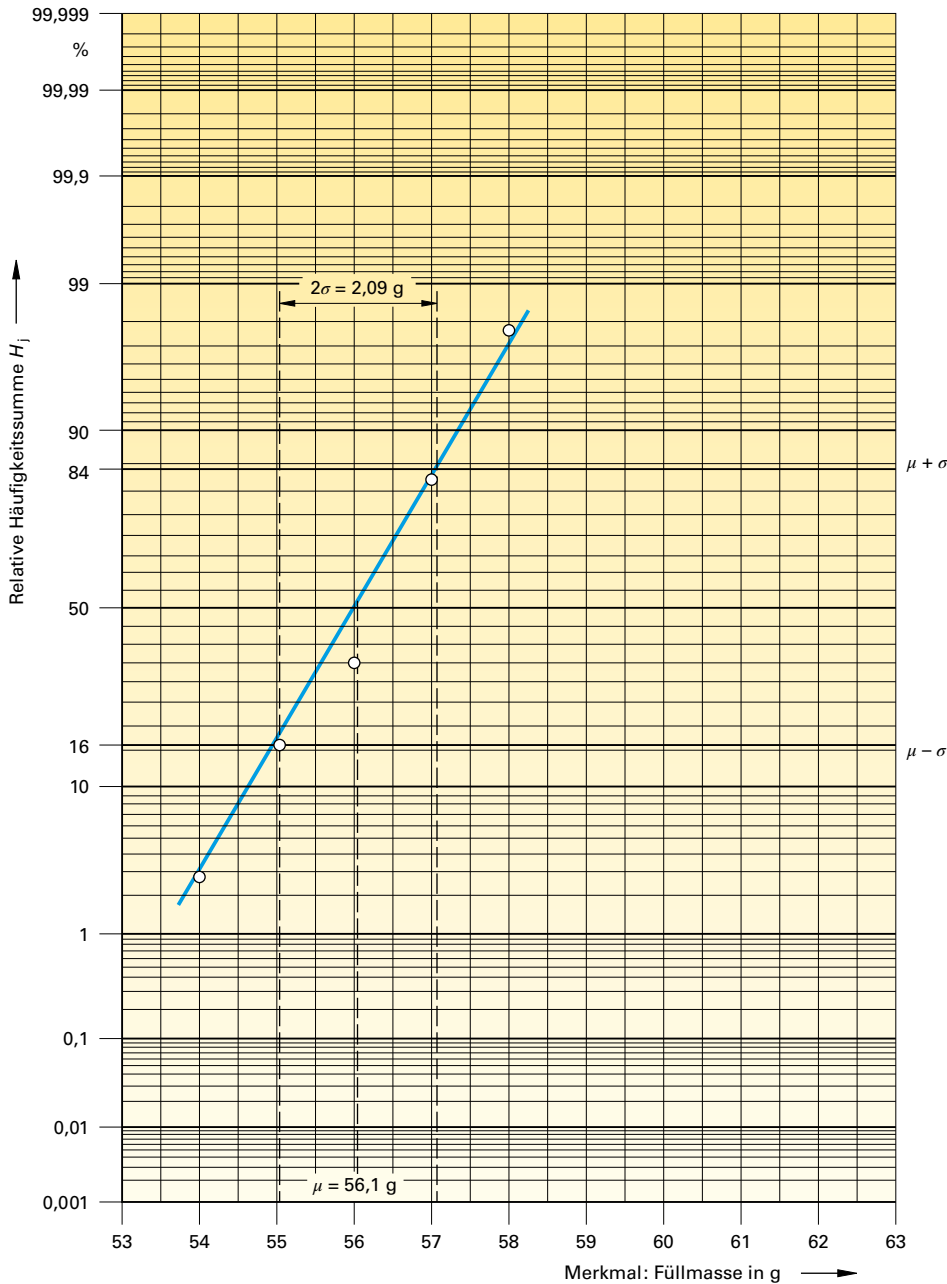
Aufgabe 256/2

Es handelt sich um eine Messreihe mit 25 und mehr Messwerten. Die relative Häufigkeitssumme H_j einer jeden Klasse j wurde dort bereits berechnet und tabelliert. Das Ergebnis lautete:

Klasse		1	2	3	4	5	6
Klassengrenzen	von [g]:	53	54	55	56	57	58
	bis [g]:	54	55	56	57	58	59
Relative Häufigkeitssumme H_j	[%]	2,5	15,0	35,0	82,5	97,5	100,0

¹⁾ Messwerte, die auf die Klassengrenzen fallen, wurden der nächsthöheren Klasse zugeordnet.

Zeichnen wir die relativen Häufigkeitssummen über der jeweils rechten Klassengrenze in das Wahrscheinlichkeitsnetz der Normalverteilung ein, dann erkennen wir, dass die Werte näherungsweise auf einer Geraden liegen. Die Messdaten sind damit normalverteilt.

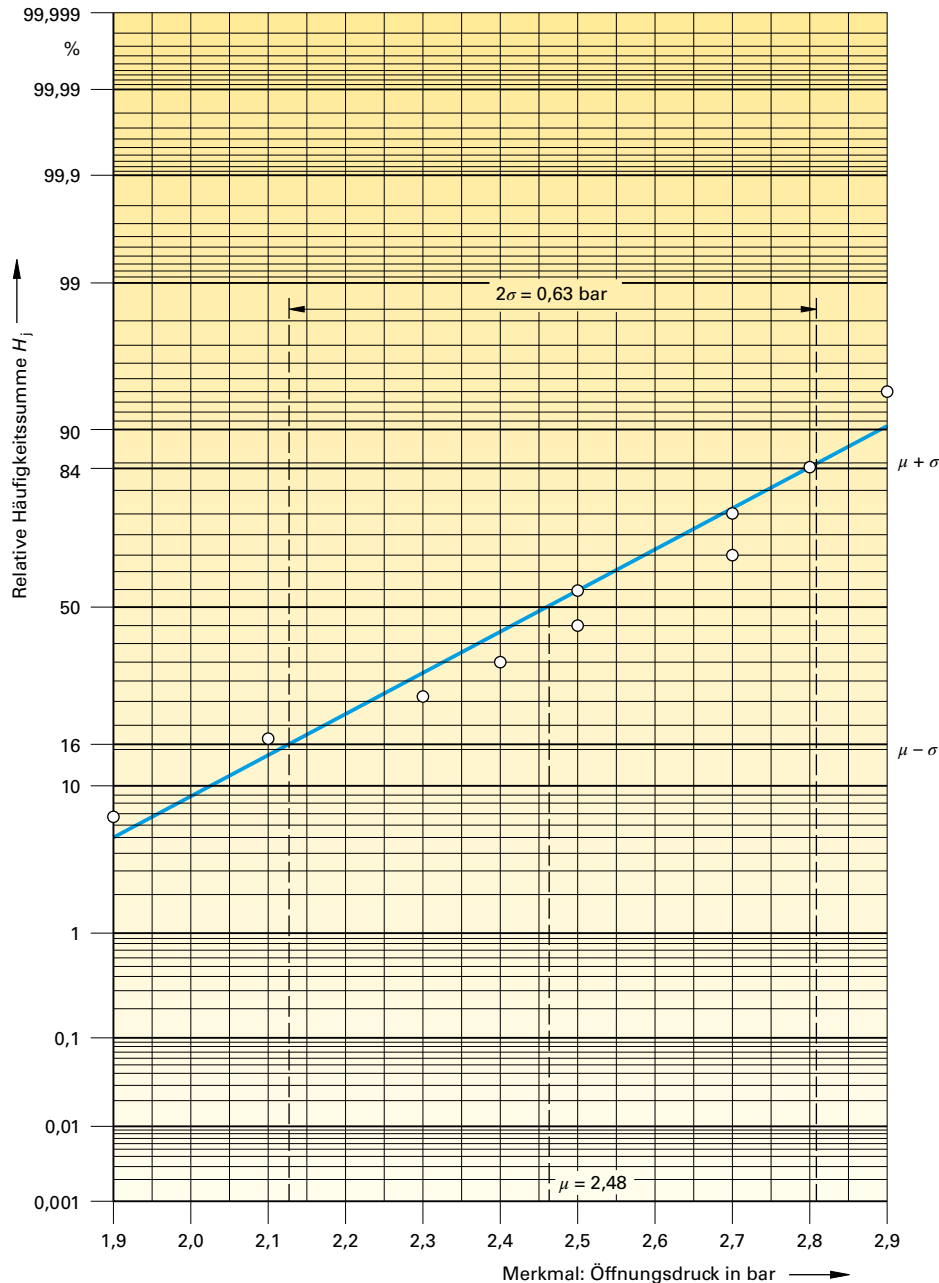


Aufgabe 256/3

Es liegt eine Messreihe mit weniger als 25 Messwerten vor ($n = 10$), daher wurde keine Klasseneinteilung durchgeführt. Jedem Messwert der geordneten Urliste wurde eine relative Häufigkeitssumme H_j zugeordnet. Wir erhielten das folgende Ergebnis:

Geordnete Messreihe	1,9	2,1	2,3	2,4	2,5	2,5	2,7	2,7	2,8	2,9
rel. Häufigkeitssumme H_j	6,45	16,13	25,81	35,48	45,16	54,84	64,52	74,19	83,87	93,55

Zeichnen wir die relativen Häufigkeitssummen über der jeweils rechten Klassengrenze in das Wahrscheinlichkeitsnetz der Normalverteilung ein, dann erkennen wir, dass die Werte näherungsweise auf einer Geraden liegen. Die Messdaten sind damit normalverteilt.



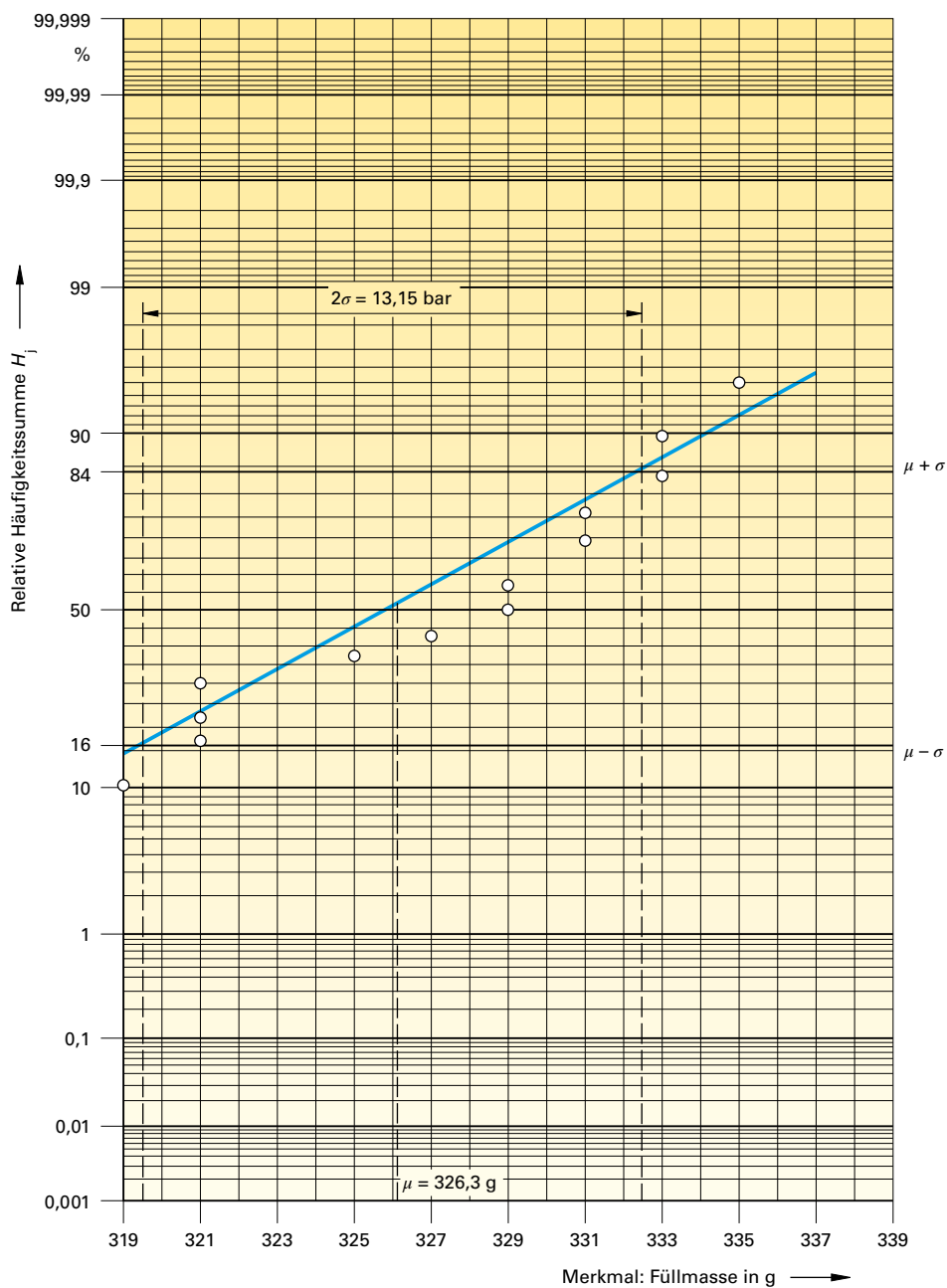
Aufgabe 256/4

Es liegt eine Messreihe mit weniger als 25 Messwerten vor ($n = 15$), daher wurde keine Klasseneinteilung durchgeführt. Jedem Messwert der geordneten Urliste wurde eine relative Häufigkeitssumme H_j zugeordnet. Wir erhielten das folgende Ergebnis:

Geordnete Messreihe	311	319	321	321	321	325	327	329
rel. Häufigkeitssumme H_j	4,35	10,87	17,39	23,91	30,43	36,96	43,48	50,00

Geordnete Messreihe	329	329	331	331	333	333	335	
rel. Häufigkeitssumme H_j	56,52	63,04	69,57	76,09	82,61	89,13	95,65	

Zeichnen wir die relativen Häufigkeitssummen H_j über dem jeweiligen Messwert in das Wahrscheinlichkeitsnetz der Normalverteilung ein, dann erkennen wir, dass die Messwerte näherungsweise auf einer Geraden liegen. Die Messdaten sind damit normalverteilt.



Aufgabe 256/5

Eine Aussagesicherheit von 99 % für $f = 125 - 1 = 124$ bedeutet zunächst den Wert $t = 2,63$. Da der Wert $f = 124$ in der Tabelle nicht aufgeführt ist, lesen wir den Wert für t beim nächstkleineren tabellierten Wert, also bei $f = 100$, ab. Die Bereichsgrenzen errechnen sich dann gemäß Gleichung 4.2 und Gleichung 4.3 zu:

- untere Bereichsgrenze: $x_{\text{un}} = \bar{x} - t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 74,51 \text{ mm} - 2,63 \cdot \frac{1,38 \text{ mm}}{\sqrt{125}} = 74,18 \text{ mm}$

- obere Bereichsgrenze: $x_{\text{ob}} = \bar{x} + t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 74,51 \text{ mm} + 2,63 \cdot \frac{1,38 \text{ mm}}{\sqrt{125}} = 74,83 \text{ mm}$

Der arithmetische Mittelwert μ der Grundgesamtheit liegt also mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 % im Bereich zwischen 74,18 mm und 74,83 mm.

Aufgabe 256/6

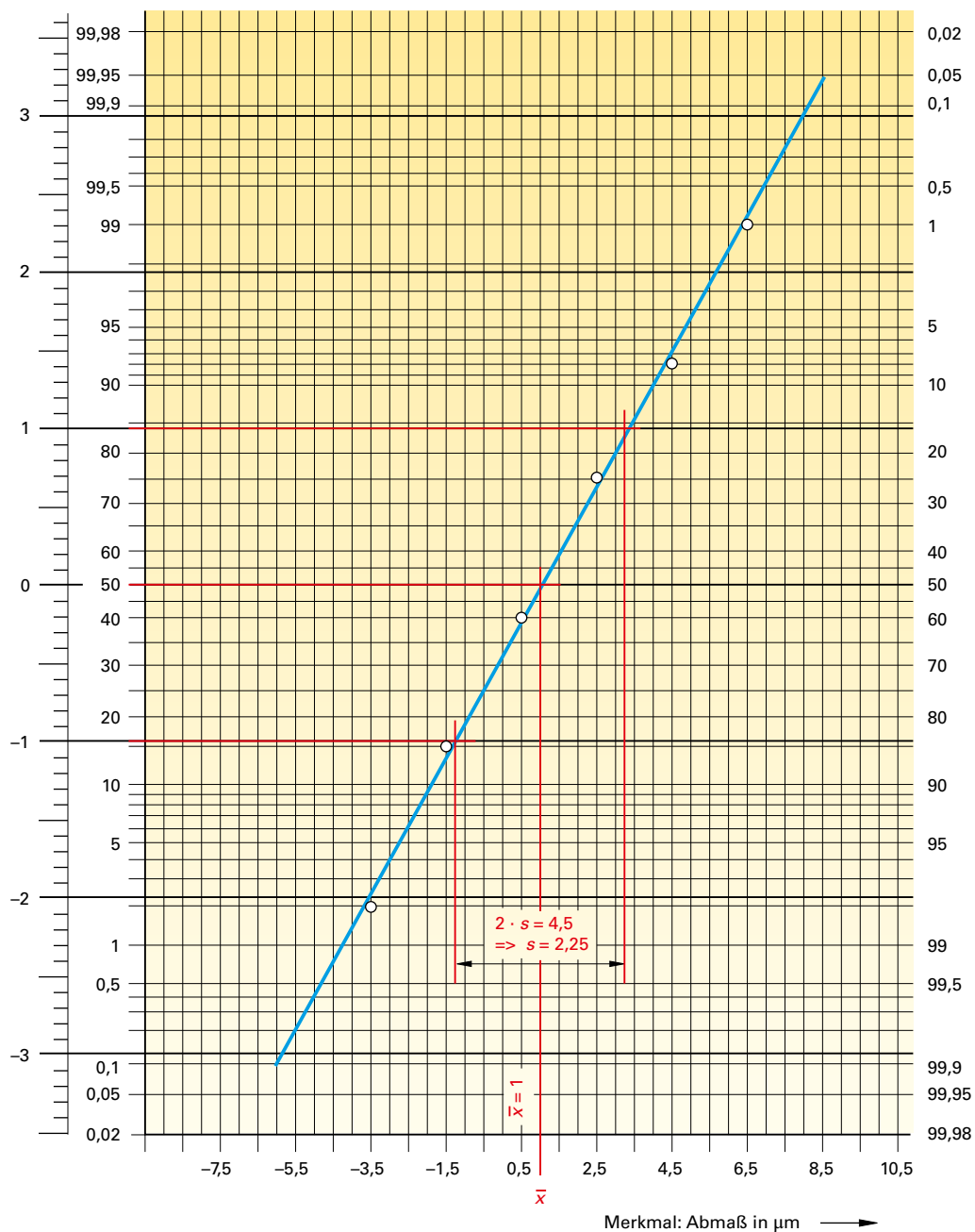
Einen Stichprobenumfang von $n = 25$ und eine Aussagesicherheit von 95 % bedeuten die Werte $c_1 = 0,78$ und $c_2 = 1,39$. Die Bereichsgrenzen für σ errechnen sich dann gemäß Gleichung 4.4 und 4.5 zu:

- untere Bereichsgrenze: $s_{\text{un}} = c_1 \cdot s = 0,78 \cdot 2,14 \text{ g} = 1,67 \text{ g}$

- obere Bereichsgrenze: $s_{\text{ob}} = c_2 \cdot s = 1,39 \cdot 2,14 \text{ g} = 2,98 \text{ g}$

Die Standardabweichung σ der Grundgesamtheit liegt also mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % im Bereich zwischen 1,67 g und 2,97 g.

Aufgabe 256/7



Lösungen zu Kapitel Qualitätskennzahlen für Maschine und Prozess

Aufgabe 261/1

- a) Die gefertigten Wellen müssen einen Außendurchmesser von $60-0,05/+0,03$ mm aufweisen, d. h., die vorgegebene Breite T des Toleranzfeldes beträgt 0,08 mm.

$$c_m = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{0,08 \text{ mm}}{6 \cdot 0,01 \text{ mm}} = \mathbf{1,33}$$

Der c_m -Wert ist kleiner als 1,67 und damit nicht ausreichend. Die Streuung der Stichprobe ist zu groß.

- b) Den Abstand zwischen arithmetischem Mittelwert und unterer Toleranzgrenze (UGW) errechnet man:

$$x_{un} = \bar{x} - \text{UGW} = 59,98 \text{ mm} - 59,95 \text{ mm} = 0,03 \text{ mm}$$

Den Abstand zwischen oberer Toleranzgrenze (OGW) und arithmetischem Mittelwert errechnet man:

$$x_{ob} = \text{OGW} - \bar{x} = 60,03 \text{ mm} - 59,98 \text{ mm} = 0,05 \text{ mm}$$

Damit gilt:

$$\Delta_{krit} = \min\{x_{un}; x_{ob}\} = 0,03 \text{ mm}$$

Die kritische Maschinenfähigkeit c_{mk} ergibt sich dann zu:

$$c_{mk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} = \frac{0,03 \text{ mm}}{3 \cdot 0,01 \text{ mm}} = \mathbf{1,0}$$

Der c_{mk} -Wert ist nicht ausreichend, die Verteilung ist zu weit zur unteren Toleranzgrenze hin verschoben.

Aufgabe 261/2

- Arithmetischer Mittelwert der Stichprobe: $\bar{x} = 25,7054$ mm
- Standardabweichung der Stichprobe: $s = 0,02484$ mm

Die gefertigten Drehteile müssen einen Durchmesser von $25,7 \pm 0,15$ mm aufweisen, d. h., die vorgegebene Breite T des Toleranzfeldes beträgt 0,3 mm.

$$c_m = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{0,03 \text{ mm}}{6 \cdot 0,02484 \text{ mm}} = \mathbf{2,01}$$

Den Abstand zwischen arithmetischem Mittelwert und unterer Toleranzgrenze (UGW) errechnet man:

$$x_{un} = \bar{x} - \text{UGW} = 25,7054 \text{ mm} - 25,55 \text{ mm} = 0,1554 \text{ mm}$$

Den Abstand zwischen oberer Toleranzgrenze (OGW) und arithmetischem Mittelwert errechnet man:

$$x_{ob} = \text{OGW} - \bar{x} = 25,85 \text{ mm} - 25,7054 \text{ mm} = 0,1446 \text{ mm}$$

Damit gilt:

$$\Delta_{krit} = \min\{x_{un}; x_{ob}\} = 0,1446 \text{ mm}$$

Die kritische Maschinenfähigkeit c_{mk} ergibt sich dann zu:

$$c_{mk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} = \frac{0,1446 \text{ mm}}{3 \cdot 0,02484 \text{ mm}} = \mathbf{1,94}$$

Aufgabe 262/3

Nr. der Stichprobe	1	2	3	4	5	6
\bar{x} in mm	60,00	59,98	60,00	59,99	59,99	59,97
s in mm	0,03526	0,03391	0,06633	0,05916	0,05050	0,03162

b) Der Mittelwert $\bar{\bar{x}}$ errechnet sich aus den arithmetischen Mittelwerten \bar{x} :

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4 + \bar{x}_5 + \bar{x}_6}{k} = \frac{60,00 + 59,98 + 60,00 + 59,99 + 59,99 + 59,97}{6} = \mathbf{59,9883 \text{ mm}}$$

c) Die mittlere Standardabweichung ergibt sich aus:

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + s_4^2 + s_5^2 + s_6^2}{k}} = \sqrt{\frac{0,035^2 + 0,034^2 + 0,066^2 + 0,059^2 + 0,051^2 + 0,032^2}{6}} = \mathbf{0,04805 \text{ mm}}$$

d) Die Prozessfähigkeit c_p ergibt sich aus: $c_p = \frac{T}{6 \cdot \bar{s}} = \frac{0,4}{6 \cdot 0,04805} = \mathbf{1,39}$

e) Den Abstand zwischen arithmetischem Mittelwert und unterer Toleranzgrenze (UGW) errechnet man:

$$x_{un} = \bar{\bar{x}} - \text{UGW} = 59,9883 \text{ mm} - 59,8 \text{ mm} = 0,1883 \text{ mm}$$

Den Abstand zwischen oberer Toleranzgrenze (OGW) und arithmetischem Mittelwert errechnet man:

$$x_{ob} = \text{OGW} - \bar{\bar{x}} = 60,2 \text{ mm} - 59,9883 \text{ mm} = 0,2117 \text{ mm}$$

Damit gilt:

$$\Delta_{krit} = \min\{x_{un}; x_{ob}\} = 0,1883 \text{ mm}$$

Die kritische Prozessfähigkeit c_{mk} ergibt sich zu:

$$c_{mk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot \bar{s}} = \frac{0,1883 \text{ mm}}{3 \cdot 0,04805 \text{ mm}} = \mathbf{1,31}$$

Aufgabe 262/4

a) Alle Angaben für \bar{x} und s in ms.

Nr.	\bar{x}	s	Nr.	\bar{x}	s	Nr.	\bar{x}	s	Nr.	\bar{x}	s	Nr.	\bar{x}	s
1	79,18	2,517	6	79,78	0,694	11	79,20	0,941	16	78,06	2,635	21	81,28	1,677
2	77,92	2,325	7	79,58	1,254	12	78,56	2,313	17	81,24	2,213	22	78,10	3,469
3	80,54	3,832	8	78,86	2,347	13	79,74	4,361	18	79,90	2,153	23	81,76	3,054
4	79,50	2,752	9	80,48	2,778	14	80,82	2,009	19	81,26	3,695	24	81,68	2,790
5	80,90	3,193	10	79,36	2,060	15	79,28	1,119	20	77,58	1,195	25	78,06	1,248

b) $\bar{\bar{x}} = 79,7048 \text{ ms}$

c) $\bar{s} = 2,5246 \text{ ms}$

d) $c_p = 1,320 \text{ ms}$
 $c_{pk} = 1,281 \text{ ms}$

Lösungen zu Kapitel Qualitätsregelkarten

Aufgabe 269

a) $\bar{x} = 79,7048 \text{ ms}$

$s = 2,5246 \text{ ms}$

Mittelwertkarte

$UEG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_E \cdot \bar{s} = 79,7048 \text{ ms} - 1,152 \cdot 2,5246 \text{ ms} = \mathbf{76,796 \text{ ms}}$

$OEG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_E \cdot \bar{s} = 79,7048 \text{ ms} + 1,152 \cdot 2,5246 \text{ ms} = \mathbf{82,613 \text{ ms}}$

Standardabweichungskarte

$UEG_s = B_{E_{un}} \cdot \bar{s} = 0,227 \cdot 2,5246 \text{ ms} = \mathbf{0,573 \text{ ms}}$

$OEG_s = B_{E_{ob}} \cdot \bar{s} = 1,927 \cdot 2,5246 \text{ ms} = \mathbf{4,864 \text{ ms}}$

b) **Qualitätsregelkarte 1:**

Prozessbeurteilung:

Ab 22.00 können wir einen Trend erkennen, da ab 16.00 sieben aufeinanderfolgende Werte eine fallende Tendenz haben.

Mögliche Einflüsse:

- Werkzeugverschleiß, Verschleiß von Vorrichtungen oder Messgeräten.
- Ermüdung des Bedienpersonals.

Korrekturmaßnahmen:

Prozess unterbrechen, Fehlerursache suchen und beheben.

Qualitätsregelkarte 2:

Prozessbeurteilung:

Um 13.00 wird die **obere Eingriffsgrenze überschritten** (anschließend zeichnet sich noch ein **Trend** ab, da sieben bzw. mehr aufeinanderfolgende Werte eine fallende Tendenz haben).

Mögliche Einflüsse (für die Überschreitung der oberen Eingriffsgrenze):

- Beschädigung der Maschine
- Verschiedene Werkstoffchargen

Korrekturmaßnahmen (für die Überschreitung der oberen Eingriffsgrenze):

Fertigung muss neu eingestellt werden. Ggf. müssen die seit der letzten Prüfung gefertigten Teile aussortiert oder zu 100% geprüft werden.

Qualitätsregelkarte 3:

Prozessbeurteilung:

Ab 18.00 kann ein **Run** erkannt werden, da ab 12.00 sieben bzw. mehr aufeinanderfolgende Werte auf einer Seite der Mittellinie liegen.

Mögliche Einflüsse:

- Werkzeugverschleiß
- Neues Werkzeug
- Neues Bedienpersonal

Korrekturmaßnahmen:

Verschärfte Beobachtung des Fertigungsprozesses.

Qualitätsregelkarte 4:

Prozessbeurteilung:

Es kann von einem periodischen Verlauf gesprochen werden.

Beispiel: Drehen eines Durchmessers

6:00–11:00 Kontinuierlicher Verschleiß an der Drehplatte.

11:00 Korrektur des Werkzeugspeichers

12:00–18:00 Kontinuierlicher Verschleiß an der Drehplatte.

18:00 Tausch der Drehplatte

19:00–... Kontinuierlicher Verschleiß an der Drehplatte.

Aufgabe 270/1

- a) Mittelwert = 9,7; Standardabweichung = 1,7349
- b) Toleranz = 21; Standardabweichung = 1,7349
Standardabweichung passt 12 x in die Toleranz → Forderung ist gewährleistet.

Aufgabe 270/2

- a) Kegelrollenlager $c_p = 0,833$; $c_{pk} = 0,833$
Zahnrad 1. Gang $c_p = 0,833$; $c_{pk} = 0,666$
- b) Prozessfähigkeit ist nicht gegeben. Prozess komplett neu betrachten.

Aufgabe 270/3

- a) Toleranz 11 μm
- b) Toleranzgrenzen OTG = 12,018 ; UTG = 12,007
- c) Größtwert $x_{\max} = 12,012$; Kleinstwert $x_{\min} = 12,009$
- d) Spannweite $R = 0,003$
- e) Standardabweichung $s = 1,0698$
- f) Modalwert $M = 12,010$
- g) Maschinenfähigkeitskennwert $c_m = 1,96$; $c_{mk} = 1,19$
- h) Maschine um 2,5 μm korrigieren und weitere 50 Teile fertigen.

Aufgabe 270/4

- a) Vorteile
Visualisierung des Prozesses
Zeitliche Betrachtung der Werte
Automatisierbar
- Nachteile
Keine 100% Prüfung
Aufwendig
Es werden nicht alle Merkmale betrachtet
- b) \bar{x}/s Regelkarte – Hier wird die Streuung mit betrachtet
 \bar{x}/R Regelkarte – Hier wird der Range mit betrachtet
Der Range ist bei statistischen Auswertungen der weniger aussagekräftige Wert.

Aufgabe 271/5

a) **Bestimmung der Toleranzgrenzen.**

Ø 16g8 Passungssystem Einheitsbohrung, IT8 → $T = 27 \mu\text{m}$. $OTG = -6 \mu\text{m}$. $UTG = -33 \mu\text{m}$. $TM = -19,5 \mu\text{m}$

b) **Bestimmung der geforderten Kennwerte s und cmk.**

$$8\sigma\text{-Produktion} \rightarrow s_{\text{gefordert}} = \frac{T}{8} = \frac{27 \mu\text{m}}{8} = 3,375 \mu\text{m} \rightarrow c_{m \text{ gefordert}} = \frac{T}{6 \cdot s_{\text{gefordert}}} = \frac{27 \mu\text{m}}{6 \cdot 3,375} = 27 \mu\text{m} = 1,33$$

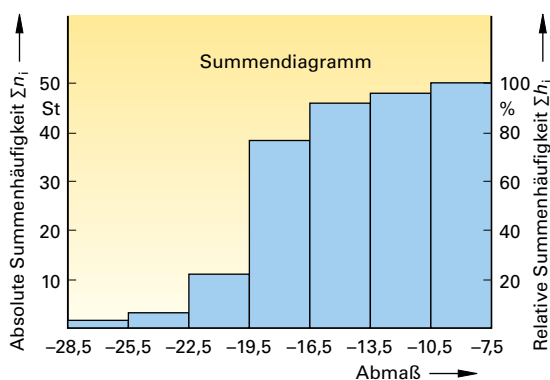
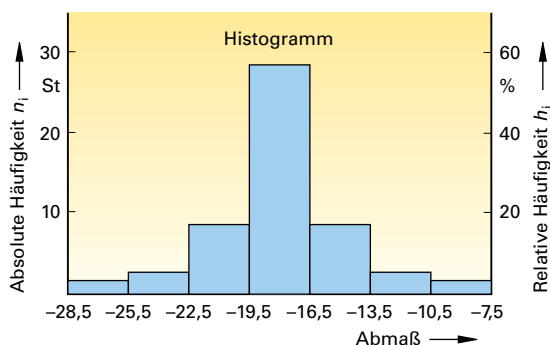
c) und d) **Erstellung des Histogrammes bzw. Summendiagrammes.**

$$x_{\min} = -28 \mu\text{m} \quad R = x_{\max} - x_{\min} = -10 \mu\text{m} - (-28 \mu\text{m}) = 18 \mu\text{m}$$

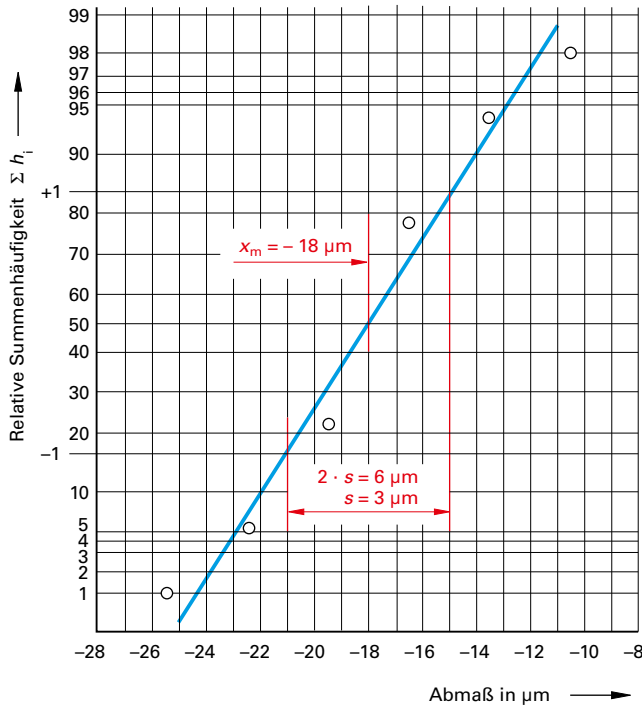
$$x_{\max} = -10 \mu\text{m} \quad k = \sqrt{n} = \sqrt{50} = 7,07 \rightarrow 7 \quad W = \frac{R}{k} = \frac{18 \mu\text{m}}{7} = 2,57 \mu\text{m} \rightarrow 3 \mu\text{m}$$

Daten Histogramm / Summendiagramm							
Nr.	Klasse von	Klasse bis	Strichliste	n_i [St]	Σn_i [St]	h_i [%]	Σh_i [%]
1	- 28,5	- 25,5	I	1	1	2 %	2 %
2	- 25,5	- 22,5	II	2	3	4 %	6 %
3	- 22,5	- 19,5	III III	8	11	16 %	22 %
4	- 19,5	- 16,5	III III III III III III	28	39	56 %	78 %
5	- 16,5	- 13,5	III III	8	47	16 %	94 %
6	- 13,5	- 10,5	II	2	49	4 %	98 %
7	- 10,5	- 7,5	I	1	50	2 %	100 %
		Σ		50		100 %	

c) und d) **Erstellung des Histogrammes bzw. Summendiagrammes**



e) Erstellung des Wahrscheinlichkeitsnetzes



Aus den Daten für das Summendiagramm können folgende Werte entnommen werden:

Beispiel:
 Klasse Nr.: 3
 Klasse bis: -19,5 μm
 Σh_i : 22 %

Diese Daten werden als Punkte im Wahrscheinlichkeitsnetz abgetragen und eine Ausgleichsgerade gebildet.

f) und g) Bestimmung des Mittelwertes und der Maschinenfähigkeitskennwerte

Grafische Lösung¹⁾

Rechnerische Lösung²⁾

$x_m = -18 \mu\text{m}$
 $s = 3 \mu\text{m}$

$x_m = -18,16 \mu\text{m}$
 $s = 3,02 \mu\text{m}$

$c_m = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{27 \mu\text{m}}{6 \cdot 3 \mu\text{m}} = 1,5$

$c_{mk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} = \frac{12 \mu\text{m}}{3 \cdot 3 \mu\text{m}} = 1,33$

1) Wahrscheinlichkeitsnetz

2) stat. Funktionen Taschenrechner

Aufgabe 271/6

a) bis f) Bestimmung der stündlichen Kennwerte

Kennwerte der Prozesskontrolle								
Uhrzeit	7:00	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00
\bar{x}	-13,00	-16,80	-23,20	-24,50	-31,30	-36,50	-12,80	-17,30
x_{min}	-15	-19	-25	-39	-35	-38	-15	-19
x_{max}	-11	-15	-21	-11	-29	-35	-11	-16
R	4	4	4	28	6	3	4	3
s	1,333	1,549	1,476	9,265	1,947	1,269	1,476	1,160
c_p	3,375	2,905	3,049	0,486	2,312	3,545	3,049	3,881
c_{pk}	1,750	2,324	2,214	0,306	0,291	0,919	1,536	3,249

Beispielrechnung für Werte um 7:00

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}{10}$$

$$= \frac{(-15) + (-12) + (-13) + (-12) + (-11) + (-15) + (-14) + (-12) + (-13) + (-13)}{10} = -13 \mu\text{m}$$

$$R = x_{\max} - x_{\min} = (-11) - (-15) = 4 \mu\text{m}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = \text{Lösung mit statistischer Taschenrechnerfunktion} = 1,333 \mu\text{m}$$

$$c_p = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{27 \mu\text{m}}{6 \cdot 1,333 \mu\text{m}} = 3,375 \mu\text{m} \quad c_{pk} = \frac{\Delta_{krit}}{3 \cdot s} = \frac{7 \mu\text{m}}{3 \cdot 1,333 \mu\text{m}} = 1,75 \mu\text{m}$$

g) Eintragen der Werte in die bereits maßstäblich erstellte Qualitätsregelkarte

